### Kısa Sage Kılavuzu

William Stein (P. Jipsen'in çalışmasını temel alarak) GNU Özgür Belge Lisansı, Dileğinize göre geliştirin





Kutuyu hesapla: (shift-enter)

Kutuyu hesapla ve yeni bir kutu yarat: (alt-enter)

Kutuyu ikiye böl: ⟨control-;⟩

Kutuları birleştir: (control-backspace)

Hesap kutusu yarat: Kutular arasındaki mavi çizgiye tıkla Metin/HTML kutusu yarat: Mavi çizgiye shift'le tıkla Kutuyu sil: Kutu içeriğini sil, daha sonra backspace'e bas

#### Komut Satırı

kom\langletab\rangle komut'\text{u tamamlar}

\*bar\*? "bar" ile başlayan tüm komutları listeler

komut?\langletab\rangle yardım belgelerini gösterir

komut??\langletab\rangle kaynak kodunu gösterir

a.\langletab\rangle a nesnesinin yöntemlerini sıralar (bkz: dir(a))

a.\_\langletab\rangle a nesnesinin saklı yöntemlerini sıralar

search\_doc("arama sözcüğü/s\*c?ü?") yardım içinde ara

search\_src("arama sözcüğü/s\*c?ü?") kaynak kodu ara

bir önceki hesabın sonucu

### Savılar

Tamsayılar:  $\mathbf{Z} = \text{ZZ}$  Örn. -2 -1 0 1 10^100 Kesir Sayılar:  $\mathbf{Q} = \text{QQ}$  Örn. 1/2 1/1000 314/100 -2/1 Gerçeller:  $\mathbf{R} \approx \text{RR}$  Örn. .5 0.001 3.14 1.23e10000 Karmaşıklar:  $\mathbf{C} \approx \text{CC}$  Örn. CC(1,1) CC(2.5,-3) Yaklaşık: RDF and CDF Örn. CDF(2.1,3) Mod n:  $\mathbf{Z}/n\mathbf{Z} = \text{Zmod}$  Örn. Mod(2,3) Zmod(3) (2) Sonlu cisimler:  $\mathbf{F}_q = \text{GF}$  Örn. GF(3) (2) GF(9,"a") .0 Polinomlar: R[x,y] Örn. S.<x,y>=QQ[]  $\text{x+2*y}^3$  Seriler: R[[t]] Örn. S.<t>=QQ[[]]  $1/2+2*\text{t}+0(\text{t}^2)$  p-adik sayılar:  $\mathbf{Z}_p \approx \text{Zp}$ ,  $\mathbf{Q}_p \approx \text{Qp}$  Örn.  $2+3*5+0(5^2)$  Cebirsel kapanış:  $\mathbf{Q} = \text{QQbar}$  Örn.  $\text{QQbar}(2^{(1/5)})$  Aralıklar: RIF Örn. sage: RIF((1,1.00001)) Sayı Cismi: R.<x>=QQ[]; K. $<\text{a}>=\text{NumberField}(\text{x}^3+\text{x}+1)$ 

## Aritmetik

$$ab = a*b \quad \frac{a}{b} = a/b \quad a^b = a^b \quad \sqrt{x} = \operatorname{sqrt}(\mathbf{x})$$
 
$$\sqrt[n]{x} = \mathbf{x}^*(1/\mathbf{n}) \quad |x| = \operatorname{abs}(\mathbf{x}) \quad \log_b(x) = \log(\mathbf{x}, \mathbf{b})$$
 
$$\operatorname{Toplam:} \sum_{i=k}^n f(i) = \operatorname{sum}(\mathbf{f}(\mathbf{i}) \text{ for } \mathbf{i} \text{ in } (\mathbf{k}..\mathbf{n}))$$
 
$$\operatorname{Carpin:} \prod_{i=k}^n f(i) = \operatorname{prod}(\mathbf{f}(\mathbf{i}) \text{ for } \mathbf{i} \text{ in } (\mathbf{k}..\mathbf{n}))$$

