

Matériaux composite

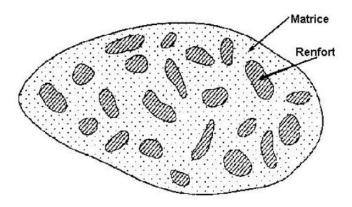
Fabrication des raquettes à neige

Contents

I.	lı	ntroduction:	2
1		Différents matériaux utilisés pour la fabrication des raquettes à neige :	2
2		Dimensions de la raquette :	3
II.	C	Choix du matériau pour la fabrication :	3
III.		Type de fabrication :	6
1		Trois méthodes pour créer des pièces en fibre de carbone :	6
	a	a. Drapage en voie humide :	7
	b	o. Stratification de préimprégné:	7
	С	Moulage par transfert de résine (RTM, Resin Transfer Molding) :	7
IV.		Position des fibres:	7
1		1 ^{er} cas :	7
2		2 ^{iéme} cas :	9
3		3 ^{iéme} cas :	10
٧.	C	Calcul de la masse:	11
VI.		Etude d'un stratifié:	13

I. Introduction:

Un matériau composite est constitué de l'assemblage de deux ou plusieurs matériaux de natures différentes. Leur association est complémentaire est permet d'aboutir à un matériau dont les performances recherchées seront supérieures à celles des composants pris séparément. Un matériau composite est constitué dans le cas le plus général d'une ou plusieurs phases discontinues réparties dans une phase continue. La phase discontinue, appelée renfort ou matériau renforçant, est habituellement plus dure avec des propriétés mécaniques supérieures à celles de la phase continue, appelée matrice.



- → Dans ce projet ; on va faire l'étude et la composition des matériaux composite présentant dans une raquette à neige.
- 1. <u>Différents matériaux utilisés pour la fabrication des</u> raquettes à neige :

Elles sont à l'origine des raquettes traditionnelles qui possèdent un cadre en bois léger et des attaches en cuir. Certaines raquettes modernes sont conçues sur le même principe, mais diffèrent par leur matériau : métal léger (aluminium), structures à base de polymères fondus comme les plastiques, parfois thermodurcissables, et très souvent renforcés, notamment avec des matériaux composites résistants au choc et aux usages.







2. <u>Dimensions de la raquette :</u>

On choisit la raquette des dimensions :

Hauteur: 3 cm

Longueur : 58.42*cm*

Largeur: 45 cm

II. Choix du matériau pour la fabrication :

Ces raquettes de neige sont formées du bois et elles sont utilisées pour que les peuples peuvent marcher lorsque la neige couvert la terre en CANADA (lieu de fabrication de la pièce).

Cette pièce, elle supporte une personne sur les deux raquettes, un pied par raquette. Donc la masse de la personne va être distribue sur les deux raquettes par équivalence.

Pour le choix du renfort, nous avons 3 choix : la fibre de verre, de kevlar et de carbone. On ne peut pas choisir le verre car un de ces inconvénients est le vieillissement en contact avec l'eau. Et le Kevlar a une faible tenue à la compression, or les forces appliquées sont tous des forces de compression. La fibre de carbone a une très bonne tenue en température, et a l'humidité. Donc on choisit la fibre de carbone HR.

Nous allons maintenant choisir le matériau qui a la faible masse avec une bonne rigidité :

On sait que la masse s'écrit : $M = \rho . V = \rho . \pi . R^2 . L$

$$\Rightarrow R^2 = \frac{M}{\rho.\pi.L}$$

La flèche est donnée par :

$$f = \frac{1}{48} * \frac{F * L^3}{F \cdot L}$$

Avec
$$I = \frac{\pi d^4}{64} = \frac{\pi R^4}{4}$$

Soit la rigidité est : $K = \frac{F}{f} = const.$

$$K = \frac{48 * E * \pi * M^2}{4 * L^3 * \rho^2 * \pi^2 * L^2} \Rightarrow M^2 \sim \frac{K * \rho^2}{K' * E} \Rightarrow M \sim \frac{\rho}{\sqrt{E}}$$

Un autre critère est adapté pour minimiser la masse a effort constant :

$$\sigma_{max} = \frac{M'.R}{I} = \frac{\frac{F}{2} * \frac{L}{2} * R}{\frac{\pi}{4} * R^4} = \frac{L * F}{\pi * R^3} \le Re$$

Où M'est le moment

$$\Rightarrow F \sim \frac{\pi * R^3 * Re}{L} = const.$$

D'après le critère précèdent ; on a obtenu : $R^2 \sim \frac{M}{\rho.\pi.L}$

Par remplacement on aura:

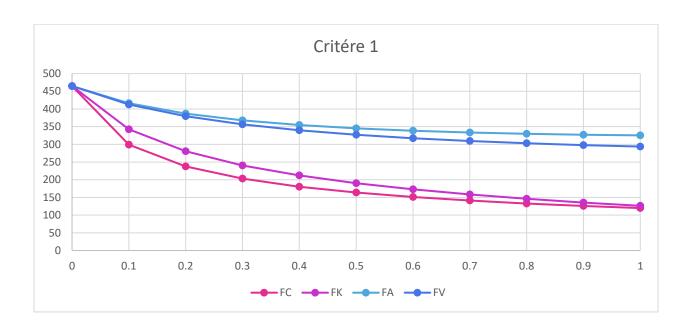
$$M \sim \frac{\rho}{\sqrt[3]{Re^2}}$$

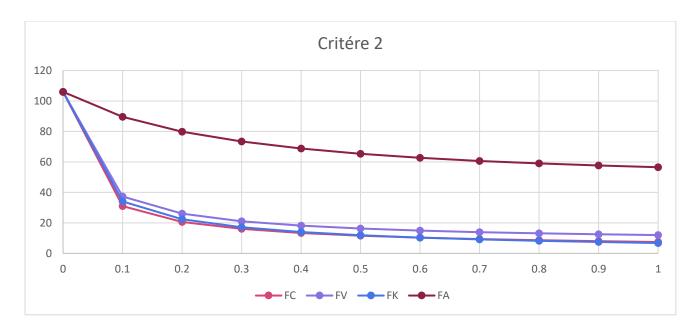
En utilisant Excel ; on obtient les résultats ci-dessous :

Materiau	Module d'Young (Gpa)	Contrainte maximale admissible (Mpa)	Mass volumique (Kg/m^3)	Cri	tére 1	Critére 2	
	E	Re	ρ	ρ/(E)^0.5	classement	ρ/(Re)^(2/3)	classement
Bois	12.5	7	930	263.04372	3	254.1465714	6
Aluminium	62	345	2700	342.90034	4	54.88887978	3
Acier	210	1550	7850	541.70146	6	58.61136799	4
Resine epoxy+ silice(thermodurcissable)	15	70	1800	464.758	5	105.9759077	5
fibre de carbone isolee	230	3800	1760	116.05096	1	7.227536109	2
fibre de kevlar isolee	130	3100	1440	126.29635	2	6.77310845	1

	carbone			resine epoxy		Verre			Kevlar			Al			
vf	ρ	Е	Re	ρ	Е	Re	ρ	Е	Re	ρ	Е	Re	ρ	Е	Re
0	1810	228	3800	1800	15	70	2440	69	2900	1440	130	3100	2780	73	345
0.1	1810	228	3800	1800	15	70	2440	69	2900	1440	130	3100	2780	73	345
0.2	1810	228	3800	1800	15	70	2440	69	2900	1440	130	3100	2780	73	345
0.3	1810	228	3800	1800	15	70	2440	69	2900	1440	130	3100	2780	73	345
0.4	1810	228	3800	1800	15	70	2440	69	2900	1440	130	3100	2780	73	345
0.5	1810	228	3800	1800	15	70	2440	69	2900	1440	130	3100	2780	73	345
0.6	1810	228	3800	1800	15	70	2440	69	2900	1440	130	3100	2780	73	345
0.7	1810	228	3800	1800	15	70	2440	69	2900	1440	130	3100	2780	73	345
0.8	1810	228	3800	1800	15	70	2440	69	2900	1440	130	3100	2780	73	345
0.9	1810	228	3800	1800	15	70	2440	69	2900	1440	130	3100	2780	73	345
1	1810	228	3800	1800	15	70	2440	69	2900	1440	130	3100	2780	73	345

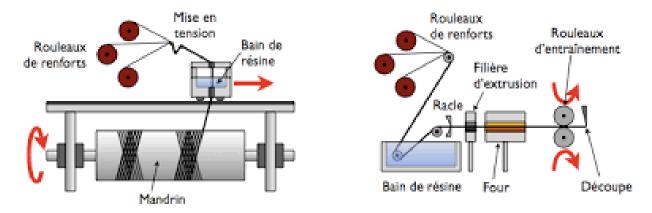
													Crite	ere 1			Crite	ere 2	
С	carbone/epoxy		Aluminium/epoxy		Kevlar/Epoxy		Verre/epoxy		ρ/(E)^0.5				ρ/(Re)^(2/3)						
ρ	Е	Re	ρ	Е	Re	ρ	E	Re	ρ	Е	Re	FC	FV	FK	FA	FC	FV	FK	FA
1800	15	70	1800	15	70	1800	15	70	1800	15	70	465	465	465	465	106	106	106	106
1801	36.3	443	1898	20.8	97.5	1764	26.5	373	1864	20.4	353	299	413	343	416	31	37	34	90
1802	57.6	816	1996	26.6	125	1728	38	676	1928	25.8	636	237	380	280	387	21	26	22	80
1803	78.9	1189	2094	32.4	152.5	1692	49.5	979	1992	31.2	919	203	357	240	368	16	21	17	73
1804	100.2	1562	2192	38.2	180	1656	61	1282	2056	36.6	1202	180	340	212	355	13	18	14	69
1805	121.5	1935	2290	44	207.5	1620	72.5	1585	2120	42	1485	164	327	190	345	12	16	12	65
1806	142.8	2308	2388	49.8	235	1584	84	1888	2184	47.4	1768	151	317	173	338	10	15	10	63
1807	164.1	2681	2486	55.6	262.5	1548	95.5	2191	2248	52.8	2051	141	309	158	333	9	14	9	61
1808	185.4	3054	2584	61.4	290	1512	107	2494	2312	58.2	2334	133	303	146	330	9	13	8	59
1809	206.7	3427	2682	67.2	317.5	1476	118.5	2797	2376	63.6	2617	126	298	136	327	8	13	7	58
1810	228	3800	2780	73	345	1440	130	3100	2440	69	2900	120	294	126	325	7	12	7	57





