AZƏRBAYCAN MEMARLIQ VƏ İNŞAAT UNİVERSİTETİ
«İNFORMASİYA TEXNOLOGİYALARI VƏ SİSTEMLƏRİ»
kafedrası

MUSAYEVA N.F.

TƏCRÜBİ VERİLƏNLƏRİN İŞLƏNMƏSİ TEXNOLOGİYALARI

fənn üzrə mühazirələr

45 saat

Bakı-2022

AZƏRBAYCAN RESPUBLİKASI TƏHSİL NAZİRLİYİ
AZƏRBAYCAN MEMARLIQ VƏ İNŞAAT UNİVERSİTETİ

Mexanikləşdirmə və informasiya texnologiyaları fakültəsi
"İnformasiya texnologiyaları və sistemləri" kafedrası

Fənnin adı: "Təcrübi verilənlərin işlənməsi texnologiyaları"

Mövzu 1. Variasiya sıraları.

Məruzəçi: Musayeva N.F.

MÜHAZİRƏNİN PLANI

1. Variasiya sırası anlayışı.
2. Ranqlanmış sıralar.
3. Variant, tezlik, toplam tezlik anlayışları.
4. Diskret variasiya sırası.
5. Diskret variasiya sırasının qurulması.

Ədəbiyyat

1. Musayeva N.F. «Riyazi modellərin qurulması. Üsullar və müasir kompüter texnologiyaları» adlı azərbaycan dilində monoqrafiyaya, Bakı, İnformasiya texnologiyaları nəşriyyatı, 2015, 386 s.
2. Мусаева Н.Ф. Построение математических моделей. Методы и современные компьютерные технологии. Учебник, 2014, 310 с. Lambert, Germany
3. Musayeva N.F. Təcrübi verilənlərin işlənməsinin informasiya texnologiyaları. Dərslik, Bakı, 2007
4. Мусаева Н.Ф. Информационные технологии обработки экспериментальных данных. Учебник, Баку, 2007
5. Вентцель Е.С. Теория вероятностей. М., Наука, 1964 г.
6. Иванова В.М. и др. Математическая статистика, М., "Высшая школа", 1975
7. Ниворожкина, Л.И. Статистические методы анализа данных: Учебник / Л.И. Ниворожкина, С.В. Арженовский, А.А. Рудяга. - М.: Риор, 2018. - 320 с.

8. Большаков, А.А. Методы обработки многомерных данных и временных рядов: Учебное пособие для вузов / А.А. Большаков, Р.Н. Каримов. - М.: ГЛТ, 2015. - 522 с.
9. Григорьев, А.А. Методы и алгоритмы обработки данных: Учебное пособие / А.А. Григорьев. - М.: Инфра-М, 2018. - 384 с.
10. Острейковский В.А., Карманов Ф.И. Статистические методы обработки экспериментальных данных. Лабораторный практикум, Издательство: Абрис, 2012 г., 208 с.
11. Карманов, Ф.И. Статистические методы обработки экспериментальных данных. Лабораторный практикум / Ф.И. Карманов, В.А. Острейковский. - М.: Абрис, 2012. - 208 с.

Fakültənin Elmi-metodiki şurasında təsdiq olunmuşdur
2022

Bakı-2022

FƏSİL 1
VARİASİYA SIRALARI VƏ ONLARIN XARAKTERİSTİKALARI

1. DİSKRET VARİASİYA SIRALARI

Kütləvi təsadüfi hadisələr qanunauyğunluqlarını müəyyən edilməsi statistik verilənlərin tədqiqinə (öyrənilməsinə) əsaslanır, yəni sınaqlar nəticəsində tədqiqatçını maraqlandıran əlamət hansı qiymətlər alır. Statistik verilənlərin tədqiqi onların qruplaşdırılmasından başlanır. Məsələn, konkret müəssisədə işçi kadrların strukturunun müəyyənləşdirilməsi məsələsi qoyulur. Onun həlli prosesində cins, yaş, təhsil, işçilərin tarif dərəcəsi, əmək stajı kimi əlamətlər yığımı təyin edilir. Bu məsələdə tədqiq məcmusu - müəssisənin işçi kollektividir. Əgər məktəbdə tələbələrin stukturunun təyini məsələsi həll olunarsa, onda tələbələrin qiymətləri əlamət ola bilər. Xəstənin müayinəsində həkim mütləq xəstənin çəkisini, boyunu, yaşını və s. kimi əlamətləri qeyd edir. Aydındır ki, işçilərin tarif dərəcəsi və tələbələrin qiymətləri kimi əlamətlərin bütün mümkün qiymətləri nömrələnə bilər, ona görə ki, onlar yalnız bir–birindən hər hansı son kəmiyyətlə fərqlənən ayrıca qiymətlər ala bilirlər. Belə əlamətlər *diskret* adlandırılır.

Müşahidələrin nəticələrinin öyrənilməsi üçün ilk növbədə onları qruplaşdırmaq lazımdır. Əlamətin müşahidə edilmiş qiymətlərini artan sıra ilə düzülüşü əməliyyati *ranqlanma* adlanır, alınmış sıra isə - *ranqlanmış*. Əlamətin müxtəlif müşahidə olunmuş qiymətləri *variant* adlanır və *x* ilə işarə olunur. *Variasiya olma* dedikdə müşahidə edilən elementlərin əlamətinin qiymətlərinin dəyişməsi nəzərdə tutulur. Müşahidələrdə x variantın təkrar olunmasını göstərən rəqəm *variantın tezliyi* (m_x) adlanır. Eləcə də variantın tezliyini yox, onun bütün tezliklərin cəmində hissəsini hesablalaq olar (w_x), yəni m_x tezliyinin müşahidələrin ümumi sayı n-ə nisbəti $w_x = m_x/n$. Bu kəmiyyət *nisbi tezlik* adlanır. Əgər hər bir varianta onun nisbi tezliyini müvafiq olaraq uyğunlaşdırsaq, nəticədə aşağıdakı cədvəl alınır. Tezliklərin (nisbi tezliklərin) variantlar arsında paylanması haqqında mülahizə yetirməyə imkan verən cədvəl *diskret variasiya sırası* adlanır (cədvəl 1.1).

Cədvəl 1.1

N	***Variant*** x	***Tezlik,*** m_x	***Toplam tezlik,*** m_x^{top}	***Nisbi tezlik,*** w_x	***Toplam nisbi tezlik,*** w_x^{top}

Tezlik anlayışı ilə bərabər toplam tezlik anlayışı istifadə edilir. Onu m_x^{top} ilə işarə edək. Toplam tezlik əlamətin qiyməti x-dan kiçik və ya bərabər olan müşahidə elementlərinin sayını göstərir. Toplam tezliyin ümumi müşahidələrin sayına nisbəti *toplam nisbi tezlik* adlanır və w_x^{top} ilə işarə olunur, yəni $w_x^{top} = m_x^{top} / n$.

Diskret variasiya sırasında toplam tezliklər (nisbi tezliklər) hər bir variant üçün hesablanır və birinci variantın tezliyindən (nisbi tezliyindən) başlayaraq tezliklərin (nisbi tezliklərin) ardıcıl cəmləməsinin nəticəsidir.

Misal 1.

İlkin verilənlər

İlkin verilənlər	**Ranqlanmış sıra**
7	3
6	3
7	3
7	3
8	3
5	3
8	4
4	4
7	4
6	4

8	4
6	4
8	4
3	4
8	5
9	5
7	5
7	5
5	5
8	5
8	5
3	5
8	5
7	5
8	5
8	5
5	6
8	6
7	6
4	6
7	6
8	6
5	6
9	6
9	6
6	6
7	6
8	6
3	6

9	7
4	7
5	7
9	7
6	7
9	7
8	7
5	7
8	7
4	7
9	7
7	7
6	7
9	7
3	7
7	7
9	7
8	7
6	7
4	7
7	7
8	7
5	8
7	8
7	8
4	8
8	8
10	8
6	8

10	8
3	8
7	8
6	8
7	8
5	8
10	8
8	8
8	8
4	8
8	8
8	8
6	8
10	8
7	8
10	8
5	8
3	8
8	9
6	9
8	9
5	9
8	9
4	9
7	9
7	9
5	9
7	10
6	10

7	10
6	10
5	10
Ümumi sayı 100	

Tələbələrin qiymətləri, x	**Tələbələrin sayı, mx**	**Toplam tezlik,** m_x^{top}	**Nisbi tezlik,** w_x	**Toplam nisbi tezlik,** w_x^{top}
3	6	6	0,06	0,06
4	8	14	0,08	0,14
5	12	26	0,12	0,26
6	13	39	0,13	0,39
7	22	61	0,22	0,61
8	25	86	0,25	0,86
9	9	95	0,09	0,95
10	5	100	0,05	1

YOXLAMA SUALLARI

1. Hansı sıra ranqlanmış adlanır?
2. Variant nədir?
3. Tezlik nədir?
4. Nisbi tezlik nədir?
5. Nisbi tezlik ilə tezlikin fərqi nədir?
6. Nisbi tezlik necə hesablanır?
7. Toplam tezlik nədir?
8. Toplam tezlik necə hesablanır?
9. Diskret variasiya sıra nədir?
10. Diskret variasiya sırası necə qurulur?

AZƏRBAYCAN RESPUBLİKASI TƏHSİL NAZİRLİYİ
AZƏRBAYCAN MEMARLIQ VƏ İNŞAAT UNİVERSİTETİ

Mexanikləşdirmə və informasiya texnologiyaları fakültəsi
"İnformasiya texnologiyaları və sistemləri" kafedrası
Fənnin adı: "Təcrübi verilənlərin işlənməsi texnologiyaları"
Mövzu 2. İnterval variasiya sırası.
Məruzəçi: Musayeva N.F.

MÜHAZİRƏNİN PLANI

1. İnterval variasiya sırası anlayışı.
2. İntervalın qiymətinin təyini.
3. İntervalların qurulması.
4. İnterval variasiya sırasının qurulması.

Ədəbiyyat

1. Musayeva N.F. «Riyazi modellərin qurulması. Üsullar və müasir kompüter texnologiyaları» adlı azərbaycan dilində monoqrafiyaya, Bakı, İnformasiya texnologiyaları nəşriyyatı, 2015, 386 s.
2. Мусаева Н.Ф. Построение математических моделей. Методы и современные компьютерные технологии. Учебник, 2014, 310 с. Lambert, Germany
3. Musayeva N.F. Təcrübi verilənlərin işlənməsinin informasiya texnologiyaları. Dərslik, Bakı, 2007
4. Мусаева Н.Ф. Информационные технологии обработки экспериментальных данных. Учебник, Баку, 2007
5. Вентцель Е.С. Теория вероятностей. М., Наука, 1964 г.
6. Иванова В.М. и др. Математическая статистика, М., "Высшая школа", 1975
7. Ниворожкина, Л.И. Статистические методы анализа данных: Учебник / Л.И. Ниворожкина, С.В. Арженовский, А.А. Рудяга. - М.: Риор, 2018. - 320 с.

8. Большаков, А.А. Методы обработки многомерных данных и временных рядов: Учебное пособие для вузов / А.А. Большаков, Р.Н. Каримов. - М.: ГЛТ, 2015. - 522 с.
9. Григорьев, А.А. Методы и алгоритмы обработки данных: Учебное пособие / А.А. Григорьев. - М.: Инфра-М, 2018. - 384 с.
10. Острейковский В.А., Карманов Ф.И. Статистические методы обработки экспериментальных данных. Лабораторный практикум, Издательство: Абрис, 2012 г., 208 с.
11. Карманов, Ф.И. Статистические методы обработки экспериментальных данных. Лабораторный практикум / Ф.И. Карманов, В.А. Острейковский. - М.: Абрис, 2012. - 208 с.

Fakültənin Elmi-metodiki şurasında təsdiq olunmuşdur
2022

Bakı-2022

2. İNTERVAL VARİASİYA SIRALARI

Təcrübədə əlamətin aldığı qiymətlər bir-birindən cüzi qədər fərqlənə bilər, yəni əlamət hər hansı ədədi intervalda ixtiyarı qiyməti ala bilər, məsələn: insanın boyu, yaşı, çəkisi, cihazların ölçüsü və s. Belə əlamətlər *kəsilməz* adlanır. Bu halda göstərilmiş verilənlər əsasında variasiyanın səciyyəvi xüsusiyyətlərinin aşkarlanması mürəkkəb bir məsələdir. Diskret variasiya sırasının qurulması da istənilən nəticələri verməyəcək (variantların sayı çox olduğu üçün). Daha aydın təsvir yaratmaq üçün əlamətlərin qiymətlərini qruplara birləşdirirlər. Qruplaşdırılmış verilənləri cədvəl-də göstərirlər.

Cədvəl

N	***İntervallar,*** $x_{i\min}$ - $x_{i\max}$	***İnterval tezliyi,*** m	***Toplam interval tezliyi,*** m^{top}	***İntervalın nisbi tezliyi,*** w	***İntervalın toplam nisbi tezliyi,*** w^{top}

Cədvəl 1.2-də tezliklər bu və ya digər intervala aid olan əlamətin neçə (nə qədər) elementi müşahidə edildiyini göstərir. Belə tezlik adətən *interval tezliyi* adlanır. Toplam tezliklər birinci intervalının tezliyindən başlayaraq, intervalların yuxarı sərhədləri üçün hesablanır və interval tezliklərin cəmlənməsinin nəticəsidir. Tezliklərin əlamətin qiymətlərinin variasiya olma intervalında paylanması haqqında mülahizə yürütməyə imkan verən cədvəl *interval variasiya sırası* adlanır.

Əgər müşahidə olunan variantların sayı çoxdursa, interval variasiya sırası kəsilməz və ya diskret əlamətlərin müşahidə olunmuş qiymətlərinə əsasən qurulur. Diskret variasiya sırası ancaq diskret əlamət üçün qurulur. Bəzən interval variasiya sırasını şərti diskret sıra ilə əvəz edirlər. Onda intervalın orta qiyməti x variantı kimi və müvafiq interval tezliyi m_x kimi qəbul edilir.

İnterval variasiya sırasını qurmaq üçün intervalın həcmini təyin etmək, intervalların tam şkalasını müəyyənləşdirmək və ona uyğun müşahidələrin nəticələrini qruplaşdırmaq lazımdır. Qurulmuş interval sırasının çox böyük olmaması üçün, həm də baxılan hadisənin xarakter cəhətlərini aşkarlanması üçün intervalın (h) optimal qiyməti Sterces düsturu əsasında hesablanır:

$$h = (x_{\max} - x_{\min})/(1 + 3{,}322\lg n)$$

burada $x_{\max}$ və $x_{\min}$ – müvafiq olaraq maksimal və minimal variantlardır. Əgər h kəsr ədəd olsa, onda intervalın həcmi kimi ona yaxın olan tam ədəd, ya da yaxın qeyri-mürəkkəb kəsr götürülür.

Birinci intervalın başlanğıcı kimi $(x_{\min} - h/2)$ kəmiyyəti qəbul edilir. Onda əgər a_i - i intervalının başlanğıcıdırsa, onda $a_1 = x_{\min} - h/2$, $a_2 = a_1 + h$, $a_3 = a_2 + h$ və s. İntervalın qurulması o vaxta kimi davam edir ki, növbəti intervalın başlanğıcı $x_{\max}$ qiymətindən böyük ya da bərabər olsun. İnterval şkalasının qurulmasından sonra müşahidələrin nəticələrinin qruplaşdırılmasına keçmək lazımdır.

Misal 1.

x min	x max	mx	wx	mx top	wx top
80	90	8	8/117	8	8/117
90	100	15	5/39	23	23/117
100	110	46	46/117	69	23/39
110	120	29	29/117	98	98/117
120	130	13	1/9	111	37/39
130	140	3	1/39	114	38/39
140	150	3	1/39	117	1
		117	1		

Misal 2.

İlkin verilənlər		**İntervallar**
103	max - 398	90
239	min - 103	120

188	intervalın sayı - 10	150
206	=ОКРВВЕРХ((B2-B3)/B4;10) intervalın addımı - 30	180
220		210
176		240
182		270
196		300
222		330
171		360
220		390
192		420
203		
243		
204		
125		
398		
190		
194		
110		
260		
200		
270		
208		
365		
215		
205		
249		
203		

136		
358		
158		
247		
218		
350		
387		
140		
265		
189		
201		
215		
154		
263		
225		
195		
200		
255		
258		
206		
320		
253		
229		
198		
216		
264		
130		
340		
194		

230		
274		
160		
278		
207		
323		
151		
280		
162		
310		
193		
235		
129		
290		
300		
175		
192		
160		
238		
254		
174		
264		
170		
227		
256		
178		
245		
186		
244		

155		
266		
187		
211		
228		
163		
238		
320		
185		
202		
207		
234		
190		
235		
101		

	İntervallar,		***İnterval tezliyi,***	***Toplam interval tezliyi***	***İntervalın nisbi tezliyi,***	***İntervalın toplam nisbi tezliyi***
90	90	120	=СЧЁТЕСЛИМН ($A$2:$A$102;">=90";$A$2:$A$102;"<120") 2	2	2/101	2/101
120	120	150	5	7	5/101	7/101
150	150	180	14	21	14/101	21/101
180	180	210	29	50	29/101	50/101
210	210	240	19	69	19/101	69/101

240	240	270	16	85	16/101	85/101
270	270	300	5	90	5/101	90/101
300	300	330	5	95	5/101	95/101
330	330	360	3	98	3/101	98/101
360	360	390	2	100	2/101	100/101
390	390	420	1	101	1/101	1
420			101			

YOXLAMA SUALLARI

1. Hansı sıra interval adlanır?

2. Diskret və interval sıraların fərqi nədir?

3. Intervalın ölçüsü necə hesablanır?

4. Interval sıra necə qurulur?

5. Intervalı sıranın alt sərhədləri necə hesablanır?

6. Interval sıranın yuxarı sərhədləri necə hesablanır?

7. Interval sıranın tezliyi necə hesablanır?

8. Interval sıranın nisbi tezliyi necə hesablanır?

9. Interval sıranın toplam tezliyi necə hesablanır?

10. Interval variasuya sırası necə qurulur?

AZƏRBAYCAN RESPUBLİKASI TƏHSİL NAZİRLİYİ

AZƏRBAYCAN MEMARLIQ VƏ İNŞAAT UNİVERSİTETİ

Mexanikləşdirmə və informasiya texnologiyaları fakültəsi

"İnformasiya texnologiyaları və sistemləri" kafedrası

Fənnin adı: "Təcrübi verilənlərin işlənməsi texnologiyaları"

Mövzu 3. Variasiya sıralarının qrafiki təsviri.

Məruzəçi: Musayeva N.F.

MÜHAZİRƏNİN PLANI

Poliqonun qurulması.

Histoqramın qurulması.

Kumulyativ əyrinin qurulması.

Oqivanın qurulması.

Ədəbiyyat

1. Musayeva N.F. «Riyazi modellərin qurulması. Üsullar və müasir kompüter texnologiyaları» adlı azərbaycan dilində monoqrafiyaya, Bakı, İnformasiya texnologiyaları nəşriyyatı, 2015, 386 s.
2. Мусаева Н.Ф. Построение математических моделей. Методы и современные компьютерные технологии. Учебник, 2014, 310 с. Lambert, Germany
3. Musayeva N.F. Təcrübi verilənlərin işlənməsinin informasiya texnologiyaları. Dərslik, Bakı, 2007
4. Мусаева Н.Ф. Информационные технологии обработки экспериментальных данных. Учебник, Баку, 2007
5. Вентцель Е.С. Теория вероятностей. М., Наука, 1964 г.
6. Иванова В.М. и др. Математическая статистика, М., "Высшая школа", 1975
7. Ниворожкина, Л.И. Статистические методы анализа данных: Учебник / Л.И. Ниворожкина, С.В. Арженовский, А.А. Рудяга. - М.: Риор, 2018. - 320 с.

8. Большаков, А.А. Методы обработки многомерных данных и временных рядов: Учебное пособие для вузов / А.А. Большаков, Р.Н. Каримов. - М.: ГЛТ, 2015. - 522 с.
9. Григорьев, А.А. Методы и алгоритмы обработки данных: Учебное пособие / А.А. Григорьев. - М.: Инфра-М, 2018. - 384 с.
10. Острейковский В.А., Карманов Ф.И. Статистические методы обработки экспериментальных данных. Лабораторный практикум, Издательство: Абрис, 2012 г., 208 с.
11. Карманов, Ф.И. Статистические методы обработки экспериментальных данных. Лабораторный практикум / Ф.И. Карманов, В.А. Острейковский. - М.: Абрис, 2012. - 208 с.

Fakültənin Elmi-metodiki şurasında təsdiq olunmuşdur
2022

Bakı-2022

3. VARİASİYA SIRALARININ QRAFİKİ TƏSVİRİ

Variasiya sıralarının qrafiki təsviri əlamətin variasiyasının qanunauyğunluqlarını daha da əyani şəkildə göstərməsini təmin edir. Ən geniş istifadə edilən variasiya sıralarının qrafiki təsviri poliqon, histoqram, kumulyativ əyri və oqivadır.

Poliqon adətən diskret variasiya sıralarının təsviri üçün istifadə edilir. Onun qurulması üçün düzbucaqlı koordinat sistemində $(x;m_x)$ koordinatlı nöqtələr qurulur. Burada x – variant, m_x – ona uyğun olan tezlikdir. Bəzən $(x;m_x)$ nöqtələrinin yerinə $(x;\, w_x)$ nöqtələrini qururlar. Sonra nöqtələri ardıcıl parçalarla birləşdirirlər. Sol və sağ kənar sərhəd nöqtələrini aşağıdan ən kiçiyinə, yuxarıdan ən böyüyünə yaxın variantlarını təsvir edən sərhəd nöqtələrinə birləşdirir. Alınmış qırıq xətt *poliqon* adlanır.

Histoqram interval variasiya sırasının qurulması üçün istifadə edilir. Onun qurulması üçün düzbucaqlı koordinat sistemində absis oxu üzərində variasiya intervallarını təsvir edən parçalar qeyd edilir və bu parçalar əsasında düzbucaqlar qurulur; düzbucaqlıların hündürlüyü müvafiq intervalların tezliklərinə (nisbi tezliklərinə) bərabərdir. Nəticədə düzbucaqlardan ibarət olan pilləli fiqur yaranır. O *histoqram* adlanır. Belə miqyas seçək ki, absis oxu üzrə intervalın eni vahidə bərabər olsun, ordinat oxu üzrə isə miqyasın vahidi bir müşahidəyə uyğun gəlsin. Əgər ordinat oxu üzrə tezliklər qeydə alınırsa, histoqrammanın həcmi müşahidələrin ümumi sayına, və, əgər nisbi tezliklər qeydə alınırsa, vahidə bərabərdir.

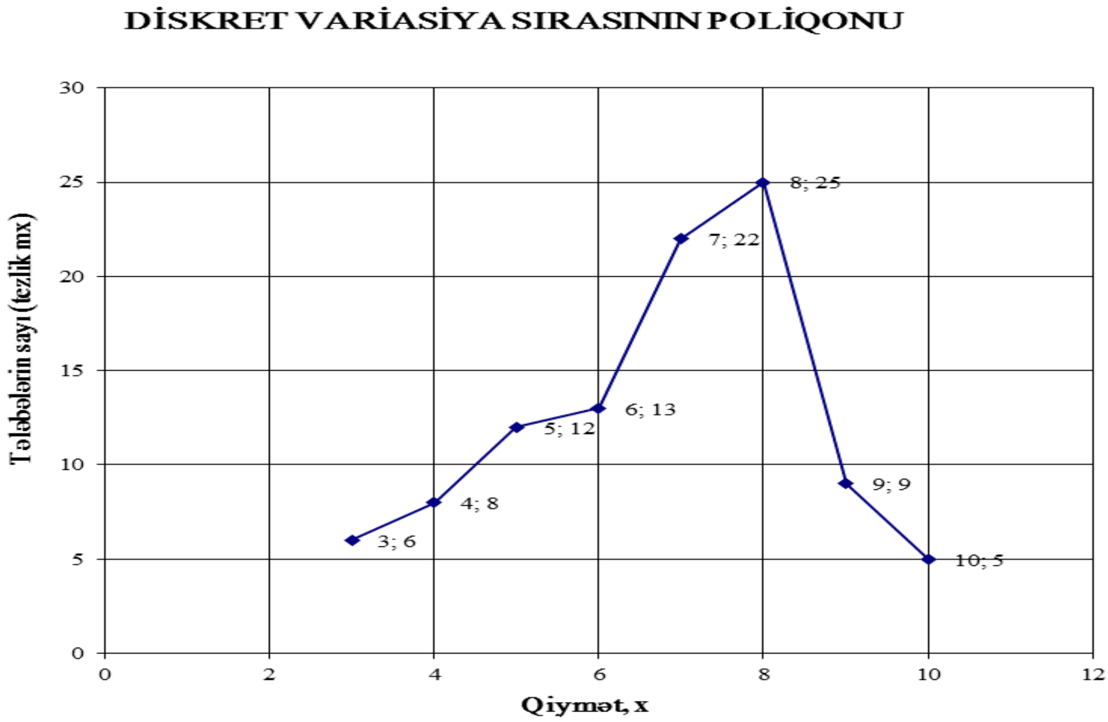
Bəzən, interval sırası poliqonun köməyilə təsvir olunur. Belə halda intervalları onların orta qiymətləri ilə əvəz edirlər və onlara interval tezliklərini uyğun edirlər. Alınmış diskret sıra üçün poliqon qurulur.

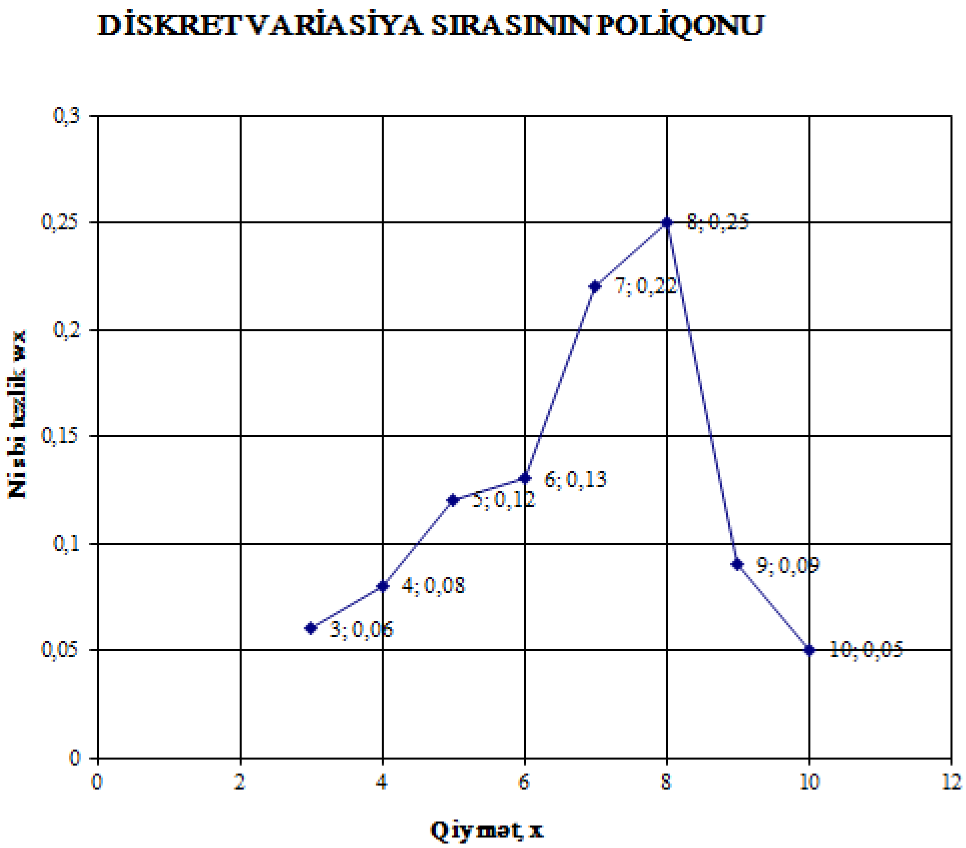
Kumulyativ əyri (toplam tezliklərin və ya toplam nisbi tezliklərinin əyrisi) belə qurulur. Əgər kumuliativ əyri diskret variasiya sırası üçün qurulursa, onda düzbucaqlı koordinat sistemində $(x;m_x^{top})$ koordinatlı nöqtələr qurulur. Burada x - variant; m_x^{top} – ona uyğun olan toplam tezlikdir. Bəzən $(x;m_x^{top})$ nöqtələrin yerinə $(x;w_x^{top})$ nöqtələri qurulur. Alınmış nöqtələr parçalarla birləşdirirlir.

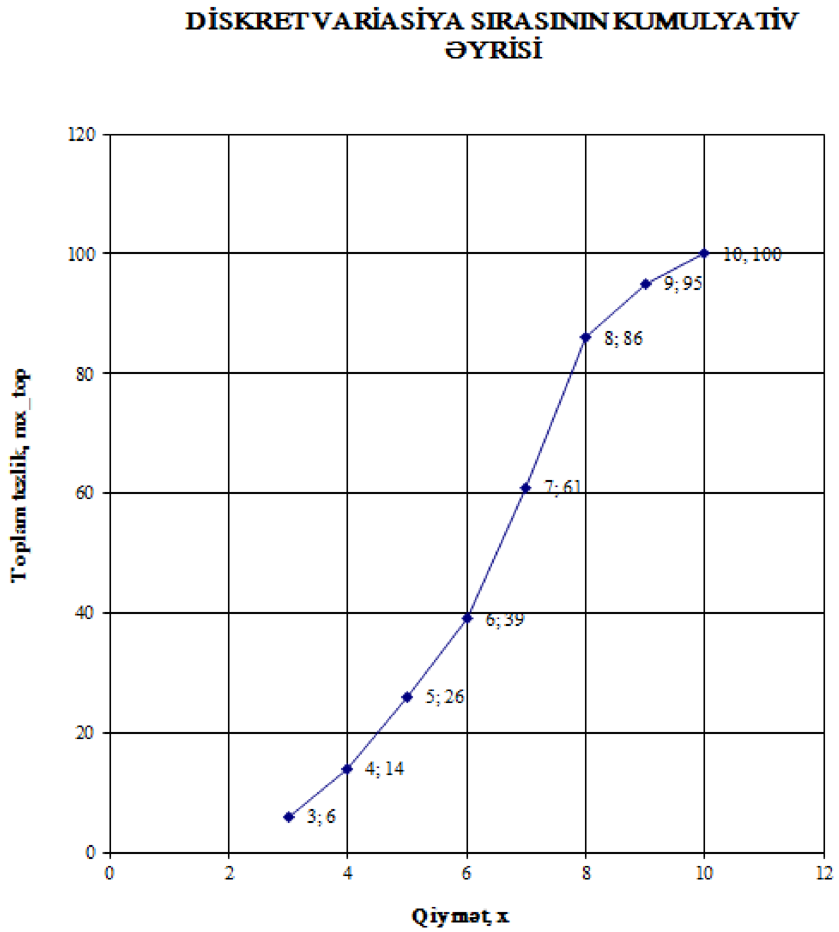
Əgər sıra interval variasiya sırasıdırsa, onda absis oxunda intervallar qeyd edilir. İntervalların yuxarı sərhədlərinə toplam tezliklər (və ya toplam nisbi tezliklər) uyğundur. Birinci intervalın aşağı sərhədinə isə sıfıra bərabər olan toplam tezlik uyğundur. Oxların yerini dəyişdirəndə kumulyativ əyri *oqiva* adlanır.

Variasiya sıralarının qurulması müşahidələr sırası anlayışının dərk edilməsinin birinci addımı kimi sayıla bilər. Lakin təcrübədə bu azdır, xüsusən, iki və ya çox sıra müqayisə etmək lazım gəldikdə. Yalnız eynitipli sıraları müqayisə etmək olar, yəni oxşar statistik verilənlərin emalının nəticələri əsasında qurulmuş sıraları. Məsələn, iki fakultədə tələbələrin müvəffəqiyyət dərəcəsinin paylanmasını, birtipli dəzgahların işsiz dayanması vaxtını müqayisə etmək olar. Eynitipli variasiya sıraları adətən qrafiki təsviri zamanı oxşar formaya malikdir, lakin bir-birindən fərqlənirlər və əsasən: 1) müşahidələrin əlamətin ətrafında yığılma qiymətləri müxtəlif olur (bu keyfiyyət xüsusiyyətinin ölçüsü *orta kəmiyyət* adlanır); 2) orta kəmiəyyətin ətrafında müşahidələrin səpələnməsi fərqləndirilir (bu xüsusiyyətin ölçüsü *variasiya göstəricisi* adını alıb).

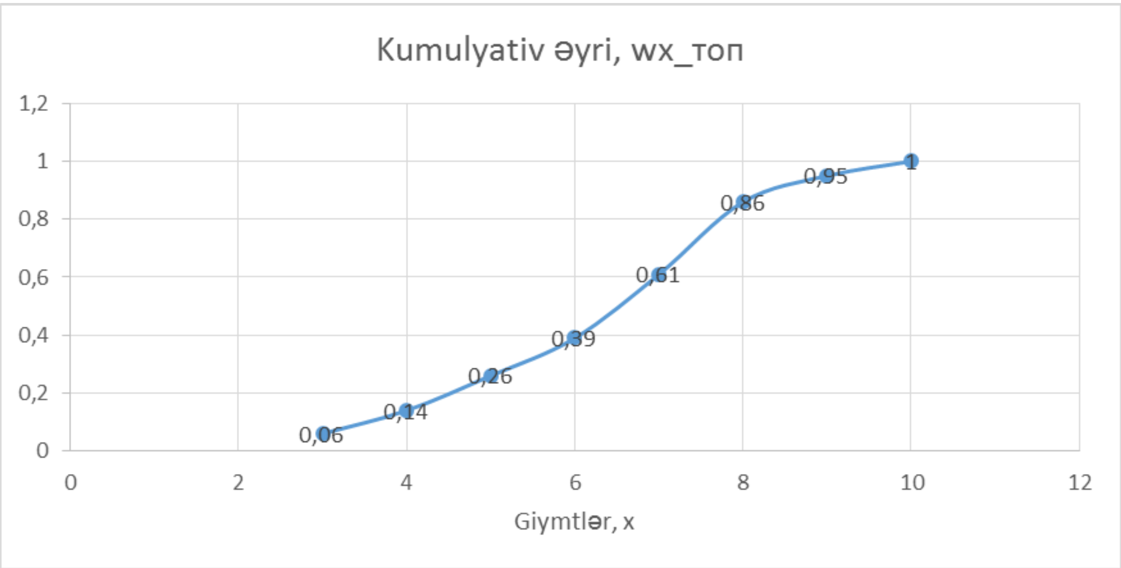
Orta kəmiyyətlər və variasiya göstəriciləri variasiya sırasının səciyyəvi xüsusiyyətləri haqqında mühakimələr yürütməyə imkan verir və *statistik xarakteristika* adlanır. Statistik xarakteristikalara eləcə də poliqonun əyriliyinin və şiştəpəliliyinin fərqlənməsini səciyyələndirilən göstəricilər aiddirlər.


