

تحلیل مسئله اولیه:

در مسئله اولیه با تعیین بهینه زاویه‌های پنل‌های خورشیدی توانستیم با کمترین هزینه (صفر) مزرعه را تعیین کنیم. به طور کلی در حل مسئله همواره تلاش بر این است که باطری را خالی کنیم تا همواره ظرفیت خالی وجود داشته باشد تا مجبور به سرریز کردن انرژی نداشته باشیم. ما با این تعیین زاویه کلا ۵۲۰۰ واحد انرژی تولید کردیم و در نهایت توانستیم با کمک ۱۰۰۰ واحد انرژی اولیه کل مزرعه را بدون خرید یا سر ریز تغذیه کنیم. نکته دیگر این است که از ابتدا تمام انرژی اضافه آمده را ابتدا به خودروها برقی می‌دهیم.

توصیحات	ماتر داترا	مدل انیر (۴)	مدل جراج (۲)	مدل توبه (۷)	مدل هودری (۶)	
۱۰۰۰۰ آمپری	۱۰۰۰	۰	۳۰۰	۳۰۰	۳۰۰	$\sum E_{i1} = ۰$
۱٪ آمپری	۰	۱۰۰	۵۰	۵۰	۱۰۰	$\sum E_{i2} = ۴۴۰$
۵۴٪ آمپری	۰	۵۰	۰	۰	۵۰	$\sum E_{i3} = ۶۴۰$
۷۴٪ آمپری جراج	۰	۰	۰	۰	۰	$\sum E_{i4} = ۷۴۰$
۷۴٪ آمپری توبه	۰	۰	۰	۰	۰	$\sum E_{i5} = ۷۴۰$
۱۴٪ آمپری توبه / کو توبه / مدل	۰	۰	۰	۰	۰	$\sum E_{i6} = ۷۴۰$
۳۴٪ آمپری انیر / مدل	۰	۰	۰	۰	۰	$\sum E_{i7} = ۷۴۰$
۵۴٪ آمپری جراج / جراج / مدل	۷۴۰	۳۰۰	۰	۰	۰	$\sum E_{i8} = ۴۴۰$
۴۸٪ آمپری برقی / برقی / مدل	۴۴۰	۵۰	۰	۰	۰	$\sum E_{i9} = ۴۴۰$
همه مدل نه اند!	۷۴۰	۱۰۰	۵۰	۵۰	۱۰۰	$\sum E_{i10} = ۴۴۰$
همه مدل نه اند!	۹۰۰	۰	۳۰۰	۳۰۰	۳۰۰	$\sum E_{i11} = ۰$

در بالا با توجه به زوایای به دست آمده از حل در نرم افزار لینگو به محاسبه ریزتر همه موارد پرداخته‌ایم. تنها باید این نکته را بیان کنیم که بخش توضیحات مربوط به تخصیص‌های خارج از مقادیر داخل جدول می‌باشد. خارج از مقادیر مشخص شده در جدول به هر یک از دستگاه‌ها باید به میزان زیر انرژی تخصیص یابد تا کل میزان انرژی مربوطه را ارضا کند: ۶۰۰، ۲۰۰۰، ۱۶۰۰، ۲۰۰۰