## Sabitler ve Fonksiyonlar

Sabitler:  $\pi=\operatorname{pi}\quad e=\operatorname{e}\quad i=\operatorname{i}\quad \infty=\operatorname{oo}$   $\phi=\operatorname{golden\_ratio}\quad \gamma=\operatorname{euler\_gamma}$  Yaklaşık:  $\operatorname{pi.n(digits=18)}=3.14159265358979324$  Fonksiyonlar:  $\operatorname{sin}\operatorname{cos}\operatorname{tanh}\operatorname{log}\operatorname{ln}\operatorname{exp}\ldots$  Python Fonksiyonu:  $\operatorname{def}\operatorname{f}(x)$ :  $\operatorname{return} x^2$ 

### Etkileşimli Fonksiyonlar

Fonksiyon tanımından önce @interact yazın (değişkenler bir menüyle yönetilir)

#### @interact

def f(n=[0..4], s=(1..5), c=Color("red")):
 var("x"); show(plot(sin(n+x^s),-pi,pi,color=c))

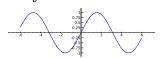
# Simgesel İfadeler

Yeni simgesel değişkenler tanımla: var("t u v y z") Simgesel fonksiyonlar: Örn.  $f(x) = x^2$  f(x)=x^2 Karşılaştırmalar: f==g f<=g f>=g f<g f>g f = g denklemini çöz: solve(f(x)==g(x), x) solve([f(x,y)==0, g(x,y)==0], x,y) factor(...) expand(...) (...).simplify\_... find\_root(f(x), a, b)  $x \in [a,b]$  için  $f(x) \approx 0$ 'i çöz.

#### Calculus

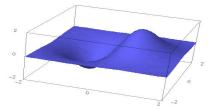
$$\begin{split} &\lim_{x\to a} f(x) = \mathrm{limit}(\mathbf{f}(\mathbf{x})\,,\,\,\mathbf{x=a}) \\ &\frac{d}{dx}(f(x)) = \mathrm{diff}(\mathbf{f}(\mathbf{x})\,,\mathbf{x}) \\ &\frac{\partial}{\partial x}(f(x,y)) = \mathrm{diff}(\mathbf{f}(\mathbf{x},\mathbf{y})\,,\mathbf{x}) \\ &\mathrm{diff} = \mathrm{differentiate} = \mathrm{derivative} \\ &\int f(x)dx = \mathrm{integral}(\mathbf{f}(\mathbf{x})\,,\mathbf{x}) \\ &\int_a^b f(x)dx = \mathrm{integral}(\mathbf{f}(\mathbf{x})\,,\mathbf{x},\mathbf{a},\mathbf{b}) \\ &\int_a^b f(x)dx \approx \mathrm{numerical\_integral}(\mathbf{f}(\mathbf{x})\,,\mathbf{a},\mathbf{b}) \\ &a \, \mathrm{civarmda} \, n.\mathrm{inci} \, \mathrm{Taylor} \, \mathrm{Polinomu:} \, \, \mathrm{taylor}(\mathbf{f}(\mathbf{x})\,,\mathbf{x},a,n) \end{split}$$

### 2 Boyutlu Grafikler



line([( $x_1,y_1$ ),...,( $x_n,y_n$ )], seçenekler)
polygon([( $x_1,y_1$ ),...,( $x_n,y_n$ )], seçenekler)
circle((x,y), r, seçenekler)
text("yazı",(x,y), seçenekler)
seçenekler  $\in$  plot.options, Örn. thickness=piksel, rgbcolor=(r,g,b), hue=h (burada  $0 \le r,b,g,h \le 1$ )
show(grafik, seçenekler)
figsize=[genişlik,yükseklik] boyutları ayarlar aspect\_ratio=sayı aspect ratio'yu ayarlar plot(f(x),( $x,x,x_{\rm en büyük}$ ), seçenekler)
parametric\_plot((f(t),g(t)),( $t,t_{\rm ilk},t_{\rm son}$ ), seçenekler)
polar\_plot(f(t),( $t,t_{\rm ilk},t_{\rm son}$ ), seçenekler)
birleştir: circle((1,1),1)+line([(0,0),(2,2)])
animate(grafik listesi, seçenekler).show(delay=20)

