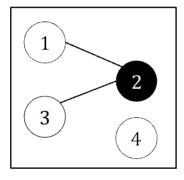
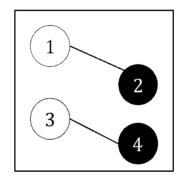
※ 시작 전 반드시 쪽 번호를 확인하시오.

문제 1. 1 부터 n 까지의 자연수가 각각 하나씩 적힌 n 개의 공과, k 개의 줄이 있다. (단, 줄은 구분하지 않는다.) 각각의 공을 검정색 또는 흰색으로 색칠하고 줄을 모두 이용하여 아래의 조건을 만족하도록 공들을 연결하는 경우의 수를 $a_{n,\,k}$ 라고 하자.

- (i) 각각의 줄은 서로 다른 색깔의 한 쌍의 공만 연결한다.
- (ii) 한 쌍의 공 사이에는 기껏해야 한 개의 줄만 연결된다.

예를 들어, n=4, k=2 일 때는 아래와 같은 경우를 포함한다.





1-1. 경우의 수 $a_{n,k}$ 를 구하는 식을 찾으시오.

1-2. 문제 1-1 에서 구한 $a_{n,k}$ 개의 경우 중에서, 어떠한 공에서 출발해도 적절한 줄들을 따라가면 다른 모든 공에 도착할 수 있는 경우의 수를 $b_{n,k}$ 라고 하자. 이 때, $b_{6,6}$ 을 구하시오.

문제 2. 직각삼각형 ABC (단, $\angle C=90^\circ$)에서 $u=\overline{AC}/\overline{BC}$ 라고 하자. 삼각형 ABC의 내부와 그 경계를 T라 할 때, 삼각형 ABC의 한 변에 중심이 있고 절반이 T에 포함되는 원 중에서 가장 큰 것을 ω_1 이라고 하자. 이제 원 $\omega_1, \cdots, \omega_n$ 이 만들어졌을 때, 다음 세 가지 조건을 만족하도록 원 ω_{n+1} 을 만들자.

- (i) ω_{n+1} 의 절반은 T에 포함된다.
- (ii) ω_{n+1} 과 ω_n 은 외접하고 각각의 중심은 삼각형 ABC의 서로 다른 두 변 위에 있다.
- (iii) 점 B와 ω_n 의 중심을 이은 선분은 ω_{n+1} 과 만난다.

이렇게 만들어진 원 $\omega_1, \omega_2, \cdots$ 에 대하여, 원 ω_n 의 반지름을 r_n 이라고 하자.

2-1. $r_1 \, / \, \overline{BC}$ 를 u 에 대한 식으로 표현하시오

2-2. 모든 양의 정수 n 에 대하여

$$\frac{r_n}{r_{n+1}} + \frac{r_{n+1}}{r_n}$$

을 u 에 대한 식으로 표현하시오.

2-3. T에는 포함되나 어떠한 $n=1,\,2,\,\cdots$ 에 대해서도 원 ω_n 의 내부에는 포함되지 않는 점들로 이루어진 영역을 X라고 하자. u의 값이 주어졌을 때

$$A = \frac{(X$$
의 넓이)}{(T의 넓이)}

의 값을 계산할 수 있는 방법을 설명하시오.

문제 3. 1보다 큰 유리수 x가

$$x=b_1-\dfrac{1}{b_2-\dfrac{1}{\ddots\dfrac{1}{b_{s-1}-\dfrac{1}{b_s}}}}$$
 (단, $b_1,\,\cdots,b_s$ 는 1 보다 큰 자연수이다.)

로 표현되면, $x=\langle b_1,b_2,\,\cdots,b_s
angle$ 로 나타내고 $\langle b_1,b_2,\,\cdots,b_s
angle$ 를 x의 계단식 이라고 하자.

예를 들어,
$$\frac{25}{9}$$
= $3-\frac{1}{5-\frac{1}{2}}$ 이므로 $\frac{25}{9}$ 의 계단식은 $\langle 3,5,2 \rangle$ 이다.

3-1. 자연수 p>q에 대하여 $\frac{p}{q}$ 의 계단식 $\langle b_1,b_2,\cdots,b_s
angle$ 가 존재함을 보이시오.

3-2. 1 보다 큰 자연수 p 에 대하여 $\frac{p^2}{p-1}$ 의 계단식을 구하시오.

