

## در جستجوی بلندطبع – عصر بنیان‌گذاران

شهر باستانی فاراوی در بیابان دور افتاده‌ای واقع است. داستان پیدایش این شهر به زمانی باز می‌گردد که برای اولین بار، یک جوینده‌ی آب از جنوب وارد این سرزمین شد و چون یک چشمه‌ی آب در آنجا یافت ماندگار شد و برای خود خانه‌ای ساخت. به مرور، جویندگان دیگر نیز که به این منطقه می‌رسیدند هر یک برای خود، خانه‌ای در نزدیکی ساکنین قبلی می‌ساختند و ماندگار می‌شدند. به دلیلی که برای ما نامکشف مانده است، هر تازه وارد، جایی آزاد یا در شمالشرق یا در شمالغرب، نزدیک یکی از خانه‌هایی که قبلاً ساخته شده بود را انتخاب می‌کرد، راه کوچکی به آنجا می‌کشید و خانه خود را آنجا می‌ساخت. بدین ترتیب، نقشه این شهر شبیه یک درخت دودویی ریشه‌دار است که از جنوب به شمال رسم شده است؛ اولین جوینده (ریشه) دقیقاً دو همسایه در شمالشرق و شمالغرب خودش دارد و بقیه خانه‌ها ممکن است سه، دو یا تنها یک همسایه داشته باشند.

اخیراً یک پژوهشگر مردم‌شناسی به مطالعه فاراوی علاقمند شده است. او می‌تواند با کاوش‌های باستان‌شناسی برآورد قابل اطمینانی از ثروت هر یک از خانه‌های این شهر بدست آورد. او بر این باور است که در دنیای باستان، اصولاً توجه به تفاوت‌های طبقاتی، بر رفتار انسانها بسیار تأثیرگذار بوده است. بر این اساس، به نظر می‌رسد، پیدا کردن فرد ثروتمندی که خانه‌اش در میان همسایگانی باشد که تمام آن‌ها بلحاظ ثروت از او پایین‌تر باشند نکات جالبی را درباره نگرش مردمان این شهر آشکار کند.

مردم‌شناس از زیروترای و استیپس می‌خواهد به او در یافتن خانه‌ی یک فرد «بلندطبع» این شهر کمک کنند؛ یعنی یک فردی که ثروتش نسبت به هر یک از همسایگانش بیشتر باشد. مردم‌شناس می‌خواهد این کار را با حداقل کاوش‌های باستان‌شناسی بر روی خانه‌های این شهر به انجام برساند. استیپس می‌گوید: اگر  $n$  را تعداد خانه‌های این شهر بگیریم، با داشتن مقدار ثروت هر  $n$  خانه می‌توانیم موقعیت یک بلندطبع را پیدا کنیم. زیروترای پاسخ می‌دهد: اگر توجه کنی می‌بینی که نقشه این شهر به شکل یک درخت دودویی کامل با ارتفاع  $\log(n)$  است بنابراین تنها با انجام  $O(\lg n)$  کاوش نیز می‌توان یک بلندطبع را پیدا کرد. فرض کنید اعداد متمایزن و منظور از "پایین‌تر" کوچکتر مساوی هست.

### در جستجوی بلندطبع – درخت دودویی کامل

**ورودی:** خط اول، یک عدد صحیح مثبت که نشان‌دهنده ارتفاع یک درخت دودویی کامل است. خطوط بعدی، شامل  $2^{h+1} - 1$  عدد صحیح مثبت که نشان‌دهنده ثروت هر خانه، به ترتیب از جنوب (ریشه) به شمال (سطح  $h$ ) و در هر سطح از غرب به شرق است.

**خروجی:** شماره یک خانه بلندطبع و مقدار ثروت آن. خانه‌ها را دقیقاً به همان ترتیب ورودی از ۱ تا  $2^{h+1} - 1$  شمارگذاری کنید.

مثال ۱. ورودی:

1  
5 4 1  
خروجی:  
1 5

مثال ۲. ورودی:

1  
2 1 3

خروجی:

3 3

---

مثال ۳. ورودی:

2  
6 5 7 1 2 3 4

خروجی:

3 7

---

مثال ۴. ورودی:

2  
6 5 4 1 2 7 4

خروجی:

1 6

---