DİSKRET VARİASİYA SIRASININ POLİQONU
Tələbələrin sayı (tezlik mx)
Qiymət, x
3; 6
4; 8
5; 12
6; 13
7; 22
8; 25
9; 9
10; 5
0
5
10
15
20
25
30
0
2
4
6
8
10
12


DİSKRET VARİASİYA SIRASININ POLİQONU
Nisbi tezlik wx
Qiymət, x
3; 0,06
4; 0,08
5; 0,12
6; 0,13
7; 0,22
8; 0,25
9; 0,09
10; 0,05
0
0,05
0,1
0,15
0,2
0,25
0,3
0
2
4
6
8
10
12

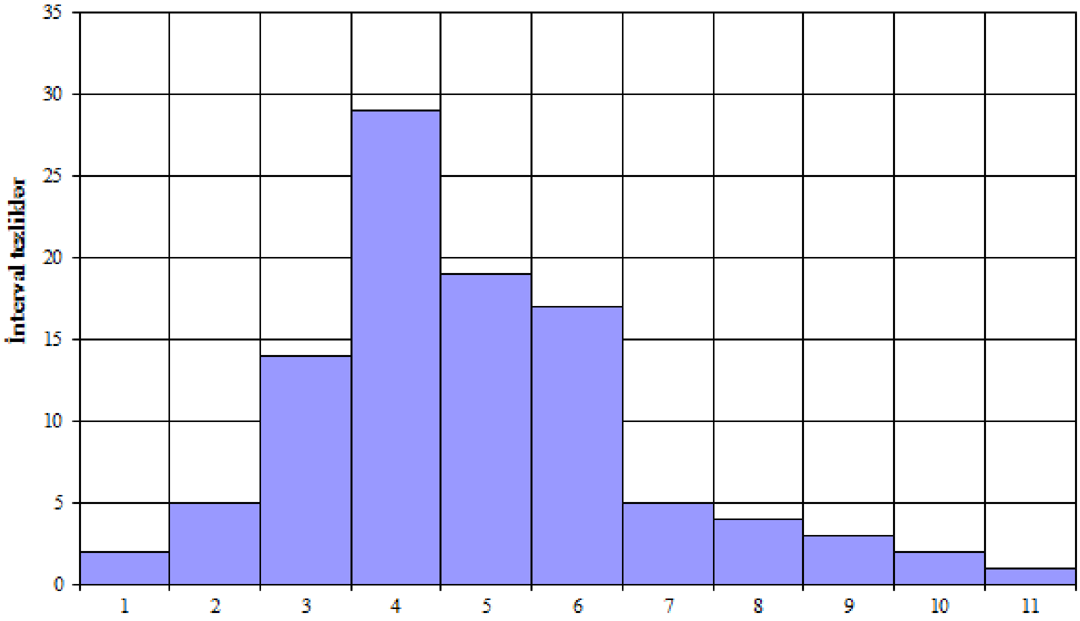


DİSKRET VARİASİYA SIRASININ KUMULYATİV ƏYRİSİ
Toplam tezlik, mx_top
Qiymət, x
3; 6
4; 14
5; 26
6; 39
7; 61
8; 86
9; 95
10; 100



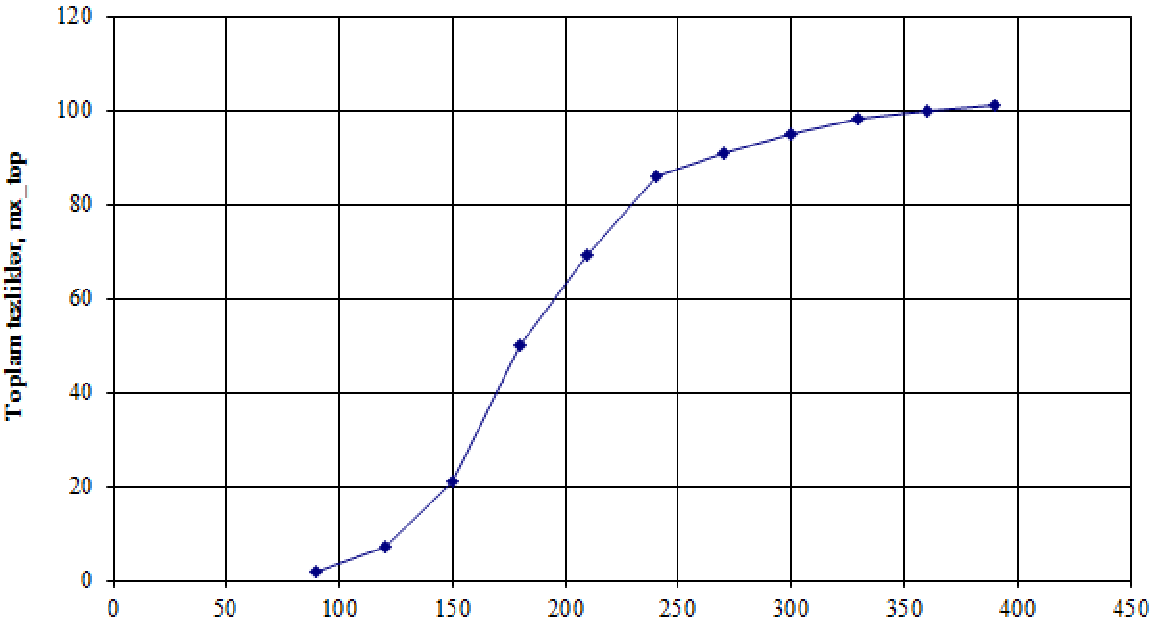
Kumulyativ əyri, wx_топ
Giymtlər, x
0,06
0,14
0,26
0,39
0,61
0,86
0,95
1

İNTERVAL VARİASİYA SIRASININ HİSTOQRAMI



Variasiya intervalları:
1=90-120, 2=120-150, 3=150-180, 4=180-210, 5=210-240, 6=240-270, 7=270-300, 8=300-330, 9=330-360, 10=360-390, 11=390-420

İNTERVAL VARİASİYA SIRASININ KUMULYATİV ƏYRİSİ



Variasiya intervalları:
90-120, 120-150, 150-180, 180-210, 210-240, 240-270, 270-300, 300-330, 330-360, 360-390, 390-420

YOXLAMA SUALLARI

1. Poliqon nədir?

2. Poliqon necə qurulur?

3. Poliqonun qurulması üçün nöqtələrin koordinatları nəyə bərabərdir?

4. Histoqramma nədir?

5. Histoqrammaları necə qurulur?

6. Histoqram yaratmaq üçün absis oxu üzrə hansı parçaları qurmaq lazımdır?

7. Histoqrammanın düzbucaqlısının hündürlüyü nəyə bərabərdir?

8. Diskret sıranın kumulyativ əyrisi necə qurulur?

9. Interval sıranın kumulyativ əyrisi necə qurulur?

10. Oqiva necə qurulur?

AZƏRBAYCAN RESPUBLİKASI TƏHSİL NAZİRLİYİ
AZƏRBAYCAN MEMARLIQ VƏ İNŞAAT UNİVERSİTETİ

Mexanikləşdirmə və informasiya texnologiyaları fakültəsi
"İnformasiya texnologiyaları və sistemləri" kafedrası

Fənnin adı: "Təcrübi verilənlərin işlənməsi texnologiyaları"

Mövzu 4. Orta qiymətlər.

Məruzəçi: Musayeva N.F.

MÜHAZİRƏNİN PLANI

1. Ədədi orta və çəkili ədədi orta.
2. q-tərtibli üstlu orta və çəkili q-tərtibli üstlu orta.
3. Kvadratik orta və kubik orta.
4. Harmonik və çəkili harmonik orta.
5. Həndəsi və çəkili həndəsi orta.
6. Ədədi ortanın xassələri.

Ədəbiyyat

1. Musayeva N.F. «Riyazi modellərin qurulması. Üsullar və müasir kompüter texnologiyaları» adlı azərbaycan dilində monoqrafiyaya, Bakı, İnformasiya texnologiyaları nəşriyyatı, 2015, 386 s.
2. Мусаева Н.Ф. Построение математических моделей. Методы и современные компьютерные технологии. Учебник, 2014, 310 с. Lambert, Germany
3. Musayeva N.F. Təcrübi verilənlərin işlənməsinin informasiya texnologiyaları. Dərslik, Bakı, 2007
4. Мусаева Н.Ф. Информационные технологии обработки экспериментальных данных. Учебник, Баку, 2007
5. Вентцель Е.С. Теория вероятностей. М., Наука, 1964 г.
6. Иванова В.М. и др. Математическая статистика, М., "Высшая школа", 1975
7. Ниворожкина, Л.И. Статистические методы анализа данных: Учебник / Л.И. Ниворожкина, С.В. Арженовский, А.А. Рудяга. - М.: Риор, 2018. - 320 с.

8. Большаков, А.А. Методы обработки многомерных данных и временных рядов: Учебное пособие для вузов / А.А. Большаков, Р.Н. Каримов. - М.: ГЛТ, 2015. - 522 с.

9. Григорьев, А.А. Методы и алгоритмы обработки данных: Учебное пособие / А.А. Григорьев. - М.: Инфра-М, 2018. - 384 с.

10. Острейковский В.А., Карманов Ф.И. Статистические методы обработки экспериментальных данных. Лабораторный практикум, Издательство: Абрис, 2012 г., 208 с.

11. Карманов, Ф.И. Статистические методы обработки экспериментальных данных. Лабораторный практикум / Ф.И. Карманов, В.А. Острейковский. - М.: Абрис, 2012. - 208 с.

Fakültənin Elmi-metodiki şurasında təsdiq olunmuşdur

2022

Bakı-2022

4. ORTA QİYMƏTLƏR

Riyazi statistikada orta qiymətlərin bir neçə növləri mövcuddur: ədədi orta, həndəsi orta, harmonik ortalar, orta kvadratik, orta kubik və s. Orta qiymətlərin növünün seçimi zamanı əvvəlcə sıranın hansı xüsusiyyətinin orta qiymət ilə təqdim olunacağını müəyyən etmək lazımdır. Bu *təyinedici* adını almış xüsusiyyətdir və orta qiymətin növünü təyin edir.

Ən geniş yayılmış ədədi kəmiyyət *ədədi ortadır*. Tutaq ki, $x_1, x_2, \ldots, x_n$ – müşahidələrdir; $\bar{x}$ - ədədi ortadır. Ədədi ortanı müəyyən edən xüsusiyyəti belə ifadə etmək olar: *əgər müşahidələrin hər birini ədədi orta ilə əvəz etsək, müşahidələrin cəmi dəyişməz olaraq qalmalıdır.*

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = \sum_{i=1}^{n} \bar{x} .$$

$\bar{x} = const$ olduğuna görə $\sum_{i=1}^{n} x_i = nx$. Buradan ədədi ortanın hesablanması üçün növbəti düsturu alırıq:

$$\bar{x} = \left(\sum_{i=1}^{n} x_i \right) \Big/ n .$$

Əgər müşahidələr əsasında variasiya sırası qurulubsa, onda ədədi orta aşağıdaki düstur əsasında hesablanır:

$$\bar{x} = \left(\sum_{x} x m_x \right) \Big/ \sum_{x} m_x ,$$

burada x – variant, əgər sıra diskretdirsə, və intervalın mərkəzi, əgər sıra intervaldırsa; m_x - müvafiq tezlik.

m_x tezlikləri (1.4) düsturunda *çəki*, x və m_x hasili isə *çəkiləmə əməliyyatı* adlanırlar. (1.3) düsturu ilə hesablanmış ədədi ortadan fərqli olaraq düstura əsasında hesablanmış ədədi orta *çəkili orta* adlanır.

Aydındır ki, əgər müşahidə verilənlərinə görə diskret variasiya sırası qurulmuşdursa, onda bu düsturları ədədi ortanın eyni qiymətini verir. Əgər müşahidələrə görə interval sıra qurulsa, onda bu düsturları ilə hesablanmış ədədi ortalar üst-üstə düşməyə bilər, ona görə ki, düsturda hər bir interval daxilində əlamətlərin qiymətləri intervalın mərkəzinə bərabər olduğu qəbul edilir.

Variasiya sırası üçün ədədi orta aşağıdakı düsturla hesablanır:

$$\bar{x} = \sum_x x w_x \ .$$

Düsturunun nəticəsidir. Həqiqətən:

$$\bar{x} = \frac{\sum_x x m_x}{\sum_x m_x} = \sum_x x \frac{m_x}{\sum_x m_x} = \sum_x x w_x \ .$$

Praktiki məsələlərin həlli zamanı elə $\bar{x}_q$ ortanı hesablamaq lazım gəlir ki, onu hər bir müşahidə ilə əvəz etdikdə müşahidələrin q-tərtibli cəmi dəyişməz olaraq qalsın, yəni

$$\sum_{i=1}^{n} x_i^q = \sum_{i=1}^{n} \left(\bar{x}_q\right)^q \ ,$$

burada q - müsbət və ya mənfi ədəddir. $\bar{x}_q$ ortası q-*tərtibli üstlu orta* adlanır. Təyinedici xüsusiyyətindən müşahidələr əsasında $\bar{x}_q$ ortasının hesablanması üçün növbəti düstur alırıq:

$$\bar{x}_q = \sqrt[q]{\left(\sum_{i=1}^{n} x_i^q\right) \Big/ n} \ .$$

Əgər müşahidələr əsasında variasiya sırası qurulubsa, onda q tərtibli üstlü orta *çəkili orta* adlanır:

$$\bar{x}_q = \sqrt[q]{\left(\sum_x x^q m_x\right) \Big/ \sum_x m_x} \ .$$

Düsturları müqayisə etdikdə bu nəticəyə gəlmək olar ki, bir tərtibli üstlü orta sadəcə ədədi ortadır, yəni $\bar{x}_1 = \bar{x}$.

Mənfi bir tərtibli üstlü orta *harmonik orta* adlanır. *Çəkili harmonik orta*

$$\bar{x}_{-1} = \sqrt[-1]{\frac{\sum_x x^{-1} m_x}{\sum_x m_x}} = \frac{1}{\left(\sum_x (1/x) m_x\right) \Big/ \sum_x m_x} = \sum_x m_x \Big/ \sum_x (1/x) m_x \ .$$

İkinci tərtibli üstlü orta *orta kvadratik* adlanır. *Çəkili orta kvadratik orta* isə

$$\bar{x}_2 = \sqrt{\left(\sum_x x^2 m_x\right) \Big/ \sum_x m_x}\ .$$

Üçüncü tərtibli üstlü orta *orta kubik* adlanır və *çəkili orta kubik*

$$x_3 = \sqrt[3]{\left(\sum_x x^3 m_x\right) \Big/ \sum_x m_x}\ .$$

$\bar{x}_{hend}$ *həndəsi orta* $x_1,\ x_2,\ \ldots,\ x_n$ müşahidələrin hasilindən *n* tərtibli kök adlanır:

$$\bar{x}_{hend} = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^{n} x_i}\ ,$$

Əgər müşahidələr əsasında variasiya sırası qurulubsa, onda həndəsi orta

$$\bar{x}_{hend} = \sqrt[\sum_x m_x]{\prod_x x \cdot m_x}\ .$$

Düsturdan görünür ki, həndəsi ortadan yalnız o zaman istifadə etmək lazımdır ki, onun hər bir müşahidəsini dəyişdikdə müşahidələrin hasili dəyişilməz saxlanılsın. $q = 0$ olduqda həndəsi orta q-tərtibli *dərəcəli ortanın* limit halıdır, yəni $\bar{x}_{hend} = \lim_{q \to 0} \bar{x}_q$. Ona görə də həndəsi orta şərti olaraq 0-tərtibli dərəcəli orta qiyməti adlandırılır, yəni $\bar{x}_{hend} = \bar{x}_0$.

Ədədi ortanin xassələri

Xassə 1. *Variantların ədədi ortadan yayınmalarının müvafiq tezliklərə hasillərinin cəmi sıfra bərabərdir:* $\sum_x (x - \bar{x}) m_x = 0$.

Xassə 2. ***S****abitin ədədi orta qiyməti sabitin özünə bərabərdir:* $\bar{c} = \sum c / n = c$.

Xassə 3. *Əgər bütün variantlar eyni ədəd qədər artsa (azalsa), onda hesabi orta həmin ədəd qədər artacaq (azalacaq):*

$$\sum_x (x \pm k) \cdot m_x \Big/ \sum m_x = \left(\sum_x x m_x \pm \sum k m_x\right) \Big/ \sum m_x = \bar{x} \pm k\,.$$

Xassə 4. *Əgər bütün variantlar eyni ədəd dəfə artsa (azalsa), onda hesabi orta həmin dəfə artacaq (azalacaq):* $\sum_x kxm_x \Big/ \sum m_x = k \sum_x xm_x \Big/ \sum m_x = k\bar{x}$.

Xassə 5. *Əgər müşahidələr sırası iki qrup müşahidədən ibarətdirsə, onda bütün sıranın ədədi orta qiyməti qrupların ədədi orta qiymətlərinin çəkili ədədi orta* *qiymətinə bərabərdir.*

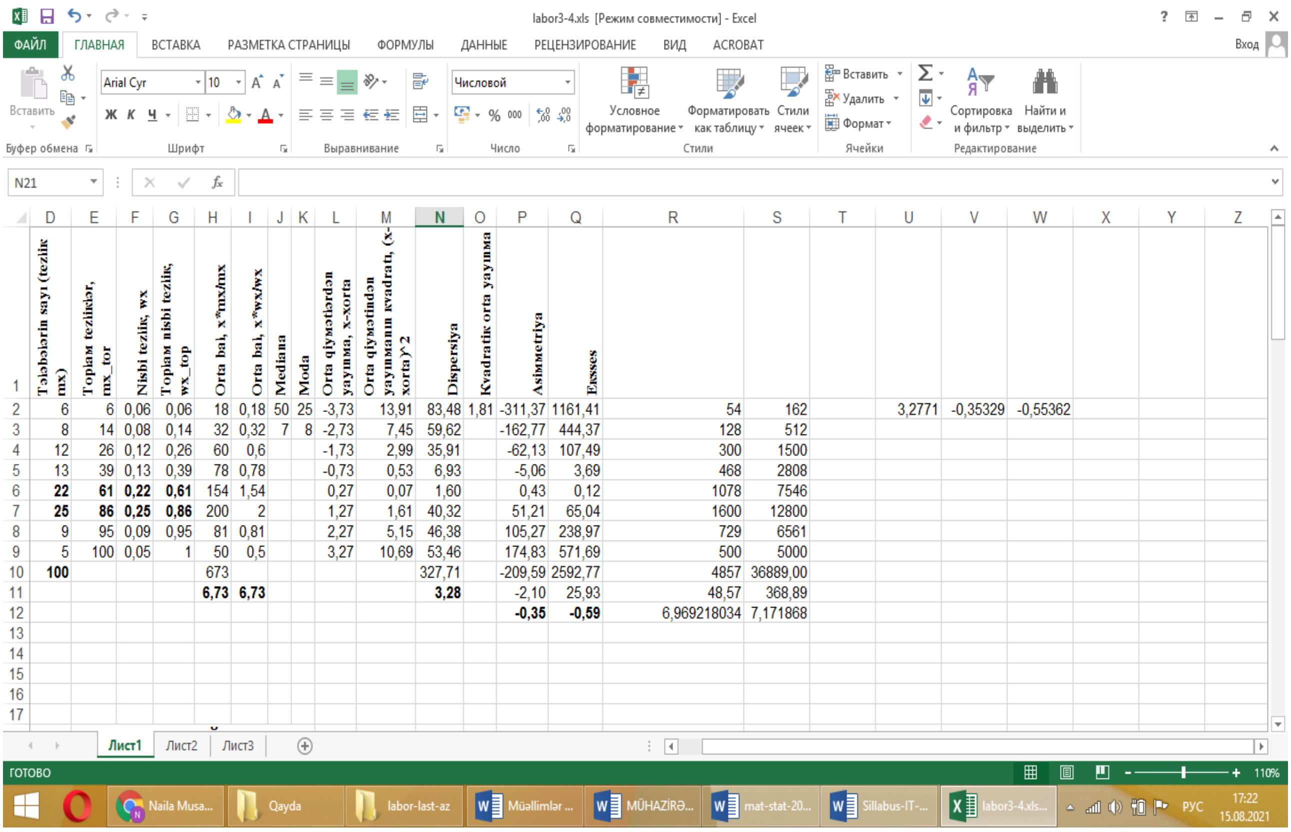
Fərz edək ki, n_1 və n_2 - müvafiq olaraq birinci və ikinci qruplarda olan müşahidələrin sayıdır; $\bar{x}$ - $(n_1 + n_2)$ sayda müşahidələrdən ibarət bütün sırasının ədədi ortasıdır; $\bar{x}_1$ və $\bar{x}_2$ - birinci və ikinci qrupların müvafiq ədədi orta qiymətləridir. Onda $\bar{x} = (\bar{x}_1 n_1 + \bar{x}_2 n_2)/(n_1 + n_2)$.

Nəticə. *Əgər müşahidələr sırası* k *qrup müşahidələrdən ibarətdirsə, onda bütün sıranın* $\bar{x}$ *ədədi orta qiyməti qrupların* $\bar{x}_i$ *ədədi orta qiymətlərinin çəkili ədədi orta qiymətinə bərabərdir; bununla belə nəzərə almaq lazımdır ki, qrupların çəkiləri – onların* n_i *həcmləridir:* $\bar{x} = (\bar{x}_1 n_1 + \bar{x}_2 n_2 + \ldots \bar{x}_k n_k)/(n_1 + n_2 + \ldots + n_k) = \sum_{i=1}^{k} \bar{x}_i n_i \Big/ \sum_{i=1}^{k} n_i$.

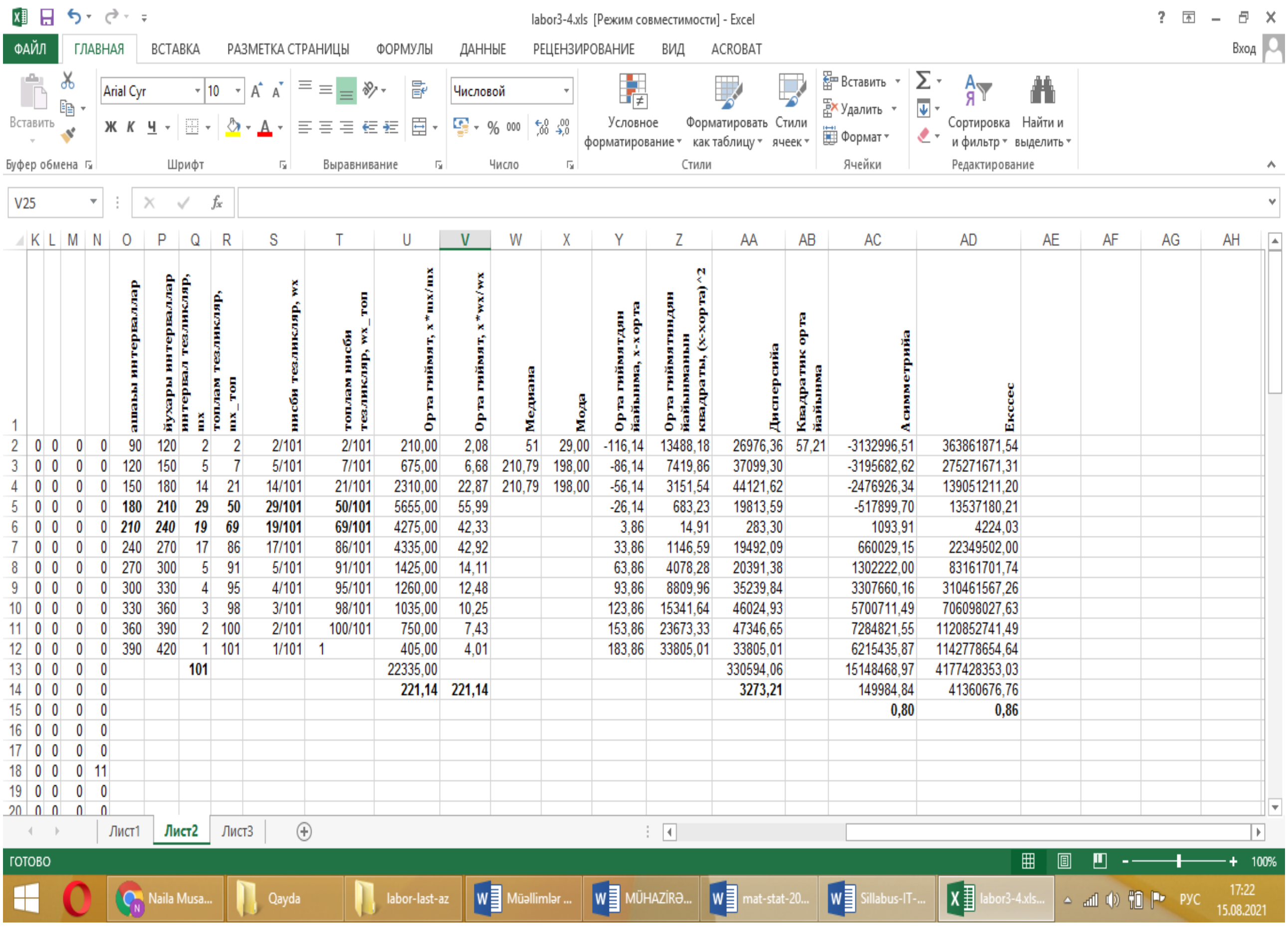
Xassə 6. *Eyni sayda müşahidələri olan iki müşahidələr sırası üçün əlamətin müvafiq qiymətlərinin cəminin (fərqinin) ədədi orta qiyməti bu sıraların ədədi orta qiymətlərinin cəminə (fərqinə) bərabərdir.*

Fərz edək ki, x_1, x_2, …, x_n - birinci müşahidələr sırasıdır, $\bar{x}$ - onun ədədi orta qiymətidir; y_1, y_2, …, y_n - ikinci müşahidələr sırasıdır, $\bar{y}$ - onun ədədi orta qiymətidir; $x_1 + y_1, x_2 + y_2, ..., x_n + y_n$ - müvafiq müşahidələrin cəmindən təşkil olunmuş sıradır, $\bar{x} + \bar{y}$ - onun ədədi orta qiymətidir. Onda $\overline{x + y} = \bar{x} + \bar{y}$.

Nəticə. *Eyni sayda müşahidələri olan bir neçə müşahidələr sırası üçün əlamətin müvafiq qiymətlərinin cəbri cəminin ədədi orta qiyməti bu sıraların ədədi orta qiymətlərinin cəbri cəminə bərabərdir.*

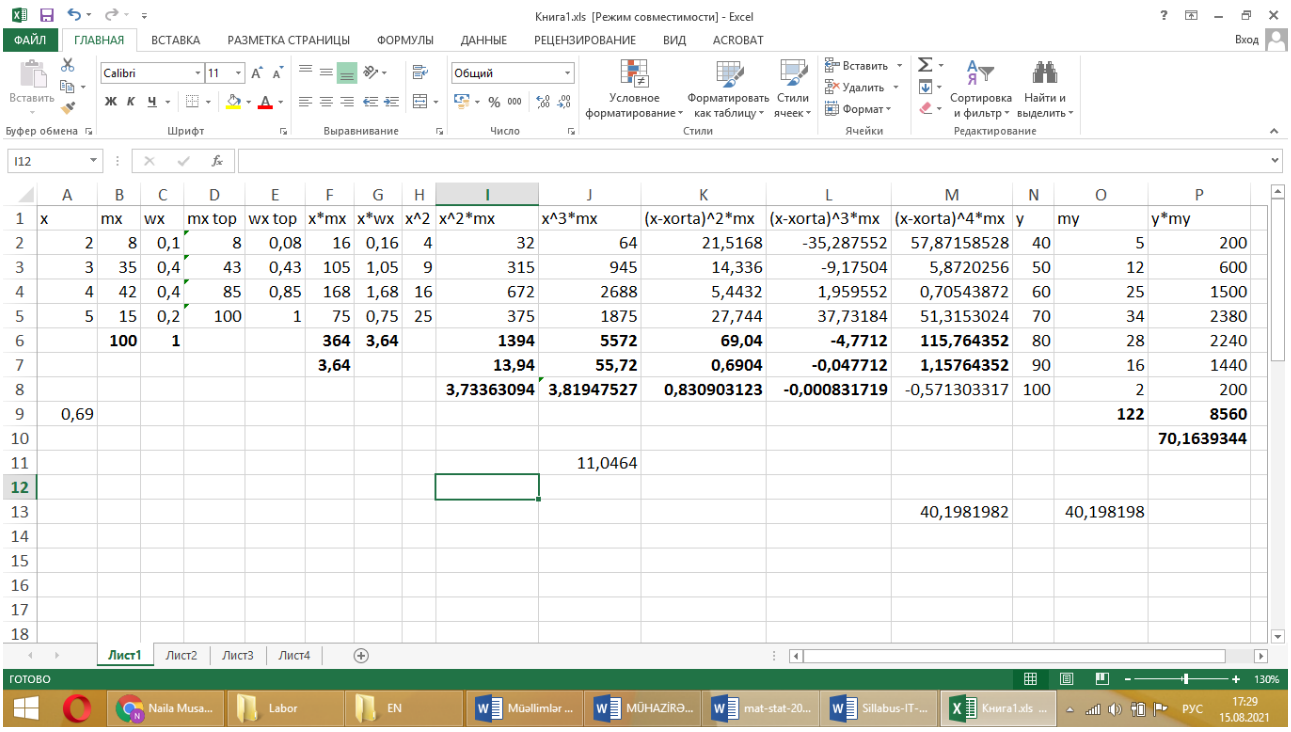


	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W
1	Tələbələrin sayı (tezlik mx)	Toplam tezliklər, mx_tor	Nisbi tezlik, wx	Toplam nisbi tezlik, wx_top	Orta bal, x*mx/mx	Orta bal, x*wx/wx	Mediana	Moda	Orta qiymətlərdən yayınma, x-xorta	Orta qiymətindən yayınmanın kvadratı, (x-xorta)^2	Dispersiya	Kvadratik orta yayınma	Asimmetriya	Eksses						
2	6	6	0,06	0,06	18	0,18	50	25	-3,73	13,91	83,48	1,81	-311,37	1161,41	54	162		3,2771	-0,35329	-0,55362
3	8	14	0,08	0,14	32	0,32	7	8	-2,73	7,45	59,62		-162,77	444,37	128	512				
4	12	26	0,12	0,26	60	0,6			-1,73	2,99	35,91		-62,13	107,49	300	1500				
5	13	39	0,13	0,39	78	0,78			-0,73	0,53	6,93		-5,06	3,69	468	2808				
6	**22**	**61**	**0,22**	**0,61**	154	1,54			0,27	0,07	1,60		0,43	0,12	1078	7546				
7	**25**	**86**	**0,25**	**0,86**	200	2			1,27	1,61	40,32		51,21	65,04	1600	12800				
8	9	95	0,09	0,95	81	0,81			2,27	5,15	46,38		105,27	238,97	729	6561				
9	5	100	0,05	1	50	0,5			3,27	10,69	53,46		174,83	571,69	500	5000				
10	**100**				673						327,71		-209,59	2592,77	4857	36889,00				
11					**6,73**	**6,73**					**3,28**		-2,10	25,93	48,57	368,89				
12													**-0,35**	**-0,59**	6,969218034	7,171868				
13																				
14																				
15																				
16																				
17																				



	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V
1					ашаыы интерваллар	йухары интерваллар	интервал тезликляр, nx	топлам тезликляр, nx_топ	нисби тезликляр, wx	топлам нисби тезликляр, wx_топ	Орта гиймят, x*nx/nx	Орта гиймят, x*wx/wx
2	0	0	0	0	90	120	2	2	2/101	2/101	210,00	2,08
3	0	0	0	0	120	150	5	7	5/101	7/101	675,00	6,68
4	0	0	0	0	150	180	14	21	14/101	21/101	2310,00	22,87
5	0	0	0	0	**180**	**210**	**29**	**50**	**29/101**	**50/101**	5655,00	55,99
6	0	0	0	0	***210***	***240***	***19***	**69**	**19/101**	**69/101**	4275,00	42,33
7	0	0	0	0	240	270	17	86	17/101	86/101	4335,00	42,92
8	0	0	0	0	270	300	5	91	5/101	91/101	1425,00	14,11
9	0	0	0	0	300	330	4	95	4/101	95/101	1260,00	12,48
10	0	0	0	0	330	360	3	98	3/101	98/101	1035,00	10,25
11	0	0	0	0	360	390	2	100	2/101	100/101	750,00	7,43
12	0	0	0	0	390	420	1	101	1/101	1	405,00	4,01
13	0	0	0	0			**101**				22335,00	
14	0	0	0	0							**221,14**	**221,14**
15	0	0	0	0								
16	0	0	0	0								
17	0	0	0	0								
18	0	0	0	11								
19	0	0	0	0								
20	0	0	0	0								

	W	X	Y	Z	AA	AB	AC	AD
1	Медиана	Мода	Орта гиймятдян йайынма, x-xорта	Орта гиймятиндян йайынманын квадраты, (x-xорта)^2	Дисперсийа	Квадратик орта йайынма	Асимметрийа	Екссес
2	51	29,00	-116,14	13488,18	26976,36	57,21	-3132996,51	363861871,54
3	210,79	198,00	-86,14	7419,86	37099,30		-3195682,62	275271671,31
4	210,79	198,00	-56,14	3151,54	44121,62		-2476926,34	139051211,20
5			-26,14	683,23	19813,59		-517899,70	13537180,21
6			3,86	14,91	283,30		1093,91	4224,03
7			33,86	1146,59	19492,09		660029,15	22349502,00
8			63,86	4078,28	20391,38		1302222,00	83161701,74
9			93,86	8809,96	35239,84		3307660,16	310461567,26
10			123,86	15341,64	46024,93		5700711,49	706098027,63
11			153,86	23673,33	47346,65		7284821,55	1120852741,49
12			183,86	33805,01	33805,01		6215435,87	1142778654,64
13					330594,06		15148468,97	4177428353,03
14					**3273,21**		149984,84	41360676,76
15							**0,80**	**0,86**



	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P
1	x	mx	wx	mx top	wx top	x*mx	x*wx	x^2	x^2*mx	x^3*mx	(x-xorta)^2*mx	(x-xorta)^3*mx	(x-xorta)^4*mx	y	my	y*my
2	2	8	0,1	8	0,08	16	0,16	4	32	64	21,5168	-35,287552	57,87158528	40	5	200
3	3	35	0,4	43	0,43	105	1,05	9	315	945	14,336	-9,17504	5,8720256	50	12	600
4	4	42	0,4	85	0,85	168	1,68	16	672	2688	5,4432	1,959552	0,70543872	60	25	1500
5	5	15	0,2	100	1	75	0,75	25	375	1875	27,744	37,73184	51,3153024	70	34	2380
6		**100**	**1**			**364**	**3,64**		**1394**	**5572**	**69,04**	**-4,7712**	**115,764352**	80	28	2240
7						**3,64**			**13,94**	**55,72**	**0,6904**	**-0,047712**	**1,15764352**	90	16	1440
8									**3,73363094**	**3,81947527**	**0,830903123**	**-0,000831719**	-0,571303317	100	2	200
9	0,69														**122**	**8560**
10																**70,1639344**
11										11,0464						
12																
13													40,1981982		40,198198	

YOXLAMA SUALLARI

1. Ədədi orta Hansı düstura görə hesablanır?

2. çəkili Ədədi orta Hansı düstura görə hesablanır?

3. Kvadratik orta hansı düstura əsasən hesablanır?

4. Kubik orta hansı düstura əsasən hesablanır?

5. həndəsi orta hansı düstura əsasən hesablanır?

6. Harmonik orta hansı düstura əsasən hesablanır?

7. çəkili Harmonik orta hansı düstura əsasən hesablanır?

8. q-tərtibli üstlü orta hansı düstura əsasən hesablanır?

9. çəkili q-tərtibli üstlü orta hansı düstura əsasən hesablanır?

10. Ədədi ortanın əsas xassələri hansılardır?

AZƏRBAYCAN RESPUBLİKASI TƏHSİL NAZİRLİYİ

AZƏRBAYCAN MEMARLIQ VƏ İNŞAAT UNİVERSİTETİ

Mexanikləşdirmə və informasiya texnologiyaları fakültəsi

“İnformasiya texnologiyaları və sistemləri” kafedrası

Fənnin adı: “Təcrübi verilənlərin işlənməsi texnologiyaları”

Mövzu 5. Mediana və moda.

Məruzəçi: Musayeva N.F.

MÜHAZİRƏNİN PLANI

1. Diskret variasiya sırası üçün mediana anlayışı.
2. İnterval variasiya sırası üçün mediana anlayışı.
3. Diskret variasiya sırası üçün moda anlayışı.
4. İnterval variasiya sırası üçün moda anlayışı.

Ədəbiyyat

1. Musayeva N.F. «Riyazi modellərin qurulması. Üsullar və müasir kompüter texnologiyaları» adlı azərbaycan dilində monoqrafiyaya, Bakı, İnformasiya texnologiyaları nəşriyyatı, 2015, 386 s.
2. Мусаева Н.Ф. Построение математических моделей. Методы и современные компьютерные технологии. Учебник, 2014, 310 с. Lambert, Germany
3. Musayeva N.F. Təcrübi verilənlərin işlənməsinin informasiya texnologiyaları. Dərslik, Bakı, 2007
4. Мусаева Н.Ф. Информационные технологии обработки экспериментальных данных. Учебник, Баку, 2007
5. Вентцель Е.С. Теория вероятностей. М., Наука, 1964 г.
6. Иванова В.М. и др. Математическая статистика, М., “Высшая школа”, 1975
7. Ниворожкина, Л.И. Статистические методы анализа данных: Учебник / Л.И. Ниворожкина, С.В. Арженовский, А.А. Рудяга. - М.: Риор, 2018. - 320 с.

8. Большаков, А.А. Методы обработки многомерных данных и временных рядов: Учебное пособие для вузов / А.А. Большаков, Р.Н. Каримов. - М.: ГЛТ, 2015. - 522 с.
9. Григорьев, А.А. Методы и алгоритмы обработки данных: Учебное пособие / А.А. Григорьев. - М.: Инфра-М, 2018. - 384 с.
10. Острейковский В.А., Карманов Ф.И. Статистические методы обработки экспериментальных данных. Лабораторный практикум, Издательство: Абрис, 2012 г., 208 с.
11. Карманов, Ф.И. Статистические методы обработки экспериментальных данных. Лабораторный практикум / Ф.И. Карманов, В.А. Острейковский. - М.: Абрис, 2012. - 208 с.

Fakültənin Elmi-metodiki şurasında təsdiq olunmuşdur
2022

Bakı-2022

5. VARİASİYA SIRASININ MEDİANI VƏ MODASI

Variasiya sıralarının xarakteristikalarını təsvir edən orta qiymətldərlə yanaşı median və moda da tətbiq olunur.

Ranqlanmış müşahidələr sırasının orta qiyməti ilə üst-üstə düşən əlamətin qiymətinə *median* $\tilde{M}_e$ deyilir.