- 3-3. 문제 1-2 에서 구한 $\frac{p^2}{p-1}$ 의 계단식 $\langle b_1,b_2,\cdots,b_s \rangle$ 에 대하여, 유리수 $q_0,\,q_1,\,q_2,\,\cdots,\,q_{s+1}$ 이 다음 조건을 만족한다고 하자.
 - (i) $q_0 = 2$, $q_{s+1} = 1$
 - (ii) $q_{i-1} + q_{i+1} = b_i q_i \ (1 \le i \le s)$

이 때, q_1 을 구하시오.

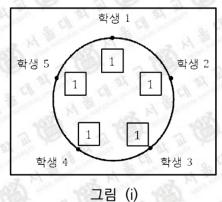
문제 4. 다음 부등식을 만족하는 좌표평면의 점 (x,y)로 이루어진 집합을 X라고 하자.

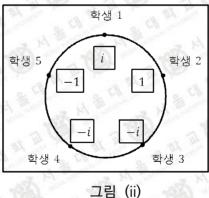
$$y \le 2x$$
, $x \ge 1$, $y \ge -x+2$, $y \ge -1$

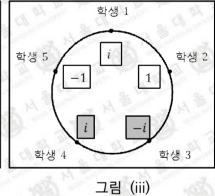
- 4-1. 점 Q가 X에서 움직일 때, \overline{OQ} 의 최솟값을 구하시오. (단, O는 원점이다.)
- 4-2. 점 (a,b) 가 X에서 움직일 때 $\left| \frac{ax-by}{\sqrt{x^2+y^2}} \right|$ 의 최솟값을 f(x,y) 라고 하자. (단, $(x,y) \neq (0,0)$ 이다.) 점 (x,y) 가 원점을 제외한 좌표평면 위에서 움직일 때 f(x,y) 의 최댓값을 구하시오.

문제 5. 집합 $S = \{1, -1, i, -i\}$ 가 있다고 하자. 원탁에 n 명의 학생들이 각각 한 장의 빈 종이를 들고 같은 간격으로 둘러앉아 있다. 그리고 학생들이 각자 S에서 원소 하나를 골라 자신이 가지고 있는 종이에 썼다. (단, $i = \sqrt{-1}$ 을 뜻한다.)

5-1. 어떠한 이웃한 두 학생이 쓴 수의 합도 0 이 되지 않는 경우의 수를 구하시오. (예를 들어 n=5 일 때, 아래 그림 (i)과 (ii)는 허용되지만 그림 (iii)은 허용되지 않는다.)





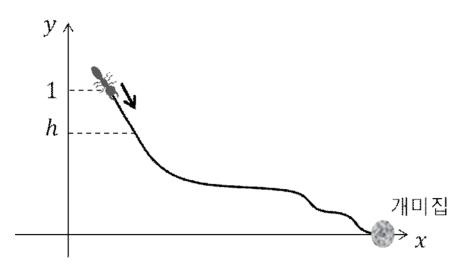


- 5-2. 학생들이 문제 1-1의 조건을 만족하도록 원소들을 썼다고 하자. 각 x \in S 에 대하여 A_x 와 B_x 를 다음과 같이 정의하자.
 - (i) 자신의 오른쪽에 있는 학생은 ix 를, 자신은 x 를 쓴 학생의 수는 A_x 이다.
 - (ii) 자신의 왼쪽에 있는 학생은 ix 를, 자신은 x 를 쓴 학생의 수는 B_x 이다.
 - 이 때, 다음 관계식이 성립함을 보이시오.

$$A_1 - B_1 = A_{-1} - B_{-1} = A_i - B_i = A_{-i} - B_{-i}$$

총 8쪽 중 4쪽

문제 6.



위 그림과 같이 좌표평면 위의 곡선을 따라 개미가 집으로 가고 있다. 이 곡선은 x에 대해 미분가능한 감소함수의 그래프이며 x 축과 한 점(개미집)에서 만난다. 개미는 시각 t=0일 때 곡선의 y 좌표가 1인 점에서 집을 향해 이동하기 시작하고, 집에 도착할 때까지 멈추지 않는다. 개미의 y 좌표가 h인 점에서 집까지 곡선의 길이를 S(h) 라고 하자.

6. 시각 t>0 일 때 개미의 y 좌표 y(t) 는 미분가능하며, $s(t)=(S\circ y)(t)$ 라고 하자. 개미의 운동에너지를 계산한 결과, 개미가 집에 도착할 때까지 다음 등식

$$\left(\frac{ds}{dt}\right)^2 = y(t)^2 - 3y(t) + 2$$

가 성립한다는 것을 알게 되었다.

$$A(\alpha, \beta) = \int_{-\alpha}^{\beta} S(1-y) \frac{2y+1}{(y^2+y)^{3/2}} dy$$

일 때, 개미가 $y=\frac{1}{3}$ 인 위치에서부터 집에 도착할 때까지 걸리는 시간을 S(h) 와 A(lpha,eta) 의 함숫값으로 나타내시오.

