

Devoir 2

Analyse numérique pour l'ingénieur

Safae Elfattahi
Numéro d'Équipe: 15

1 Introduction

Dans ce rapport, nous analysons la chute d'un corps dans un fluide, en utilisant la méthode de Newton pour résoudre l'équation $10,000 = xe^x$ et en modélisant le saut d'un être humain dans une piscine. Les résultats de notre simulation sont présentés sous forme de graphiques.

2 Méthode de Newton

2.1 Fonction de Lambert

Nous avons implémenté la méthode de Newton dans le fichier `Newton.m`. La fonction recherche un zéro pour l'équation définie comme suit:

$$f(x) = 10000 - xe^x \quad (1)$$

Nous avons utilisé un point initial $x_0 = 7$, une tolérance relative $tolr = 1 \times 10^{-10}$ et un nombre maximal d'itérations $nmax = 20$.

2.2 Calcul de l'ordre de convergence

Pour déterminer l'ordre de convergence de la méthode de Newton, nous utilisons les erreurs successives observées dans le graphique log-log.

Points utilisés

Les points utilisés pour le calcul sont :

$$\begin{aligned}(e_{n-1}, e_n) &= (0.000603039, 2.04007 \times 10^{-7}) \\(e_n, e_{n+1}) &= (0.0324032, 0.000603039) \\(e_{n+1}, e_{n+2}) &= (0.264852, 0.0324032)\end{aligned}$$

Calcul de la pente

Nous calculons la pente entre les deux premiers points pour estimer l'ordre de convergence. La pente est donnée par :

$$p = \frac{\log(e_{n+1}) - \log(e_n)}{\log(e_n) - \log(e_{n-1})}$$

Avec :

$$\log(e_{n-1}) = \log(0.000603039) = -7.416$$

$$\log(e_n) = \log(0.0324032) = -3.432$$

$$\log(e_{n+1}) = \log(0.264852) = -1.332$$

Nous calculons la pente entre les erreurs consécutives :

$$p = \frac{-3.432 - (-7.416)}{-7.416 - (-3.432)} = \frac{3.984}{3.984} = 2$$

Le calcul montre que la pente, ou l'ordre de convergence, est approximativement $p = 2$, ce qui indique que la méthode de Newton converge quadratiquement.

2.3 Graphique des erreurs

Pour déterminer l'ordre de la méthode de Newton, nous avons tracé le graphique des erreurs en échelle logarithmique. La figure 1 montre le comportement des erreurs au fil des itérations.

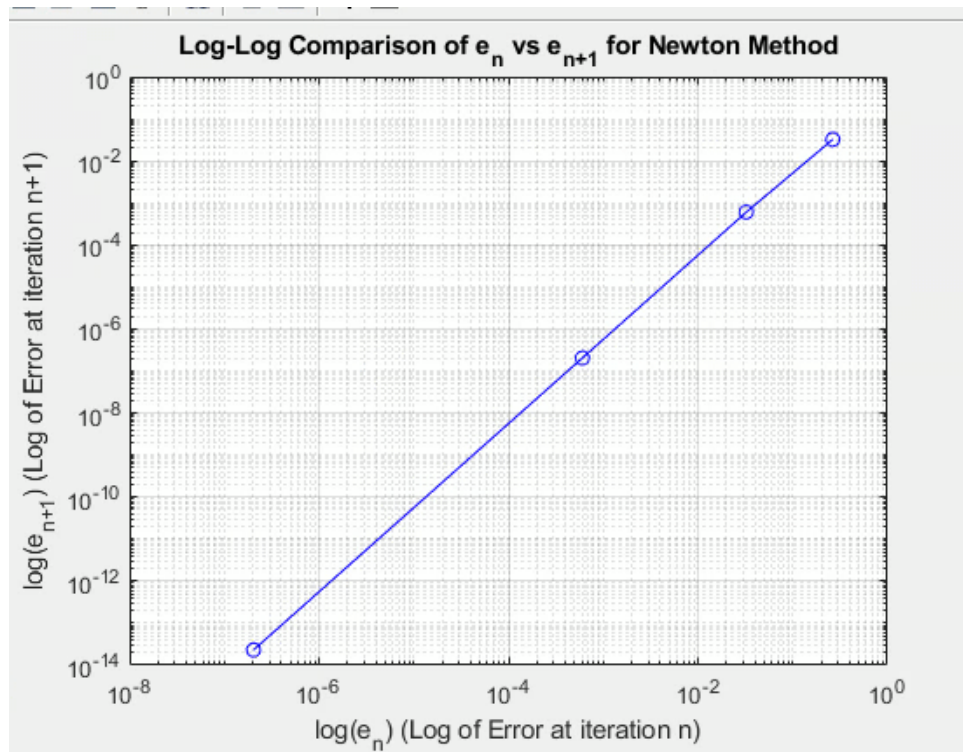


Figure 1: Graphique des erreurs de la méthode de Newton en échelle log-log

3 Saut dans la piscine

3.1 Paramètres de Simulation

Les paramètres utilisés pour la simulation du saut dans une piscine sont les suivants:

- Masse de l'individu: $m = 70$ kg
- Coefficient de traînée: $C_d = 0.5$
- Section efficace: $A = 0.2$ m²

- Densité du fluide (eau): $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$
- Gravité: $g = 9.81 \text{ m/s}^2$

3.2 Résultats

En utilisant ces paramètres, nous avons calculé les deux quantités suivantes:

- **Temps total:** $t_{\text{total}} = 4.1088$ secondes
- **Distance finale:** $d_{\text{finale}} = 3.4541$ mètres

3.3 Interprétation

Le **temps total** correspond à la durée pendant laquelle l'individu est en mouvement dans l'eau avant de s'arrêter complètement sous l'effet des forces de résistance. Ce temps dépend principalement de la masse de l'individu, de la force de gravité et de la traînée exercée par l'eau.

La **distance finale** représente la profondeur à laquelle l'individu a plongé dans l'eau avant d'atteindre l'arrêt complet. Cette distance est déterminée par l'équilibre entre la force de gravité qui pousse l'individu vers le bas et les forces de flottabilité et de traînée qui s'y opposent.

En d'autres termes, le saut simulé montre qu'un corps de 70 kg atteindrait une profondeur d'environ 3.45 mètres après environ 4.1 secondes de mouvement dans l'eau, avant d'être complètement arrêté par la résistance du fluide.

3.4 Graphiques

Nous avons tracé les graphiques de l'accélération, de la vitesse et de la distance en fonction du temps. Les figures 2, 3, et 4 montrent ces résultats.