Tutaq ki, tək ədədi sayda müşahidələr aparılıb, yəni $n = 2q - 1$ və müşahidələrin nəticələri ranqlanıb və göstərilmiş sıraya düzülmüşlər: $x_{(1)}$, $x_{(2)}$, …, $x_{(q-1)}$, $x_{(q)}$, $x_{(q+1)}$, …, $x_{(n)}$. Burada x_i ilə ranqlanmış sırada i-ci yerini tutan əlamətin qiyməti göstərilmişdir. Sıranın ortasına $x_{(q)}$ qiyməti uyğun gəlir. Onda $\tilde{M}_e = x_q$.

Əgər cüt sayda müşahidələr aparılıbsa, yəni $n = 2q$, onda $x_{(1)}$, $x_{(2)}$, …, $x_{(q)}$, $x_{(q+1)}$, …, $x_{(n)}$ ranqlanmış sıranın ortasına $x_{(q)}$ və $x_{(q+1)}$ qiymətləri uyğun gəlirlər. Bu halda median ədədi orta qiyməti kimi alınır, yəni

$$\tilde{M}_e = \left(x_{(q)} + x_{(q+1)}\right)/2 .$$

İnterval variasiya sırası üçün median aşağıdakı düstur ilə təyin olunur:

$$\tilde{M}_e = a_{\tilde{M}_e} + h\frac{\left(\sum_x m_x\right)\Big/2 - m_{\tilde{M}_e}^{top}}{m_{\tilde{M}_e}}$$

və ya ona eyni olan düstur ilə

$$\tilde{M}_e = a_{\tilde{M}_e} + h\frac{0{,}5 - w_{\tilde{M}_e}^{top}}{w_{\tilde{M}_e}},$$

burada $a_{\tilde{M}_e}$ - median intervalının əvvəli, yəni bütün müşahidələrin sayının yarısını keçən (0,5 qiymətini keçən) toplam tezliklərinin birincisinin qiymətinə uyğun gələn interval; $m_{\tilde{M}_e}^{top}$ ($w_{\tilde{M}_e}^{top}$) – median intervalının əvvəlinə qədər yığılmış tezlik; $m_{\tilde{M}_e}$ ($w_{\tilde{M}_e}$) - median intervalının tezliyi.

Medianın xassələri: variantların mediandan yayınmalarının mütləq qiymətləri ilə müvafiq tezliklərin hasillərinin cəmi variantların hər hansı başqa qiymətdən yayınmalarının mütləq qiymətləri ilə müvafiq tezliklərin hasillərinin cəmindən kiçikdir, yəni, $\sum_x |x-\tilde{M}_e| m_x < \sum_x |x-a| m_x$, əgər $a \neq \tilde{M}_e$.

Xüsusi halda medianın bu xüsusiyyətindən tramvay və trolleybus dayanacaqlarının, benzindoldurma və təhvil məntəqələrinin və s. yerləşdirilməsini layihələndirən zaman istifadə etmək olar.

Beləliklə, median – müşahidələrin ranqlanmış sırasını həcminə görə iki eyni qrupa bölən əlamətin qiymətidir. Öz növbəsində hər qrupda əlamətin elə qiymətini tapmaq olar ki, onu iki eyni həcmli qrupa bölsün. Bu qiymət *kvartil* adlanır. Kvartillər və median ranqlanmış sıranı 4 bərabər hissəyə bölürlər.

Analoji olaraq ranqlanmış sıranı *desillərlə* 10 bərabər həcmli hissəyə, *sentillərlə* 100 bərabər həcmli hissəyə bölmək olar. Kvartillər, desillər və s. kimi kəmiyyətlər ranqlanmış sıranı bərabər bir neçə hissələrə bölürlər və belə qiymətlərə *kvantillər* deyilir. p*-faizli kvantil* dedikdə ranqlanmış sırada p % müşahidələri aşmayan əlamətin qiyməti başa düşülür.

Ən çox müşahidə olunan əlamətin qiymətinə *moda* ($\tilde{M}_o$) deyilir. Diskret variasiya sırası üçün modanın tapılması heç bir hesabat tələb etmir, çünki, ən böyük tezlikli variant modadır.

İnterval variasiya sırası üçün moda aşağıdakı düstur ilə

$$\tilde{M}_o = a_{\tilde{M}_o} + h\frac{m_{\tilde{M}_o} - m_{\tilde{M}_o-1}}{2m_{\tilde{M}_o} - m_{\tilde{M}_o-1} - m_{\tilde{M}_o+1}}$$

və yaxud ona uyğun düstur ilə hesablanır:

$$\tilde{M}_o = a_{\tilde{M}_o} + h\frac{w_{\tilde{M}_o} - w_{\tilde{M}_o-1}}{2w_{\tilde{M}_o} - w_{\tilde{M}_o-1} - w_{\tilde{M}_o+1}} \quad ,$$

burada $a_{\tilde{M}_o}$ - modal intervalın əvvəli, yəni ən böyük tezliyə uyğun olan; $m_{\tilde{M}_o}$ ($w_{\tilde{M}_o}$) - modal intervalın tezliyi; $m_{\tilde{M}_o-1}$($w_{\tilde{M}_o-1}$) – modal intervalının qabağında olan intervalın tezliyi; $m_{\tilde{M}_o+1}$($w_{\tilde{M}_o+1}$) – modal intervalından sonra gələn intervalın tezliyi.

Xüsusi halda, hansı mala daha çox tələbat var, hal hazırda əmək məhsuldarlılığın hansı səviyyələri üstünlük təşkil edir, və s. suallara cavab vermək lazım oldqda modadan istifadə olunur. Modal məhsuldarlıq, mayadayəri və s.

istehsalda olan ehtiyatları aşkarlamağa imkan verir.

Əgər variasiya sırasının poliqonu nə sol, nə də sağ tərəfə nəzərə çarpacaq dərəcədə əyilməyibsə, onda $\bar{x} \approx \left(3\tilde{M}_e - \tilde{M}_o\right)/2$.

Misal. Mediana və modanın hesablama qaydaları

1. İnterval variasiya sırasının medianı aşağıdakı düsturla hesablanır: $M_e = a_{M_e} + h\dfrac{\sum_x m_x \big/ 2 - m_{M_e}^{нак}}{m_{M_e}}$, burada a_{M_e} - median intervalının əvvəli; $m_{M_e}^{нак}$ - median intervalının evvəlinə qədər toplanmış tezlik; m_{M_e} - median intervalının tezliyi; h - variasiya intervalının qiyməti.

Əvvəlcə müşahidələrin ranqlanmış sırasının mərkəzi hesablanır $\left(\sum_x m_x\right)\Big/2$. Bunun üçün kursor **W2** xanasında yerləşdirilir və verilən ədədə bölünən yaxın tam ədədə qədər yuvarqlaşdırma funksiyası daxil edilir:

=ОКРВВЕРХ(Q13/2;1)

Variasiya sıranın mərkəzi “51”-ə bərabərdir. Sonra kursor **W3** xanasına yerləşdirilir və aşağıdakı düstur daxil edilir:

=O6+(P6-O6)*(Q13/2-R5)/Q6

İnterval variasiya sırasının medianı həmçinin $M_e = a_{M_e} + h\dfrac{0{,}5 - w_{M_e}^{нак}}{w_{M_e}}$ düstur ilə də hesablanır, burada, $w_{M_e}^{нак}$ - median intervalının əvvəlinə qədər toplanmış nisbi tezlik; w_{M_e} - median intervalının nisbi tezliyi. Bunun üçün kursor **W2** xanasında yerləşdirilir və aşağıdakı düstur daxil edilir:

=O6+(P6-O6)*(0,5-T5)/S6

Beləliklə, **W3** və **W4** xanalarında medianın “210,79” -a bərabər qiyməti hesablanır.

2. İtervallı variasiya sırasının modası hesablanır.

Əvvəlcə variasiya sıranın ən böyük tezliyi təyin olunur. Bunun üçün kursor **W4** xanasında yerləşdirilir və aşağıdakı düstur daxil edilir:

=МАКС(Q2:Q12)

Ən böyük tezlik “29”-a bərabərdir.

Sonra interval variasiya sırasının modası $M_0 = a_{M_0} + h\dfrac{m_{M_0} - m_{M_0-1}}{2m_{M_0} - m_{M_0-1} - m_{M_0+1}}$ düsturu ilə hesablanır, burada a_{M_0} - modal intervalın əvvəli; m_{m_0} - modal intervalın tezliyi; m_{m_0-1} - modal intervaldan evvəl gələn intervalın tezliyi; m_{m_0+1} - modal intervaldan sonra gələn intervalın tezliyi.

Bunun üçün kursor **X3** xanasında yerləşdirilir və aşağıdakı ifadə daxil edilir:

=O5+(P5-O5)*(Q5- Q4)/(2*Q5-Q4-Q6)

İnterval variasiya sırasının modası həmçinin $M_0 = a_{M_0} + h\dfrac{w_{M_0} - w_{M_0-1}}{2w_{M_0} - w_{M_0-1} - w_{M_0+1}}$ düsturar ilə də hesablanır, burada, w_{M_0} - modal intervalın nisbi tezliyi; w_{m_0-1} - modal intervaldan evvəl gələn intervalın nisbi tezliyi; w_{m_0+1}- modal intervaldan sonra gələn intervalın nisbi tezliyi.

Bunun üçün kursor **X4** xanasında yerləşdirilir və aşağıdakı düstur daxil edilir:

=O5+(P5-O5)*(S5-S4)/(2*S5-S4-S6)

Beləliklə, **X3** и **X4** xanalarında “198”-ə bərabər olan modanın qiyməti hesablanır.

Aşağı intervallar	**Yuxarı intervallar**	**Tezlik**	**Toplam tezlik**	**Nisbi tezlik**	**Nisbi toplam tezlik**	**Orta qiymət, x*mx**	**Orta qiymət, x*wx**	**Mediana**
90	120	2	2	2/101	2/101	210,00	2,08	51
120	150	5	7	5/101	7/101	675,00	6,68	=O6+

								(P6-O6) * (Q13/2-R5)/Q6 210,79
150	180	14	21	14/101	21/101	2310,0	22,87	210,79
180	**210**	**29**	**50**	**29/101**	**50/101**	5655,0	55,99	
210	***240***	***19***	***69***	**19/101**	**69/101**	4275,0	42,33	
240	270	17	86	17/101	86/101	4335,0	42,92	
270	300	5	91	5/101	91/101	1425,0	14,11	
300	330	4	95	4/101	95/101	1260,0	12,48	
330	360	3	98	3/101	98/101	1035,0	10,25	
360	390	2	100	2/101	100/101	750,00	7,43	
390	420	1	101	1/101	1	405,00	4,01	
		101				22335,		
						221,14	**221,14**	

Aşağı intervallar	**Yuxarı intervallar**	**Tezlik**	**Toplam tezlik**	**Nisbi tezlik**	**Nisbi toplam tezlik**	**Orta qiymət, x*mx**	**Orta qiymət, x*wx**	**Moda**
90	120	2	2	2/101	2/101	210,00	2,08	29,00
120	150	5	7	5/101	7/101	675,00	6,68	=O5+(P5-O5)*(Q5-Q4)/(2*Q5-Q4-Q6) 198,00
150	180	14	21	14/101	21/101	2310,00	22,87	198,00
180	**210**	**29**	**50**	**29/101**	**50/101**	5655,00	55,99	

210	***240***	***19***	***69***	**19/101**	**69/101**	4275,00	42,33	
240	270	17	86	17/101	86/101	4335,00	42,92	
270	300	5	91	5/101	91/101	1425,00	14,11	
300	330	4	95	4/101	95/101	1260,00	12,48	
330	360	3	98	3/101	98/101	1035,00	10,25	
360	390	2	100	2/101	100/101	750,00	7,43	
390	420	1	101	1/101	1	405,00	4,01	
		101				22335,00		
						221,14	**221,14**	

YOXLAMA SUALLARI

1. Mediana nədir?
2. Diskret variasiya sıranın medianası necə hesablanır?
3. İnterval variasiya sıranın medianası necə hesablanır?
4. Moda nədir?
5. Diskret variasiya sıranın modası necə hesablanır?
6. İnterval variasiya sıranın modası necə hesablanır?
7. Mediananın əsas xassələri hansılardır?
8. Kvartil nədir?
9. Desil nədir?
10. Sentil nədir?

AZƏRBAYCAN RESPUBLİKASI TƏHSİL NAZİRLİYİ

AZƏRBAYCAN MEMARLIQ VƏ İNŞAAT UNİVERSİTETİ

Mexanikləşdirmə və informasiya texnologiyaları fakültəsi

"İnformasiya texnologiyaları və sistemləri" kafedrası

Fənnin adı: "Təcrübi verilənlərin işlənməsi texnologiyaları"

Mövzu 6. Variasiya göstəriciləri.

Məruzəçi: Musayeva N.F.

MÜHAZİRƏNİN PLANI

1. Variasiya boyu.
2. Orta xətti yayınma.
3. Dispersiya.
4. Kvadratik orta yayınma.
5. Dispersiyanın xassələri.

Ədəbiyyat

1. Musayeva N.F. «Riyazi modellərin qurulması. Üsullar və müasir kompüter texnologiyaları» adlı azərbaycan dilində monoqrafiyaya, Bakı, İnformasiya texnologiyaları nəşriyyatı, 2015, 386 s.
2. Мусаева Н.Ф. Построение математических моделей. Методы и современные компьютерные технологии. Учебник, 2014, 310 с. Lambert, Germany
3. Musayeva N.F. Təcrübi verilənlərin işlənməsinin informasiya texnologiyaları. Dərslik, Bakı, 2007
4. Мусаева Н.Ф. Информационные технологии обработки экспериментальных данных. Учебник, Баку, 2007
5. Вентцель Е.С. Теория вероятностей. М., Наука, 1964 г.
6. Иванова В.М. и др. Математическая статистика, М., "Высшая школа", 1975
7. Ниворожкина, Л.И. Статистические методы анализа данных: Учебник / Л.И. Ниворожкина, С.В. Арженовский, А.А. Рудяга. - М.: Риор, 2018. - 320 с.

8. Большаков, А.А. Методы обработки многомерных данных и временных рядов: Учебное пособие для вузов / А.А. Большаков, Р.Н. Каримов. - М.: ГЛТ, 2015. - 522 с.
9. Григорьев, А.А. Методы и алгоритмы обработки данных: Учебное пособие / А.А. Григорьев. - М.: Инфра-М, 2018. - 384 с.
10. Острейковский В.А., Карманов Ф.И. Статистические методы обработки экспериментальных данных. Лабораторный практикум, Издательство: Абрис, 2012 г., 208 с.
11. Карманов, Ф.И. Статистические методы обработки экспериментальных данных. Лабораторный практикум / Ф.И. Карманов, В.А. Острейковский. - М.: Абрис, 2012. - 208 с.

Fakültənin Elmi-metodiki şurasında təsdiq olunmuşdur
2022

Bakı-2022

6. VARİASİYA GÖSTƏRİCİLƏRİ

Variasiya sırasını bir ədədlə xarakterizə edən orta qiymətlər, əlamətin müşahidə edilmiş qiymətlərinin dəyişkənliyini, yəni variasiyanı əks etdirmir. Variasiyanın ən sadə göstəricisi ən böyük və ən kiçik variantların fərqinə bərabər olan R_v *variasion boydur*:

$$R_v = x_{\max} - x_{\min} .$$

Variasion boy variasiyanın təxmini göstəricisidir. Müşahidələrin orta qiymət ətrafında səpələnmə ölçüsü ən böyük maraq doğuran göstəricidir.

Variantların ədədi ortadan yayınmalarının mütləq qiymətlərinin ədədi orta qiymətinə (d) *orta xətti yayınma* deyilir:

$$d = \left(\sum_x |x - \bar{x}| m_x \right) \Big/ \sum_x m_x .$$

Variantların ədədi orta qiymətindən yayınmalarının kvadratının ədədi orta qiyməti *dispersiyadır* s^2:

$$s^2 = \left(\sum_x (x - \bar{x})^2 m_x \right) \Big/ \sum_x m_x .$$

Səpələnmə ölçüsü əlamətin qiymətlərinin ölçü vahidləri ilə ifadə edilməlidir. Ona görə də dispersiyanın yerinə variasiyanın göstəricisi kimi tez-tez dispersiyanın kvadrat kökü istifadə olunur.

Dispersiyanın kvadrat kökünün riyazi qiyməti *kvadratik orta yayınma* adlanır:

$$s = \sqrt{\left(\sum_x (x - \bar{x})^2 m_x \right) \Big/ \sum_x m_x} .$$

Dispersiyanın minimallıq xassəsi: dispersiya, variantların istənilən ixtiyarı sabit kəmiyyətdən yayınmaların kvadratlarının ədədi orta qiymətindən kiçikdir, yəni

$$s^2 < \left(\sum_x (x - a)^2 m_x \right) \Big/ \sum_x m_x , \text{ əgər } a \neq x .$$

Dispersiyanın minimallıq xassəsi onun orta xətti yayınmadan daha üstün olduğunu göstərir. Buna görə də gələcəkdə əlamətin qiymətlərinin ədədi orta qiymət ətrafında yayınması göstəricisi kimi, dispersiya və ya kvadratik orta yayınma istifadə olunacaq.

	A	B	C	D	E	F	G	H	İ	K	L	M	N
	Qiymət, x	Tezlik, mx	Toplam tezlik	Nisbi tezlik	Nisbi toplam tezlik	Orta qiymət, x*mx	Orta qiymət, x*wx	Mediana	moda	x-xorta	(x-xorta)^2	Dispersiya	Kvadratik orta yay;nma
1	3	6	6	0,06	0,06	18	0,18	50	25	-3,73	13,91	83,48	1,81
2	4	8	14	0,08	0,14	32	0,32	7	8	-2,73	7,45	59,62	
3	5	12	26	0,12	0,26	60	0,6			-1,73	2,99	35,91	
4	6	13	39	0,13	0,39	78	0,78			-0,73	0,53	6,93	
5	**7**	**22**	**61**	**0,22**	**0,61**	154	1,54			0,27	0,07	1,60	
6	**8**	**25**	**86**	**0,25**	**0,86**	200	2			1,27	1,61	40,32	
7	9	9	95	0,09	0,95	81	0,81			2,27	5,15	46,38	
8	10	5	100	0,05	1	50	0,5			3,27	10,69	53,46	
9		**100**				673						327,71	
10						**6,73**	**6,73**					**3,28**	

Mediana	**moda**
50	25
7	8

x-xorta =C2-$H$11	**(x-xorta)^2** =L2^2	**Dispersiya** =M2*D2	**Kvadratik orta yayınma** =O2
-3,73	13,91	83,48	1,81
-2,73	7,45	59,62	
-1,73	2,99	35,91	
-0,73	0,53	6,93	

0,27	0,07	1,60	
1,27	1,61	40,32	
2,27	5,15	46,38	
3,27	10,69	53,46	
		327,71	
		3,28	

Birinci üsul

Orta qiymətlər =C2*D2

=СУММ(H2:H9)

=H10/D10

İkinci üsul

Orta qiymətlər =C2*F2

=СУММ(I2:I9)

Dispersiyanın hesablanması

Orta qiymətdən yayınma =C2-$H$11

Orta qiymətdən yayınmanın kvadratı =L2^2

Hasillərin hesablanması =M2*D2

Cəmin hesablanması =СУММ(N2:N9)

Dispersiyanın hesablanması =N10/D10

Kvadratik orta yayınmanın hesablanması =КОРЕНЬ(N11)

Variasiya sırasının dispersiyasının xassələri

Xassə 1. *Sabit kəmiyyətin dispersiyası sıfıra bərabərdir:* $s_c^2 = 0$.

Xassə 2. *Əgər bütün variantları eyni bir* c *qiyməti qədər azaltsaq (artırsaq), dispersiya dəyişməyəcək:* $s_{x\pm c}^2 = s_x^2$.

Xassə 3. *Əgər bütün variantları eyni bir* k *qiyməti dəfə azaltsaq (artırsaq),* *onda dispersiya* k^2 *dəfə azalacaq (artacaq):* $s^2_{x/k} = s^2_x / k^2$, $s^2_{kx} = k^2 s^2_x$.

Teorem. *Dispersiya variantların kvadratlarının ədədi orta qiyməti ilə ədədi orta qiymətin kvadratı arasındakı fərqə bərabərdir:*

$s^2 = \overline{x^2} - (\overline{x})^2$,

burada $\overline{x^2} = \left(\sum_x x^2 m_x \right) \Big/ \sum_x m_x$.

Xassə 4. *Əgər müşahidələr sırası iki qrup müşahidələrdən ibarətdirsə, onda bütün sıranın dispersiyası qrup dispersiyalarının ədədi orta qiymətlərinin və qrupların ədədi orta qiymətlərinin bütün sıranın ədədi orta qiymətindən yayınmalarının kvadratlarının ədədi orta qiymətlərinin cəminə bərabərdir. Ədədi orta qiymətlərinin hesablanması zamanı qrupların həcmi onların çəkisini təşkil edir.*

Tutaq ki, n_1 və n_2 uyğun olaraq birinci və iknci qrupların müşahidələrinin sayıdır; $\overline{x}_1$ və $\overline{x}_2$ - uyğun olaraq birinci və iknci qrupların müşahidələrinin ədədi orta qiymətləridir; s_1^2 və s_2^2 - uyğun olaraq birinci və iknci qrupların dispersiyalarıdır; $\overline{x}$ və s^2, $(n_1 + n_2)$ bütün müşahidələr sırası üçün uyğun olaraq ədədi orta və dispersiyadır. Onda $s_x^2 = \dfrac{s_1^2 n_1 + s_2^2 n_2}{n_1 + n_2} + \dfrac{(\overline{x}_1 - \overline{x})^2 n_1 + (\overline{x}_2 - \overline{x})^2 n_2}{n_1 + n_2}$.

Əgər müşahidələr sırası k sayda qruplara bölünübsə, onda $\overline{x}_i$ qrupların ədədi orta qiymətlərinin bütün müşahidə sırasının $\overline{x}$ ədədi orta qiymətindən yayınmalarının kvadratlarının ədədi orta qiyməti δ^2 *qruplararası dispersiya* adlanır; bu zaman çəkiləri qrupların n_i həcmləri təşkil edir, yəni $\delta^2 = \sum_{i=1}^{k} (\overline{x}_i - \overline{x})^2 n_i \Big/ \sum_{i=1}^{k} n_i$.

Qrup dispersiyalarının ədədi orta qiyməti *qrup dispersiyalarının orta qiyməti* və ya *qrupdaxili dispersiya* adlanır; bu zaman çəkilər qrupların həcmləridir: $\overline{s_i^2} = \sum_{i=1}^{k} s_i^2 n_i \Big/ \sum_{i=1}^{k} n_i$.

Nətisə (4-cü xassəyə əsasən). Əgər müşahidələr sırasını k sayda müşahidələr qrupları təşkil edirsə, onda s_i^2 bütün sıranın dispersiyası, qrupdaxili və qruplararası dispersiyalarının cəminə bərabərdir: $s_i^2 = \overline{s_i^2} + \delta^2$.

Misal.

İnterval variasiya sırasının dispersiyasının hesablanması.

Aşağı intervallar	**Yuxarı intervallar**	**İnterval tezliklər, mx**	**Toplam tezliklər, mx_нак**	**Nisbi tezliklər, wx**	**Toplam nisbi tezliklər, wx_нак**	**Orta qiymət, x*mx/mx**	**Orta qiymət, x*wx/wx**
90	120	2	2	2/101	2/101	210,00	2,08
120	150	5	7	5/101	7/101	675,00	6,68
150	180	14	21	14/101	21/101	2310,00	22,87
180	**210**	**29**	**50**	**29/101**	**50/101**	5655,00	55,99
210	***240***	***19***	***69***	**19/101**	**69/101**	4275,00	42,33
240	270	17	86	17/101	86/101	4335,00	42,92
270	300	5	91	5/101	91/101	1425,00	14,11
300	330	4	95	4/101	95/101	1260,00	12,48
330	360	3	98	3/101	98/101	1035,00	10,25
360	390	2	100	2/101	100/101	750,00	7,43
390	420	1	101	1/101	1	405,00	4,01
		101				22335,00	
						221,14	**221,14**

Mediana	Moda	Orta qiymətdən yayınma, x-xorta	Orta qiymətdən yayınmanın kvadratı, (x-xorta)^2	Dispersiya	Kvadratik orta yayınma
51	29,00	-116,14	13488,18	26976,36	57,21
210,79	198,00	-86,14	7419,86	37099,30	
210,79	198,00	-56,14	3151,54	44121,62	
		-26,14	683,23	19813,59	
		3,86	14,91	283,30	
		33,86	1146,59	19492,09	
		63,86	4078,28	20391,38	
		93,86	8809,96	35239,84	
		123,86	15341,64	46024,93	
		153,86	23673,33	47346,65	
		183,86	33805,01	33805,01	
				330594,06	
				3273,21	

YOXLAMA SUALLARI

1. Variasion boy nədir?
2. Variasion boy nədir necə hesablanır?
3. Orta xətti yayınma nədir?
4. Orta xətti yayınma necə hesablanır?
5. Dispersiya nədir?
6. Dispersiya necə hesablanır?
7. Orta kvadrat yayınma nədir?
8. Orta kvadrat yayınma necə hesablanır?
9. Dispersiyanın minimallıq xassəsi nədir?
10. Variasiya sıranın dispersiyasının əsas xassələri hansılardır?

AZƏRBAYCAN RESPUBLİKASI TƏHSİL NAZİRLİYİ
AZƏRBAYCAN MEMARLIQ VƏ İNŞAAT UNİVERSİTETİ

Mexanikləşdirmə və informasiya texnologiyaları fakültəsi
"İnformasiya texnologiyaları və sistemləri" kafedrası

Fənnin adı: "Təcrübi verilənlərin işlənməsi texnologiyaları"

Mövzu 7. Momentlər.

Məruzəçi: Musayeva N.F.

MÜHAZİRƏNİN PLANI

1. Müxtəlif tərtibli başlanğıc momentlər.
2. Müxtəlif tərtibli mərkəzi momentlər.
3. Mərkəzi momentlərin xassələri.

Ədəbiyyat

1. Musayeva N.F. «Riyazi modellərin qurulması. Üsullar və müasir kompüter texnologiyaları» adlı azərbaycan dilində monoqrafiyaya, Bakı, İnformasiya texnologiyaları nəşriyyatı, 2015, 386 s.

2. Мусаева Н.Ф. Построение математических моделей. Методы и современные компьютерные технологии. Учебник, 2014, 310 с. Lambert, Germany

3. Musayeva N.F. Təcrübi verilənlərin işlənməsinin informasiya texnologiyaları. Dərslik, Bakı, 2007

4. Мусаева Н.Ф. Информационные технологии обработки экспериментальных данных. Учебник, Баку, 2007

5. Вентцель Е.С. Теория вероятностей. М., Наука, 1964 г.

6. Иванова В.М. и др. Математическая статистика, М., "Высшая школа", 1975

7. Ниворожкина, Л.И. Статистические методы анализа данных: Учебник / Л.И. Ниворожкина, С.В. Арженовский, А.А. Рудяга. - М.: Риор, 2018. - 320 с.

8. Большаков, А.А. Методы обработки многомерных данных и временных рядов: Учебное пособие для вузов / А.А. Большаков, Р.Н. Каримов. - М.: ГЛТ, 2015. - 522 с.

9. Григорьев, А.А. Методы и алгоритмы обработки данных: Учебное пособие / А.А. Григорьев. - М.: Инфра-М, 2018. - 384 с.

10. Острейковский В.А., Карманов Ф.И. Статистические методы обработки экспериментальных данных. Лабораторный практикум, Издательство: Абрис, 2012 г., 208 с.

11. Карманов, Ф.И. Статистические методы обработки экспериментальных данных. Лабораторный практикум / Ф.И. Карманов, В.А. Острейковский. - М.: Абрис, 2012. - 208 с.

Fakültənin Elmi-metodiki şurasında təsdiq olunmuşdur

2022

Bakı-2022

7. VARİASİYA SIRASININ MƏRKƏZİ VƏ BAŞLANĞIC MOMENTLƏRİ

Variasiya sırasının ədədi orta və dispersiyası variasiya sırası momentləri haqqında daha ümumi anlayışların xüsusi hallarıdır.

Variantların q tərtibli ədədi orta qiyməti q tərtib *başlanğıc moment* adlanır

$$\tilde{\nu}_q = \overline{x^q} = \left(\sum_x x^q m_x\right) \Big/ \sum_x m_x .$$

Sıfır tərtib başlanğıc moment

$$\tilde{\nu}_0 = \overline{x^0} = \left(\sum_x x^0 m_x\right) \Big/ \sum_x m_x = 1.$$

Birinci tərtib başlanğıc moment

$$\tilde{\nu}_1 = \bar{x} = \left(\sum_x x m_x\right) \Big/ \sum_x m_x .$$

İkinci tərtib başlanğıc moment

$$\tilde{\nu}_2 = \overline{x^2} = \left(\sum_x x^2 m_x\right) \Big/ \sum_x m_x$$

Variantların ədədi orta qiymətindən q-tərtibli yayınmasının ədədi orta qiyməti q*-tərtib mərkəzi moment* ($\tilde{\mu}_q$) adlanır, yəni

$$\tilde{\mu}_q = \overline{(x-\bar{x})^q} = \left(\sum_x (x-\bar{x})^q m_x\right) \Big/ \sum_x m_x .$$

Sıfır tərtib mərkəzi moment

$$\tilde{\mu}_0 = \overline{(x-\bar{x})^0} = \left(\sum_x (x-\bar{x})^0 m_x\right) \Big/ \sum_x m_x = 1.$$

Birinci tərtib mərkəzi moment

$$\tilde{\mu}_1 = \overline{(x-\bar{x})^1} = \left(\sum_x (x-\bar{x}) m_x\right) \Big/ \sum_x m_x = 0.$$

(ədədi orta qiymətin birinci xassəsinə görə).

İkinci tərtib mərkəzi moment

$$\tilde{\mu}_2 = \overline{(x-\bar{x})^2} = \left(\sum_x (x-\bar{x})^2 m_x\right) \Big/ \sum_x m_x = s^2 .$$

Mərkəzi momentlər aşağıdakı xassələrə malikdirlər.

Xassə 1. *Əgər bütün variantları eyni bir* c *qiyməti qədər azaltsaq (artırsaq)* q*-tərtib mərkəzi moment dəyişməyəcək:* $\tilde{\mu}_{q_{x\pm c}} = \tilde{\mu}_q$.

Xassə 2. *Əgər bütün variantları eyni bir* k *qiyməti qəfə azaltsaq (artırsaq)* q*-tərtib mərkəzi moment* k^q *qəfə azalacaq (artacaq):* $\tilde{\mu}_{q_{x/k}} = \tilde{\mu}_q / k^q$, $\tilde{\mu}_{q_{kx}} = k^q \tilde{\mu}_q$.

Misal

Variant, x	**Tələbələrin sayı (tezlik mx)**	**Toplam tezlik, mx_нак**	**Nisbi tezlik (час-тость, wx)**	**Toplam nisbi tezlik, wx_нак**
3	6	6	0,06	0,06
4	8	14	0,08	0,14
5	12	26	0,12	0,26
6	13	39	0,13	0,39
7	**22**	**61**	**0,22**	**0,61**
8	**25**	**86**	**0,25**	**0,86**
9	9	95	0,09	0,95
10	5	100	0,05	1
	100			

Orta ball, x*mx/mx	**Orta ball, x*wx/wx**	**Mediana**	**Moda**
18	0,18	50	25
32	0,32	7	8
60	0,6		
78	0,78		
154	1,54		
200	2		

81	0,81		
50	0,5		
673			
6,73	**6,73**		

Orta qiymətdən yayınma, x-xorta	**Orta qiymətdən Yayınmanın kvadratı, (x-xopta)^2**	**Dispersiya**	**Kvadratik orta yayınma**
-3,73	13,91	83,48	1,81
-2,73	7,45	59,62	
-1,73	2,99	35,91	
-0,73	0,53	6,93	
0,27	0,07	1,60	
1,27	1,61	40,32	
2,27	5,15	46,38	
3,27	10,69	53,46	
		327,71	
		3,28	

Асимметрия	**Эксцесс**
-311,37	1161,41
-162,77	444,37
-62,13	107,49
-5,06	3,69

0,43	0,12
51,21	65,04
105,27	238,97
174,83	571,69
-209,59	2592,77
-2,10	25,93
-0,35	**-0,59**

Başlanğıc momentlərin hesablanması

	A	B	C	D	E	F	G	H	İ	J
1	x	mx	wx	mx top	wx top	x*mx	x*wx	x^2	x^2*mx	x^3*mx
2	2	8	0,08	8	0,08	16	0,16	4	32	64
3	3	35	0,35	43	0,43	105	1,05	9	315	945
4	4	42	0,42	85	0,85	168	1,68	16	672	2688
5	5	15	0,15	100	1	75	0,75	25	375	1875
6		**100**	**1**			**364**	**3,64**		**1394**	**5572**
7						**3,64**			**13,94**	**55,72**
8									**3,733630941**	**3,819475271**

İkinci tərtib başlanğıc momentin hesablanması

=A2^2

=H2*B2

=СУММ(I2:I5)

=I6/B6

=I7^(1/2)

Üçüncü tərtib başlanğıc momentin hesablanması

=A2^3*B2

=СУММ(J2:J5)

=J6/B6

=J7^(1/3)

Mərkəzi momentlərin hesablanması

	A	B	C	D	E	F	G
1	x	mx	wx	mx top	wx top	x*mx	x*wx
2	2	8	0,08	8	0,08	16	0,16
3	3	35	0,35	43	0,43	105	1,05
4	4	42	0,42	85	0,85	168	1,68
5	5	15	0,15	100	1	75	0,75
6		**100**	**1**			**364**	**3,64**
7						**3,64**	

	K	L	M
1	(x-xorta)^2*mx	(x-xorta)^3*mx	(x-xorta)^4*mx
2	21,5168	-35,287552	57,87158528
3	14,336	-9,17504	5,8720256
4	5,4432	1,959552	0,70543872
5	27,744	37,73184	51,3153024
6	**69,04**	**-4,7712**	**115,764352**
7	**0,6904**	**-0,047712**	**1,15764352**
1	**0,830903123**	**-0,000831719**	-0,571303317

İkinci tərtib mərkəzi momentlərin hesablanması (dispersiya)

=(A2-$F$7)^2*B2

=СУММ(K2:K5)

=K6/B6

=K7^(1/2) kvadratik orta yayınma

Üçüncü tərtib mərkəzi momentlərin hesablanması

=(A2-$F$7)^3*B2

=СУММ(L2:L5)

=L6/B6

Dördüncü tərtib mərkəzi momentlərin hesablanması

=(A2-$F$7)^4*B2

=СУММ(M2:M5)

=M6/B6

YOXLAMA SUALLARI

1. q tərtib başlanğıc moment nədir?
2. Sıfır tərtib başlanğıc moment necə hesablanır?
3. Birinci tərtib başlanğıc moment necə hesablanır?
4. Ikinci tərtib başlanğıc moment necə hesablanır?
5. q tərtib mərkəzi moment necə hesablanır?
6. Sıfır tərtib mərkəzi moment necə hesablanır nəyə bərabərdir?
7. Birinci tərtib mərkəzi moment necə hesablanır?
8. Birinci tərtib mərkəzi moment nəyə bərabərdir?
9. Birinci tərtib mərkəzi moment necə adlanır və nəyə bərabərdir?
10. Mərkəzi momentlər hansı xassələrə malikdir?

AZƏRBAYCAN RESPUBLİKASI TƏHSİL NAZİRLİYİ

AZƏRBAYCAN MEMARLIQ VƏ İNŞAAT UNİVERSİTETİ

Mexanikləşdirmə və informasiya texnologiyaları fakültəsi

"İnformasiya texnologiyaları və sistemləri" kafedrası

Fənnin adı: "Təcrübi verilənlərin işlənməsi texnologiyaları"

Mövzu 8. Asimmetriya və ekssess.

Məruzəçi: Musayeva N.F.

MÜHAZİRƏNİN PLANI

1. Asimmetriya əmsalı.
2. Sol tərəfli və sağ tərəfli asimmetriya.
3. Ekssess (diklik əmsalı).
4. Yastı təpəli və şiştəpəli əyrilər.

Ədəbiyyat

1. Musayeva N.F. «Riyazi modellərin qurulması. Üsullar və müasir kompüter texnologiyaları» adlı azərbaycan dilində monoqrafiyaya, Bakı, İnformasiya texnologiyaları nəşriyyatı, 2015, 386 s.
2. Мусаева Н.Ф. Построение математических моделей. Методы и современные компьютерные технологии. Учебник, 2014, 310 с. Lambert, Germany
3. Musayeva N.F. Təcrübi verilənlərin işlənməsinin informasiya texnologiyaları. Dərslik, Bakı, 2007
4. Мусаева Н.Ф. Информационные технологии обработки экспериментальных данных. Учебник, Баку, 2007
5. Вентцель Е.С. Теория вероятностей. М., Наука, 1964 г.
6. Иванова В.М. и др. Математическая статистика, М., "Высшая школа", 1975
7. Ниворожкина, Л.И. Статистические методы анализа данных: Учебник / Л.И. Ниворожкина, С.В. Арженовский, А.А. Рудяга. - М.: Риор, 2018. - 320 с.