[출제의도] 수학

활용 모집단위	활용 문항
사회과학대학 경제학부(오전), 경영대학, 농업생명과학대학 농경제사회학부	[문제 1], [문제 2]
생활과학대학(소비자아동학부, 의류학과), 자유전공학부(수학1-오전)	
사회과학대학 경제학부(오후), 자유전공학부(수학 1-오후)	[문제 3], [문제 4]
자연과학대학(수리과학부, 통계학과), 공과대학, 사범대학 수학교육과	[문제 2], [문제 5], [문제 6]
농업생명과학대학(조경 · 지역시스템공학부, 바이오시스템 · 소재학부), 자유전공학부(수학 2)	[문제 2], [문제 5]

1 53

[출제의도] 고교 교과과정에서 배우는 경우의 수에 관한 계산 능력 평가

[개념] 경우의 수의 합의 법칙과 곱의 법칙 및 조합

[출처] 김해경 외, "IV. 순열과 조합, 1-1. 경우의 수", 《고등학교 수학》, 더텍스트, 156쪽

신항균 외, "VIII. 순열과 조합, 1-(1) 경우의 수",《고등학교 수학》, 지학사, 288쪽.

신항균 외, "씨. 순열과 조합, 1-(3) 조합",《고등학교 수학》, 지학사, 297쪽.

허민 외, "Ⅶ. 순열과 조합, 1-1. 경우의 수",《고등학교 수학》, 중앙교육진흥연구소, 303쪽

허민 외, "W. 순열과 조합, 1-3. 조합",《고등학교 수학》, 중앙교육진흥연구소, 313쪽.

2-1, 2-2,

[출제의도] 삼각함수의 성질, 무한등비급수의 합, 외접하는 원의 성질을 이해하고 있는지 평가

[개념] 도형의 닮음, 삼각형의 내접원

[출처] 강신덕 외, "VIII. 도형의 닮음, 2-3. 닮음의 응용", 《중학교 수학 2》, 교학사, 235쪽.

강신덕 외, "V. 피타고라스의 정리, 2-1. 평면도형에의 활용", 《중학교 수학 3》, 교학사, 129쪽.

강신덕 외, "VI. 삼각비, 2-1. 길이 구하기", 《중학교 수학 3》, 교학사, 153쪽.

신항균 외, "비. 식의 계산, 1-(1) 다항식의 사칙연산", 《고등학교 수학》, 지학사, 64쪽.

신항균 외, "비. 식의 계산, 2-(2) 무리식과 그 계산", 《고등학교 수학》, 지학사, 93쪽.

허민 외, "Ⅱ. 식과 연산, 1-1. 다항식과 그 연산", 《고등학교 수학》, 중앙교육진흥연구소, 53쪽.

허민 외, "V. 함수, 3-2. 무리함수", 《고등학교 수학》, 중앙교육진흥연구소, 244쪽.

2-3.

[출제의도] 삼각함수의 성질, 무한등비급수의 합, 외접하는 원의 성질을 이해하고 있는지 평가

[개념] 도형의 닮음, 등비수열, 무한등비급수

[출처] 이동원 외, "V. 수열의 극한, 2-2. 무한등비급수", 《수학 I》, 법문사, 177쪽.

황석근 외, "V. 수열의 극한, 2-2. 무한등비급수의 합", 《수학 I》, 교학사, 168쪽.

총 8쪽 중 6쪽

[출제의도] 수학

3-1.

[출제의도] 자연수의 나눗셈에 대한 기본적인 성질을 이해하는지에 대한 평가

[개념] 자연수의 성질

[출처] 강신덕 외, "II. 정수와 유리수, 2-3. 유리수의 사칙계산", 《중학교 수학 1》, 교학사 79쪽.

신항균 외, "Ⅲ. 식의 계산, 2-(1) 유리식과 그 계산, 《고등학교 수학》, 지학사, 88쪽. 허민 외, "Ⅱ. 식과 연산, 2-1. 유리식" 《고등학교 수학》, 중앙교육진흥연구소, 76쪽.

3-2.