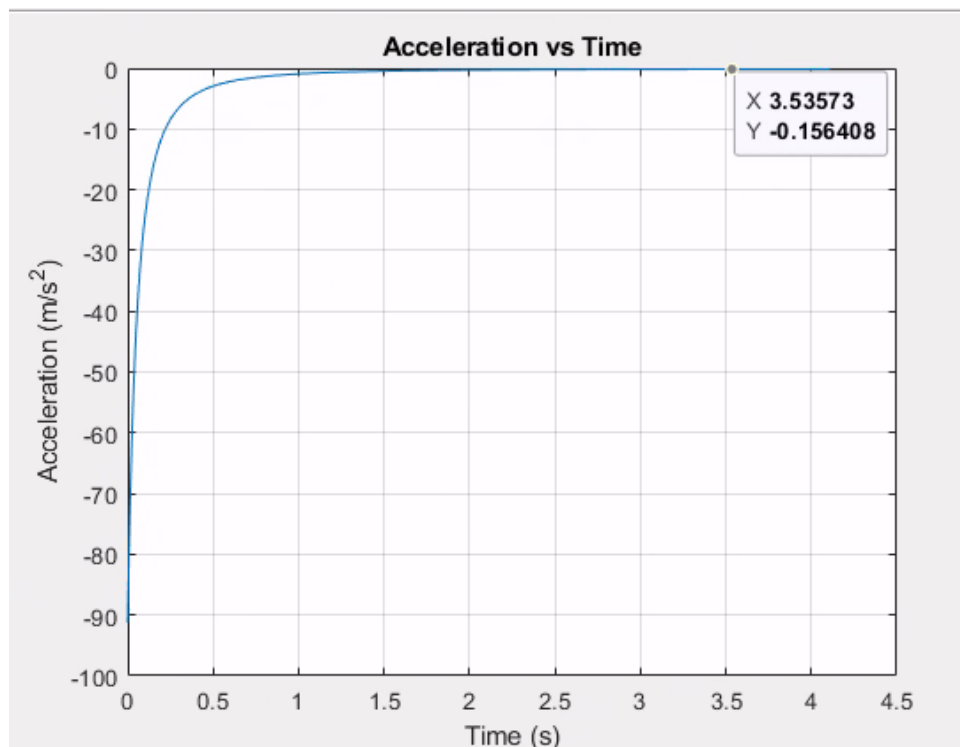


Figure 2: Graphique de l'accélération en fonction du temps

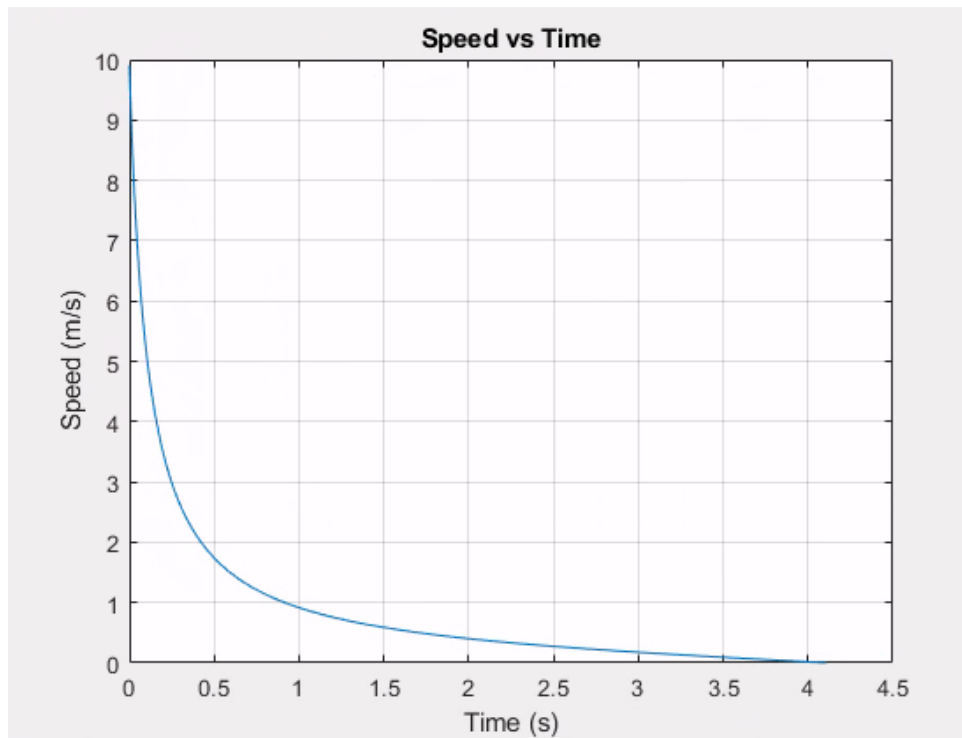


Figure 3: Graphique de la vitesse en fonction du temps

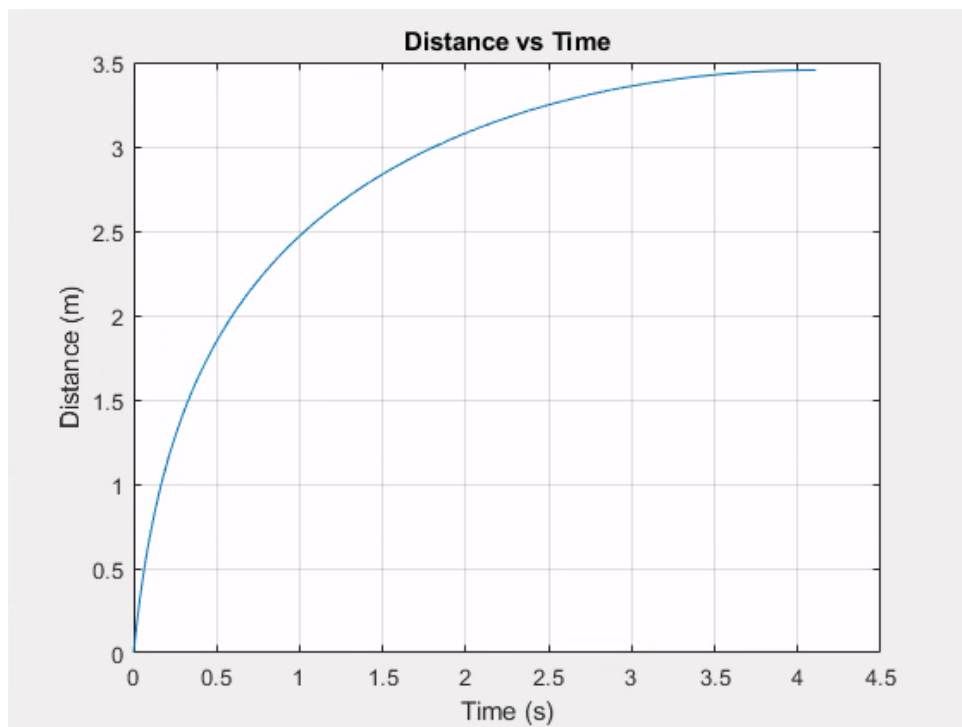


Figure 4: Graphique de la distance en fonction du temps