8. Большаков, А.А. Методы обработки многомерных данных и временных рядов: Учебное пособие для вузов / А.А. Большаков, Р.Н. Каримов. - М.: ГЛТ, 2015. - 522 с.
9. Григорьев, А.А. Методы и алгоритмы обработки данных: Учебное пособие / А.А. Григорьев. - М.: Инфра-М, 2018. - 384 с.
10. Острейковский В.А., Карманов Ф.И. Статистические методы обработки экспериментальных данных. Лабораторный практикум, Издательство: Абрис, 2012 г., 208 с.
11. Карманов, Ф.И. Статистические методы обработки экспериментальных данных. Лабораторный практикум / Ф.И. Карманов, В.А. Острейковский. - М.: Абрис, 2012. - 208 с.

Fakültənin Elmi-metodiki şurasında təsdiq olunmuşdur

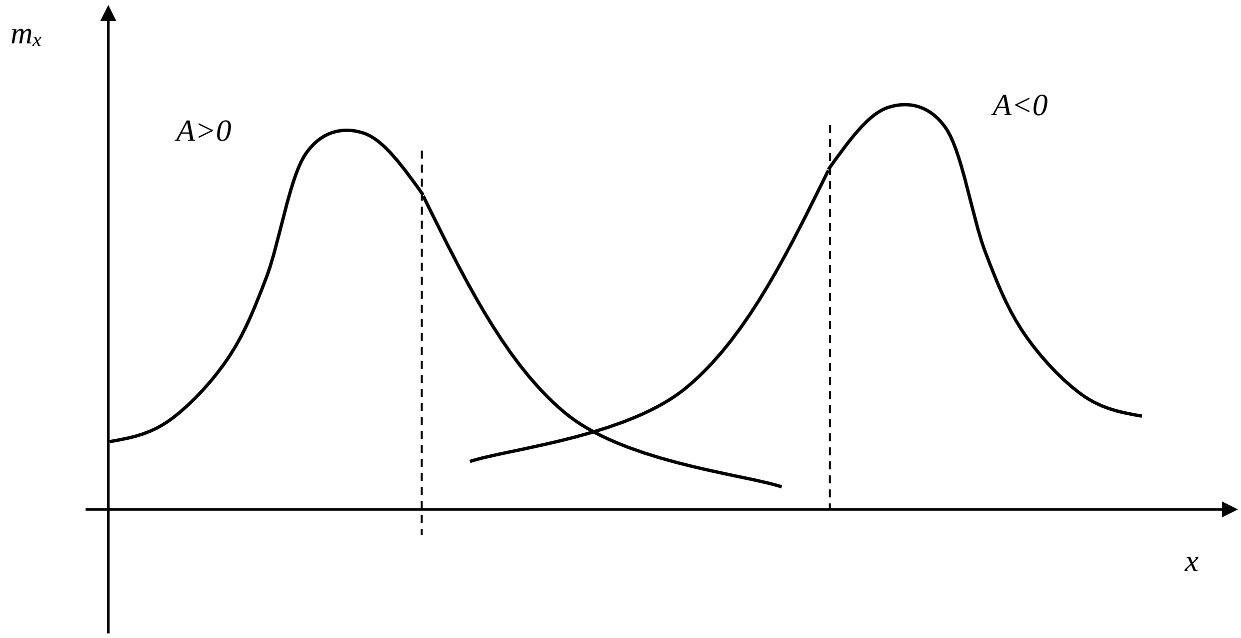
2022

Bakı-2022

8. VARİASİYA SIRASININ EKSSES VƏ ASİMMETRİYASI

Üçüncü tərtib mərkəzi momentin kvadratik orta yayınmanın kubuna nisbəti *asimmetriya əmsalı* $\left(\widetilde{A}\right)$ adlanır:

$$\widetilde{A} = \frac{\widetilde{\mu}_3}{s^3} = \frac{\widetilde{\mu}_3}{\left(\sqrt{\widetilde{\mu}_2}\right)^3} = \frac{\sum\limits_x (x - \bar{x})^3 m_x}{\left(\sum m_x\right) \cdot s^3}.$$



Şəkil 7.1.

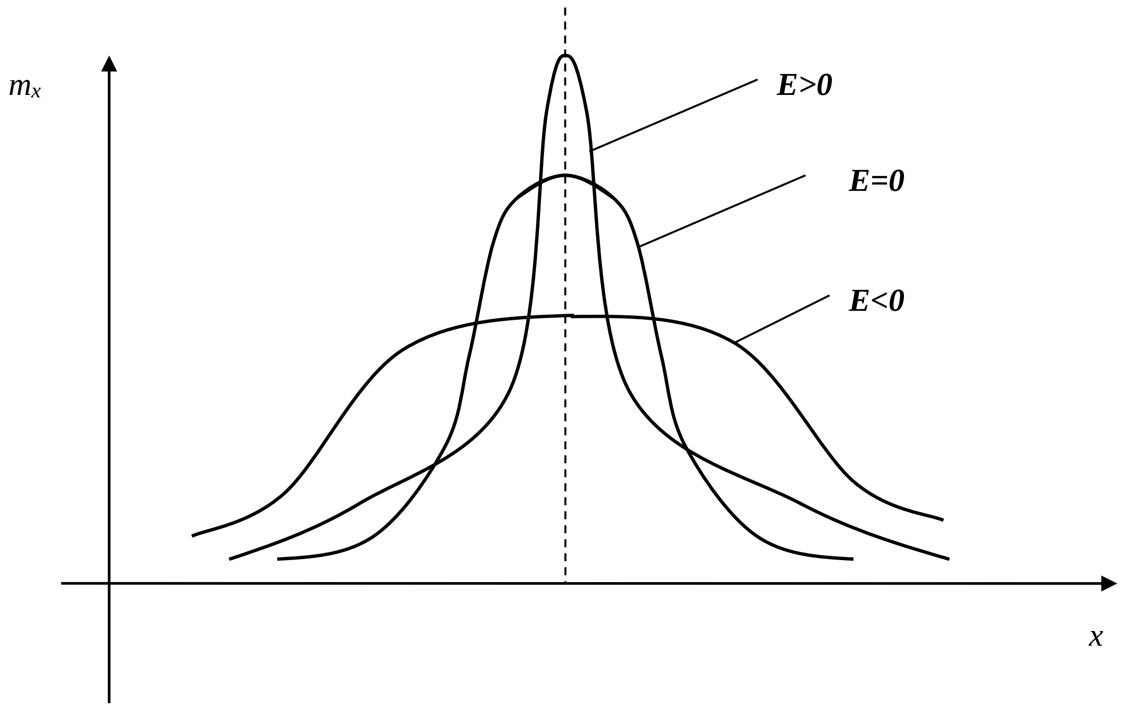
Əgər variasiya sırasının poliqonunun əyriliyi varsa, yəni onun zirvədən başlayaraq qollarından biri o birindən qısadırsa, onda belə sıra *asimmetrik* adlanır. (7.1)-dan alınır ki, əgər variasiya sırasında $\bar{x}$-dan kiçik variantlar çoxluq təşkil edirsə, asimmetriya əmsalı mənfidir; bu halda *soltərəfli asimmetriya* baş verir. Əgər variasiya sırasında $\bar{x}$-dan böyük variantlar çoxluq təşkil edirsə, asimmetriya əmsalı müsbətdir; bu halda *sağtərəfli asimmetriya* baş verir.

Asimmetriya əmsalının nə yuxarı nə də aşağı sərhədləri olmur, bu da onun asimmetriya ölçüsü kimi əhəmiyyətini aşağı salır. Təcrübədə asimmetria əmsalı nadir hallarda xüsusən böyük olur. Az asimmetrik sıralar üçün asimmetriya əmsalı adətən vahiddən kiçik olur.

Dördüncü tərtib mərkəzi momentin kvadratik orta yayınmanın dördüncü dərəcəsinə nisbətinin 3 vahid azaldılması *eksses və ya diklik əmsalı* $(\tilde{E})$ adlanır:

$$\tilde{E} = \frac{\tilde{\mu}_4}{s^4} - 3 = \frac{\tilde{\mu}_4}{\tilde{\mu}_2^2} - 3.$$

$\tilde{E}$=0 ekssesin standart qiymətidir. Bunun doğruluğu normal əyri öyrənilərkən isbat olunur. $\tilde{E}$<0 olan əyrilər normal əyrilərlə müqayisədə az dikdirlər, daha yastı təpəyə malikdirlər və *yastıtəpəli* adlanırlar. $\tilde{E}$ >0 olan əyrilər daha dikdirlər, daha şiş təpəyə malikdirlər və *şiştəpəli* adlanırlar.



Misal 1.

	A	B	C	D	E	F	G
1	x	mx	wx	mx top	wx top	x*mx	x*wx
2	2	8	0,08	8	0,08	16	0,16
3	3	35	0,35	43	0,43	105	1,05
4	4	42	0,42	85	0,85	168	1,68
5	5	15	0,15	100	1	75	0,75
6		**100**	**1**			**364**	**3,64**
7						**3,64**	

	K	L	M
1	(x-xorta)^2*mx	(x-xorta)^3*mx	(x-xorta)^4*mx
2	21,5168	-35,287552	57,87158528
3	14,336	-9,17504	5,8720256
4	5,4432	1,959552	0,70543872
5	27,744	37,73184	51,3153024
6	**69,04**	**-4,7712**	**115,764352**
7	**0,6904**	**-0,047712**	**1,15764352**
1	**0,830903123**	**-0,000831719**	-0,571303317

İkinci tərtib mərkəzi momentlərin hesablanması (dispersiya)

=(A2-$F$7)^2*B2

=СУММ(K2:K5)

=K6/B6

=K7^(1/2) kvadratik orta yayınma

Üçüncü tərtib mərkəzi momentlərin hesablanması

=(A2-$F$7)^3*B2

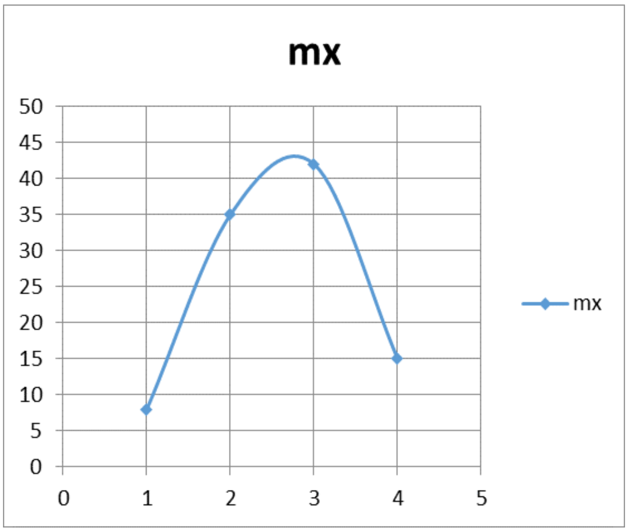
=СУММ(L2:L5)

=L6/B6

Assimmetriyanın hesablanması

=L7/(B6*K8^3)

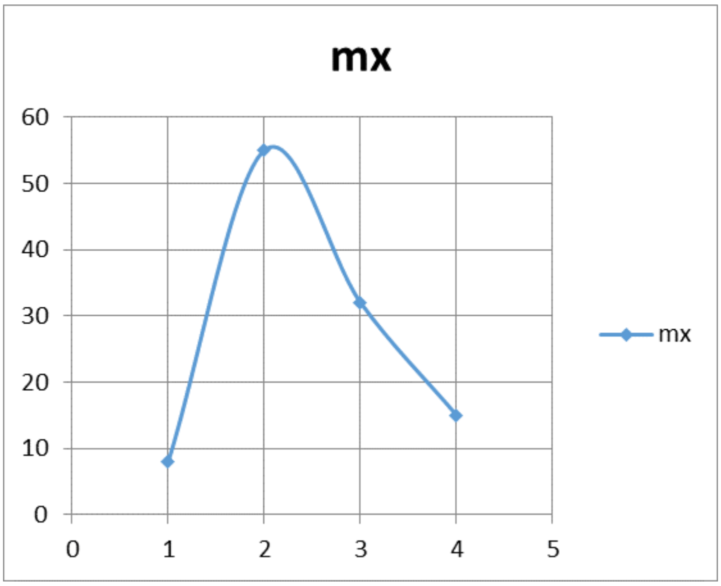
Sağ tərəfli assimmetriya A<0



Sol tərəfli assimmetriya A>0

x	mx	wx	mx top	wx top	x*mx	x*wx
2	8	0,07	8	0,0727	16	0,15
3	55	0,5	63	0,5727	165	1,5
4	32	0,29	95	0,8636	128	1,16
5	15	0,14	110	1	75	0,68
	110	**1**			**384**	**3,49**
					3,491	

(x-xorta)^2*mx	(x-xorta)^3*mx	(x-xorta)^4*mx
17,78247934	-26,51206011	39,52707143
13,25454545	-6,50677686	3,194235913
8,293553719	4,222172802	2,14946979
34,16033058	51,55104433	77,79521235
73,49090909	**22,75438017**	**122,6659895**
0,668099174	**0,206858002**	**1,115145359**
0,817373338	**0,003443644**	-0,501671098



Dördüncü tərtib mərkəzi momentlərin hesablanması

=(A2-$F$7)^4*B2

=СУММ(M2:M5)

=M6/B6

Eksessin hesablanması

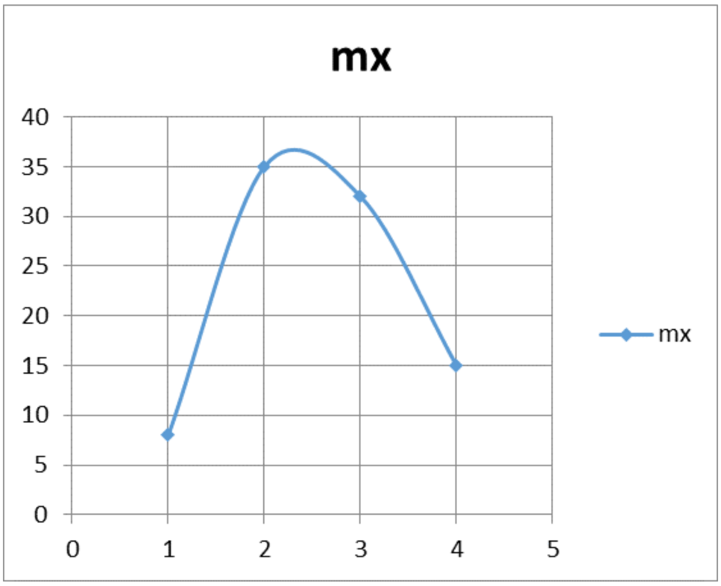
=M7/K8^4-3

E<0 yastıtəpəli əyri

x	mx	wx	mx top	wx top	x*mx	x*wx	x^2
2	8	0,09	8	0,0889	16	0,18	4
3	35	0,39	43	0,4778	105	1,17	9
4	32	0,36	75	0,8333	128	1,42	16
5	15	0,17	90	1	75	0,83	25
	90	**1**			**324**	**3,6**	
					3,6		

(x-xorta)^2*mx	(x-xorta)^3*mx	(x-xorta)^4*mx
20,48	-32,768	52,4288
12,6	-7,56	4,536

5,12	2,048	0,8192
29,4	41,16	57,624
67,6	**2,88**	**115,408**
0,751111111	**0,032**	**1,282311111**
0,866666667	**0,000546199**	-0,727075383

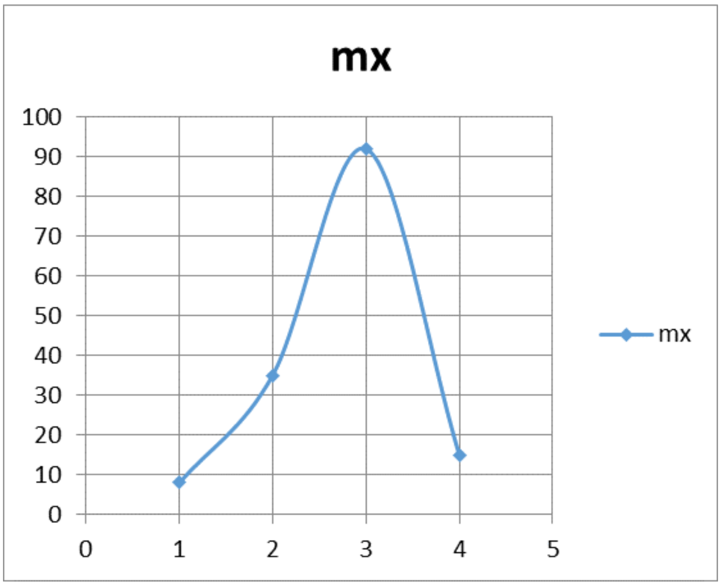


E>0 şiştəpəli əyri

x	mx	wx	mx top	wx top	x*mx	x*wx
2	8	0,05	8	0,0533	16	0,11
3	35	0,23	43	0,2867	105	0,7
4	92	0,61	135	0,9	368	2,45
5	15	0,1	150	1	75	0,5
	150	**1**			**564**	**3,76**
					3,76	

(x-xorta)^2*mx	(x-xorta)^3*mx	(x-xorta)^4*mx
24,7808	-43,614208	76,76100608
20,216	-15,36416	11,6767616
5,2992	1,271808	0,30523392

23,064	28,59936	35,4632064
73,36	**-29,1072**	**124,206208**
0,489066667	**-0,194048**	**0,828041387**
0,699333016	**-0,003782386**	0,461911144



YOXLAMA SUALLARI

1. Asimmetriyanın əmsalı nə adlanır?
2. Hansı sıra asimmetrik adlanır?
3. Hansı halda asimmetriya əmsalı mənfidir?
4. Hansı halda soltərəfli asimmetriya baş verir?
5. Hansı halda asimmetriyanın əmsalı müsbətdir?
6. Hansı halda sağ tərəf asimmetriya baş verir?
7. Ekssess və ya dikliyin əmsalı nəyə deyirlər?
8. Hansı əyrilər yastı təpəli adlanır?
9. Hansı əyrilər şiş təpəli adlanır?
10. Ekssessin standart qiyməti nəyə bərabərdir?

AZƏRBAYCAN RESPUBLİKASI TƏHSİL NAZİRLİYİ

AZƏRBAYCAN MEMARLIQ VƏ İNŞAAT UNİVERSİTETİ

Mexanikləşdirmə və informasiya texnologiyaları fakültəsi

"İnformasiya texnologiyaları və sistemləri" kafedrası

Fənnin adı: "Təcrübi verilənlərin işlənməsi texnologiyaları"

Mövzu 9. Təsadüfi kəmiyyət və onun paylama qanunları.

Məruzəçi: Musayeva N.F.

MÜHAZİRƏNİN PLANI

1. Diskret və kəsilməz təsadüfi kəmiyyət.
2. Təsadüfi kəmiyyətin paylanması.
3. Paylanma qanunlarının cədvəl formada verilməsi.
4. Paylanma sırasının qrafiki təsviri.

Ədəbiyyat

1. Musayeva N.F. «Riyazi modellərin qurulması. Üsullar və müasir kompüter texnologiyaları» adlı azərbaycan dilində monoqrafiyaya, Bakı, İnformasiya texnologiyaları nəşriyyatı, 2015, 386 s.
2. Мусаева Н.Ф. Построение математических моделей. Методы и современные компьютерные технологии. Учебник, 2014, 310 с. Lambert, Germany
3. Musayeva N.F. Təcrübi verilənlərin işlənməsinin informasiya texnologiyaları. Dərslik, Bakı, 2007
4. Мусаева Н.Ф. Информационные технологии обработки экспериментальных данных. Учебник, Баку, 2007
5. Вентцель Е.С. Теория вероятностей. М., Наука, 1964 г.
6. Иванова В.М. и др. Математическая статистика, М., "Высшая школа", 1975
7. Ниворожкина, Л.И. Статистические методы анализа данных: Учебник / Л.И. Ниворожкина, С.В. Арженовский, А.А. Рудяга. - М.: Риор, 2018. - 320 с.

8. Большаков, А.А. Методы обработки многомерных данных и временных рядов: Учебное пособие для вузов / А.А. Большаков, Р.Н. Каримов. - М.: ГЛТ, 2015. - 522 с.

9. Григорьев, А.А. Методы и алгоритмы обработки данных: Учебное пособие / А.А. Григорьев. - М.: Инфра-М, 2018. - 384 с.

10. Острейковский В.А., Карманов Ф.И. Статистические методы обработки экспериментальных данных. Лабораторный практикум, Издательство: Абрис, 2012 г., 208 с.

11. Карманов, Ф.И. Статистические методы обработки экспериментальных данных. Лабораторный практикум / Ф.И. Карманов, В.А. Острейковский. - М.: Абрис, 2012. - 208 с.

Fakültənin Elmi-metodiki şurasında təsdiq olunmuşdur

2022

Bakı-2022

FƏSİL 2

9. TƏSADÜFİ KƏMİYYƏTLƏR VƏ ONLARIN PAYLANMA QANUNLARI

Təsadüfi kəmiyyət

Sınaq nəticəsində əvvəlcədən məlum olmayan, sınaqdan sınağa və təsadüfi vəziyyətdən asılı olaraq dəyişən bu və ya digər mümkün qiyməti alan kəmiyyət *təsadüfi* adlanır. Təsadüfi kəmiyyət sınağın nəticəsinin miqdar xarakteristikasıdır. Təsadüfi kəmiyyətlərə detalın istehsal ölçüsü, texnoloji parametrin ölçülməsinin nəticəsi, çuqunda olan kimyəvi elementlərin tutumu və s. misal göstərmək olar. Təsadüfi kəmiyyətlər diskret və kəsilməz olur.

Sonlu və ya sonsuz sayda qiymətlər çoxluğu alan təsadüfi kəmiyyətlərə *diskret* kəmiyyət deyilir. Məsələn, zay məhsulların sayı; bir gün ərzində telefon stansiyasına gələn zənglərin sayı; qurğunun elementlərinin müəyyən vaxt kəsiyində dayanmalarının sayı və s.

Müəyyən sonlu və ya sonsuz intervaldan hər hansı qiyməti ala bilən təsadüfi kəmiyyət *kəsilməz* adlanır. Aydındır ki, kəsilməz təsadüfi kəmiyyətin mümkün qiymətlərinin sayı sonsuzdur. Məsələn, sistemin müəyyən elementlərinin, eləcədə bütün sistemin dayanmadan işləmə müddəti; maye sərfininin ölçülmə xətası; dəzgahda detalın hazırlanma xətası – kəsilməz təsadfi kəmiyyətlərdir.

Təsadüfi kəmiyyətlər adətən latın əlifbasının baş hərflərilə işarə olunur – $X, Y, Z, \ldots,$ onların mümkün qiymətləri isə uyğun kiçik hərflərlə - $x, y, z, \ldots$.

Təsadüfi kəmiyyəti vermək üçün, onun eyni şərtli sınaqlar nəticəsində bu və digər qiymətlərinin hansı tezliklə təkrarlanmasını bilmək vacibdir, yəni onların təkrarlanma ehtimallarını vermək lazımdır.

Fərz edək ki, X - sınaq nəticəsində uyğun $p_1, \ p_2, \ \ldots, \ p_n$ ehtimallarla $x_1, \ x_2, \ \ldots, \ x_n$ mümkün qiymətlərini alan diskret təsadüfi kəmiyyətdir:

$$X = x_1; \quad X = x_2; \quad \ldots; \quad X = x_n \,,$$

$$P(X = x_1) = p_1; \ P(X = x_2) = p_2; \ \ldots; \ P(X = x_n) = p_n \,.$$

X təsadüfi kəmiyyətin bütün mümkün qiymətlərinin ehtimallarının cəmi vahidə bərabərdir:

$$\sum_{i=1}^{n} P(X = x_i) = \sum_{i=1}^{n} p_i = 1.$$

Təsadüfi kəmiyyətin mümkün qiymətlərinin və onlara uyğun ehtimalların məcmusu *təsadüfi kəmiyyətin paylanmasını* təşkil edir.

Təsadüfi kəmiyyətin mümkün qiymətləri ilə onlara uyğun ehtimalların müvafiqliyinə *təsadüfi kəmiyyətin paylanma qanunu* deyilir. Təsadüfi kəmiyyət haqqında deyilir ki, o, verilmiş paylanma qanununa tabedir. Əgər, hər hansı bir təsadüfi kəmiyyətin paylanma qanunu o biri təsadüfi kəmiyyətin aldığı qiymətlərindən asılı deyilsə, onda bu təsadüfi kəmiyyətlərə *asılı olmayan* deyilir. Əks halda təsadüfi kəmiyyətlər *asılı kəmiyyətlər* adlanır. Bir neçə təsadüfi kəmiyyəti *qarşılıqlı asılı olmayan* o halda adlandırırlar ki, onlardan istənilən sayda olanın paylanma qanunları, digər kəmiyyətlərin hansı mümkün qiymətləri almasından asılı olmasın.

Təsadüfi kəmiyyətin paylanma qanunu *cədvəl*, *paylanma funksiyası* və *paylanma sıxlığı* şəkilində verilə bilər.

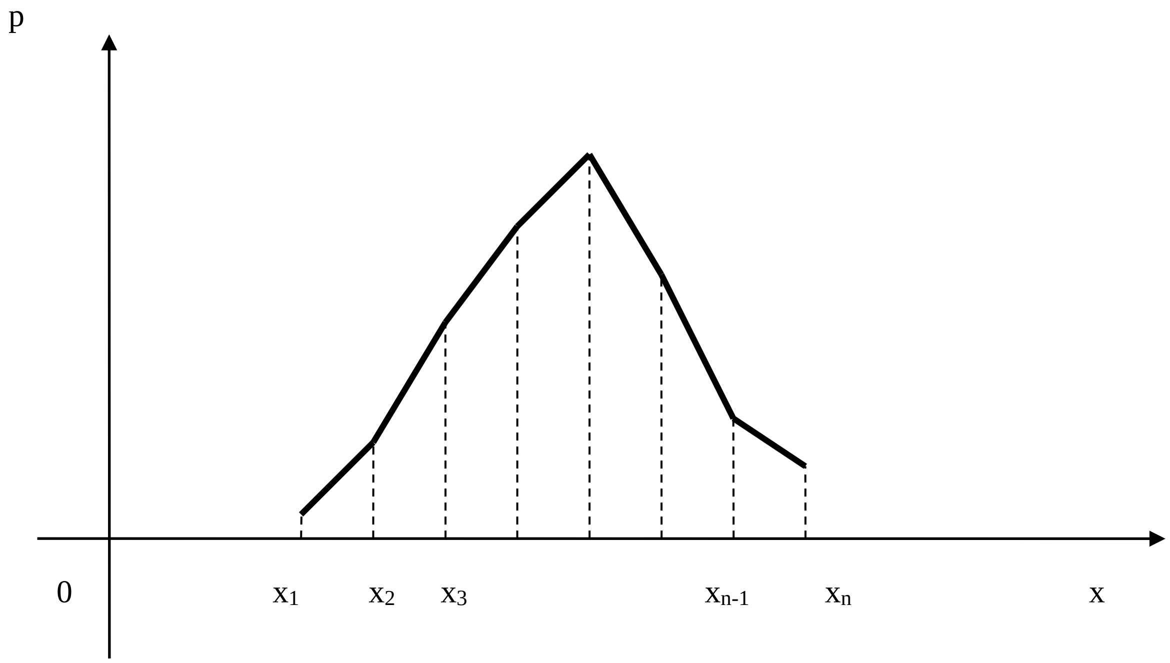
Təsadüfi kəmiyyətin paylanma qanununun cədvəl şəkili

Təsadüfi kəmiyyətin mümkün qiymətlərini və müvafiq ehtimalları özündə əks etdirən cədvəl təsadüfi kəmiyyətin paylanma qanununun verilməsinin sadə formasıdır və ancaq sonlu sayda mümkün qiymətlər alan diskret təsadüfi kəmiyyət üçün istifadə olunur. Kəsilməz təsadüfi kəmiyyət saysız mümkün qiymətlər çoxluğuna malikdir, buna görə də onları cədvəldə hesablamaq mümkün deyil.

X	x_1	x_2	$\dots$	x_n
P	p_1	p_2	$\dots$	p_n

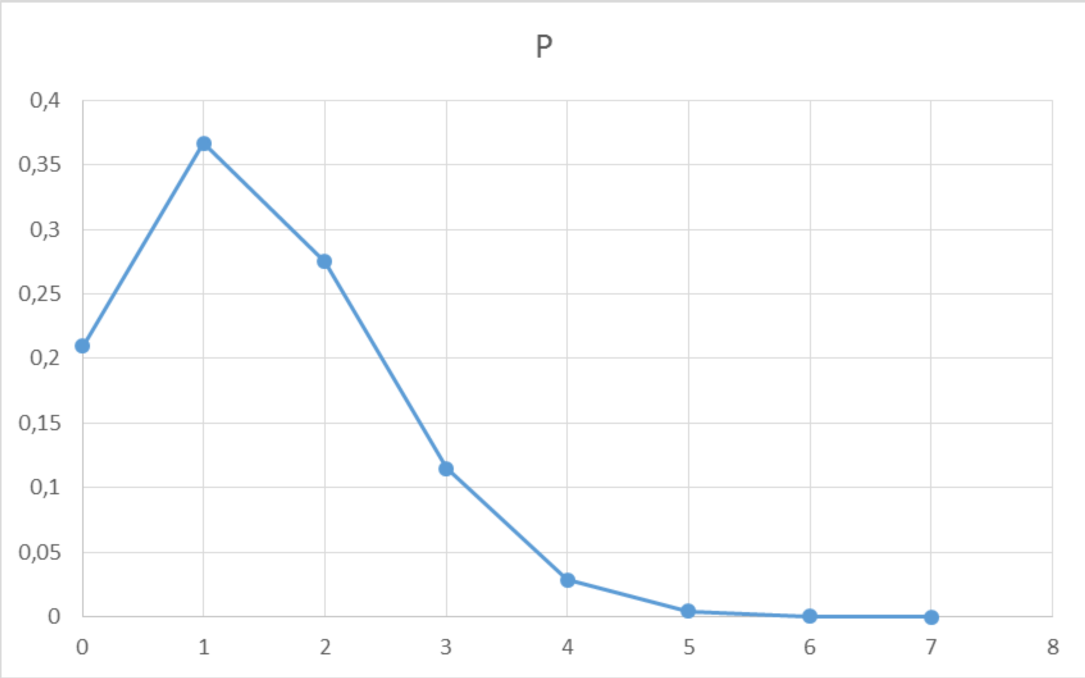
Təsadüfi kəmiyyətin paylanma qanununun cədvəl şəkilində verilməsinə həm də *paylanma sırası* deyilir (cədvəl 2.1).

Paylanma sırası qrafiki şəkildə təsvir olunanda düzbucaq koordinant sistemində absis oxunda təsadüfi kəmiyyətin bütün mümkün qiymətləri, ordinat oxunda isə onlara uyğun ehtimalları qeyd olunur. $(x_i,\ p_i)$ nöqtələrini birləşdirəndən sonra alınan fiqura *paylanmanın çoxbucaqlısı deyilir*.



Misal 1.

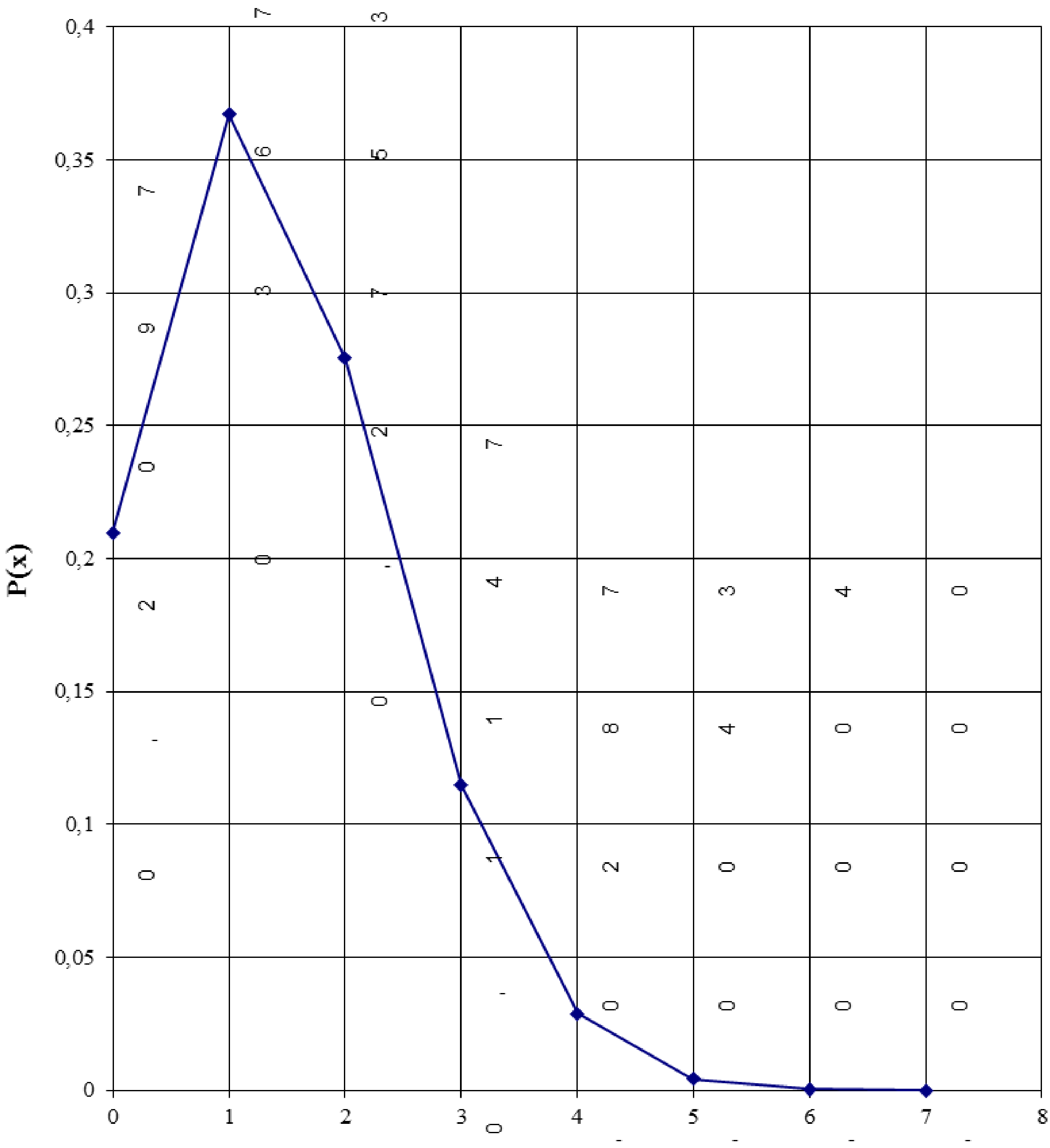
X	P
0	0,2097152
1	0,3670016
2	0,2752512
3	0,114688
4	0,028672
5	0,0043008
6	0,0003584
7	0,0000128



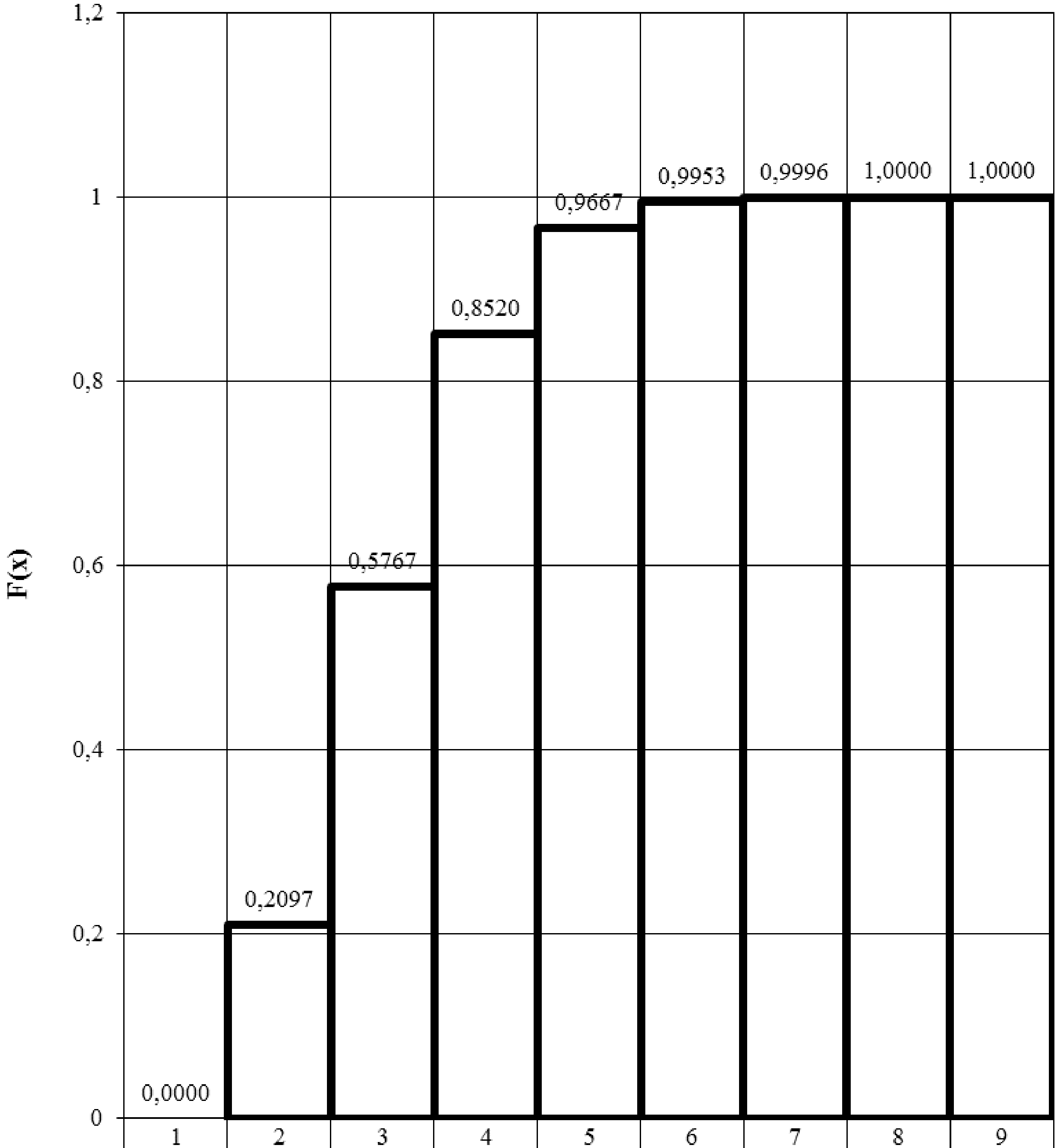
Misal

X	P	n, p, q	F(x)	M(x)	D(x)					F(x)
0	0,2097152	7	0	0	0,411042					0
1	0,3670016	0,2	0,2097152	0,367002	0,05872					0,209715
2	0,2752512	0,8	0,5767168	0,550502	0,09909					0,576717
3	0,114688		0,851968	0,344064	0,293601					0,851968
4	0,028672		0,966656	0,114688	0,193823					0,966656
5	0,0043008		0,995328	0,021504	0,055738					0,995328
6	0,0003584		0,9996288	0,00215	0,007584					0,999629
7	0,0000128		0,9999872	8,96E-05	0,000401					0,999987
8			1	1,4	1,12					1