[출제의도] 자연수의 나눗셈에 대한 기본적인 성질을 이해하는지에 대한 평가

[개념] 다항식과 그 연산

[출처] 김해경 외, "II. 식의 계산, 1-1. 다항식과 그 연산", 《고등학교 수학》, 더텍스트, 68쪽.

신항균 외, "III. 식의 계산, 1-(1) 다항식의 사칙연산, 《고등학교 수학》, 지학사, 64쪽.

허민 외, "Ⅱ. 식과 연산, 1-1. 다항식과 그 연산" 《고등학교 수학》, 중앙교육진흥연구소, 53쪽.

3-3.

[출제의도] 점화식 수열 또는 행렬 계산 능력 평가

[개념] 여러 가지 수열, 행렬의 곱셈

[출처] 최용준 외, "Ⅲ. 수열, 6-2. 계차수열", 《수학 I》, 천재교육, 147쪽.

황석근 외, "IV. 수열, 2-2. 여러 가지 수열", 《수학 I》, 교학사, 127쪽.

김해경 외, "Ⅲ. 수열, 2-2. 계차수열", 《수학 Ⅰ》, 더텍스트, 139쪽.

김해경 외, " I . 행렬, 1-3. 행렬의 곱셈", 《수학 I》, 더텍스트, 20쪽.

이강섭 외, " I . 행렬과 그래프, 1. 행렬과 그 연산", 《수학 I 》, 지학사, 12쪽.

4-1

[출제의도] 부등식의 영역을 이해하고, 점과 직선 사이의 거리를 구할 수 있는지를 평가

[개념] 부등식의 영역의 활용, 두 점 사이의 거리

[출처] 김해경 외, "V. 좌표와 도형, 1-1. 두 점 사이의 거리", 《고등학교 수학》, 더텍스트, 180쪽.

김해경 외, "V. 좌표와 도형, 5-2. 부등식의 영역의 활용", 《고등학교 수학》, 더텍스트, 238쪽.

신항균 외, "V. 도형의 방정식, 1-(1). 두 점 사이의 거리", 《고등학교 수학》, 지학사, 140쪽.

신항균 외, "V. 도형의 방정식, 5-(2). 부등식의 영역에서의 최대, 최소", 《고등학교 수학》, 지학사, 188쪽.

[출제의도] 수학

4-2.

[출제의도] 점과 직선 사이의 거리를 구할 수 있고, 최댓값과 최솟값의 개념을 잘 이해하는지를 평가한다.

[개념] 점과 직선 사이의 거리

[출처] 김해경 외, "∨. 좌표와 도형, 2-3. 점과 직선 사이의 거리", 《고등학교 수학》, 더텍스트, 202쪽.

신항균 외, "V. 도형의 방정식, 2-(2) 두 직선의 평행과 수직", 《고등학교 수학》, 지학사, 154쪽.

허민 외, "Ⅳ. 도형의 방정식, 2-3. 점과 직선 사이의 거리", 《고등학교 수학》, 중앙교육진흥연구소, 158쪽.

5.

[출제의도] 고교 교과과정에서 배우는 경우의 수에 관한 계산 능력 평가

[개념] 중복순열, 계차수열

[출처] 계승혁 외, "II. 확률, 1-1 순열과 조합", 《고등학교 적분과 통계》, 성지출판, 87쪽.

이준열 외, "II. 순열과 조합, 1 순열과 조합", 《고등학교 적분과 통계》, 천재교육, 76쪽.

황석근 외, "IV. 수열, 02-2 여러 가지 수열", 《고등학교 수학 I》, 교학사, 130쪽.

최용준 외, "III. 수열, 6-2 계차수열", 《고등학교 수학 I》, 천재교육, 147쪽.

6.

[출제의도] 자연계열 교과과정에서 배우는 합성함수의 미분법, 역함수의 미분법, 곡선의 길이, 부분적분과 치환적분의 원리를 잘 이해하여 적용시킬 수 있는지를 평가

[개념] 합성함수의 미분, 역함수의 미분, 곡선의 길이, 부분적분, 치환적분

[출처] 정상권 외, "IV 미분법, 3-2 합성함수의 미분법", 《고등학교 수학 II》, 교학사, 134쪽.

정상권 외, "IV 미분법, 3-3 음함수와 역함수의 미분법", 《고등학교 수학 II》, 교학사, 137쪽.

이준열 외, "l 적분법, 1-2 치환적분법", 《고등학교 적분과 통계》, 천재교육, 21쪽.

이준열 외, "I 적분법, 1-3 부분적분법", 《고등학교 적분과 통계》, 천재교육, 25쪽