III. Type de fabrication :

Les matériaux composites, tels que les plastiques renforcés par des fibres de carbone sont des matériaux extrêmement polyvalents et efficaces qui sont à la pointe de l'innovation sur des marchés tels que l'aérospatiale ou la santé. Ils surclassent les matériaux traditionnels tels que l'acier, l'aluminium, le bois ou le plastique et permettent de fabriquer des produits ultra-performants et légers.



1. Trois méthodes pour créer des pièces en fibre de carbone :

La fabrication de PRF tels que des pièces en fibre de carbone est un processus précis et nécessitant une main-d'œuvre importante utilisé dans la production en série comme dans la production ponctuelle. Les durées de cycle vont d'une à 150 heures en fonction de la taille et de la complexité de la pièce.

a. <u>Drapage en voie humide :</u>

Dans le drapage en voie humide, la fibre est découpée et disposée dans le moule, puis enduite de résine à la brosse, au rouleau ou au pistolet. C'est la méthode qui nécessite le plus de compétences pour créer des pièces de haute qualité, mais c'est également le processus de travail le moins coûteux.

b. Stratification de préimprégné:

Avec la stratification de préimprégné, la résine est préalablement injectée dans la fibre. Les feuilles préimprégnés sont stockées à basse température pour inhiber la polymérisation. Elles sont ensuite placées dans le moule, puis polymérisées en autoclave sous l'effet de la pression et de la chaleur. Cette technique est plus précise et reproductible que la précédente, car la quantité de résine est contrôlée, mais elle est aussi plus chère et n'est généralement utilisée que pour les applications haute performance.

c. Moulage par transfert de résine (RTM, Resin Transfer Molding) :

Avec le moulage par transfert de résine, la fibre sèche est insérée dans un moule en deux parties. Le moule est refermé avant injection de la résine à haute pression dans la cavité. Cette technique est généralement automatisée et utilisée pour la fabrication à grande échelle.

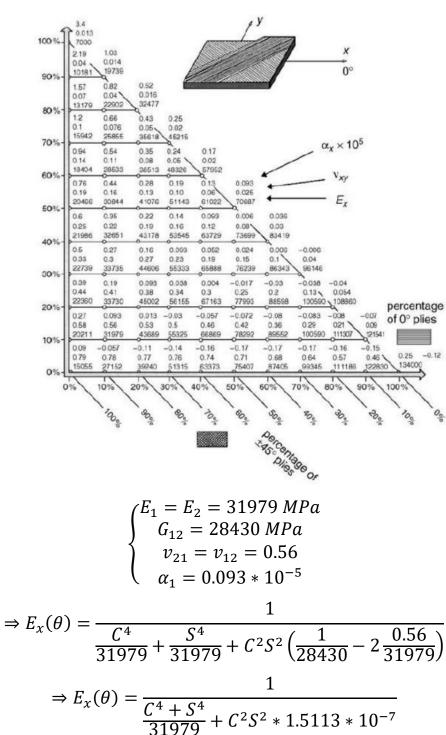
IV. Position des fibres:

D'après les résultats obtenus dans le calcul précèdent ; on va faire le suit du calcul en adoptant que le matériau est composé de « Carbone/Epoxy ».

1. 1 er cas : 10% 40% 10%

$$E_{x}(\theta) = \frac{1}{\frac{C^{4}}{E_{1}} + \frac{S^{4}}{E_{2}} + C^{2}S^{2} \left(\frac{1}{G_{12}} - 2\frac{v_{21}}{E_{2}}\right)}$$

D'après la planche 4 :

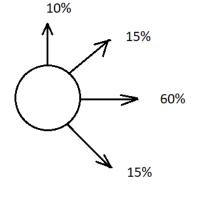


Pour θ =0; $\Rightarrow E_x(0) = 31979 MPa$

Pour θ =45°; $\Rightarrow E_x(45^\circ) = 63803.82 MPa$

Pour θ =90°; $\Rightarrow E_x(90^\circ) = 31979 MPa$

2. 2^{iéme} cas:



D'après la planche 4 ci-dessus :

$$\begin{cases} E_1 = 89552 \, MPa \\ E_2 = 28533 \, MPa \\ G_{12} = 13286 \, MPa \\ v_{12} = 0.36 \\ v_{21} = 0.11 \\ \alpha_1 = -0.08 * 10^{-5} \\ \alpha_2 = 0.54 * 10^{-5} \end{cases}$$

$$\Rightarrow E_{x}(\theta) = \frac{1}{\frac{C^{4}}{89552} + \frac{S^{4}}{28533} + C^{2}S^{2}\left(\frac{1}{13286} - 2\frac{0.11}{28533}\right)}$$