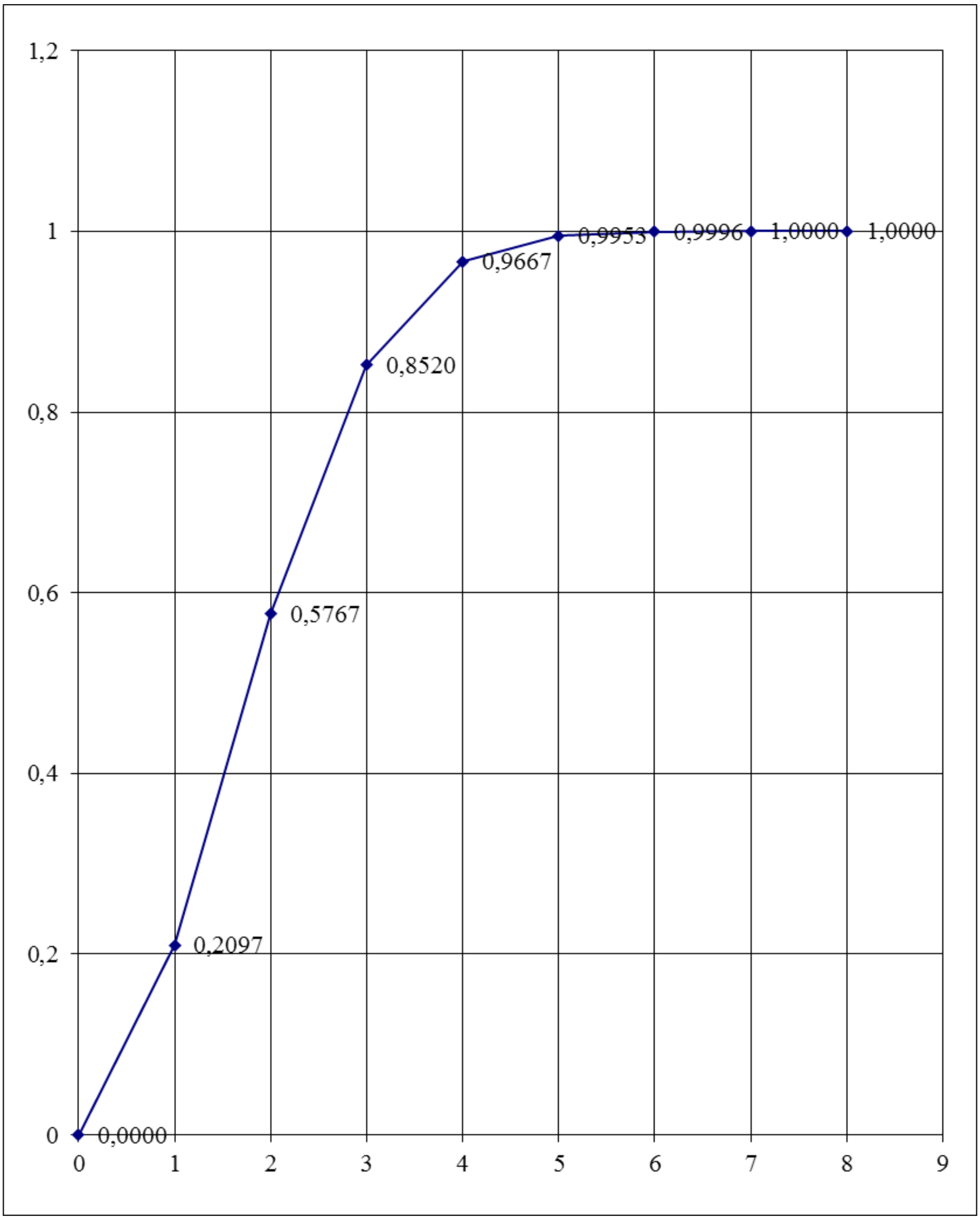
PAYLANMA ÇOXBUCAQLISI



DİSKRET TƏSADÜFİ KƏMİYYƏTİN PAYLANMA FUNKSİYASININ QRAFİKİ



	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Ряд1	0	0,209715	0,576717	0,851968	0,966656	0,995328	0,999629	0,999987	1



YOXLAMA SUALLARI

1. təsadüfi kəmiyyət Nəyə deyilir?

2. Hansı təsadüfi kəmiyyət diskret adlanır?

3. Hansı təsadüfi kəmiyyət kəsilməz adlanır?

4. təsadüfi kəmiyyətlər və onların mümkün qiymətləri Necə işarələnir?

5. Təsadüfi kəmiyyətin bütün mümkün qiymətlərinin ehtimallarının cəmi nəyə bərabərdir?

6. təsadüfi kəmiyyətin paylanmasını Nə təşkil edir?

7. təsadüfi kəmiyyətin paylanma qanunu Nəyə deyilir?

8. təsadüfi kəmiyyətin paylanma qanunu Necə verilə bilər?

9. paylanma sırası nəyə deyilir?

10. Hansı fiqur paylanma çoxbucaqlısı adlanır?

AZƏRBAYCAN RESPUBLİKASI TƏHSİL NAZİRLİYİ

AZƏRBAYCAN MEMARLIQ VƏ İNŞAAT UNİVERSİTETİ

Mexanikləşdirmə və informasiya texnologiyaları fakültəsi

"İnformasiya texnologiyaları və sistemləri" kafedrası

Fənnin adı: "Təcrübi verilənlərin işlənməsi texnologiyaları"

Mövzu 10. İnteqral paylanma funksiyası.

Məruzəçi: Musayeva N.F.

MÜHAZİRƏNİN PLANI

1. Diskret və kəsilməz təsadüfi kəmiyyətin paylanma funksiyası.
2. Paylanma funksiyasının xassələri.

Ədəbiyyat

1. Musayeva N.F. «Riyazi modellərin qurulması. Üsullar və müasir kompüter texnologiyaları» adlı azərbaycan dilində monoqrafiyaya, Bakı, İnformasiya texnologiyaları nəşriyyatı, 2015, 386 s.
2. Мусаева Н.Ф. Построение математических моделей. Методы и современные компьютерные технологии. Учебник, 2014, 310 с. Lambert, Germany
3. Musayeva N.F. Təcrübi verilənlərin işlənməsinin informasiya texnologiyaları. Dərslik, Bakı, 2007
4. Мусаева Н.Ф. Информационные технологии обработки экспериментальных данных. Учебник, Баку, 2007
5. Вентцель Е.С. Теория вероятностей. М., Наука, 1964 г.
6. Иванова В.М. и др. Математическая статистика, М., "Высшая школа", 1975
7. Ниворожкина, Л.И. Статистические методы анализа данных: Учебник / Л.И. Ниворожкина, С.В. Арженовский, А.А. Рудяга. - М.: Риор, 2018. - 320 с.
8. Большаков, А.А. Методы обработки многомерных данных и временных рядов: Учебное пособие для вузов / А.А. Большаков, Р.Н. Каримов. - М.: ГЛТ, 2015. - 522 с.

9. Григорьев, А.А. Методы и алгоритмы обработки данных: Учебное пособие / А.А. Григорьев. - М.: Инфра-М, 2018. - 384 с.
10. Острейковский В.А., Карманов Ф.И. Статистические методы обработки экспериментальных данных. Лабораторный практикум, Издательство: Абрис, 2012 г., 208 с.
11. Карманов, Ф.И. Статистические методы обработки экспериментальных данных. Лабораторный практикум / Ф.И. Карманов, В.А. Острейковский. - М.: Абрис, 2012. - 208 с.

Fakültənin Elmi-metodiki şurasında təsdiq olunmuşdur
2022

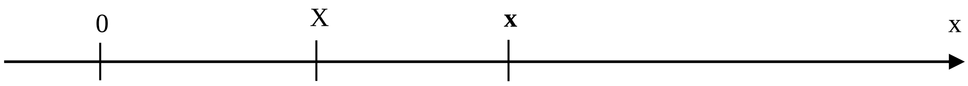
Bakı-2022

10. PAYLANMA FUNKSİYASI

Paylanma funksiyası həm diskret həm də kəsilməz təsadüfi kəmiyyətlər üçün istifadə olunur. $F(x)$ *paylanma funksiyası* (ya *paylanmanın inteqral funksiyası* ya da *paylanmanın inteqral qanunu*) X təsadüfi kəmiyyətinin qeyd olunmuş həqiqi x ədədindən kiçik qiymət alması ehtimalını təyin edir:

$F(x) = P(X < x)$.

Paylanma funksiyasının həndəsi izahı belədir. Əgər təsadüfi kəmiyyətə, Ox oxunda, sınaq nəticəsində bu oxda, bu və ya digər vəziyyəti ala bilən X təsadüfi nöqtə kimi baxsaq, onda $F(x)$ paylanma funksiyası X təsadüfi nöqtəsinin sınaq nəticəsində x nöqtəsindən sol tərəfə düşmə ehtimalıdır.



$x_1, x_2, ..., x_n$ qiymətlərini alan X diskret təsadüfi kəmiyyət üçün paylanma funksiyasını aşağıdakı şəkildə göstərmək olar:

$$F(x) = \sum_{x_i < x} P(X = x_i),$$

burada $x_i < x$ o deməkdir ki, toplanma x_i-nin x-dan kiçik qiymətlərinə aiddir.

Cədvəldə paylanma sırası verilmiş X təsadüfi kəmiyyətin paylanma funksiyasını quraq:

$x < x_1$ olduqda $F(x) = P(X < x_1) = 0$;

$x_1 < x \le x_2$ olduqda $F(x) = P(X < x_2) = P(X < x_1) = p_1$;

$x_2 < x \le x_3$ olduqda $F(x) = P(X < x_3) = P(X = x_1) + P(X = x_2) = p_1 + p_2$;

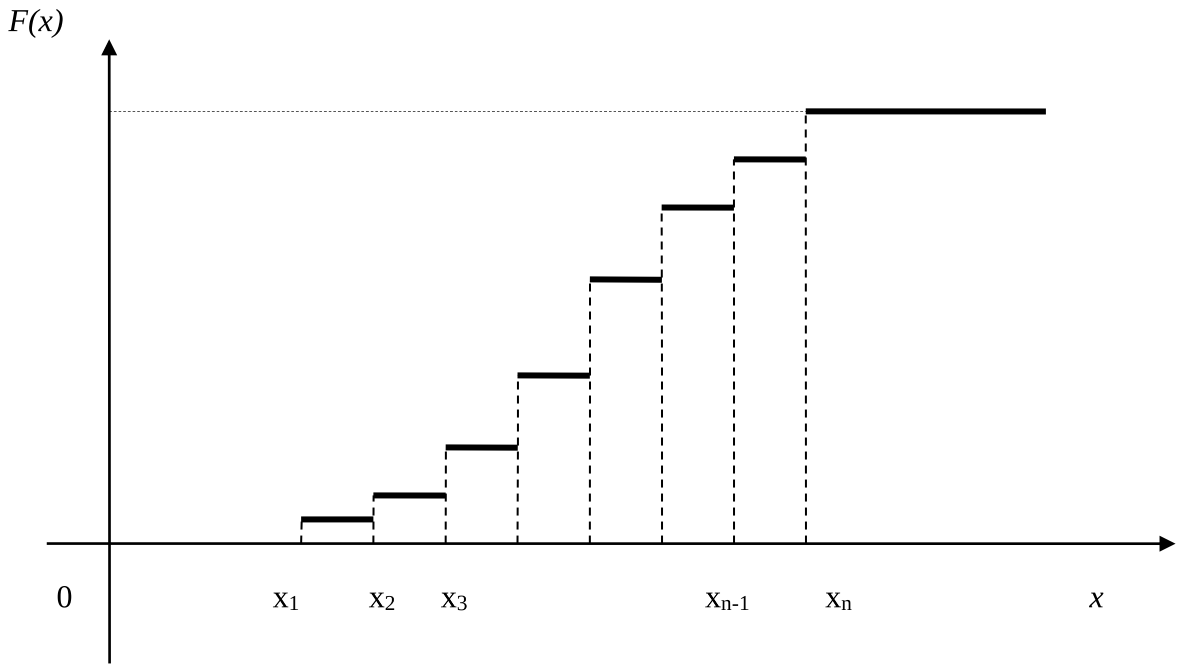
....

$x_{n-1} < x \le x_n$ olduqda

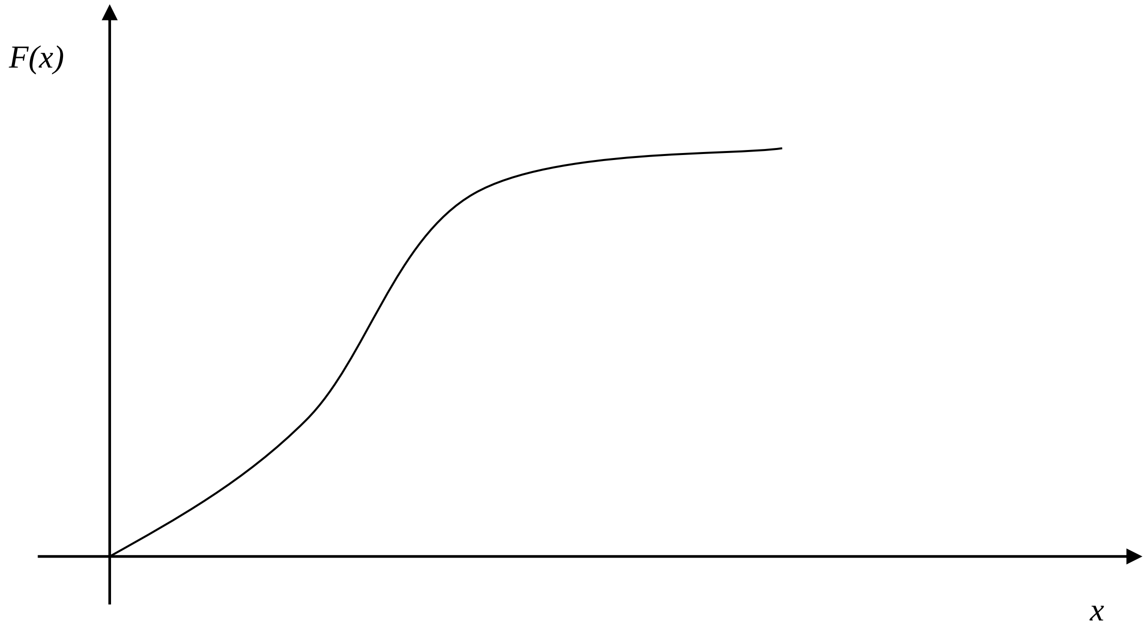
$F(x) = P(X < x_n) = P(X = x_1) + P(X = x_2) + ... + P(X = x_{n-1}) = p_1 + p_2 + p_3 + ... + p_{n-1}$;

$x > x_n$ olduqda

$$F(x) = P(X = x_1) + P(X = x_2) + \ldots + P(X = x_{n-1}) + P(X = x_n) = p_1 + p_2 + p_3 + \ldots + p_{n-1} + p_n = 1.$$



Paylanma funksiyası elə nöqtələrdə sıçrayışa malikdir ki, orada təsadüfi kəmiyyət paylanma sırasında göstərilmiş konkret qiymətlərini alır. Təsadüfi kəmiyyətlərin qiymətlərinin arasındakı intervallarda $F(x)$ funksiyası sabitdir. Paylanma funksiyasının bütün sıçramalarının cəmi vahidə bərabərdir. Diskret təsadüfi kəmiyyətin paylanma funksiyasının qrafiki kəsilmış pilləli sınıq xətdir.



Kəsilməz təsadüfi kəmiyyətin paylanma funksiyası kəsilməzdir; bu funksiyanın qrafiki hamar əyridir.

Paylanma funksiyasinin xassələri

Xassə 1. $F(x)$ *paylanma funksiyası mənfi olmayan funksiyadır; onun qiyməti 0 və 1 arasında dəyişir:* $0 \le F(x) \le 1$.

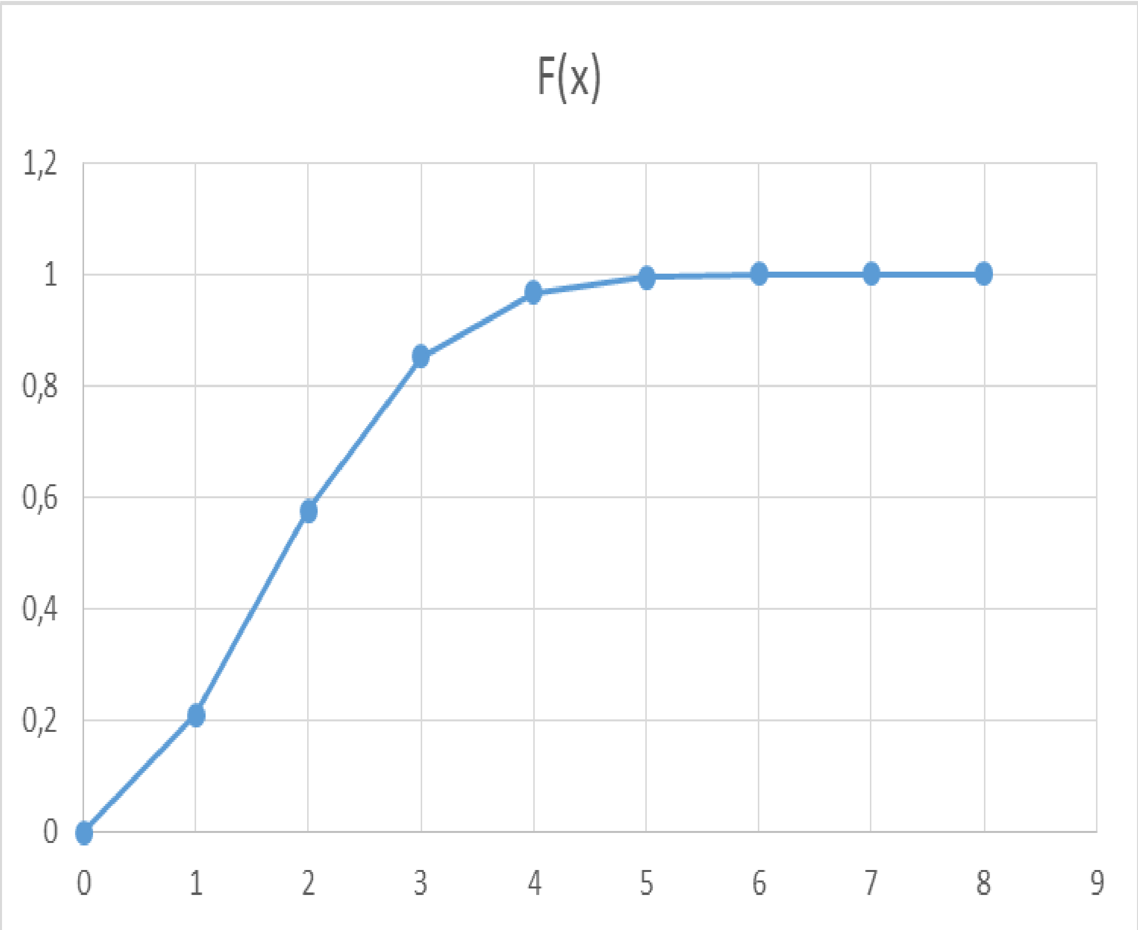
Xassə 2. *Təsadüfi kəmiyyətin* $[\alpha, \beta)$ *intervalına düşmə ehtimalı paylanma funksiyasının bu intervalın sonundakı qiymətlərinin fərqinə bərabərdir:*
$P(\alpha \le X < \beta) = F(\beta) - F(\alpha)$.

Xassə 3. $F(x)$ *paylanma funksiyası azalmayandır, yəni* $\beta > \alpha$ olduqda $F(\beta) \ge F(\alpha)$.

Xassə 4. *Mənfi sonsuzluqda* $F(x)$ *paylanma funksiyası sıfra bərabərdir; müsbət* sonsuzluqda $F(x)$ *paylanma funksiyası vahidə bərabərdir:* $F(-\infty) = 0$*;* $F(+\infty) = 1$.

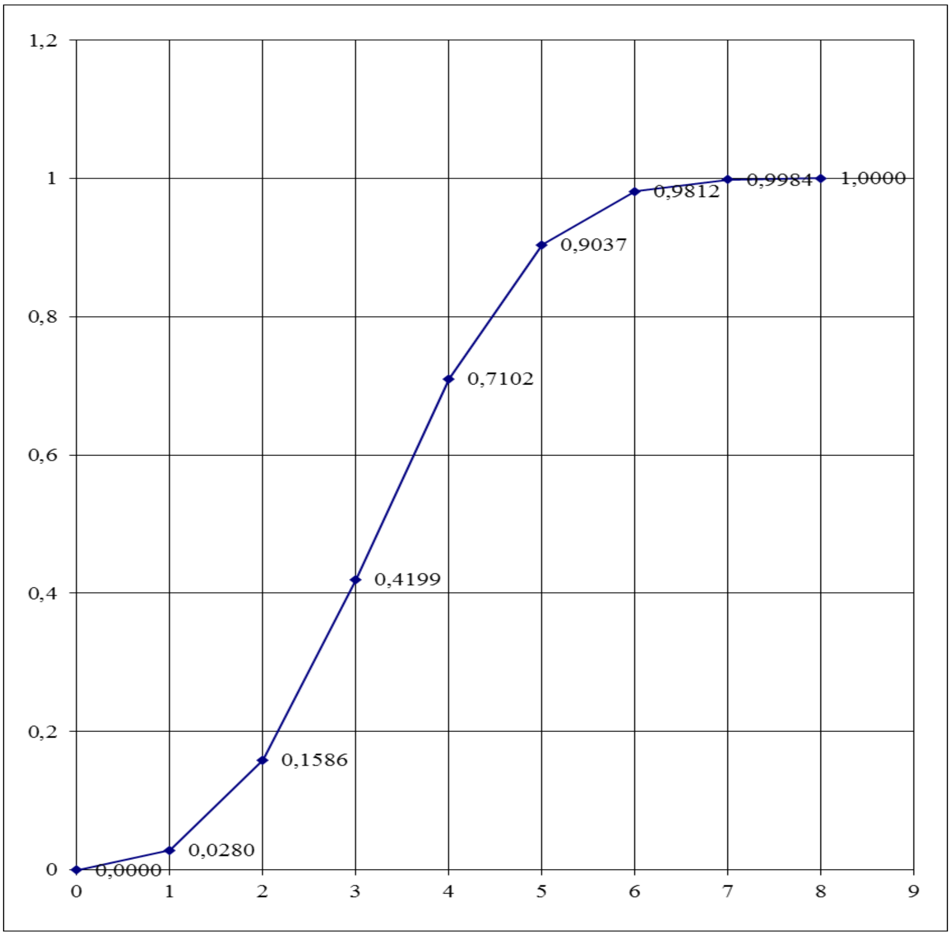
Misal 1.

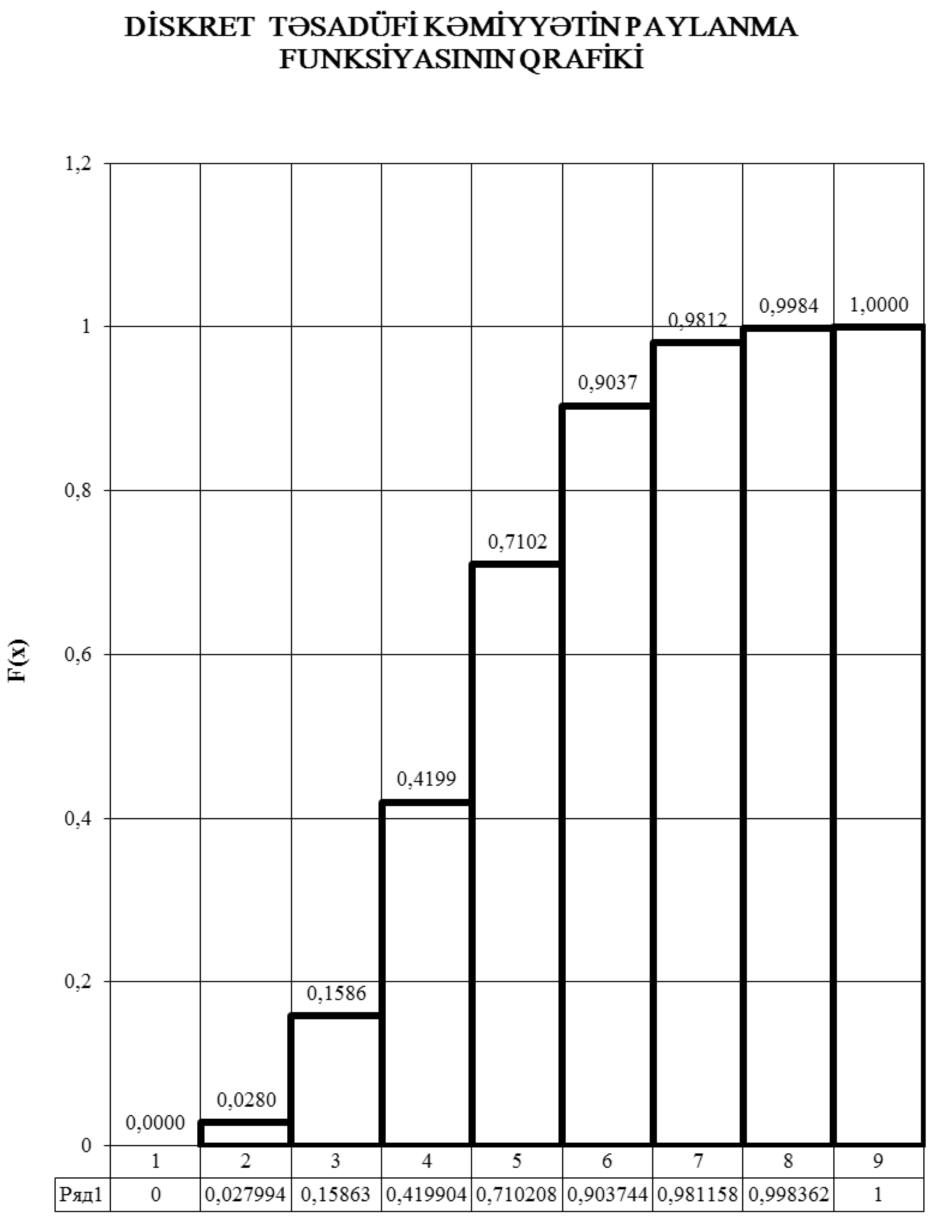
X	P	n, p, q	F(x)
0	0,2097152	7	0
1	0,3670016	0,2	0,2097152
2	0,2752512	0,8	0,5767168
3	0,114688		0,851968
4	0,028672		0,966656
5	0,0043008		0,995328
6	0,0003584		0,9996288
7	0,0000128		0,9999872
8			1



Misal 2

X	P	n, p, q	F(x)	M(x)	D(x)	F(x)
0	0,0279936	7	0	0	0,21947	0
1	0,1306368	0,4	0,0279936	0,130637	0,423263	0,027994
2	0,2612736	0,6	0,1586304	0,522547	0,167215	0,15863
3	0,290304		0,419904	0,870912	0,011612	0,419904
4	0,193536		0,710208	0,774144	0,278692	0,710208
5	0,0774144		0,903744	0,387072	0,374686	0,903744
6	0,0172032		0,9811584	0,103219	0,176161	0,981158
7	0,0016384		0,9983616	0,011469	0,028901	0,998362
8			1	**2,8**	**1,68**	1





YOXLAMA SUALLARI

1. Hansılar təsadüfi kəmiyyətlər üçün paylanma funksiyası istifadə olunur?
2. Paylanma funksiyası necə təyin edir?
3. Paylanma funksiyasının həndəsi izahı necədir?
4. Diskret təsadüfi kəmiyyət üçün paylanma funksiyasını nə şəkildə təsvir etmək olar?
5. Hansı nöqtələrdə paylanma funksiyası sıçrayışa malikdir?
6. Paylanma funksiyasının bütün sıçrayışlarının cəmi nəyə bərabərdir?
7. Diskret təsadüfi kəmiyyətin paylanma funksiyasının qrafiki necə təsvir edilir?

8. Kəsilməz təsadüfi kəmiyyətin paylanma funksiyasının qrafiki necə təsvir edilir?

9. Təsadüfi kəmiyyətin intervala düşməsinin ehtimalı nəyə bərabərdir?

10. Mənfi sonsuzluğda paylanma funksiyası nəyə bərabərdir?

11. Müsbət sonsuzluğda paylanma funksiyası nəyə bərabərdir?

AZƏRBAYCAN RESPUBLİKASI TƏHSİL NAZİRLİYİ
AZƏRBAYCAN MEMARLIQ VƏ İNŞAAT UNİVERSİTETİ

Mexanikləşdirmə və informasiya texnologiyaları fakültəsi
"İnformasiya texnologiyaları və sistemləri" kafedrası

Fənnin adı: "Təcrübi verilənlərin işlənməsi texnologiyaları"

Mövzu 11. Diferensial paylanma funksiyası.

Məruzəçi: Musayeva N.F.

MÜHAZİRƏNİN PLANI

1. Ehtimalın paylanma sıxlığı.
2. Paylanma əyrisi.
3. Diferensial paylanma funksiyasının xassələri.

Ədəbiyyat

1. Musayeva N.F. «Riyazi modellərin qurulması. Üsullar və müasir kompüter texnologiyaları» adlı azərbaycan dilində monoqrafiyaya, Bakı, İnformasiya texnologiyaları nəşriyyatı, 2015, 386 s.
2. Мусаева Н.Ф. Построение математических моделей. Методы и современные компьютерные технологии. Учебник, 2014, 310 с. Lambert, Germany
3. Musayeva N.F. Təcrübi verilənlərin işlənməsinin informasiya texnologiyaları. Dərslik, Bakı, 2007
4. Мусаева Н.Ф. Информационные технологии обработки экспериментальных данных. Учебник, Баку, 2007
5. Вентцель Е.С. Теория вероятностей. М., Наука, 1964 г.
6. Иванова В.М. и др. Математическая статистика, М., "Высшая школа", 1975
7. Ниворожкина, Л.И. Статистические методы анализа данных: Учебник / Л.И. Ниворожкина, С.В. Арженовский, А.А. Рудяга. - М.: Риор, 2018. - 320 с.

8. Большаков, А.А. Методы обработки многомерных данных и временных рядов: Учебное пособие для вузов / А.А. Большаков, Р.Н. Каримов. - М.: ГЛТ, 2015. - 522 с.
9. Григорьев, А.А. Методы и алгоритмы обработки данных: Учебное пособие / А.А. Григорьев. - М.: Инфра-М, 2018. - 384 с.
10. Острейковский В.А., Карманов Ф.И. Статистические методы обработки экспериментальных данных. Лабораторный практикум, Издательство: Абрис, 2012 г., 208 с.
11. Карманов, Ф.И. Статистические методы обработки экспериментальных данных. Лабораторный практикум / Ф.И. Карманов, В.А. Острейковский. - М.: Абрис, 2012. - 208 с.

Fakültənin Elmi-metodiki şurasında təsdiq olunmuşdur
2022

Bakı-2022

11. EHTİMALIN PAYLANMA SIXLIĞI

Kəsilməz təsadüfi kəmiyyəti yalnız inteqral paylanma funksiyası kimi yox, həm də differensial paylanma funksiya kimi vermək olar.

Fərz edək ki, $F(x)$ paylanma funksiyası olan X kəsilməz təsadüfi kəmiyyət verilib. Bu təsadüfi kəmiyyətin $[x;\, x+\Delta x]$ elementar intervalına düşmə ehtimalı inteqral funksiyası ilə təyin olunur:

$$P(x < X < x+\Delta x) = F(x+\Delta x) - F(x).$$

Bu bərabərliyin hər iki hissəsini Δx-a bölək:

$$\frac{P(x < X < x+\Delta x)}{\Delta x} = \frac{F(x+\Delta x) - F(x)}{\Delta x}.$$

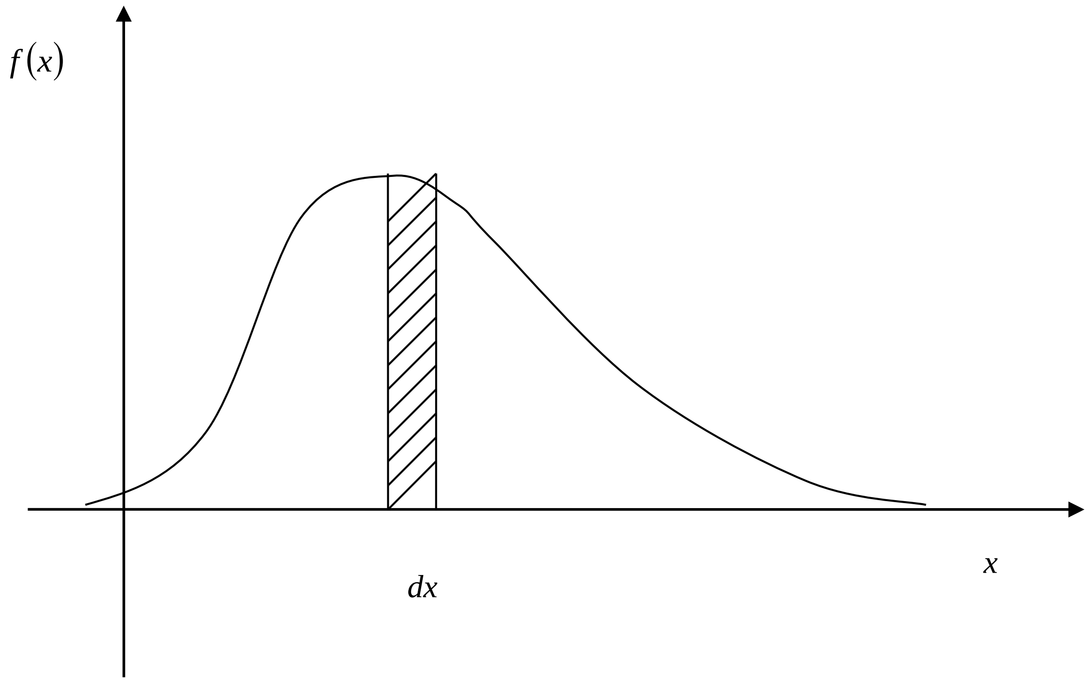
Alınan nisbət bu intervalın uzunluq vahidinə uyğun gələn *orta ehtimal* adlanır. $F(x)$ paylanma funksiyası differensiallanandırsa, sonuncu bərabərliyin $\Delta x \to 0$ şərtində limitinə keçək. Limitdə *differensial paylanma funksiyası* adlanan paylanma funksiyasından törəmə alırıq:

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{P(x < X < x+\Delta x)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{F(x+\Delta x) - F(x)}{\Delta x} = F'(x).$$

$f(x) = F'(x)$ ifadəsini daxil edək. Beləliklə, $f(x)$ *differensial paylanma funksiyası* inteqral funksiyanın birinci törəməsidir. Bəzən $f(x)$ funksiyasını X təsadüfi kəmiyyətinin *differensial paylanma qanunu* və ya *ehtimalın paylanma sıxlığı* adlandırırlar. Diskret təsadüfi kəmiyyətin ehtimalının paylanmasını təsvir etmək üçün differensial funksiyadan istifadə etmək olmaz.