## 3 Boyutlu Grafikler



line3d([ $(x_1,y_1,z_1),\ldots,(x_n,y_n,z_n)$ ], seçenekler)

sphere((x,y,z),r, seçenekler)

text3d("txt", (x,y,z), seçenekler)

tetrahedron((x,y,z),boyut, seçenekler)

cube((x,y,z),boyut, seçenekler)

octahedron((x,y,z),boyut, seçenekler)

dodecahedron((x,y,z),boyut, seçenekler)

icosahedron((x,y,z),boyut, seçenekler)

plot3d(f(x,y), $(x,x_b,x_e)$ ,  $(y,y_b,y_e)$ , seçenekler)

parametric\_plot3d( $(f(x,y),(x,y_b,y_e),(y,y_e),(y,y_e),(y,y_e),(y,y_e),(y,y_e),(y,y_e),(y,y_e),(y,y_e),(y,y_e$ 

 $secentler: aspect_ratio=[1,1,1], color="red" opacity=0.5, figsize=6, viewer="tachyon"$ 

### Ayrık Matematik

|x| = floor(x) [x] = ceil(x)n'in k ile bölümünden kalan = n%k  $k|n \Leftrightarrow n\%k==0$  $\binom{x}{m} = \text{binomial}(x,m)$ n! = factorial(n) $\phi(n) = \text{euler\_phi}(n)$ 

Karakter dizileri: Örn. s = "Hello" = "He"+'llo' s[0]="H" s[-1]="o" s[1:3]="el" s[3:]="lo"Listeler: Örn. [1,"Hello",x] = []+[1,"Hello"]+[x]Python destesi: Örn. (1, "Hello", x) (değiştirilemez) Kümeler:  $\{1, 2, 1, a\} = Set([1, 2, 1, "a"]) (= \{1, 2, a\})$ Liste tanımları  $\approx$  küme tanımları, Örn.

 $\{f(x): x \in X, x > 0\} = Set([f(x) \text{ for x in X if x>0}])$ 

## Çizge Kuramı



Cizge:  $G = Graph(\{0:[1,2,3], 2:[4]\})$ 

Yönlü Çizge: DiGraph(sözlük) Cizge örnekleri: graphs. (tab)

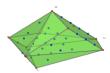
Özellikler: G.chromatic\_polynomial(), G.is\_planar()

Yollar: G.shortest\_path()

Görüntüle: G.plot(), G.plot3d()

Otomorfizmalar: G.automorphism\_group(), G1.is\_isomorphic(G2), G1.is\_subgraph(G2)

#### Kombinatorik



Tamsayı dizileri: sloane\_find(dizi), sloane. \langle tab\rangle

Parcalanislar: P=Partitions(n) P.count() Bileşimler: C=Combinations(liste) C.list()

Kartezyen carpım: CartesianProduct(P,C) Young Tablosu: Tableau([[1,2,3],[4,5]])

Sözcükler: W=Words("abc"); W("aabca")

Sıralı Kümeler: Poset([[1,2],[4],[3],[4],[]])

Kök sistemleri: RootSystem(["A",3])

Kristal: CrystalOfTableaux(["A",3], shape=[3,2]) Cokyüzlü Kafesler: A=random\_matrix(ZZ,3,6,x=7) L=LatticePolytope(A) L.npoints() L.plot3d()