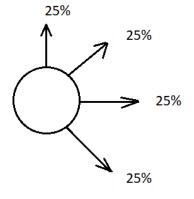
$$\Rightarrow E_{x}(\theta) = \frac{1}{\frac{C^{4}}{89552} + \frac{S^{4}}{28533} + C^{2}S^{2} * 6.756 * 10^{-5}}$$

Pour θ =0; $\Rightarrow E_x(0) = 89552 MPa$

Pour θ =45°; $\Rightarrow E_x(45^\circ) = 35157.47 MPa$

Pour θ =90°; $\Rightarrow E_x(90 \degree) = 28533 MPa$

3. 3^{iéme} cas:



D'après la planche 4 ci-dessus :

$$\begin{cases} E_1 = E_2 = 31830 \ MPa \\ G_{12} = 11980 \ MPa \\ v_{12} = v_{21} = 0.335 \end{cases}$$

$$\Rightarrow E_{x}(\theta) = \frac{1}{\frac{C^{4}}{31830} + \frac{S^{4}}{31830} + C^{2}S^{2}\left(\frac{1}{11980} - 2\frac{0.335}{31830}\right)}$$

$$\Rightarrow E_{x}(\theta) = \frac{1}{\frac{C^{4} + S^{4}}{31830} + C^{2}S^{2} * 6.756 * 10^{-5}}$$

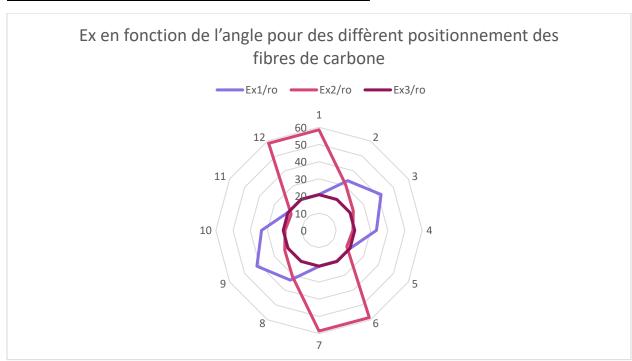
Pour θ =0; $\Rightarrow E_x(0) = 31830 MPa$

Pour θ =90°; $\Rightarrow E_x(90^\circ) = 31830 MPa$

En utilisant Excel ; on peut tracer Ex en fonction de l'angle pour des diffèrent cas de positionnement des fibres de carbone.

theta	Ex1	Ex2	Ex3	Ex1/ ρ	Ex2/ρ	Ex3/ρ
-6.283185307	31979	89552	31830	20.90131	58.53072	20.80392
-0.523598776	51092.32242	47306.78193	31830	33.39367	30.91947	20.80392
-0.785398163	63803.82053	35158.44855	31830	41.70184	22.97938	20.80392
-1.047197551	51092.32242	30230.80694	31830	33.39367	19.7587	20.80392
-1.570796327	31979	28533	31830	20.90131	18.64902	20.80392
-3.141592654	31979	89552	31830	20.90131	58.53072	20.80392
0	31979	89552	31830	20.90131	58.53072	20.80392
0.523598776	51092.32242	47306.78193	31830	33.39367	30.91947	20.80392
0.785398163	63803.82053	35158.44855	31830	41.70184	22.97938	20.80392
1.047197551	51092.32242	30230.80694	31830	33.39367	19.7587	20.80392
1.570796327	31979	28533	31830	20.90131	18.64902	20.80392
6.283185307	31979	89552	31830	20.90131	58.53072	20.80392

1er cas	2ieme cas	3ieme cas
E1=31979	E1=89552 Mpa	E1=31830 Mpa
E2=31979	E2=28533 Mpa	E2=31830 Mpa
G12=28430	G12=13286 Mpa	G12=11980 Mpa
v21=0.56	v21=0.11	v21=0.335



V. Calcul de la masse :

Supposons que la masse maximale que ce pair de raquettes peut supporter est de 200~Kg d'où chaque raquette supporte 100~Kg. Par suite, la force

$$F_1 = m * g = 100 * 9.81 = 981 N$$

Supposons que la force du poids du personne est appliquée au centre du pied de la personne c.-à-d. sur le centre de la raquette.