Təsadüfi kəmiyyətin differensial paylanma funksiyasını təsvir edən əyri *paylanma əyrisi* adlanır. Absis oxunda x nöqtəsindəki dx intervalını seçək. Təsadüfi kəmiyyətin bu intervala düşmə ehtimalı $f(x)\, dx$-a bərabərdir. Həndəsi olaraq bu, $f(x)$ hündürlüklü, dx əsaslı elementar düzbucaqlının sahəsidir. $f(x)dx$ kəmiyyəti *ehtimal elementi* adlanır.

Artıq kəsilməz təsadüfi kəmiyyətin daha dəqiq tərifini vermək olar. Əgər, $F(x)$ paylanma funksiyası bütün Ox oxu boyu kəsilməzdirsə və $f(x)$ paylanma sıxlığı sonlu sayda nöqtələrdən başqa hər yerdə mövcuddursa, X *təsadüfi kəmiyyəti* *kəsilməz* adlanır.



Paylanma sixliğinin xassələri

Xassə 1. *Differensial paylanma funksiyası azalmayandır* $f(x) \geq 0$.

Xassə 2. X *kəsilməz təsadüfi kəmiyyətin* $[\alpha, \beta)$ *intervalına düşmə ehtimalı* α*-dan* β*-ya qədər götürülmüş sərhəddə differensial funksiyanın müəyyən inteqralına bərabərdir:*

$$P(\alpha \leq X < \beta) = \int_{\alpha}^{\beta} f(x)dx.$$

Xassə 3. İnteqral paylanma funksiyasını differensial düsturla vermək olar:

$$F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(x)dx.$$

Xassə 4. *Differensial funksiyadan sonsuz hədlərdə inteqral vahidə bərabərdir*

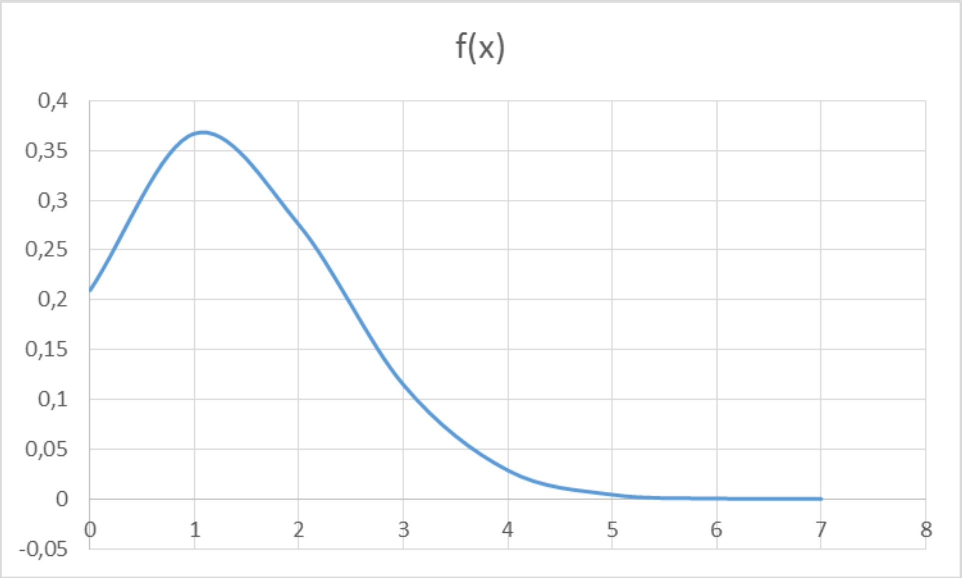
$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1.$$

Həndəsi baxımdan bu belə ifadə olunur: paylanma əyrisi və absis oxu ilə məhdudlaşan sahə birə bərabərdir.

Diskret təsadüfi kəmiyyət üçün

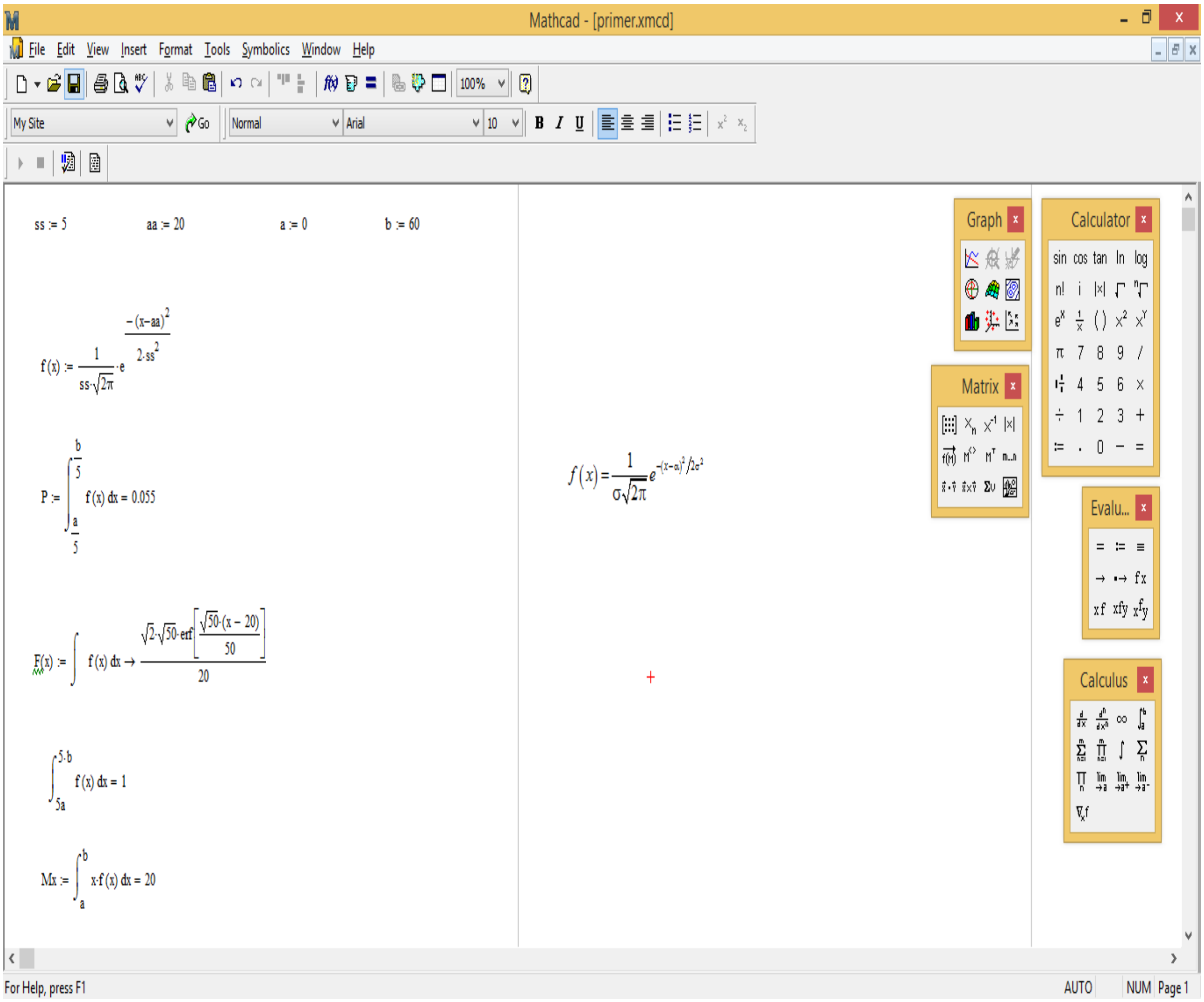
Misal 1.

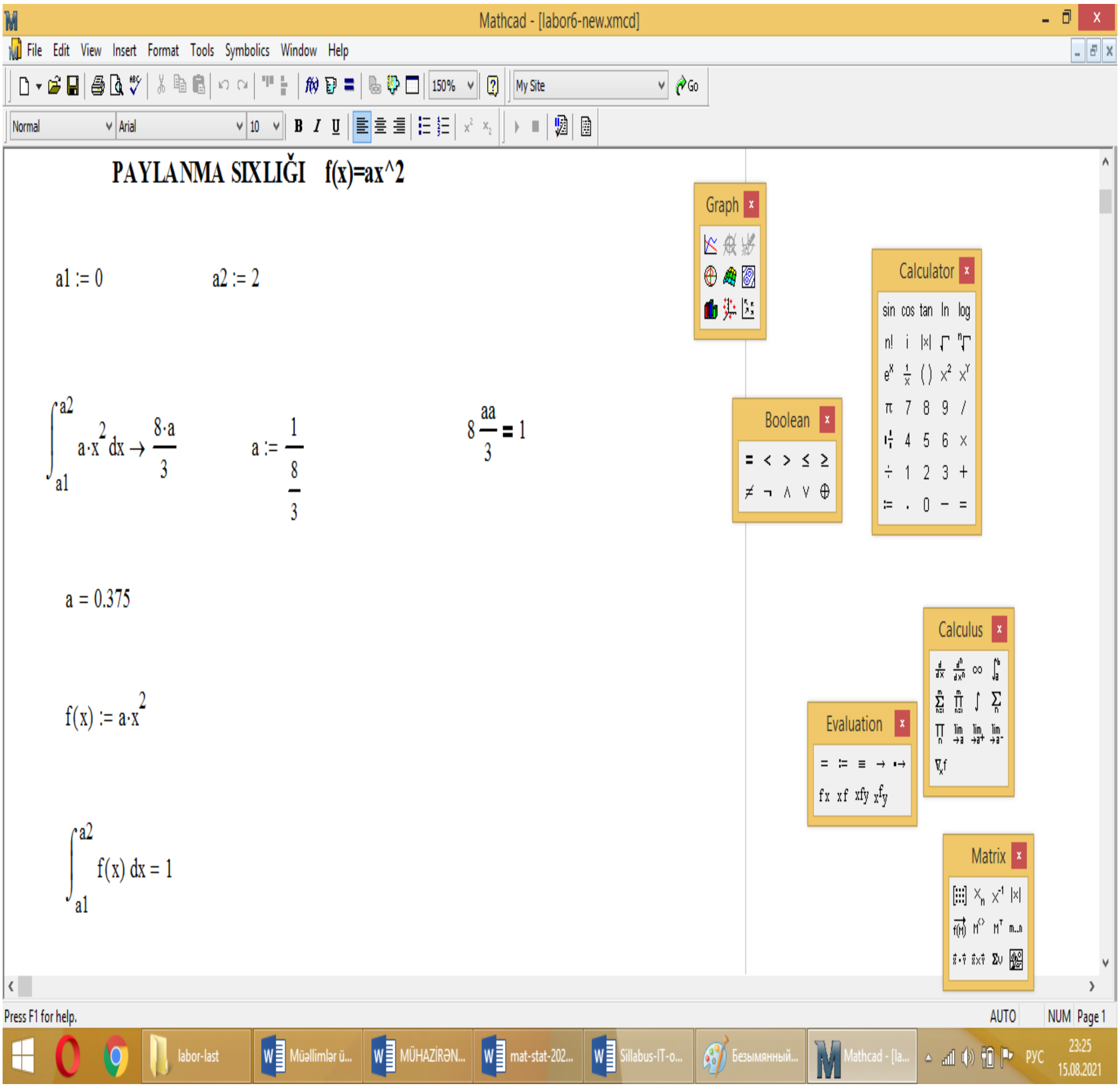
X	F(x)
0	0,2097152
1	0,3670016
2	0,2752512
3	0,114688
4	0,028672
5	0,0043008
6	0,0003584
7	0,0000128

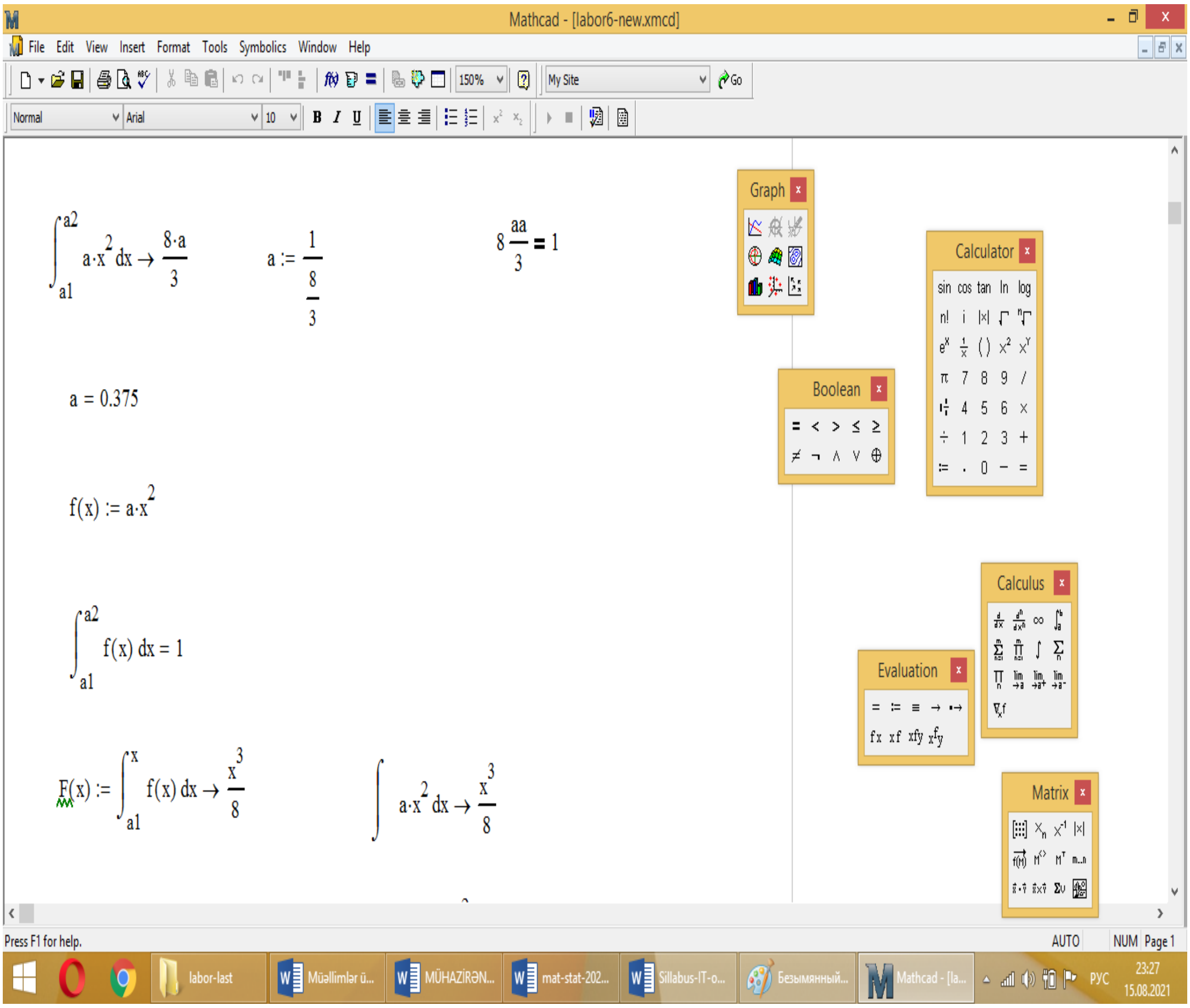


Misal 2.

Kəsilməz təsadüfi kəmiyyət üçün


Mathcad - [primer.xmcd]
File Edit View Insert Format Tools Symbolics Window Help
My Site
Go
Normal
Arial
10
100%
ss := 5
aa := 20
a := 0
b := 60
$f(x) := \frac{1}{ss\cdot\sqrt{2\pi}}\cdot e^{\frac{-(x-aa)^2}{2\cdot ss^2}}$
$P := \int_{\frac{a}{5}}^{\frac{b}{5}} f(x)\,dx = 0.055$
$F(x) := \int f(x)\,dx \rightarrow \frac{\sqrt{2}\cdot\sqrt{50}\cdot erf\left[\frac{\sqrt{50}\cdot(x-20)}{50}\right]}{20}$
$\int_{5a}^{5\cdot b} f(x)\,dx = 1$
$Mx := \int_{a}^{b} x\cdot f(x)\,dx = 20$
$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-(x-a)^2/2\sigma^2}$
Graph
Matrix
Calculator
sin cos tan ln log
Evalu...
Calculus
For Help, press F1
AUTO
NUM Page 1


Mathcad - [labor6-new.xmcd]
File Edit View Insert Format Tools Symbolics Window Help
PAYLANMA SIXLIĞI f(x)=ax^2
a1 := 0
a2 := 2
$\int_{a1}^{a2} a \cdot x^2 \, dx \to \frac{8 \cdot a}{3}$
$a := \frac{1}{\frac{8}{3}}$
$8 \frac{aa}{3} = 1$
a = 0.375
$f(x) := a \cdot x^2$
$\int_{a1}^{a2} f(x) \, dx = 1$
Graph
Calculator
Boolean
Calculus
Evaluation
Matrix
Press F1 for help.
AUTO
NUM Page 1



YOXLAMA SUALLARI

1. Təsadüfi kəmiyyətin elementar sahəyə düşmə ehtimalını inteqral funksiya vasitəsilə necə müəyyən etmək?

2. Nə diferensial paylanma funksiyası adlanır?

3. Inteqral paylanma funksiyasından birinci törəməsi nədir?

4. Təsadüfi kəmiyyətin paylanma diferensial qanunu necə adlanır?

5. Təsadüfi kəmiyyətin diferensial paylanma funksiyasını təsvir edən əyri necə adlanır?

6. Hansı kəmiyyəti ehtimal elementi adlanır?

7. Diferensial paylanma funksiyası (paylanma sıxlığı) hansı qiymətləri ala bilər?

8. Kəsilməz təsadüfi kəmiyyətin intervala düşmə ehtimalı nəyə bərabərdir?

9. Hansı düstura əsasən inteqral paylanma funksiyasını differensial düsturla vermək olar?

10. Differensial funksiyadan sonsuz hədlərdə inteqral nəyə bərabərdir?

AZƏRBAYCAN RESPUBLİKASI TƏHSİL NAZİRLİYİ

AZƏRBAYCAN MEMARLIQ VƏ İNŞAAT UNİVERSİTETİ

Mexanikləşdirmə və informasiya texnologiyaları fakültəsi

"İnformasiya texnologiyaları və sistemləri" kafedrası

Fənnin adı: "Təcrübi verilənlərin işlənməsi texnologiyaları"

Mövzu 12. Təsadüfi kəmiyyətin ədədi xarakteristikaları.

Məruzəçi: Musayeva N.F.

MÜHAZİRƏNİN PLANI

1. Riyazi gözləmə anlayışı.
2. Riyazi gözləmənin xassələri.
3. Təsadüfi kəmiyyətin moda və medianı.

Ədəbiyyat

1. Musayeva N.F. «Riyazi modellərin qurulması. Üsullar və müasir kompüter texnologiyaları» adlı azərbaycan dilində monoqrafiyaya, Bakı, İnformasiya texnologiyaları nəşriyyatı, 2015, 386 s.
2. Мусаева Н.Ф. Построение математических моделей. Методы и современные компьютерные технологии. Учебник, 2014, 310 с. Lambert, Germany
3. Musayeva N.F. Təcrübi verilənlərin işlənməsinin informasiya texnologiyaları. Dərslik, Bakı, 2007
4. Мусаева Н.Ф. Информационные технологии обработки экспериментальных данных. Учебник, Баку, 2007
5. Вентцель Е.С. Теория вероятностей. М., Наука, 1964 г.
6. Иванова В.М. и др. Математическая статистика, М., "Высшая школа", 1975
7. Ниворожкина, Л.И. Статистические методы анализа данных: Учебник / Л.И. Ниворожкина, С.В. Арженовский, А.А. Рудяга. - М.: Риор, 2018. - 320 с.

8. Большаков, А.А. Методы обработки многомерных данных и временных рядов: Учебное пособие для вузов / А.А. Большаков, Р.Н. Каримов. - М.: ГЛТ, 2015. - 522 с.
9. Григорьев, А.А. Методы и алгоритмы обработки данных: Учебное пособие / А.А. Григорьев. - М.: Инфра-М, 2018. - 384 с.
10. Острейковский В.А., Карманов Ф.И. Статистические методы обработки экспериментальных данных. Лабораторный практикум, Издательство: Абрис, 2012 г., 208 с.
11. Карманов, Ф.И. Статистические методы обработки экспериментальных данных. Лабораторный практикум / Ф.И. Карманов, В.А. Острейковский. - М.: Абрис, 2012. - 208 с.

Fakültənin Elmi-metodiki şurasında təsdiq olunmuşdur
2022

Bakı-2022

12. TƏSADÜFİ KƏMİYYƏTİN RİYAZİ GÖZLƏMƏSİ

Paylama qanunu təsadüfi kəmiyyəti ehtimal nöqtəsinə nəzərən tamamilə xarakterizə edir. Lakin bir sıra praktiki məsələlərin həllində təsadüfi kəmiyyətin bütün mümkün qiymətlərini və onlara uyğun ehtimallarını bilmək vacib deyil. Təsadüfi kəmiyət haqqında kifayət qədər sıxılmış halda məlumat verən bəzi kəmiyyət göstəricilərindən istifadə etmək daha əlverişlidir. Belə göstəricilər *təsadüfi kəmiyyətin ədədi xarakteristikaları* adlanır. Onlardan əsasları *riyazi gözləmə, dispersiya, müxtəlif tərtibli momentlər, moda* və *medianadır*.

Riyazi gözləmə təsadüfi kəmiyyətin ədədi oxdakı vəziyyətini xarakterizə edir və təsadüfi kəmiyyətin bütün mümkün qiymətlərinin cəmləndiyi orta qiyməti təyin edir.

$x_1, x_2, ..., x_n$ qiymətlərini $p_1, p_2, ..., p_n$ ehtimallarla alan X diskret təsadüfi kəmiyyətinə baxaq. Diskret təsadüfi kəmiyyətin riyazi gözləməsi onun bütün mümkün qiymətlərinin onların ehtimallarına hasillərinin cəmidir:

$$M(x) = \sum_{i=1}^{n} x_i p_i \, .$$

Bu zaman sıranın mütləq yığılma şərti təmin olunmalıdır: $\sum_{i=1}^{\infty} x_i p_i$.

Əgər diskret təsadüfi kəmiyyət X sonsuz qiymətlər çoxluğu alırsa, onda onun riyazi gözləməsi $M(x) = \sum_{i=1}^{\infty} x_i p_i$.

Düsturu kəsilməz kəmiyyətlər halı üçün yazmaq olar. Bunun üçün x_i qiymətlərini kəsilməz dəyişən x kəmiyyəti ilə, uyğun p_i ehtimallarını - $f(x)dx$ ehtimal elementi ilə, cəmi – inteqralla dəyişək.

Beləiklə, mümkün qiymətləri Ox oxu boyunca yerləşən kəsilməz təsadüfi kəmiyyətin riyazi gözləməsi, $\int_{-\infty}^{\infty} |x| f(x)dx$ inteqralın möcud olması şərtində, aşağıdakı kimidir:

$$M(x)=\int_{-\infty}^{\infty} xf(x)dx.$$

Mümkün qiymətləri $[a,b]$ intervalında olan X təsadüfi kəsilməz kəmiyyətin riyazi gözləməsi

$$M(x)=\int_{a}^{b} xf(x)dx.$$

Təsadüfi kəmiyyətin riyazi gözləməsi anlayışının mexaniki izahını vermək olar. Diskret təsadüfi kəmiyyətin paylanması absis oxunda $x_1, x_2, ..., x_n$ nöqtələrində kütlənin paylanması kimi qəbul edilir. Bütün paylanmış kütlə vahidə bərabər qəbul edilir. Onda düstur ilə təyin olunmuş riyazi gözləmə bütün material nöqtələr sisteminin ağırlıq mərkəzinin absisidir. Oxşar izahı kəsilməz təsadüfi kəmiyyətin riyazi gözləməsi üçün vermək olar. Bu zaman kütlə absis oxunda $f(x)$ sıxlığı ilə kəsilməz olaraq paylanıb.

$F(x)$ paylanma funksiyasının köməyi ilə riyazi gözləməni aşağıdakı kimi göstərmək olar:

$$M(x)=\int_{-\infty}^{\infty} xdF(x).$$

Təsadüfi kəmiyyətin riyazi gözləməsinin xassələri

Xassə 1. *İki təsadüfi kəmiyyətin cəminin riyazi gözləməsi onların riyazi gözləmələrinin cəminə bərabərdir:* $M(x+y)=M(x)+M(y)$.

Xassə 2. *İki təsadüfi kəmiyyətin hasilinin riyazi gözləməsi onların riyazi gözləmələrinin hasilinə bərabərdir:* $M(xy)=M(x)M(y)$.

Xassə 3. *Sabit kəmiyyətin riyazi gözləməsi sabit kəmiyyətin özünə bərabərdir:* $M(c)=c$.

Xassə 4. *Təsadüfi kəmiyyətin sabit vuruğu riyazi gözləmə işarsindən çıxarıla bilər:* $M(cx)=cM(x)$.

Xassə 5. *Təsadüfi kəmiyyətin onun riyazi gözləməsindən yayınmasının riyazi gözləməsi sıfra bərabərdir:* $M[X-M(x)]=0$.

Təsadüfi kəmiyyətin moda və mediani

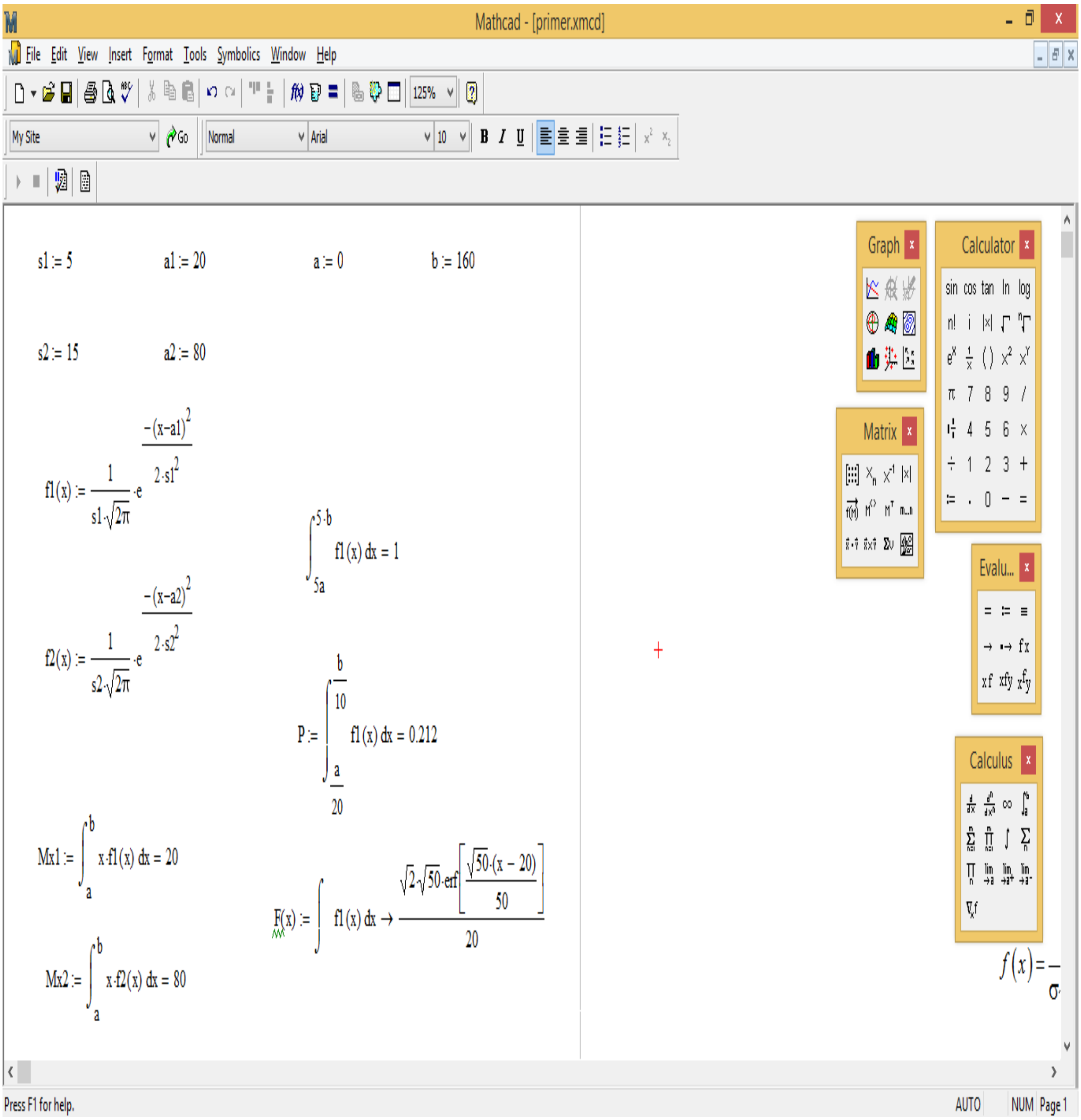
Təsadüfi kəmiyyətin vəziyyətinin xarakteristikaları kimi riyazi gözləmədən başqa moda və median da istifadə olunur.

Diskret təsadüfi kəmiyyət üçün moda M_0 onun ehtimalının ən böyük qiymətidir.

Kəsilməz təsadüfi kəmiyyət üçün moda M_0 paylanma sıxlığının maksimum olan qiymətidir. Həndəsi olaraq modanı paylama əyrisinin maksimumunun absis nöqtəsi kimi ifadə etmək olar. İki və çox modalı paylanmalar olur. Belə paylanmalara rast gəlmək olar ki, minimum qiyməti olsun, amma maksimum qiyməti olmasın. Belə paylanmalara *antimodal* deyilir.

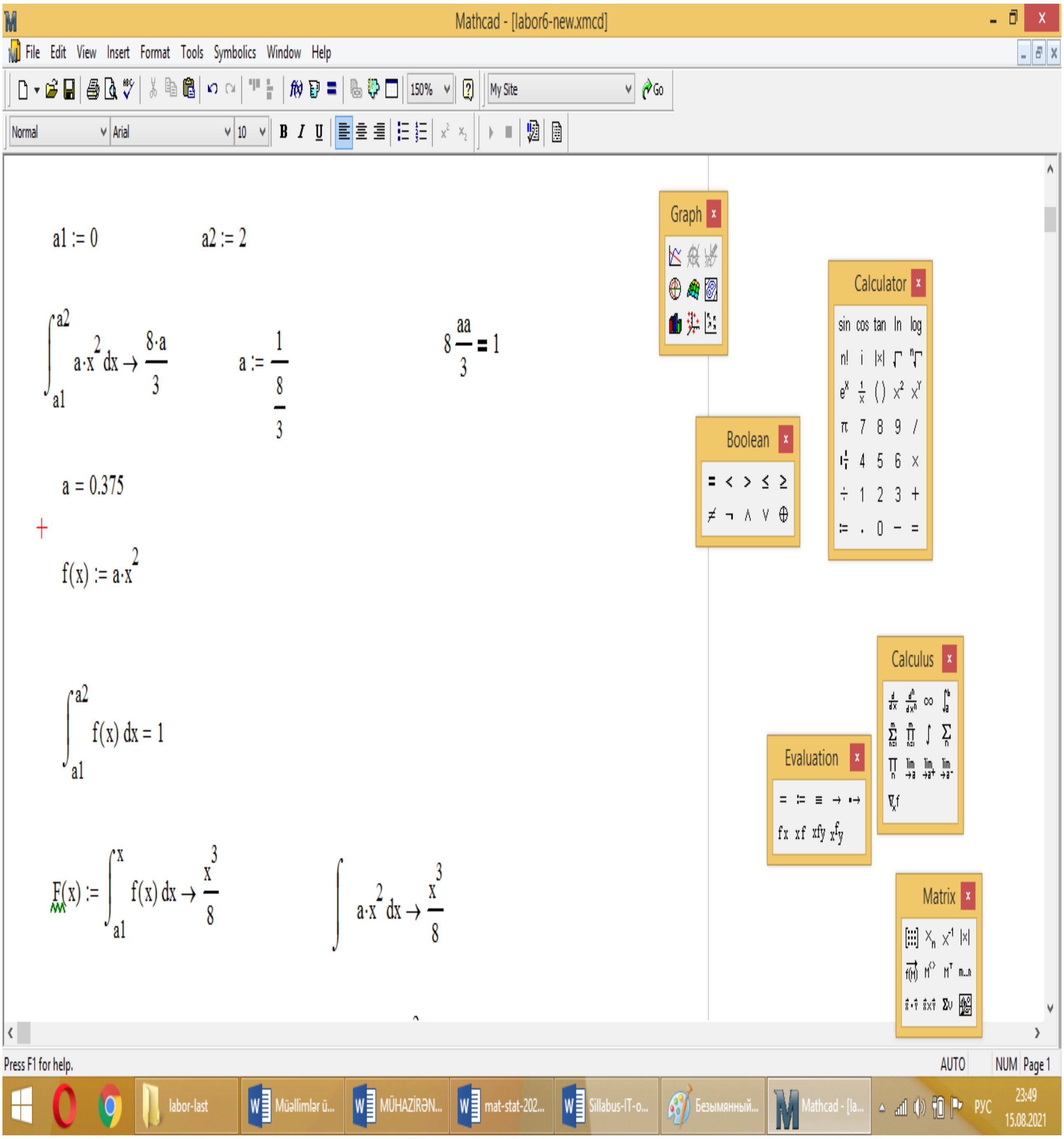
$P(X < M_e) = P(X > M_e)$ bərabərliyini ödəyən təsadüfi kəmiyyətin qiymətinə *mediana* deyilir, yəni təsadüfi kəmiyyətin mediandan böyük və ya kiçik olması eyni ehtimallıdır. Həndəsi nöqteyi nəzərən median paylanma əyrisinin məhdudlaşdırılmış sahəsi iki yerə bölünən nöqtənin absisidir. Paylanma əyrisinin məhdudlaşdırılmış sahəsi birə bərabər olduğu üçün mediana uyğun nöqtədə paylanma funksiyası 0,5-ə bərabərdir: $F(M_e) = P(X < M_e) = 0{,}5$.

Misal 1.



Mathcad - [primer.xmcd]
File Edit View Insert Format Tools Symbolics Window Help
s1 := 5
a1 := 20
a := 0
b := 160
s2 := 15
a2 := 80
$f1(x) := \frac{1}{s1\cdot\sqrt{2\pi}}\cdot e^{\frac{-(x-a1)^2}{2\cdot s1^2}}$
$\int_{5a}^{5\cdot b} f1(x)\,dx = 1$
$f2(x) := \frac{1}{s2\cdot\sqrt{2\pi}}\cdot e^{\frac{-(x-a2)^2}{2\cdot s2^2}}$
$P := \int_{\frac{a}{20}}^{\frac{b}{10}} f1(x)\,dx = 0.212$
$Mx1 := \int_a^b x\cdot f1(x)\,dx = 20$
$F(x) := \int f1(x)\,dx \rightarrow \frac{\sqrt{2}\cdot\sqrt{50}\cdot \mathrm{erf}\left[\frac{\sqrt{50}\cdot(x-20)}{50}\right]}{20}$
$Mx2 := \int_a^b x\cdot f2(x)\,dx = 80$
Graph
Calculator
Matrix
Evalu...
Calculus
Press F1 for help.
AUTO
NUM Page 1

Misal 2



YOXLAMA SUALLARI

1. Təsadüfi kəmiyyət hansı əsas ədədi xarakteristikalara malikdir?
2. Riyazi gözləməni nəyi xarakterizə edir?
3. Diskret təsadüfi kəmiyyətin riyazi gözləməsi necə hesablanır?
4. Kəsilməz təsadüfi kəmiyyətin riyazi gözləməsi necə hesablanır?
5. Təsadüfi kəmiyyətin riyazi gözləmə anlayışının mexaniki izahı necədir?

6. Paylanma funksiyası vasitəsilə riyazi gözləməni necə təsvir etmək olar?

7. Iki təsadüfi kəmiyyətin cəminin riyazi gözləməsi nəyə bərabərdir?

8. Iki asılı olmayan təsadüfi kəmiyyətin hasilinin riyazi gözləməsi nəyə bərabərdir?

9. Sabit kəmiyyətin riyazi gözləməsi nəyə bərabərdir?

10. Təsadüfi kəmiyyətin onun riyazi gözləməsindən yayınmasının riyazi gözləməsi nəyə bərabərdir ?

AZƏRBAYCAN RESPUBLİKASI TƏHSİL NAZİRLİYİ
AZƏRBAYCAN MEMARLIQ VƏ İNŞAAT UNİVERSİTETİ

Mexanikləşdirmə və informasiya texnologiyaları fakültəsi
"İnformasiya texnologiyaları və sistemləri" kafedrası

Fənnin adı: "Təcrübi verilənlərin işlənməsi texnologiyaları"

Mövzu 13. Təsadüfi kəmiyyətin ədədi xarakteristikaları.

Məruzəçi: Musayeva N.F.

MÜHAZİRƏNİN PLANI

1. Təsadüfi kəmiyyətin dispersiyası.
2. Təsadüfi kəmiyyətin kvadratik orta yayınması.
3. Dispersiyanın xassələri.
4. Təsadüfi kəmiyyətin momentləri.
5. Mərkəzlənmiş təsadüfi kəmiyyət.