### Matris cebri

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \text{vector}([1,2])$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} = \text{matrix}(QQ,[[1,2],[3,4]], \text{ sparse=False})$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix} = \text{matrix}(QQ,2,3,[1,2,3,4,5,6])$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = \det(\text{matrix}(QQ,[[1,2],[3,4]]))$$

$$Av = A*v A^{-1} = A^{-1} A^{t} = A.\text{transpose}()$$

Ax = v'i çöz: A\v veya A.solve\_right(v)

xA = v'i çöz: A.solve\_left(v)

Satır indirgenmiş merdiven formu: A.echelon\_form() Görüntü ve çekirdik boyutu: A.rank() A.nullity()

Hessenberg formu: A.hessenberg\_form() Karakteristik polinom: A.charpoly()

Özdeğerler: A.eigenvalues()

Özvektörler: A.eigenvectors\_right() (ya da left)

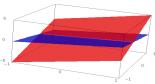
Gram-Schmidt: A.gram\_schmidt()

Görüntüle: A.plot()

LLL: matrix(ZZ,...).LLL()

Hermite formu: matrix(ZZ,...).hermite\_form()

# Doğrusal cebir



Doğrusal uzav  $K^n = \text{K^n}$  Örn. QQ^3

Altuzay: span(vektörler, cisim) Örn., span([[1,2,3], [2,3,5]], QQ)

Cekirdek: A.right\_kernel() (veya left) Toplam ve kesişim: V + W and V.intersection(W)

Taban: V.basis()

Taban matrisi: V.basis matrix()

Bir matrisi bir altuzaya kısıtla: A.restrict(V)

Bir vektörün tabana göre ifadesi: V. coordinates (vektör)

### Sayısal Matematik

Paketler: import numpy, scipy, cvxopt Minimizasyon: var("x y z") minimize( $x^2+x*y^3+(1-z)^2-1$ , [1,1,1])

### Sayı kuramı

Asallar: prime\_range(n,m), is\_prime, next\_prime Carpanlar: factor(n), qsieve(n), ecm.factor(n) Kronecker sembolü:  $\binom{a}{b}$  = kronecker\_symbol(a, b) Sürekli kesirler: continued\_fraction(x) Bernoulli sayıları: bernoulli(n), bernoulli\_mod\_p(p)

Eliptik Eğriler: EllipticCurve( $[a_1, a_2, a_3, a_4, a_6]$ )

Dirichlet karakterleri: DirichletGroup(N)

Modüler formlar: ModularForms (düzey, ağırlık) Mod. simgeler: ModularSymbols (düzey, ağırlık, işaret)

Brandt modülleri: BrandtModule(düzey, ağırlık)

Modüler abelyen varyeteler: JO(N), J1(N)

## Grup Kuramı

G = PermutationGroup([[(1,2,3),(4,5)],[(3,4)]])SymmetricGroup(n), AlternatingGroup(n) Abelyen gruplar: AbelianGroup([3,15]) Matris gruplan: GL, SL, Sp, SU, GU, SO, GO Özellikler: G.sylow\_subgroup(p), G.character\_table(), G.normal\_subgroups(), G.cayley\_graph()

# Değişmesiz halkalar

Kuaterniyonlar: Q.<i,j,k> = QuaternionAlgebra(a,b) Serbest cebir: R. <a,b,c> = FreeAlgebra(QQ, 3)

# Python modülleri

import  $mod\ddot{u}l$   $ad\imath$  $mod\ddot{u}l_adi.\langle tab \rangle$  ve  $help(mod\ddot{u}l_adi)$ 

# Zaman kullanımı ve hata ayıklama

time komut :harcanan zamanı gösterir timeit("komut") :harcanan zamanı daha hassas ölçer t = cputime(); cputime(t) :CPU'ca harcanan zaman t = walltime(); walltime(t) :geçen zaman %pdb:hata ayıklayıcıyı açar (yalnızca komut satırında) %prun komut :harcanan süreyi ölç (yal. komut satırında)