Safronov Alexei
IA2002

Экзамен
по Теории
Вероятности

№1

Случайная величина X - кол-во попаданий может принимать знач: $x_0 = 0, x_1 = 1, x_2 = 2$.

A_1 - попадение при первом выстреле
A_2 = попадание при втором выстреле
$\overline{A_1}$ - промах при первом выстреле
$\overline{A_2}$ - промах при 2-м выстреле

$P(A_1) = 0{,}8$ $\Rightarrow$ $P(\overline{A_1}) = 1 - 0{,}8 = 0{,}2$
$P(A_2) = 0{,}4$ $\qquad$ $P(\overline{A_2}) = 1 - 0{,}4 = 0{,}6$

$mX = 1{,}2$
$DX = 0{,}4$

№ 2

Находим плотность распр. вер-ей

$$f_x(x) = \frac{dF_x(x)}{dx} = \begin{cases} 0, & \text{если } x \le x_0 \\ \frac{a}{x_0}\left(\frac{x_0}{x}\right)^{a+1}, & \text{если } x > x_0 \end{cases}$$

Матем. ожидание по формуле для случая непрер. слу. вел.

$$m_x = \int_{-\infty}^{+\infty} x f_x(x)\,dx = \frac{a}{x_0}\int_{x_0}^{+\infty} x\left(\frac{x_0}{x}\right)^{a+1} dx =$$

$$= a\, x_0^a \int_{x_0}^{+\infty} \frac{dx}{x^a}$$

Мат. ожидание существует, если существует несобственный интеграл. с беск. пред.

$a > 1$

$$m_x = \frac{a}{a-1} x_0, \quad a > 1$$

Находим дисперсию

$D_x = a_2 - m_x^2$

Второй начальный момент:

$$a_2 = M[x^2] = a\, x_0^a \int_{x_0}^{+\infty} \frac{dx}{x^{a-1}} = \frac{a}{a-2} x_0^2 \ (a > 2)$$

$\Downarrow$

$$D_x = a_2 - m_x^2 = \frac{a}{a-2} x_0^2 - \frac{a^2}{(a-1)^2} x_0^2 = \frac{a}{(a-1)^2(a-2)} x_0$$

$(a > 2)$

Медиану h_x

$$F_x(x) = 1 - \left(\frac{x_0}{x}\right)^a = \frac{1}{2}, \text{ где } \quad h_x = x_0 \sqrt[a]{2}$$

№ 3

A = Достаёт белый шар

H_1 = 1 шар белый

H_2 = 1 шар черный

$P(H_1) = 1/2$; $P(H_2) = 1/2$; $P(A/H_1) = 1$

$P(A/H_2) = 1/2$

$$P(H_1/A) = \frac{\frac{1}{2}\cdot 1}{\frac{1}{2}\cdot 1 + \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}} = 2/3$$

Ответ: $2/3$

№ ~~1~~ 2

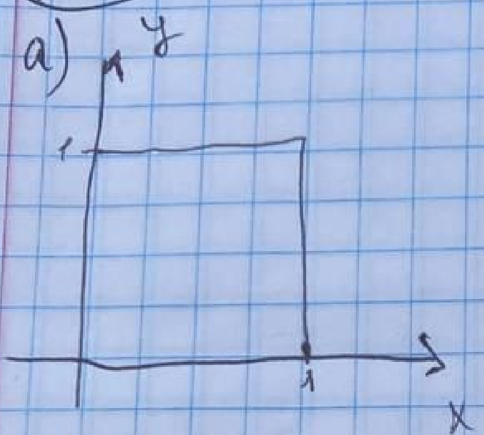
Находим плотность распр. вер-ей

$f_X(x) = \frac{dF_X(x)}{}$ $\{$ 0, если $x \le x_0$

$f(x) = F'(x) = \{ \frac{a \cdot (x_0)}{x^{a+1}}$, если $x > x_0$

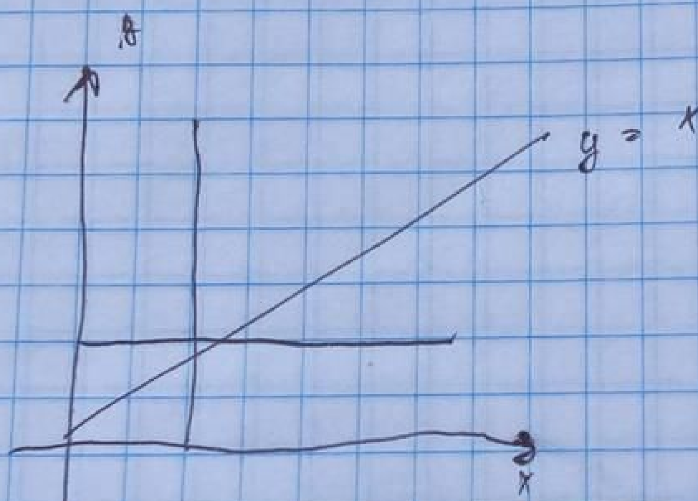
№ 4

а)



$$P = \int_1^a \frac{a}{x} dx + a = a(1 - \ln(a))$$

б)



$$P = \frac{a + (1-a) \cdot a}{1}$$

$$= 2a - a^2$$

Safronov
Alexei
IA2002

№5

X – студент сдаст зачёт; $X = A_1 + A_2$

A_1 = знает 2 билета из 3

A_2 = знает 3 билета

Решение:

$n = C_{24}^{3} = 2024$ – кол-во способов вытянуть 3 билета из 24

$m(A_1) = C_{19}^{2} \cdot C_{5}^{1} = \frac{19!}{2!17!} \cdot 5 = 855$ – кол-во способов вытянуть два билета, которые студент знает и один незн.

$m(A_2) = C_{19}^{3} = 969$ – три билета которые знает

$P(A_1) = \frac{m(A_1)}{n} = \frac{855}{2024}$, $P(A_2) = \frac{m(A_2)}{n} = \frac{969}{2024}$

$$P(X) = P(A_1) + P(A_2) = \frac{1824}{2024} \approx 0{,}9$$