Ədəbiyyat

1. Musayeva N.F. «Riyazi modellərin qurulması. Üsullar və müasir kompüter texnologiyaları» adlı azərbaycan dilində monoqrafiyaya, Bakı, İnformasiya texnologiyaları nəşriyyatı, 2015, 386 s.

2. Мусаева Н.Ф. Построение математических моделей. Методы и современные компьютерные технологии. Учебник, 2014, 310 с. Lambert, Germany

3. Musayeva N.F. Təcrübi verilənlərin işlənməsinin informasiya texnologiyaları. Dərslik, Bakı, 2007

4. Мусаева Н.Ф. Информационные технологии обработки экспериментальных данных. Учебник, Баку, 2007

5. Вентцель Е.С. Теория вероятностей. М., Наука, 1964 г.

6. Иванова В.М. и др. Математическая статистика, М., "Высшая школа", 1975

7. Ниворожкина, Л.И. Статистические методы анализа данных: Учебник / Л.И. Ниворожкина, С.В. Арженовский, А.А. Рудяга. - М.: Риор, 2018. - 320 с.

8. Большаков, А.А. Методы обработки многомерных данных и временных рядов: Учебное пособие для вузов / А.А. Большаков, Р.Н. Каримов. - М.: ГЛТ, 2015. - 522 с.
9. Григорьев, А.А. Методы и алгоритмы обработки данных: Учебное пособие / А.А. Григорьев. - М.: Инфра-М, 2018. - 384 с.
10. Острейковский В.А., Карманов Ф.И. Статистические методы обработки экспериментальных данных. Лабораторный практикум, Издательство: Абрис, 2012 г., 208 с.
11. Карманов, Ф.И. Статистические методы обработки экспериментальных данных. Лабораторный практикум / Ф.И. Карманов, В.А. Острейковский. - М.: Абрис, 2012. - 208 с.

Fakültənin Elmi-metodiki şurasında təsdiq olunmuşdur
2022

Bakı-2022

13. TƏSADÜFİ KƏMİYYƏTİN DİSPERSİYASI VƏ KVADRATİK ORTA YAYINMASI

Təsadüfi kəmiyyətin səpələnmə ölçüsü kimi təsadüfi kəmiyyətin riyazi gözləməsindən yayınmasının kvadratının riyazi gözləməsi götürülür və X *təsadüfi kəmiyyətin dispersiyası* adlanır, $\sigma^2[X]$ və ya σ_x^2 ilə işarə olunur:

$$\sigma_x^2 = M[X - M(x)]^2 .$$

Diskret təsadüfi kəmiyyətin dispersiyası təsadüfi kəmiyyətin riyazi gözləməsindən yayınmasının kvadratının uyğun ehtimallara hasillərinin cəminə bərabərdir:

$$\sigma_x^2 = \sum_{i=1}^{n} [x_i - M(x)]^2 \cdot p_i .$$

Paylanma qanunu $f(x)$ ehtimal sıxlığı şəkilində verilən *kəsilməz təsadüfi kəmiyyətin dispersiyası* aşağıdaki düstura əsasən hesablanır:

$$\sigma_x^2 = \int_{-\infty}^{\infty} [x - M(x)]^2 \cdot f(x) dx .$$

$F(x)$ paylanma funksiyasının köməyilə dispersiya aşağıdakı kimi yazılır:

$$\sigma_x^2 = \int_{-\infty}^{\infty} [x - M(x)]^2 \cdot dF(x) .$$

Dispersiyanın qüsuru odur ki, onun ölçüsü təsadüfi kəmiyyətin ölçüsünün kvadratına bərabərdir və ona görə də onu həndəsi interpretasiya etmək olmur.

Dispersiyanın müsbət kvadrat kökü olan *təsadüfi kəmiyyətin kvadratik orta yayınması*, belə qusurlara malik deyil $\sigma_x = \sqrt{\sigma_x^2}$.

Təsadüfi kəmiyyətin dispersiyasinin xassələri

Xassə 1. *İki asılı olmayan təsadüfi kəmiyyətin cəminin dispersiyası bu kəmiyyətlərin dispersiyalarının cəminə bərabərdir:* $\sigma^2[X+Y] = \sigma_x^2 + \sigma_y^2$.

Xassə 2. *Təsadüfi kəmiyyətin dispersiyası* X *təsadüfi kəmiyyətinin kvadratının* *riyazi gözləməsi və onun riyazi gözləməsinin kvadratı arasında fərqə bərabərdir.* $\sigma_x^2 = M\left(x^2\right) - \left[M(x)\right]^2$.

Xassə 3. *Sabit kəmiyyətin dispersiyası sıfra bərabərdir:* $\sigma^2(c) = 0$.

Xassə 4. *Təsadüfi kəmiyyətin sabit vuruğunu kvadrata yüksəldib dispersiya işarəsindən kənara çıxarmaq olar:* $\sigma^2[cX] = c^2\sigma_x^2$.

Xassə 5. *İki asılı olmayan təsadüfi kəmiyyətin fərqinin dispersiyası onların dispersiyalarının cəminə bərabərdir:* $\sigma^2[X - Y] = \sigma_x^2 + \sigma_y^2$.

Xassə 6. İki asılı olmayan X və Y təsadüfi kəmiyyətlərin hasilinin dispersiyası aşağıdakı düsturla hesablanır: $\sigma^2[XY] = \sigma_x^2\sigma_y^2 + [M(x)]^2\sigma_y^2 + [M(y)]^2\sigma_x^2$.

Təsadüfi kəmiyyətin başlanğic və mərkəzi momentləri

Təsadüfi kəmiyyətin momentlər anlayışı təsadüfi kəmiyyətin əsas ədədi xarakteristikalarının ümumləşdirməsidir.

X^q kəmiyyətinin riyazi gözləməsi təsadüfi kəmiyyətin q *tərtibli başlanğıc momenti* adlanır: $\nu_q = M\left[X^q\right]$.

Diskret təsadüfi kəmiyyətin q *tərtibli* başlanğıc momenti: $\nu_q = \sum\limits_{i=1}^{n} x_i^q p_i$.

Kəsilməz təsadüfi kəmiyyətin q *tərtibli* başlanğıc momenti: $\nu_q = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} x^q f(x)dx$.

$[X - M(x)]^q$ kəmiyyətinin riyazi gözləməsi təsadüfi kəmiyyətin q *tərtibli mərkəzi momenti* adlanır: $\mu_q = M\left\{[X - M(x)]^q\right\}$.

Diskret təsadüfi kəmiyyətin q *tərtibli* mərkəzi momenti $\mu_q = \sum\limits_{i=1}^{n} [X - M(x)]^q p_i$.

Kəsilməz təsadüfi kəmiyyətin q *tərtibli* mərkəzi momenti $\mu_q = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} [X - M(x)]^q f(x)dx$.

Variasiya sırasının momentləri üçün doğru olan münasibətlər təsadüfi kəmiyyətin başlanğıc və mərkəzi momentləri üçün də doğrudur. Birinci tərtibli başlanğıc moment riyazi gözləmə, ikinci tərtibli mərkəzi moment isə təsadüfi kəmiyyətin dispersiyasıdır.

Üçüncü tərtibli normalanmış mərkəzi moment paylanmanın əyriliyi və ya asimmetriya xarakteristikasıdır (asimmetriya əmsalı): $A = \mu_3 / \sigma^3$.

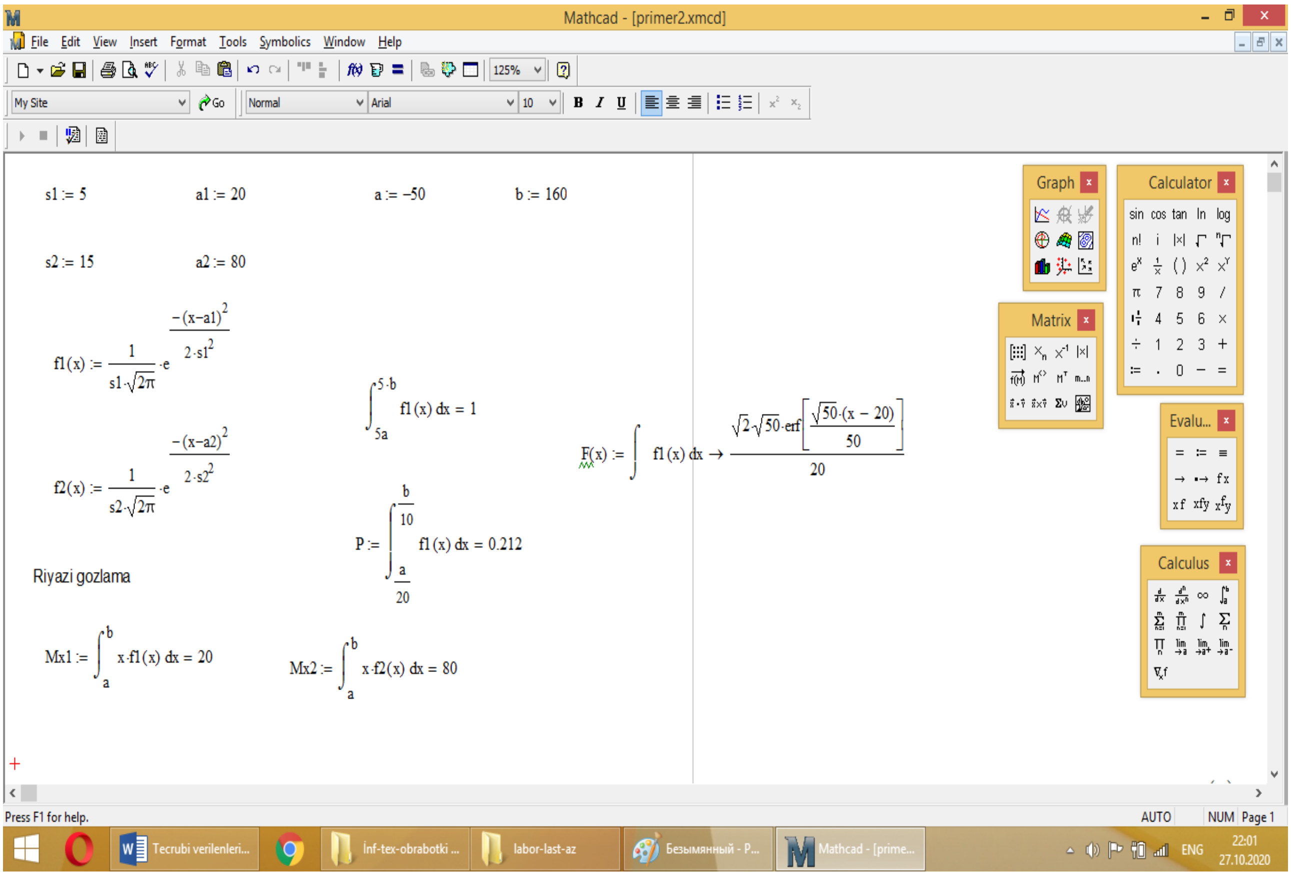
Dördüncü təptibli normalanmış mərkəzi moment paylanmanın şiştəpəliliyi və ya yastı təpəliliyi olmasını xarakterizə edir (eksses): $E = \mu_4 / \sigma^4 - 3$.

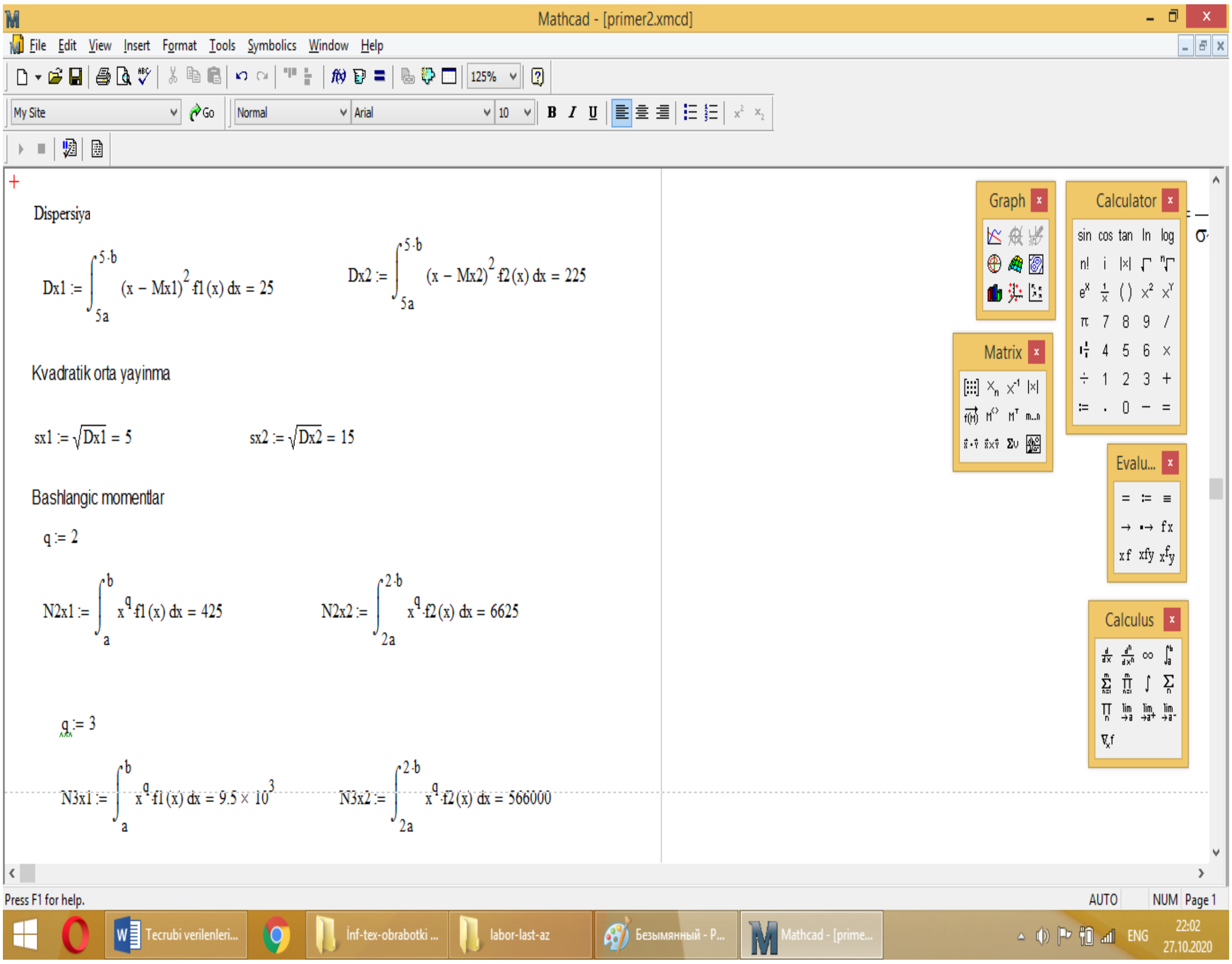
Təsadüfi kəmiyyətin normalanma və mərkəzlənmə anlayışlarını daxil edək. X təsadüfi kəmiyyətin $M(x)$ riyazi gözləməsindən yayınması, yəni $\overset{\circ}{X} = X - M(x)$ *mərkəzlənmiş təsadüfi kəmiyyət* adlanır.

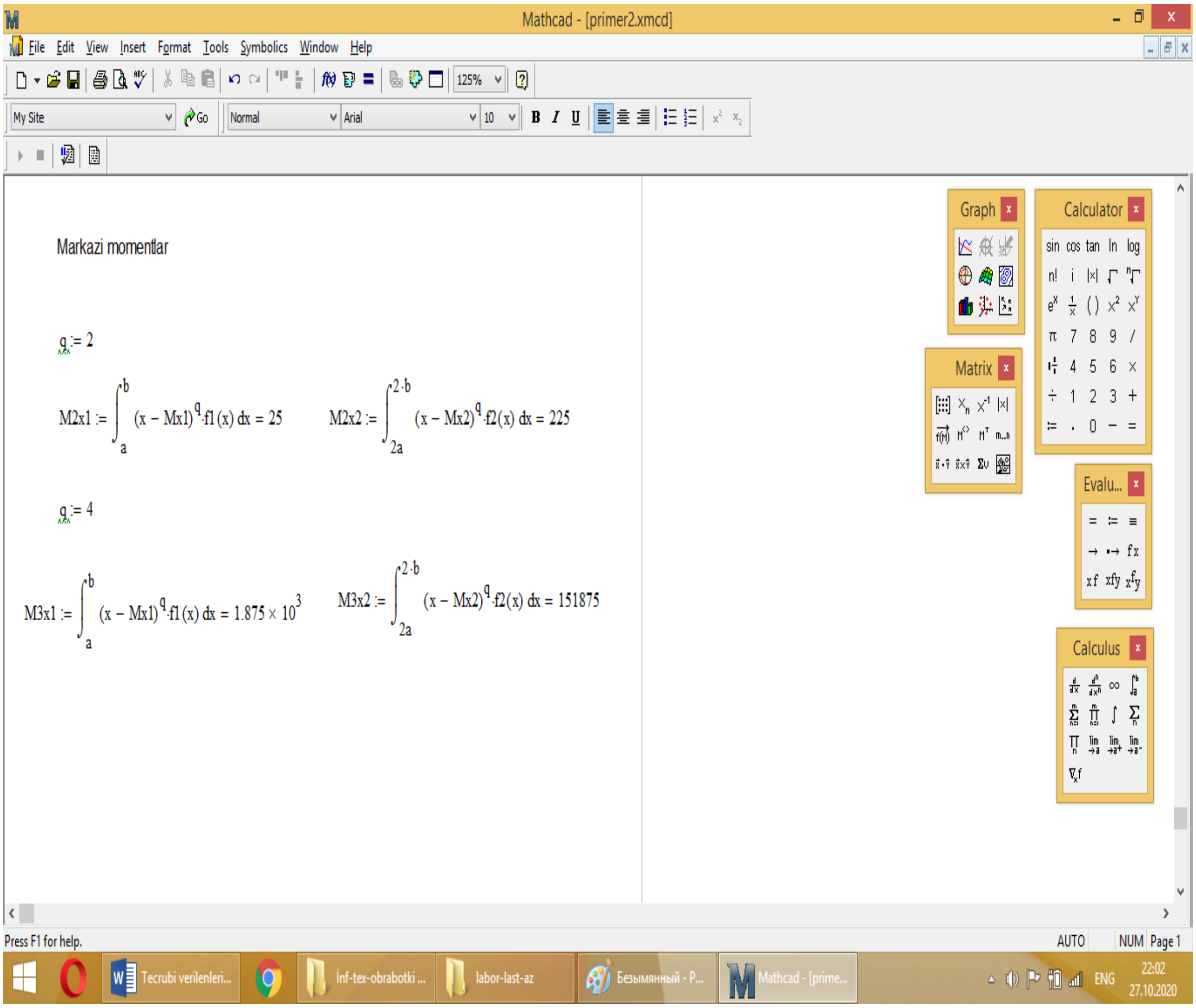
$M\left[\overset{\circ}{X}\right]$ *mərkəzlənmiş təsadüfi kəmiyyətin riyazi gözləməsi* sıfra bərabərdir, $\sigma^2\left[\overset{\circ}{X}\right]$ dispersiyası isə X *təsadüfi kəmiyyətin dispersiyasına* bərabərdir.

Kvadratik orta yayınmaya bölünmüş mərkəzlənmiş təsadüfi kəmiyyətə *normalanmış təsadüfi kəmiyyət* deyilir: $T = \dfrac{\overset{\circ}{X}}{\sigma_x} = \dfrac{X - M(x)}{\sigma_x}$.

Normalanmış təsadüfi kəmiyyətin $M[T]$ riyazi gözləməsi sıfra, $\sigma^2[T]$ dispersiyası isə vahidə bərabərdir.


Mathcad - [primer2.xmcd]
File Edit View Insert Format Tools Symbolics Window Help
$s1 := 5$
$a1 := 20$
$a := -50$
$b := 160$
$s2 := 15$
$a2 := 80$
$f1(x) := \frac{1}{s1\cdot\sqrt{2\pi}}\cdot e^{\frac{-(x-a1)^2}{2\cdot s1^2}}$
$\int_{5a}^{5\cdot b} f1(x)\,dx = 1$
$F(x) := \int f1(x)\,dx \rightarrow \frac{\sqrt{2}\cdot\sqrt{50}\cdot \mathrm{erf}\left[\frac{\sqrt{50}\cdot(x-20)}{50}\right]}{20}$
$f2(x) := \frac{1}{s2\cdot\sqrt{2\pi}}\cdot e^{\frac{-(x-a2)^2}{2\cdot s2^2}}$
$P := \int_{\frac{a}{20}}^{\frac{b}{10}} f1(x)\,dx = 0.212$
Riyazi gozlama
$Mx1 := \int_a^b x\cdot f1(x)\,dx = 20$
$Mx2 := \int_a^b x\cdot f2(x)\,dx = 80$
Graph
Calculator
Matrix
Evalu...
Calculus
Press F1 for help.
AUTO NUM Page 1
Tecrubi verilenleri...
Inf-tex-obrabotki ...
labor-last-az
Безымянный - P...
Mathcad - [prime...
ENG
22:01
27.10.2020


Mathcad - [primer2.xmcd]
File Edit View Insert Format Tools Symbolics Window Help
Dispersiya
$Dx1 := \int_{5a}^{5\cdot b} (x - Mx1)^2\cdot f1(x)\,dx = 25$
$Dx2 := \int_{5a}^{5\cdot b} (x - Mx2)^2\cdot f2(x)\,dx = 225$
Kvadratik orta yayinma
$sx1 := \sqrt{Dx1} = 5$
$sx2 := \sqrt{Dx2} = 15$
Bashlangic momentlar
$q := 2$
$N2x1 := \int_a^b x^q\cdot f1(x)\,dx = 425$
$N2x2 := \int_{2a}^{2\cdot b} x^q\cdot f2(x)\,dx = 6625$
$q := 3$
$N3x1 := \int_a^b x^q\cdot f1(x)\,dx = 9.5\times 10^3$
$N3x2 := \int_{2a}^{2\cdot b} x^q\cdot f2(x)\,dx = 566000$
Graph
Calculator
Matrix
Evalu...
Calculus
Press F1 for help.
AUTO NUM Page 1
Tecrubi verilenleri...
Inf-tex-obrabotki ...
labor-last-az
Безымянный - P...
Mathcad - [prime...
ENG
22:02
27.10.2020



YOXLAMA SUALLARI

1. Təsadüfi kəmiyyətin dispersiyası nəyə deyilir?
2. Təsadüfi kəmiyyətin dispersiyası necə hesablanır?
3. Diskret təsadüfi kəmiyyətin dispersiyası necə hesablanır?
4. Kəsilməz təsadüfi kəmiyyətin dispersiyası necə hesablanır?
5. Paylanma funksiyası vasitəsilə təsadüfi kəmiyyətin dispersiyası necə təsvir edilir?
6. Təsadüfi kəmiyyətin kvadratik orta yayınması necə hesablanır?
7. İki asılı olmayan təsadüfi kəmiyyətin cəminin dispersiyası nəyə bərabərdir?
8. Sabit kəmiyyətin dispersiyası nəyə bərabərdir?
9. İki asılı olmayan təsadüfi kəmiyyətin fərqinin dispersiyası nəyə bərabərdir?
10. İki asılı olmayan təsadüfi kəmiyyətin hasilinin dispersiyası nəyə bərabərdir?

11. Təsadüfi kəmiyyətin q-tərtib başlanğıc momenti necə adlanır?
12. Diskret təsadüfi kəmiyyətin q-tərtib başlanğıc momenti necə hesablanır?
13. Kəsilməz təsadüfi kəmiyyətin q-tərtib başlanğıc momenti necə hesablanır?
14. Təsadüfi kəmiyyətin q-tərtib mərkəzi momenti necə adlanır?
15. Paylanmanın əyriliyi və ya asimmetriya xarakteristikası nədir?
16. Paylanmanın şiştəpəlili və yaxud yastı təpəli olmasının xarakteristikası nədir?
17. Mərkəzləşdirilmiş təsadüfi kəmiyyət nəyə deyilir?
18. Mərkəzləşdirilmiş təsadüfi kəmiyyətin riyazi gözləməsi və dispersiyası nəyə bərabərdir?
19. Normalanmış təsadüfi kəmiyyət nəyə deyilir?
20. Normalanmış təsadüfi kəmiyyətin riyazi gözləməsi və dispersiyası nəyə bərabərdir?

AZƏRBAYCAN RESPUBLİKASI TƏHSİL NAZİRLİYİ
AZƏRBAYCAN MEMARLIQ VƏ İNŞAAT UNİVERSİTETİ

Mexanikləşdirmə və informasiya texnologiyaları fakültəsi
“İnformasiya texnologiyaları və sistemləri” kafedrası

Fənnin adı: “Təcrübi verilənlərin işlənməsi texnologiyaları”

Mövzu 14. Müntəzəm paylanma.

Məruzəçi: Musayeva N.F.

MÜHAZİRƏNİN PLANI

1. Müntəzəm paylanma qanunu.
2. Müntəzəm paylanmış təsadüfi kəmiyyətin ədədi xarakteristikaları.
3. Müntəzəm paylanmış təsadüfi kəmiyyətin riyazi gözləməsi.
4. Müntəzəm paylanmış təsadüfi kəmiyyətin dispersiyası.
5. Müntəzəm paylanmış təsadüfi kəmiyyətin kvadratik orta yayınması.

Ədəbiyyat

1. Musayeva N.F. «Riyazi modellərin qurulması. Üsullar və müasir kompüter texnologiyaları» adlı azərbaycan dilində monoqrafiyaya, Bakı, İnformasiya texnologiyaları nəşriyyatı, 2015, 386 s.
2. Мусаева Н.Ф. Построение математических моделей. Методы и современные компьютерные технологии. Учебник, 2014, 310 c. Lambert, Germany
3. Musayeva N.F. Təcrübi verilənlərin işlənməsinin informasiya texnologiyaları. Dərslik, Bakı, 2007
4. Мусаева Н.Ф. Информационные технологии обработки экспериментальных данных. Учебник, Баку, 2007
5. Вентцель Е.С. Теория вероятностей. М., Наука, 1964 г.
6. Иванова В.М. и др. Математическая статистика, М., “Высшая школа”, 1975
7. Ниворожкина, Л.И. Статистические методы анализа данных: Учебник / Л.И. Ниворожкина, С.В. Арженовский, А.А. Рудяга. - М.: Риор, 2018. - 320 с.

8. Большаков, А.А. Методы обработки многомерных данных и временных рядов: Учебное пособие для вузов / А.А. Большаков, Р.Н. Каримов. - М.: ГЛТ, 2015. - 522 с.
9. Григорьев, А.А. Методы и алгоритмы обработки данных: Учебное пособие / А.А. Григорьев. - М.: Инфра-М, 2018. - 384 с.
10. Острейковский В.А., Карманов Ф.И. Статистические методы обработки экспериментальных данных. Лабораторный практикум, Издательство: Абрис, 2012 г., 208 с.
11. Карманов, Ф.И. Статистические методы обработки экспериментальных данных. Лабораторный практикум / Ф.И. Карманов, В.А. Острейковский. - М.: Абрис, 2012. - 208 с.

Fakültənin Elmi-metodiki şurasında təsdiq olunmuşdur

2022

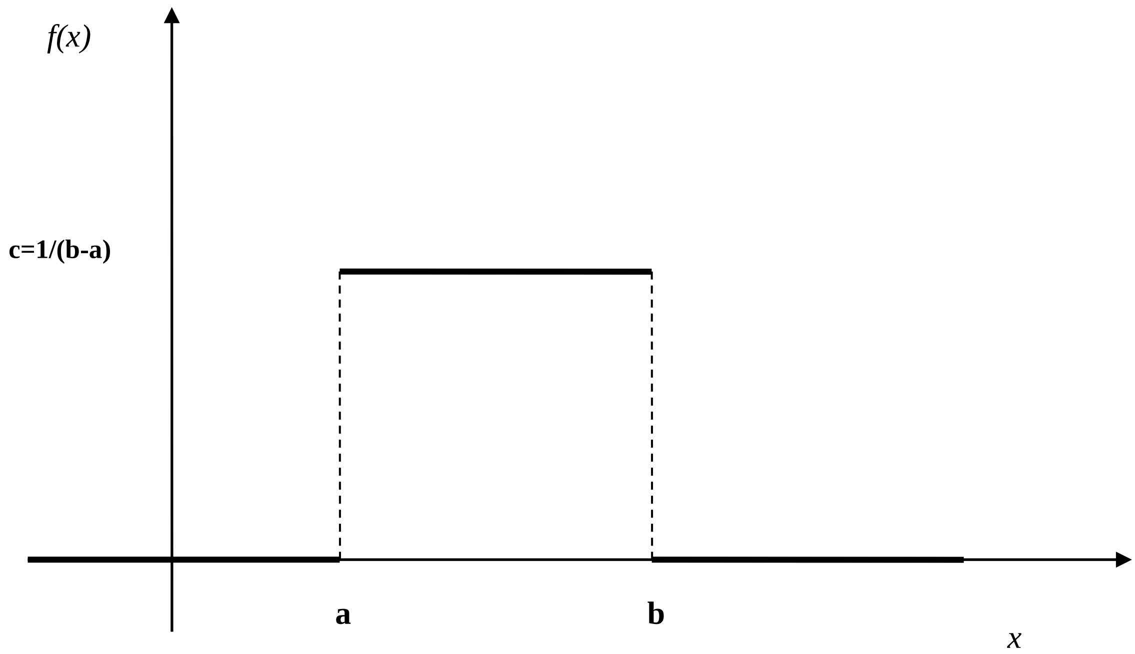
Bakı-2022

14. MÜNTƏZƏM PAYLANMA

X kəsilməz təsadüfi kəmiyyətin $[a,b]$ intervalı daxilində paylanma sıxlığı daimi, intervaldan kənarda sıfra bərabərdirsə, onda o *müntəzəm paylanmaya* malikdir, yəni

$$f(x)=\begin{cases}0 & x<a\\ c & a<x<b\\ 0 & x>b\end{cases},$$

haradakı $c=const$. Bəzi hallarda müntəzəm paylanmanı *müntəzəm sıxlıq qanunu* adlandırırlar.



Müntəzam paylanmanın $f(x)$ sıxlıq qrafiki şəkildə verilib. c sabit kəmiyyətin qiymətini tapaq. Paylanma əyrisi ilə sərhədlənmiş sahə sıfra bərabər və bütün təsadüfi kəmiyyətlər $[a,b]$ intervalına aid olduğu üçün, aşağıdakı bərabərlik yerinə yetirilməlidir:

$$\int_a^b f(x)dx=1,$$

və ya

$$\int_a^b c\,dx = 1$$

buradan da

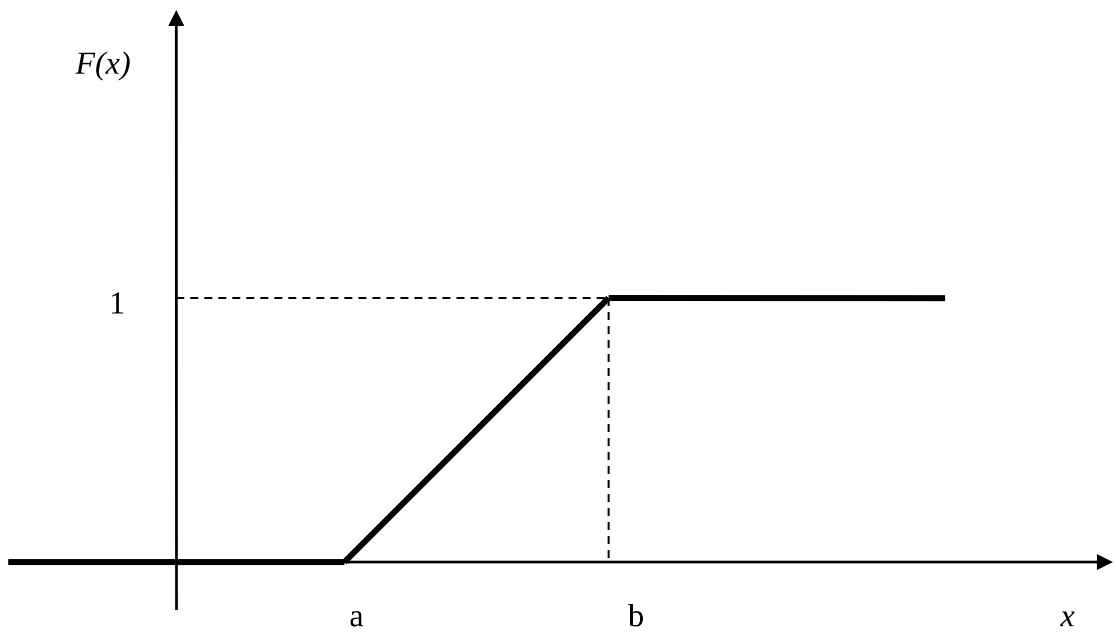
$$c = 1/(b-a).$$

Beləliklə, müntəzəm paylanma qanununu analitik olaraq aşağıdakı kimi yazmaq olar:

$$f(x) = \begin{cases} 0 & x < a \\ 1/(b-a) & a < x < b \\ 0 & x > b \end{cases}.$$

$[a,b]$ intevalında müntəzəm paylanma üçün $F(x)$ paylanma funksiyasını tapaq:

$$F(x) = \int_a^x f(x)dx = \int_a^x \frac{1}{b-a}dx = \frac{x}{b-a}\Big|_a^x = \frac{x-a}{b-a}.$$



$x < a$ olduqda $F(x) = 0$, $x > b$ olduqda isə $F(x) = 1$. Beləliklə

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x < a \\ \dfrac{(x-a)}{b-a} & a < x < b \\ 1 & x > b \end{cases}.$$

$F(x)$ funksiyasının qrafiki şəkildə göstərilib.

Müntəzəm paylanması olan X təsadüfi kəmiyyətin əsas ədədi xarakteristikalarını təyin edək. Riyazi gözləməsi

$$M(x)=\int_a^b \frac{x}{b-a}dx=\frac{x^2}{b-a}\Bigg|_a^b=\frac{a+b}{2}.$$

X kəmiyyətinin medianı riyazi gözləmə ilə üst-üstə düşür:

$$M_e=(a+b)/2.$$

Müntəzəm paylanmanın modası yoxdur.