Et la force de la neige sur la surface frontale de la raquette est la force sur la partie frontale de la raquette et sur les cotées, donc la force est une charge repartie sur les cotée et la partie frontale qui vaut : $P=5*10^6\ Pa$

$$F_2 = P*A_{\rm T}$$
 Avec $A_{\rm T} = 2*(58.42*3) + 45*3 = 485.52~cm^2$
$$F_2 = 242.76~KN$$

En plus, sur le bas de la raquette il s'exerce une force dont la valeur est :

$$F_3 = 5 * 10^6 * 400 * 10^{-4} = 200 \, KN$$

$$\text{Les propriétés du renfort :} \begin{cases} E_{\mathrm{Lf}} = 230 \ GPa \\ E_{\mathrm{Tf}} = 15 \ GPa \\ G_{\mathrm{LTf}} = 50 \ GPa \\ v_{LT} = 0.3 \\ \rho_f = 1750 \ Kg/m^3 \end{cases}$$

Les propriétés de la matrice :
$$\begin{cases} E_{\rm m} = 4.5 GPa \\ G_{\rm m} = 1.6 \ GPa \\ v_m = 0.4 \\ \rho_m = 1200 \ Kg/m^3 \end{cases}$$

La masse volumique est :

$$\rho_{L} = v_{f} * \rho_{f} + v_{m} * \rho_{m} = 0.6 * 1750 + 0.4 * 1200$$

$$\Rightarrow \rho_{L} = 1530 \, Kg/m^{3}$$

Le module longitudinal est :

$$E_{\rm L} = v_{\rm f} * E_{\rm LT} + v_{\rm m} * E_{\rm m} = 0.6 * 230 + 0.4 * 4.5$$

$$\Rightarrow E_{\rm L} = 139.8 \, GPa$$

Le module transversal est :

$$\frac{1}{E_{\rm T}} = \frac{v_{\rm f}}{E_{\rm Tf}} + \frac{v_{\rm m}}{E_{\rm m}} = \frac{0.6}{15} + \frac{0.4}{4.5} \Rightarrow E_{\rm T} = 7.7586 \, MPa$$

Pour le stratifié :

$$E = \frac{3}{8}E_{L} + \frac{5}{8}E_{T} = 57.274 GPa$$

$$v = 0.3 \text{ et } G = \frac{E}{2(1+v)} = 22.028 GPa$$

Maintenant on cherche à calculer la masse de la pièce en matériaux composite :

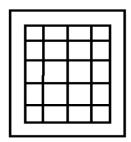
$$M = \rho . V$$

Avec ; le volume de la pièce est : $V=h.L.\,l=3*58.42*45=7886.7\,cm^3$

$$\Rightarrow M = 1530 * 7886.7 * 10^{-6} = 12.067 \, Kg$$

On remarque que la masse est grande, pour cela on va trouver une méthode pour la diminuer.

Les dimensions extérieures restent comme d'avant : L=58.42 cm et l=45 cm



Pour une évacuation au centre, l'épaisseur e=10 cm avec une diminution de l'épaisseur de la pièce de 3 à 1.75 cm.

Le nouveau volume de la pièce sera :

$$V = (45 - (45 - 2 * 10)) * (58.42 - (58.42 - 2 * 10)) * 1.75 = 700 cm^{3}$$

D'où la masse sera : $\Rightarrow M = 1530 * 700 * 10^{-6} = 1.071 \, Kg$

VI. Etude d'un stratifié:

On va mettre plusieurs plies pour avoir cette pièce, on doit mettre 20 plies selon le premier cas déjà fait ci-dessus (16 plis suivant 45 dégrée, 2 suivant x et 2 suivants y) pour obtenir la raquette de ski en matériau composite (carbone/époxy).

On va supposer que l'épaisseur adaptée est correcte, on va alors calculer les contraintes :

$$\sigma_{x} = \frac{F_2}{S_x}$$

Où;
$$S_x = (2 * 58.42 + 45) * 1.75 = 283.22 \text{ cm}^2$$

$$\Rightarrow \sigma_{x} = \frac{242.76 * 10^{3}}{283.22 * 10^{-4}} = 857.143 \, MPa$$