Müntəzəm paylanması olan X kəmiyyətinin dispersiyası və kvadratik orta yayınması aşağıdakı düstur ilə tapılır:

$$\sigma^2=\mu_2=\int_a^b\left(x-\frac{(b+a)}{2}\right)^2\frac{1}{b-a}dx=\frac{(b-a)^2}{12}.$$

$$\sigma=(b-a)/2\sqrt{3}.$$

Paylanma simmetrik olduğu üçün üçüncü mərkəzi moment və asimmetriya əmsalı sıfra bərabərdirlər:

$$A=\mu_3/\sigma^3=0.$$

Dördüncü mərkəzi moment

$$\mu_4=\int_a^b\left(x-\frac{(b+a)}{2}\right)^4\frac{1}{b-a}dx=\frac{(b-a)^4}{80}.$$

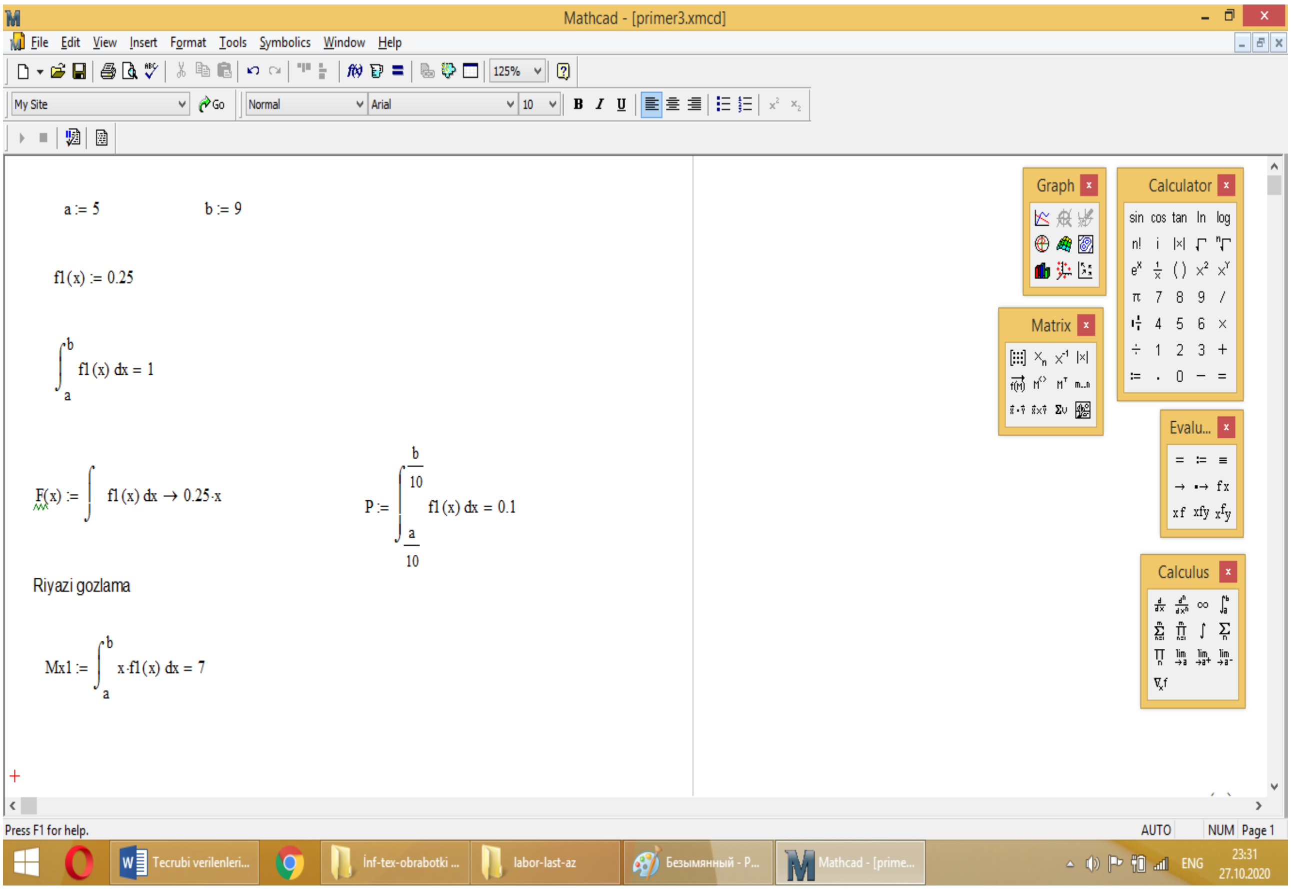
Eksses əmsalı

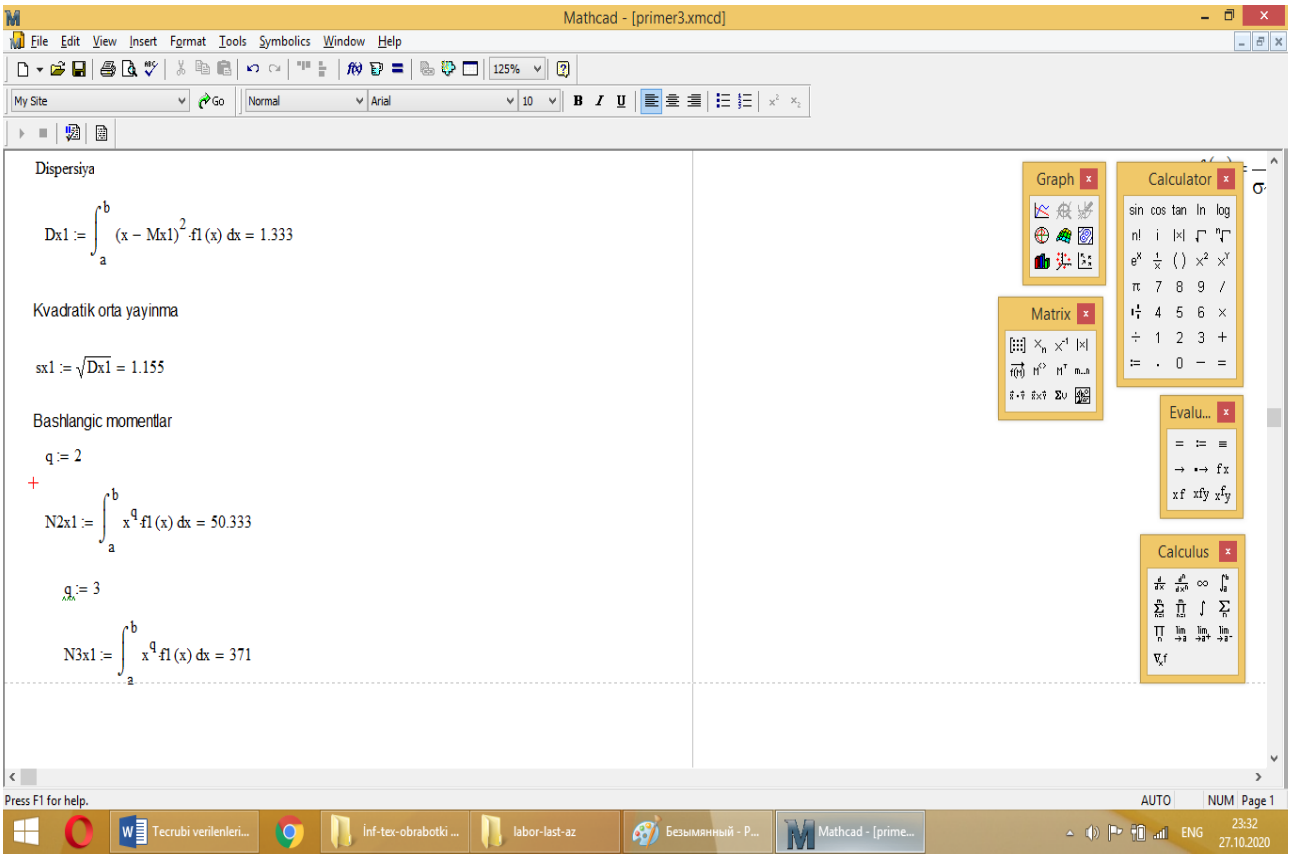
$$E=\mu_4/\sigma^4-3=-1{,}2.$$

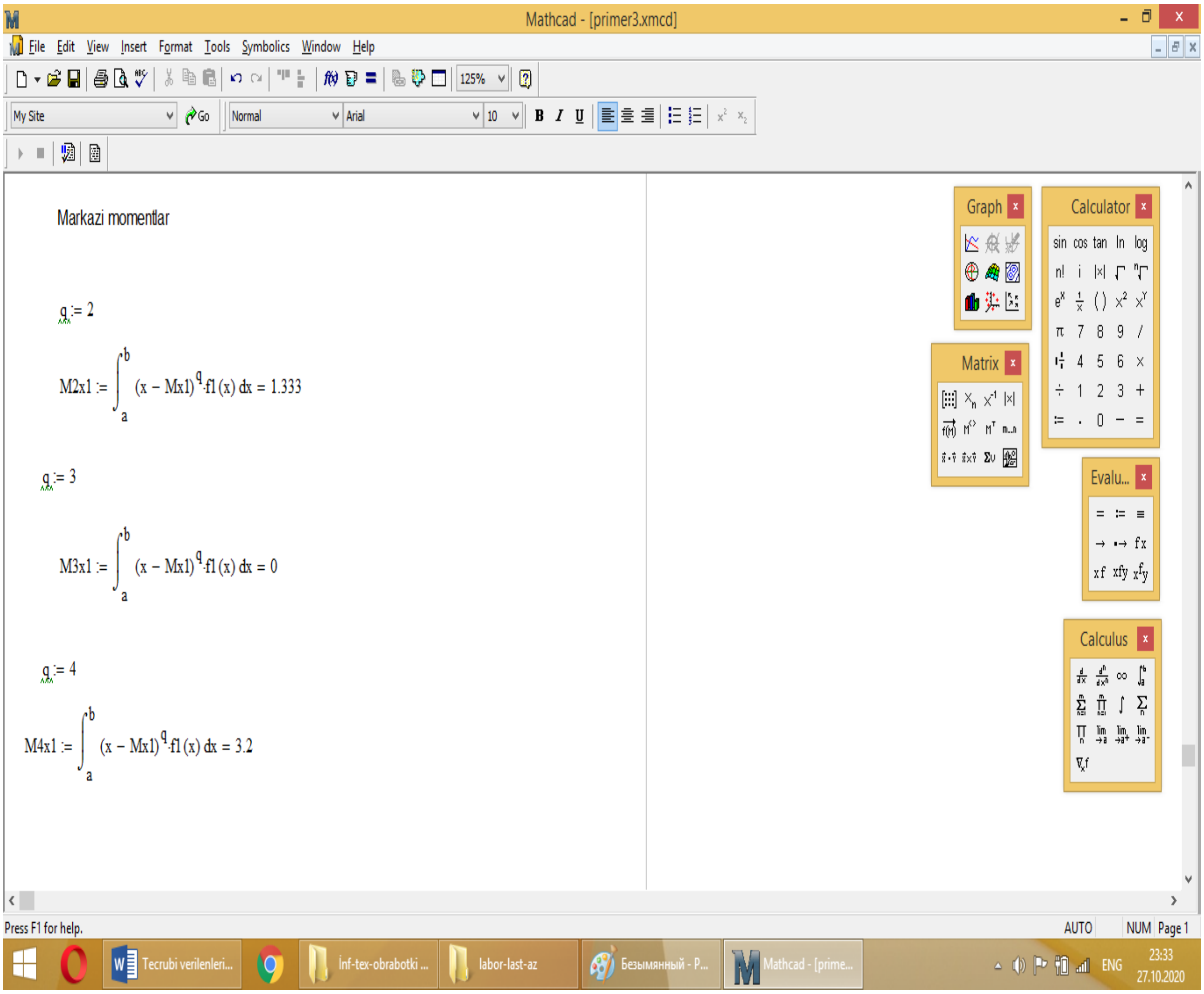
Müntəzəm paylanması olan X təsadüfi kəmiyyətin $[a,b]$ intervalının bir hissəsi olan $[\alpha,\beta]$ intervalına düşmə ehtimalı aşağıdakı düsturla təyin olunur

$$P(\alpha<X<\beta)=\int_\alpha^\beta\frac{dx}{b-a}=\frac{\beta-\alpha}{b-a}.$$

Ehtimalın müntəzəm paylanması olan təsadüfi kəmiyyətə misal kimi, yaxın tam hissəyə qədər yuvarqlaşdırma aparılan zamanı, ölçü cihazlarından götürülən göstəricilərin səhvləri ola bilər.


Mathcad - [primer3.xmcd]
File Edit View Insert Format Tools Symbolics Window Help
a := 5
b := 9
f1(x) := 0.25
∫ from a to b f1(x) dx = 1
F(x) := ∫ f1(x) dx → 0.25·x
P := ∫ from a/10 to b/10 f1(x) dx = 0.1
Riyazi gozlama
Mx1 := ∫ from a to b x·f1(x) dx = 7
Graph
Calculator
Matrix
Evalu...
Calculus
Press F1 for help.
AUTO
NUM
Page 1
Tecrubi verilenleri...
İnf-tex-obrabotki ...
labor-last-az
Безымянный - P...
Mathcad - [prime...
ENG
23:31
27.10.2020


Mathcad - [primer3.xmcd]
File Edit View Insert Format Tools Symbolics Window Help
Dispersiya
Dx1 := ∫ from a to b (x − Mx1)^2·f1(x) dx = 1.333
Kvadratik orta yayinma
sx1 := √Dx1 = 1.155
Bashlangic momentlar
q := 2
N2x1 := ∫ from a to b x^q·f1(x) dx = 50.333
q := 3
N3x1 := ∫ from a to b x^q·f1(x) dx = 371
Graph
Calculator
Matrix
Evalu...
Calculus
Press F1 for help.
AUTO
NUM
Page 1
Tecrubi verilenleri...
İnf-tex-obrabotki ...
labor-last-az
Безымянный - P...
Mathcad - [prime...
ENG
23:32
27.10.2020



YOXLAMA SUALLARI

1. Hansı halda x-ın kəsilməz təsadüfi kəmiyyət intervalda müntəzam paylanmaya malikdir?

2. Müntəzam paylanmayanı daha necə adlandırmaq olar?

3. Müntəzam paylanmanın intervalda paylanma funksiyası nəyə bərabərdir?

4. Müntəzam paylanmaya tabe olan təsadüfi kəmiyyətin paylanma funksiyasının qrafiki necə təsvir edilir?

5. Müntəzam paylanmaya tabe olan təsadüfi kəmiyyətin riyazi gözləməsi nəyə bərabərdir?

6. Müntəzam paylanmaya tabe olan təsadüfi kəmiyyətin medianası nəyə bərabərdir?

7. Müntəzam paylanmaya tabe olan təsadüfi kəmiyyətin modası nəyə bərabərdir?

8. Müntəzam paylanmaya tabe olan təsadüfi kəmiyyətin dispersiyası və kvadratik

orta yayınması nəyə bərabərdir?

9. Müntəzam paylanmaya tabe olan təsadüfi kəmiyyətin üçüncü tərtib mərkəzi momenti və asimmetriya əmsalı nəyə bərabərdir?

10. Müntəzam paylanmaya tabe olan təsadüfi kəmiyyətin dördüncü tərtib mərkəzi momenti və ekssesi nəyə bərabərdir?

AZƏRBAYCAN RESPUBLİKASI TƏHSİL NAZİRLİYİ
AZƏRBAYCAN MEMARLIQ VƏ İNŞAAT UNİVERSİTETİ

Mexanikləşdirmə və informasiya texnologiyaları fakültəsi
"İnformasiya texnologiyaları və sistemləri" kafedrası

Fənnin adı: "Təcrübi verilənlərin işlənməsi texnologiyaları"

Mövzu 15. Normal paylanma.

Məruzəçi: Musayeva N.F.

MÜHAZİRƏNİN PLANI

1. Normal paylanma qanunu.
2. Normal paylanma əyrisi.
3. Normal paylanmış təsadüfi kəmiyyətin ədədi xarakteristikaları.
4. Normal paylanmanın xassələri.
5. Laplas funksiyası.

Ədəbiyyat

1. Musayeva N.F. «Riyazi modellərin qurulması. Üsullar və müasir kompüter texnologiyaları» adlı azərbaycan dilində monoqrafiyaya, Bakı, İnformasiya texnologiyaları nəşriyyatı, 2015, 386 s.

2. Мусаева Н.Ф. Построение математических моделей. Методы и современные компьютерные технологии. Учебник, 2014, 310 с. Lambert, Germany

3. Musayeva N.F. Təcrübi verilənlərin işlənməsinin informasiya texnologiyaları. Dərslik, Bakı, 2007

4. Мусаева Н.Ф. Информационные технологии обработки экспериментальных данных. Учебник, Баку, 2007

5. Вентцель Е.С. Теория вероятностей. М., Наука, 1964 г.

6. Иванова В.М. и др. Математическая статистика, М., "Высшая школа", 1975

7. Ниворожкина, Л.И. Статистические методы анализа данных: Учебник / Л.И. Ниворожкина, С.В. Арженовский, А.А. Рудяга. - М.: Риор, 2018. - 320 с.

8. Большаков, А.А. Методы обработки многомерных данных и временных рядов: Учебное пособие для вузов / А.А. Большаков, Р.Н. Каримов. - М.: ГЛТ, 2015. - 522 с.
9. Григорьев, А.А. Методы и алгоритмы обработки данных: Учебное пособие / А.А. Григорьев. - М.: Инфра-М, 2018. - 384 с.
10. Острейковский В.А., Карманов Ф.И. Статистические методы обработки экспериментальных данных. Лабораторный практикум, Издательство: Абрис, 2012 г., 208 с.
11. Карманов, Ф.И. Статистические методы обработки экспериментальных данных. Лабораторный практикум / Ф.И. Карманов, В.А. Острейковский. - М.: Абрис, 2012. - 208 с.

Fakültənin Elmi-metodiki şurasında təsdiq olunmuşdur
2022

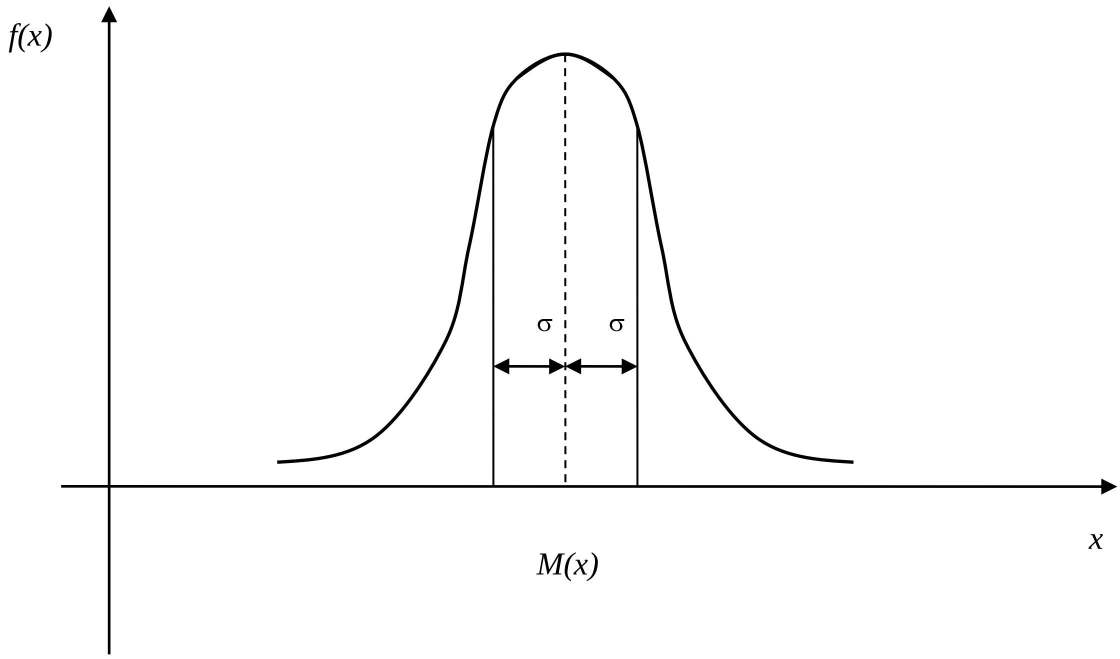
Bakı-2022

15. NORMAL PAYLANMA QANUNU

Normal paylanma – daha çox rast gəlinən paylanmadır. Onunla istehsalat əngəllərinin analizi, texnoloji proseslərin və rejimlərin nəzarəti, həmçinin biologiya, təbabət və başqa elm sahələrində müxtəlif hadisələrin analizi və proqnozlaşdırılması zamanı rast gəlinir.

Normal paylanma qanununun başlıca xüsusiyyəti ondan ibarətdir ki, o, digər paylanma qanunlarına yaxınlaşan son qanundur.

Normal paylanma ilk dəfə olaraq 1733-cü ildə Muavr tərəfindən kəşf olunub. Normal paylanmanı çox vaxt Muavrın işlərindən asılı olmayaraq kəşf etmiş riyaziyyatçıların adı ilə Qauss-Laplas qanunu adlandırırlar.



Normal paylanma qanununa yalnız kəsilməz təsadüfi kəmiyyətlər tabe olur. Buna görə də normal toplunun paylanması paylanma sıxlığı şəkilində verilə bilər:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-(x-\alpha)^2/2\sigma^2},$$

və ya paylanma funksiyası şəkilində

$$F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} e^{-(x-a)^2/2\sigma^2} dx.$$

Normal paylanmanın sıxlıq qrafiki *normal əyri* adlandırılır. O, parabola şəkilli olub, $x=\alpha$ nöqtəsindən keçən xəttə nəzərən simmetrik olur, $x\to\pm\infty$ olduqda absis oxuna yaxınlaşır. Normal paylanma α və σ parametrləri ilə təyin olunur.

Normal qanuna tabe olan təsadüfi kəmiyyətin riyazi gözləməsi və dispersiyası müvafiq olaraq bərabərdir: $M(x)=\alpha$, $\sigma_x^2=\sigma^2$.

Normal paylanmanin xassələri

Xassə 1. *Normal paylanma sıxlığının funksiyası bütün Ox oxu boyu təyin olunub, yəni x-ın hər bir qiymətinə funksiyanın müəyyən qiyməti uyğundur.*

Xassə 2. *x-ın bütün qiymətlərində (həm müsbət, həm də mənfi) sıxlıq funksiyası müsbət qiymətlər alır, yəni normal əyri Ox oxunun üzərində yerləşir.*

Xassə 3. *x-ın sonsuz artımında sıxlıq funksiyasının limiti sıfra bərabərdir:* $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)=0$.

Qrafiki olaraq bu ondan ibarətdir ki, əyrinin qolları asimptotik olaraq Ox oxuna yaxınlaşır.

Xassə 4. *$x=a$ nöqtəsində normal paylanma sıxlığı funksiyası maksimum qiymətini alır:* $f(a)=\dfrac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}$.

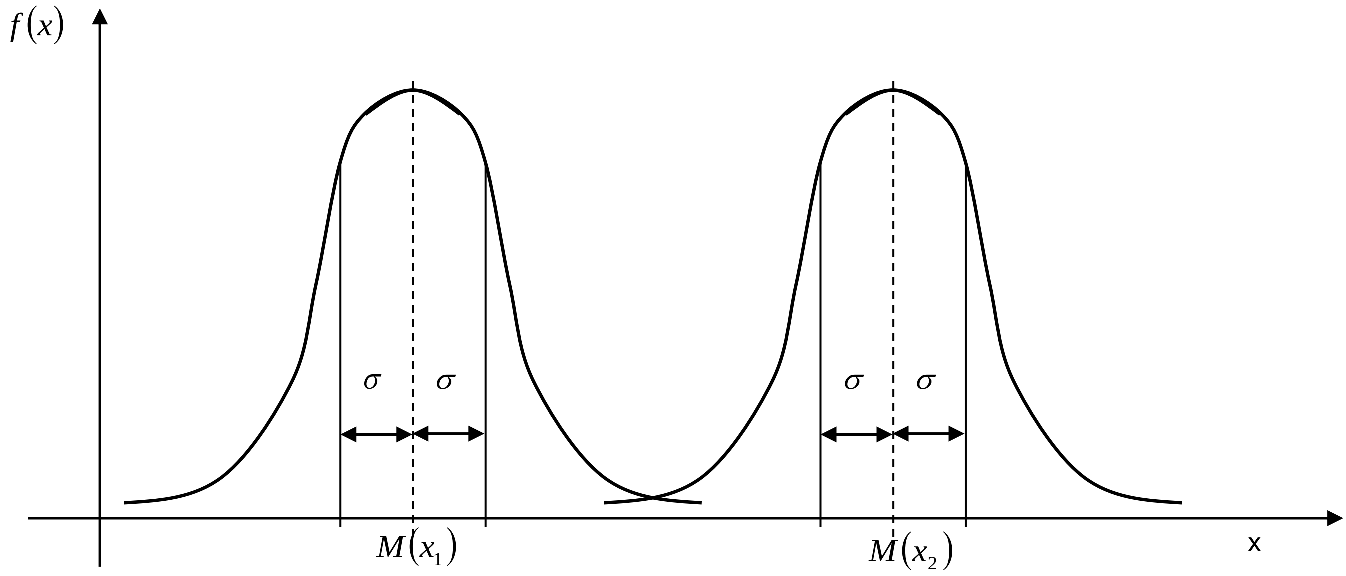
Xassə 5. *$f(x)$ sıxlıq funksiyasının qrafiki $x=a$ nöqtəsindən keçən xəttə simmetrikdir.*

Xassə 6. *Paylanma əyrisinin iki əyilmə nöqtəsi var. Nöqtələrin koordinantları* $\left(a-\sigma;\dfrac{1}{\sigma\sqrt{2\pi e}}\right)$ *və* $\left(a+\sigma;\dfrac{1}{\sigma\sqrt{2\pi e}}\right)$.

Xassə 7. *Normal paylanmanın tək mərkəzi momentləri sıfra bərabərdir.*

Xassə 8. *Normal paylanmanın asimmetriya və eksses əmsalları sıfra bərabərdirlər:* $A=\mu_3/\sigma^3=0$, $E=\mu_4/\sigma^4-3=0$.

Xassə 9. *Normal əyrinin forması a parametri (riyazi gözləməsi) dəyişərkən dəyişmir. Riyazi gözləmənin artması və ya azalması zamanı əyrinin qrafiki sola və ya sağa yerini dəyişir.*



σ parametri dəyişərkən əyrinin forması dəyişir. σ çoxaldıqda paylanma əyrisinin maksimal ordinatı azalır, σ azaldıqda isə – çoxalır. Paylanma funksiyasının sıxlığının xasssələrinə əsasən, paylanma əyrisi və absis oxu ilə məhdudlaşdırılmış sahə vahidə bərabərdir. Buna görə də σ artdıqca normal paylanma əyrisi absis oxuna sıxılır, σ azaldıqca normal əyri ordinat oxu boyunca uzanır.

Laplas funksiyasi

$\alpha = 0$, $\sigma = 1$ parametrli paylanma sıxlığı funksiyası *normalanmış paylanma sıxlığı*, onun qrafiki isə *normalanmış normal əyri* adlanır. Normalanmış normal əyrini $T = [X - M(x)]/\sigma$ normalanmış təsadüfi kəmiyyətin paylanma əyrisi kimi təsvir etmək olar. Normalanmış paylanma əyrisi verilən empirik sıraya uyğun olan nəzəri paylanma əyrisinin hesablanması üçün istifadə olunur. Bunun üçün dəyişənləri $t = [x - a]/\sigma$ ifadəsi ilə dəyişirlər. $f(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-t^2/2}$ - normalanmış paylanma sıxlığıdır. Nəzərə almaq lazımdır ki, normal paylanmanın normalanmış sıxlığı cüt funksiyadır, yəni $f(-t)=f(t)$.

Təcrübədə adətən normal paylanmış təsadüfi kəmiyyətin müəyyən sərhədlər daxilində yerləşmə ehtimalını hesablamaq lazımdır. Xüsusi funksiyanın (*Laplas funksiyası* və ya *ehtimal inteqralı* adlandırılan funksiya) qiymətinin köməyi ilə hesabatı aparmaq olar: $\Phi(t)=\frac{2}{\sqrt{2\pi}}\int_0^t e^{-t^2/2}dt$.

Laplas funksiyası cüt funksiya deyil, yəni $\Phi(-t)=-\Phi(t)$.

Normal paylanmış təsadüfi kəmiyyət üçün paylanmanın inteqral funksiyası bərabərdir

$P(T<t)=F(t)=(1/2)+(1/2)\Phi(t)$.

Normalanmış T kəmiyyəti (t_1,t_2) intervalına məxsus olan qiymətini alma ehtimalını Laplas funksiyası vasitəsilə ifadə etmək olar:

$P(t_1<T<t_2)=(1/2)\Phi(t_2)-(1/2)\Phi(t_1)$,

harada $t_1=[\alpha-M(x)]/\sigma,\ t_2=[\beta-M(x)]/\sigma$.

Verilmiş t üçün $\Phi(t)$ funksiyasının qiyməti normal paylanmış təsadüfi kəmiyyətin yayınmasının mütləq qiyməti $t\sigma$-dan kiçik olması ehtimalını təyin edir.

Əgər $t=1$ olduqda $P(|X-M(x)|<\sigma)=\Phi(1)=0{,}6827$;

əgər $t=2$ olduqda $P(|X-M(x)|<2\sigma)=\Phi(2)=0{,}9545$;

əgər $t=3$ olduqda $P(|X-M(x)|<3\sigma)=\Phi(3)=0{,}9973$.

Sonuncu bərabərlikdən aydın olur ki, normal paylanmış təsadüfi kəmiyyətin səpələnməsi $M(x)\pm 3\sigma$ parçasında yerləşir. X təsadüfi kəmiyyətinin bu parçaya düşmə ehtimalı çox azdır, daha dəqiq 0,0027-dir, yəni bu hadisə baş verməsi 0,27%-dir. Belə hadisələr praktiki olaraq mümkün deyil. Aparılan mühakimələr əsasında *üç siqma qaydası* çıxarılıb: *əgər təsadüfi kəmiyyət normal paylanmaya malikdirsə, bu kəmiyyətin riyazi gözləmədən mütləq qiymətcə yayınması orta kvadratik yayınmanın üçqat qiymətindən çox deyil.*

Bu qaydadan istifadə edərək kvadratik orta yayınmanı təqribən qiymətləndirirlər. Bunun üçün müşahidə sırasından maksimal və minimal qiymətlər seçilir və onların fərqi altıya bölünür. Alınan qiymət, əlamətlər normal paylanmaya malik olan şərtində, orta kvadratik yayınmanın kobud qiymətidir.

Misal 1.

Aşağı intervallar	Yuxarı intervallar	Empirik tezliklər, mэ	x=(a+в)/2	t=(x-M(x))/sqrt(D(x))	f(t)	h/(sqrt(D(x))*N*f(t)	Nəzəri tezliklər, m
90	120	2	105	-2,03006	0,05081723	2,691421	3
120	150	5	135	-1,50568	0,12841656	6,801297	7
150	180	14	165	-0,9813	0,24649578	13,0551	13
180	210	29	195	-0,45691	0,35939855	19,03474	19
210	240	19	225	0,067471	0,39803526	21,08105	21
240	270	17	255	0,591855	0,33484604	17,73437	18
270	300	5	285	1,116238	0,21396718	11,33229	11
300	330	4	315	1,640622	0,10385503	5,50045	6
330	360	3	345	2,165006	0,03829009	2,027949	2
360	390	2	375	2,68939	0,01072318	0,567929	1
390	420	1	405	3,213774	0,00228107	0,120812	0
							101
M(x)	221,14						
D(x)^(1/2)	57,21						
h	30						
N	**101**						

Misal 2.

$$a := \begin{pmatrix} 90 \\ 120 \\ 150 \\ 180 \\ 210 \\ 240 \\ 270 \\ 300 \\ 330 \\ 360 \\ 390 \end{pmatrix} \quad b := \begin{pmatrix} 120 \\ 150 \\ 180 \\ 210 \\ 240 \\ 270 \\ 300 \\ 330 \\ 360 \\ 390 \\ 420 \end{pmatrix} \quad me := \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 14 \\ 29 \\ 19 \\ 17 \\ 5 \\ 4 \\ 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \quad mx := 221.14$$

$s := 57.21$

$n := 101$

$$t1 := \frac{(a - mx)}{s} \qquad t2 := \frac{(b - mx)}{s}$$

t1 =

	0
0	-2.292
1	-1.768
2	-1.243
3	-0.719
4	-0.195
5	0.33
6	0.854
7	1.378
8	1.903
9	2.427
10	2.952

t2 =

	0
0	-1.768
1	-1.243
2	-0.719
3	-0.195
4	0.33
5	0.854
6	1.378
7	1.903
8	2.427
9	2.952
10	3.476

$$\int \frac{1}{e^{\frac{t^2}{2}}}\, dt \rightarrow \frac{\sqrt{2}\cdot\sqrt{\pi}\cdot \mathrm{erf}\left(\frac{\sqrt{2}\cdot t}{2}\right)}{2}$$

$$f1 := \frac{\left(\frac{1}{2}\cdot\pi^{\frac{1}{2}}\cdot 2^{\frac{1}{2}}\cdot \mathrm{erf}\left(\frac{1}{2}\cdot 2^{\frac{1}{2}}\cdot t1\right)\right)}{\sqrt{2\cdot\pi}} \qquad f2 := \frac{\left(\frac{1}{2}\cdot\pi^{\frac{1}{2}}\cdot 2^{\frac{1}{2}}\cdot \mathrm{erf}\left(\frac{1}{2}\cdot 2^{\frac{1}{2}}\cdot t2\right)\right)}{\sqrt{2\cdot\pi}}$$

f1 =

	0
0	-0.489
1	-0.461
2	-0.393
3	-0.264
4	-0.077
5	0.129
6	0.303
7	0.416
8	0.471
9	0.492
10	0.498

f2 =

	0
0	-0.461
1	-0.393
2	-0.264
3	-0.077
4	0.129
5	0.303
6	0.416
7	0.471
8	0.492
9	0.498
10	0.5

$p := f2 - f1$

p =

	0
0	0.0276
1	0.0683
2	0.1292
3	0.1868
4	0.2064
5	0.1743
6	0.1125
7	0.0555
8	0.0209
9	0.006
10	0.0013

$m := n \cdot p$

m =

	0
0	2.7872
1	6.8986
2	13.0486
3	18.8635
4	20.8431
5	17.6031
6	11.3629
7	5.6058
8	2.1134
9	0.6087
10	0.134

$mt := \mathrm{round}(m)$

mt =

	0
0	3
1	7
2	13
3	19
4	21
5	18
6	11
7	6
8	2
9	1
10	0

$$summ := \sum_{i=0}^{10} mt_i \qquad summ = 101$$

Misal 3.

$$\mathbf{a} := \begin{pmatrix} 90 \\ 120 \\ 150 \\ 180 \\ 210 \\ 240 \\ 270 \\ 300 \\ 330 \\ 360 \\ 390 \end{pmatrix} \qquad \mathbf{b} := \begin{pmatrix} 120 \\ 150 \\ 180 \\ 210 \\ 240 \\ 270 \\ 300 \\ 330 \\ 360 \\ 390 \\ 420 \end{pmatrix} \qquad \mathbf{we} := \begin{pmatrix} \frac{2}{101} \\ \frac{5}{101} \\ \frac{14}{101} \\ \frac{29}{101} \\ \frac{19}{101} \\ \frac{17}{101} \\ \frac{5}{101} \\ \frac{4}{101} \\ \frac{3}{101} \\ \frac{2}{101} \\ \frac{1}{101} \end{pmatrix} \qquad \mathbf{wen} := \begin{pmatrix} \frac{2}{101} \\ \frac{7}{101} \\ \frac{21}{101} \\ \frac{50}{101} \\ \frac{69}{101} \\ \frac{86}{101} \\ \frac{91}{101} \\ \frac{95}{101} \\ \frac{98}{101} \\ \frac{100}{101} \\ \frac{101}{101} \end{pmatrix}$$

we =

	0
0	0.0198
1	0.0495
2	0.1386
3	0.2871
4	0.1881
5	0.1683
6	0.0495
7	0.0396
8	0.0297
9	0.0198
10	$9.901 \cdot 10^{-3}$

wen =

	0
0	0.0198
1	0.0693
2	0.2079
3	0.495
4	0.6832
5	0.8515
6	0.901
7	0.9406
8	0.9703
9	0.9901
10	1

$\mathbf{mx} := 221.14 \qquad \mathbf{s} := 57.21 \qquad \mathbf{n} := 101$

$$\int \frac{1}{e^{\frac{t^2}{2}}}\,dt \rightarrow \frac{\sqrt{2}\cdot\sqrt{\pi}\cdot \mathrm{erf}\left(\frac{\sqrt{2}\cdot t}{2}\right)}{2}$$

$$\mathbf{t} := \frac{(\mathbf{b} - \mathbf{mx})}{\mathbf{s}}$$

t =

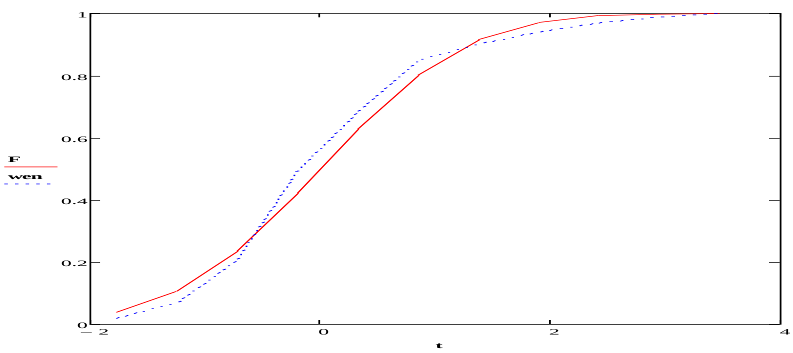
	0
0	-1.768
1	-1.243
2	-0.719
3	-0.195
4	0.33
5	0.854
6	1.378
7	1.903
8	2.427
9	2.952
10	3.476

$$\mathbf{FI} := \frac{\left(\frac{1}{2}\cdot\pi^{\frac{1}{2}}\cdot 2^{\frac{1}{2}}\cdot \mathrm{erf}\left(\frac{1}{2}\cdot 2^{\frac{1}{2}}\cdot t\right)\right)}{\sqrt{2\cdot\pi}}$$

FI =

	0
0	-0.4615
1	-0.3932
2	-0.264
3	-0.0772
4	0.1292
5	0.3035
6	0.416
7	0.4715
8	0.4924
9	0.4984
10	0.4997

$\mathbf{F} := \mathbf{FI} + \frac{1}{2} \qquad \mathbf{F} = ■$



YOXLAMA SUALLARI

1. Hansı təsadüfi kəmiyyətlər normal paylanma qanununa tabe olur?
2. Hansı kəsilməz təsadüfi kəmiyyətlər normal paylanma qanununa tabe olur?
3. Normal paylanma sıxlığının qrafiki necə adlanır?
4. Normal paylanma sıxlığının qrafiki nəcə olur?
5. Normal paylanma qanununa tabe olan təsadüfi kəmiyyətin riyazi gözləməsi və dispersiyası nəyə bərabərdir?
6. Normal paylanma sıxlığının funksiyası hansı qiymətləri ala bilər?
7. Normal paylanma sıxlığının funksiyası hansı nöqtədə maksimum qiymətini alır və o nəyə bərabərdir?
8. X-ın sonsuz artımında paylanma sıxlıqı funksiyasının limiti nəyə bərabərdir?
9. Normal paylanma əyrisinin neçə əyilmə nöqtəsi var?
10. Normal paylanma əyrisinin əyilmə nöqtələrinin koordinantları nəyə bərabərdir?
11. Normal paylanmanın tək mərkəzi momentləri nəyə bərabərdir?
12. Normal paylanmanın asimmetriya və ekssess əmsalları nəyə bərabərdir?