$$\sigma_{y} = \frac{F_{1} + F_{3}}{S_{y}}$$

$$S_{y} = (58.42 - (58.42 - 2 * 5)) * (45 - (45 - 2 * 5)) = 200 \, cm^{2}$$

$$\sigma_{y} = \frac{981 + 200 * 10^{3}}{200 * 10^{-4}} = 10.05 \, MPa$$

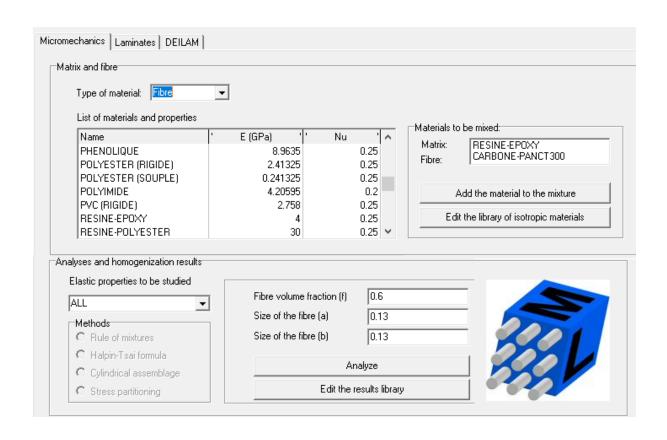
$$\tau_{xy} = 0$$

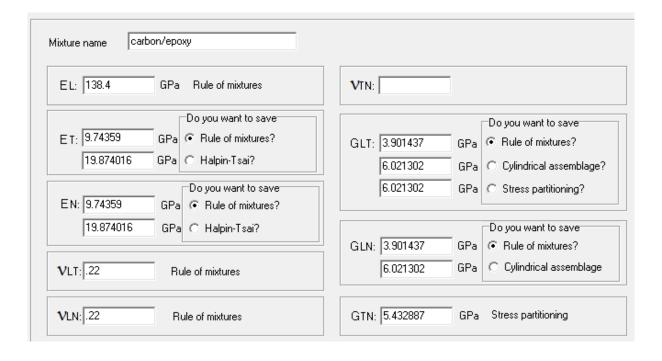
$$\begin{pmatrix} \varepsilon_{1} \\ \varepsilon_{2} \\ \gamma_{12} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{E_{1}} & -\frac{\nu_{12}}{E_{2}} & 0 \\ -\frac{\nu_{21}}{E_{2}} & \frac{1}{E_{2}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_{1} \\ \sigma_{2} \\ \tau_{12} \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{139.8} & -\frac{0.3}{139.8} & 0 \\ -\frac{0.3}{7.7586} & \frac{1}{7.7586} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{22.028} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 857.143 \\ 10.05 \\ 0 \end{pmatrix} * 10^{-3}$$

$$\varepsilon_1 = 6.109 * 10^{-3}$$
 $\varepsilon_2 = -0.03185$ $\gamma_{12} = 0$

On va utiliser MACLAM pour déterminer la matrice de rigidité en membrane A, la matrice de couplage membrane-flexion B et la matrice de rigidité en flexiontorsion D. Ensuite, représenter les contrainte et les déformations.







7/16/2021 4:39:38 PM User: Safaa Moubayed

Page: 1

Stacking sequence:

Layer:1 CARBON/EPOXY

EL=138.4 GPa ET=9.74359 GPa NuLT=0.22 GLT=3.901437 GPa GLN=3.901437 GPa GTN=5.432887 GPa

t=0.13 mm ANGLE=45°

Layer:2 CARBON/EPOXY

EL=138.4 GPa ET=9.74359 GPa NuLT=0.22 GLT=3.901437 GPa GLN=3.901437 GPa GTN=5.432887 GPa t=0.13 mm ANGLE=45°

Layer:3 CARBON/EPOXY

EL=138.4 GPa ET=9.74359 GPa NuLT=0.22 GLT=3.901437 GPa GLN=3.901437 GPa GTN=5.432887 GPa t=0.13 mm ANGLE=45°

Layer:4 CARBON/EPOXY

EL=138.4 GPa ET=9.74359 GPa NuLT=0.22 GLT=3.901437 GPa GLN=3.901437 GPa GTN=5.432887 GPa t=0.13 mm ANGLE=45°

Layer:5 CARBON/EPOXY

EL=138.4 GPa ET=9.74359 GPa NuLT=0.22 GLT=3.901437 GPa GLN=3.901437 GPa GTN=5.432887 GPa t=0.13 mm ANGLE=0°

Layer:6 CARBON/EPOXY

EL=138.4 GPa ET=9.74359 GPa NuLT=0.22 GLT=3.901437 GPa GLN=3.901437 GPa GTN=5.432887 GPa t=0.13 mm ANGLE=90°

Layer:7 CARBON/EPOXY

EL=138.4 GPa ET=9.74359 GPa NuLT=0.22 GLT=3.901437 GPa GLN=3.901437 GPa GTN=5.432887 GPa t=0.13 mm ANGLE=-45°

Layer:8 CARBON/EPOXY

EL=138.4 GPa ET=9.74359 GPa NuLT=0.22 GLT=3.901437 GPa GLN=3.901437 GPa GTN=5.432887 GPa t=0.13 mm ANGLE=-45°



7/16/2021 4:49:43 PM

User: Safaa Moubayed

Page: 2

Layer:9 CARBON/EPOXY

EL=138.4 GPa ET=9.74359 GPa NuLT=0.22 GLT=3.901437 GPa GLN=3.901437 GPa GTN=5.432887 GPa =0.13 mm ANGLE=-45°

Laver:10 CARBON/EPOXY

EL=138.4 GPa ET=9.74359 GPa NuLT=0.22 GLT=3.901437 GPa GLN=3.901437 GPa GTN=5.432887 GPa \(\delta 0.13 \) mm ANGLE=-45°

Q Matrices for each layer in GPa

layer 1:

1.3887E+02 2.1509E+00 0.0000E+00 2.1509E+00 9.7769E+00 0.0000E+00 0.0000E+00 0.0000E+00 3.9014E+00

layer 2:

1.3887E+02 2.1509E+00 0.0000E+00 2.1509E+00 9.7769E+00 0.0000E+00 0.0000E+00 0.0000E+00 3.9014E+00

layer 3:

1.3887E+02 2.1509E+00 0.0000E+00 2.1509E+00 9.7769E+00 0.0000E+00 0.0000E+00 0.0000E+00 3.9014E+00

layer 4:

1.3887E+02 2.1509E+00 0.0000E+00 2.1509E+00 9.7769E+00 0.0000E+00 0.0000E+00 0.0000E+00 3.9014E+00

layer 5:

1.3887E+02 2.1509E+00 0.0000E+00 2.1509E+00 9.7769E+00 0.0000E+00 0.0000E+00 0.0000E+00 3.9014E+00

layer 6:

1.3887E+02 2.1509E+00 0.0000E+00 2.1509E+00 9.7769E+00 0.0000E+00 0.0000E+00 0.0000E+00 3.9014E+00



7/16/2021 4:49:43 PM User: Safaa Moubayed Page: 3

layer 7:

1.3887E+02 2.1509E+00 0.0000E+00 2.1509E+00 9.7769E+00 0.0000E+00 0.0000E+00 0.0000E+00 3.9014E+00

layer 8:

1.3887E+02 2.1509E+00 0.0000E+00 2.1509E+00 9.7769E+00 0.0000E+00 0.0000E+00 0.0000E+00 3.9014E+00

layer 9:

1.3887E+02 2.1509E+00 0.0000E+00 2.1509E+00 9.7769E+00 0.0000E+00 0.0000E+00 0.0000E+00 3.9014E+00

layer 10:

1.3887E+02 2.1509E+00 0.0000E+00 2.1509E+00 9.7769E+00 0.0000E+00 0.0000E+00 0.0000E+00 3.9014E+00

Q-bar matrices for each layer in GPa

layer 1:

4.2139E+01 3.4337E+01 3.2274E+01 3.4337E+01 4.2139E+01 3.2274E+01 3.2274E+01 3.6087E+01

layer 2:

4.2139E+01 3.4337E+01 3.2274E+01 3.4337E+01 4.2139E+01 3.2274E+01 3.2274E+01 3.2274E+01 3.6087E+01

layer 3:

4.2139E+01 3.4337E+01 3.2274E+01 3.4337E+01 4.2139E+01 3.2274E+01 3.2274E+01 3.2274E+01 3.6087E+01

layer 4:

4.2139E+01 3.4337E+01 3.2274E+01 3.4337E+01 4.2139E+01 3.2274E+01 3.2274E+01 3.6087E+01



7/16/2021 4:49:43 PM User: Safaa Moubayed Page: 4

layer 5:

1.3887E+02 2.1509E+00 0.0000E+00 2.1509E+00 9.7769E+00 0.0000E+00 0.0000E+00 0.0000E+00 3.9014E+00

layer 6:

9.7769E+00 2.1509E+00 -3.6280E-11 2.1509E+00 1.3887E+02 -2.6442E-08 -3.6280E-11 -2.6442E-08 3.9014E+00

layer 7:

4.2139E+01 3.4337E+01 -3.2274E+01 3.4337E+01 4.2139E+01 -3.2274E+01 -3.2274E+01 3.6087E+01

layer 8:

4.2139E+01 3.4337E+01 -3.2274E+01 3.4337E+01 4.2139E+01 -3.2274E+01 -3.2274E+01 3.6087E+01

layer 9:

4.2139E+01 3.4337E+01 -3.2274E+01 3.4337E+01 4.2139E+01 -3.2274E+01 -3.2274E+01 3.6087E+01

layer 10:

4.2139E+01 3.4337E+01 -3.2274E+01 3.4337E+01 4.2139E+01 -3.2274E+01 -3.2274E+01 3.6087E+01

S matrices for each layer in 1/GPa

layer 1:

7.2254E-03 -1.5896E-03 0.0000E+00 -1.5896E-03 1.0263E-01 0.0000E+00 0.0000E+00 0.0000E+00 2.5632E-01

layer 2:

7.2254E-03 -1.5896E-03 0.0000E+00 -1.5896E-03 1.0263E-01 0.0000E+00



7/16/2021 4:49:43 PM User: Safaa Moubayed Page: 5

0.0000E+00 0.0000E+00 2.5632E-01

layer 3:

7.2254E-03 -1.5896E-03 0.0000E+00 -1.5896E-03 1.0263E-01 0.0000E+00 0.0000E+00 0.0000E+00 2.5632E-01

layer 4:

7.2254E-03 -1.5896E-03 0.0000E+00 -1.5896E-03 1.0263E-01 0.0000E+00 0.0000E+00 0.0000E+00 2.5632E-01

layer 5:

7.2254E-03 -1.5896E-03 0.0000E+00 -1.5896E-03 1.0263E-01 0.0000E+00 0.0000E+00 0.0000E+00 2.5632E-01

layer 6:

7.2254E-03 -1.5896E-03 0.0000E+00 -1.5896E-03 1.0263E-01 0.0000E+00 0.0000E+00 0.0000E+00 2.5632E-01

layer 7:

7.2254E-03 -1.5896E-03 0.0000E+00 -1.5896E-03 1.0263E-01 0.0000E+00 0.0000E+00 0.0000E+00 2.5632E-01

layer 8:

7.2254E-03 -1.5896E-03 0.0000E+00 -1.5896E-03 1.0263E-01 0.0000E+00 0.0000E+00 0.0000E+00 2.5632E-01

layer 9:

7.2254E-03 -1.5896E-03 0.0000E+00 -1.5896E-03 1.0263E-01 0.0000E+00 0.0000E+00 0.0000E+00 2.5632E-01

layer 10:

7.2254E-03 -1.5896E-03 0.0000E+00 -1.5896E-03 1.0263E-01 0.0000E+00 0.0000E+00 0.0000E+00 2.5632E-01



7/16/2021 4:49:43 PM User: Safaa Moubayed Page: 6

S-bar matrices for each layer in 1/GPa

layer 1:

9.0748E-02 -3.7409E-02 -4.7703E-02

-3.7409E-02 9.0748E-02 -4.7703E-02

-4.7703E-02 -4.7703E-02 1.1304E-01

layer 2:

9.0748E-02 -3.7409E-02 -4.7703E-02

-3.7409E-02 9.0748E-02 -4.7703E-02

-4.7703E-02 -4.7703E-02 1.1304E-01

layer 3:

9.0748E-02 -3.7409E-02 -4.7703E-02

-3.7409E-02 9.0748E-02 -4.7703E-02

-4.7703E-02 -4.7703E-02 1.1304E-01

layer 4:

9.0748E-02 -3.7409E-02 -4.7703E-02

-3.7409E-02 9.0748E-02 -4.7703E-02

-4.7703E-02 -4.7703E-02 1.1304E-01

layer 5:

7.2254E-03 -1.5896E-03 0.0000E+00

-1.5896E-03 1.0263E-01 0.0000E+00

0.0000E+00 0.0000E+00 2.5632E-01

layer 6:

1.0263E-01 -1.5896E-03 -9.8190E-12

-1.5896E-03 7.2254E-03 4.8955E-11

-9.8190E-12 4.8955E-11 2.5632E-01

layer 7:

9.0748E-02 -3.7409E-02 4.7703E-02

-3.7409E-02 9.0748E-02 4.7703E-02

4.7703E-02 4.7703E-02 1.1304E-01

layer 8:

9.0748E-02 -3.7409E-02 4.7703E-02

-3.7409E-02 9.0748E-02 4.7703E-02



7/16/2021 4:49:43 PM User: Safaa Moubayed Page: 7

4.7703E-02 4.7703E-02 1.1304E-01

layer 9:

9.0748E-02 -3.7409E-02 4.7703E-02 -3.7409E-02 9.0748E-02 4.7703E-02 4.7703E-02 4.7703E-02 1.1304E-01

layer 10:

9.0748E-02 -3.7409E-02 4.7703E-02 -3.7409E-02 9.0748E-02 4.7703E-02 4.7703E-02 4.7703E-02 1.1304E-01

Apparent Young's Modulii:

on the X-direction: EX = 3.2553E+01 GPa on the Y-direction: EY = 3.2553E+01 GPa

Apparent shear modulus:

GXY = 2.9650E+01 GPa

Apparent flexural modulii:

corresponding to the moment MX: EXB = 2.6359E+01 GPa corresponding to the moment MY: EYB = 2.3134E+01 GPa

Apparent Poisson ratios

corresponding to a tensile load along X-axis: NUXY = 5.7434E-01 corresponding to a tensile load along Y-axis: NUYX = 5.7434E-01

ABBD matrix (A in N/m * 10^6; B in N * 10^3; D in N m)

7.2538E+01	7.2538E+01 1.2630E+02 -6.8749E-09	-6.8749E-09	0.0000E+00	0.0000E+00 0.0000E+00 0.0000E+00	0.0000E+00
0.0000E+00	0.0000E+00 0.0000E+00 0.0000E+00	0.0000E+00	4.3126E+01	4.3126E+01 6.6049E+01 3.4035E+01	



7/16/2021 4:49:43 PM

User: Safaa Moubayed

Page: 8

ABBD inverse matrix: A'B'B'D' (A' in m'N * 10^-6; B' in N^-1 * 10^-3; D' in N^-1 *m^-1)

 1.1815E-02 -6.7859E-03 -6.0372E-13
 0.0000E+00 0.0000E+00 0.0000E+00

 -6.7859E-03 1.1815E-02 1.0528E-12 0.0000E+00 0.0000E+00 0.0000E+00
 0.0000E+00 0.0000E+00 0.0000E+00

 -6.0372E-13 1.0528E-12 1.2972E-02 0.0000E+00 0.0000E+00 0.0000E+00
 0.0000E+00 0.0000E+00 0.0000E+00

 0.0000E+00 0.0000E+00 0.0000E+00 0.0000E+00 0.0000E+00 0.0000E+00
 2.5902E-02 -1.1312E-02 -1.0868E-02 -1.3558E-02 0.0000E+00 0.000E+00 0.000E+00 0.000E+

F matrix (in N/m * 10^6)

1.1808E+01 1.5894E-10 1.5894E-10 1.1808E+01

F inverse matrix (in mN * 10^-6)

8.4688E-02 -1.1399E-12 -1.1399E-12 8.4688E-02