$$2000 - 300 - 100 - 50 - 50 - 100 - 300 = 1100 \quad \text{خودرو برقی (X):}$$

$$1600 - 300 - 50 - 50 - 300 = 900 \quad \text{سیستم تهویه (Y):}$$

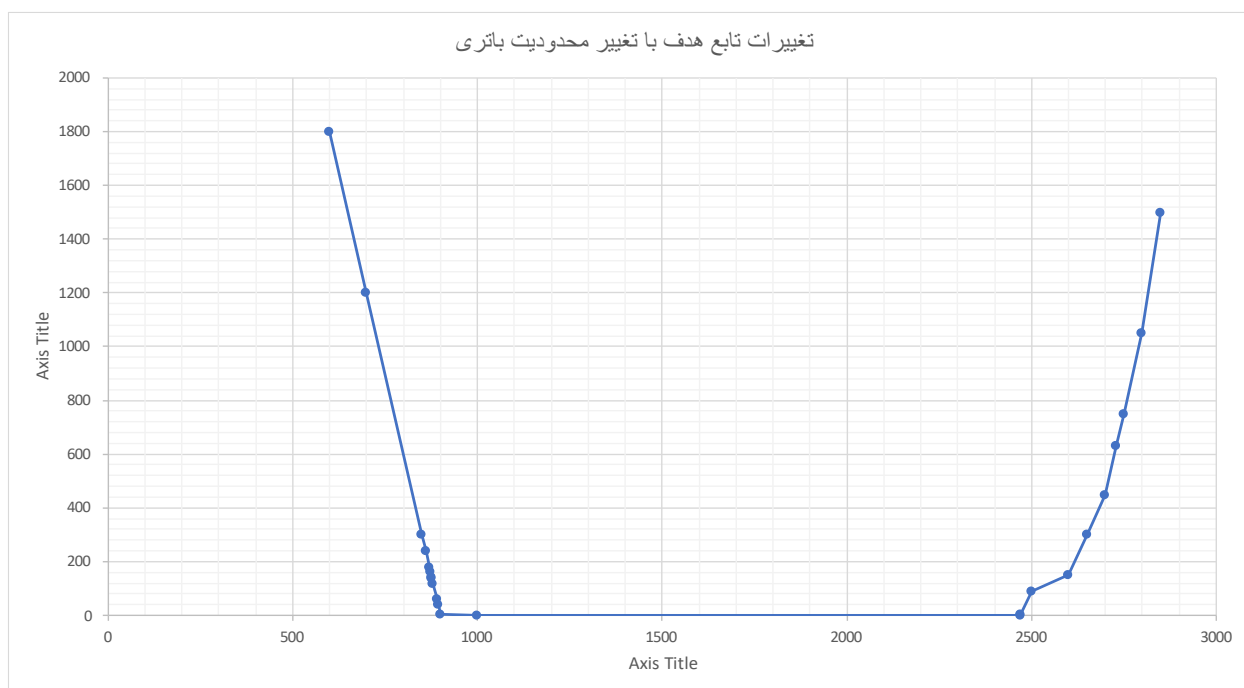
$$2000 - 300 - 50 - 50 - 300 = 1300 \quad \text{چراغ‌ها (Z):}$$

$$600 - 100 - 50 - 50 - 100 = 300 \quad \text{وسایل آشپزخانه (H):}$$

و بخش توضیحات در حال پر کردن مقادیر بالا می‌باشد.

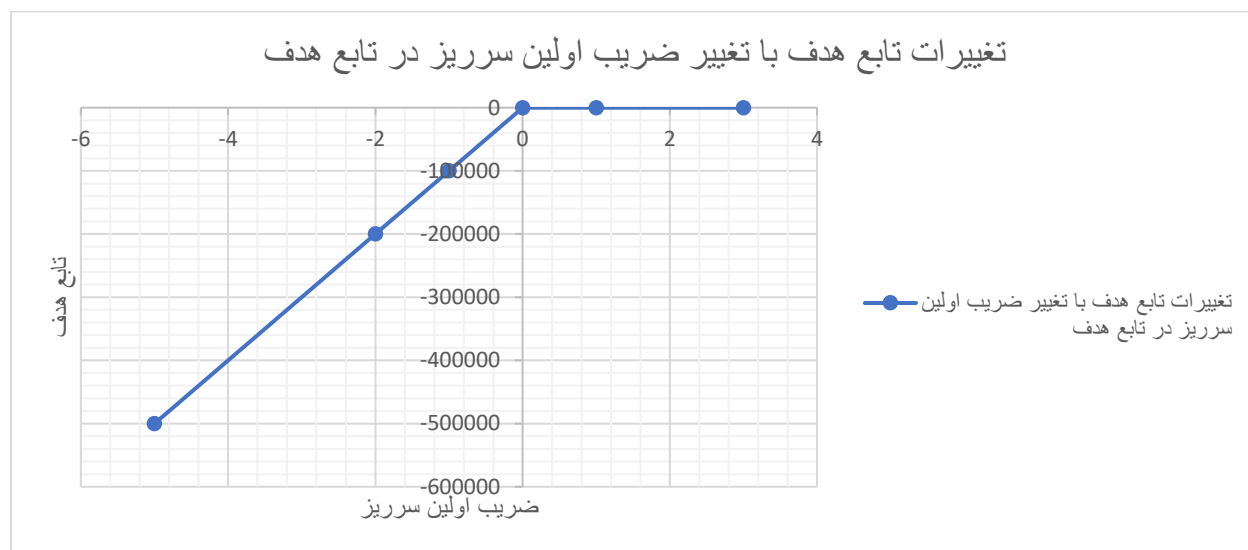
تحلیل حساسیت RHS:

در این بخش ما تصمیم گرفتیم مقدار ماکزیم انرژی که در باتری قابل ذخیره سازی است را تغییر دهیم. در این صورت با کاهش ماکزیم مقدار قابل ذخیره سازی در باتری هزینه ما افزایش می‌یابد. به این معنا که یا مجبور هستیم به دلیل داشتن انرژی کمتر از شرکت توانیر، انرژی بخریم و یا به این دلیل که مجبور می‌شویم زوایای پیل‌ها را به طور خاصی تغییر دهیم با تولید ناخواسته بیش از حد به سرریز نیرو بپردازیم؛ همانطور که مشاهده نیز می‌شود در مقادیر کمتر با یک تابع خطی روبه‌رویم که احتمالاً به این دلیل است که با کاهش میزان انرژی ذخیره شده ابتدایی مجبور هستیم مقادیر خاصی را بخریم به این معنی که با کاهش میزان انرژی ذخیره شده ابتدایی به ازای هر واحد باید میزان مشخصی انرژی خریداری بشود. اما وقتی در ابتدا بیش از حد نیز انرژی ذخیره شده در باتری باشد (M را زیاد بگذاریم) هم هزینه ما افزایش خواهد داشت. به این دلیل که ما در هر حال یک مقداری تولید انرژی داریم پس اگر انرژی ذخیره شده و انرژی تولید شده در بازه‌های متفاوت بیش از حد مجاز باشد ناچار باید به سرریز بپردازیم هرچند با مقدار انرژی اولیه بیشتری شروع کردیم در این حالت نیز تابع بصورت بازه‌های خطی نمایان می‌شود. این پدیده نیز به این دلیل است که در بازه‌هایی که افزایش هزینه خطی است در واقع داریم مقدار مشخصی انرژی تولید می‌کنیم و همزمان انرژی ابتدایی ذخیره شده در باتری را نیز یکی یکی افزایش می‌دهیم در بازه‌های مشخص هزینه بصورت خطی تغییر می‌کند.



تحلیل حساسیت مربوط به تابع هدف(ضریب L_1):

در دنیای واقعی معمولاً می‌توان ضمن تولید بیش از حد نیاز، انرژی تولید شده را به شبکه برق فروخت. ما نیز با این تغییر که برای L_1 انجام دادیم عملاً در حال تغییر هزینه تحمیل شده ضمن به وجود آمدن سرریز در بازه اولیه شده‌ایم. در این حالت بدیهی است که افزایش ضریب هیچ تغییری در مقدار تابع هدف و ... ایجاد نمی‌کند و عملاً بی‌معناست. اما با کم شدن هزینه و نهایتاً منفی شدن ضریب L_1 ما با داشتن سرریز در حال درآمد زایی می‌شویم (فقط در بازه اولیه) و تابع هدف ما تغییر خواهد کرد. بدیهی است که این تغییر بصورت خطی و با شیب یک باشد چراکه عملاً همه متغیرهای دیگر صفر شده و هر گونه افزایش در میزان سرریز بصورت مستقیم و طبق ضریبی که L_1 در تابع هدف دارد، بر تابع هدف تأثیر می‌گذارد.



تحلیل مسئله دوم:

در نتیجه‌ی کد سوال دوم (حالت غیر امتیازی) در نرم‌افزار LINGO، پاسخ بهینه‌ی جهانی حدوداً برابر با 37.7 میلیون به دست آمده است؛ یعنی حداکثر ارزش مالی مورد انتظار برابر با این مقدار خواهد بود. تعداد تکرارهای لازم برای رسیدن به جواب 386646 بوده، 16932 محدودیت و 4605 متغیر داریم که همه‌ی متغیرها متغیر صحیح بوده و مدل (Pure Integer Linear Program) را تشکیل می‌دهند. کل پاسخ به دلیل بسیار طولانی بودن را در گزارش قرار نداده‌ایم، اما در قسمت Solution مقادیر ناصفر X ها را که متغیرهای اصلی تصمیم ما هستند (چه تعداد حیوان باید در چه فضایی قرار بگیرند، به طوری که عدد اول در سمت چپ گونه‌ی حیوان و عدد دوم فضا را نشان می‌دهد) دریافت کرده‌ایم و در زیر قابل مشاهده است. جواب کلی را می‌توان با اجرای دوباره‌ی نرم‌افزار به دست آورد.

Global optimal solution found.

Objective value: 0.3774060E + 08
 Objective bound: 0.3774060E + 08
 Infeasibilities: 0.000000
 Extended solver steps: 1746
 Total solver iterations: 386646
 Elapsed runtime seconds: 173.09

Variable	Value	Reduced Cost
X(1,1)	1.000000	- 1000000.
X(1,2)	2.000000	- 1000000.
X(1,5)	2.000000	- 1000000.
X(1,9)	6.000000	- 1000000.
X(2,3)	1.000000	- 1250000.
X(2,4)	2.000000	- 1250000.
X(3,7)	3.000000	- 1000000.
X(3,11)	3.000000	- 1000000.
X(9,13)	1.000000	- 1000000.
X(9,14)	1.000000	- 1000000.
X(9,15)	1.000000	- 1000000.
X(9,16)	1.000000	- 1000000.
X(10,6)	2.000000	- 500000.0
X(10,8)	2.000000	- 500000.0
X(10,10)	2.000000	- 500000.0
X(10,12)	2.000000	- 500000.0
X(12,17)	6.000000	- 400000.0
X(14,18)	4.000000	- 2000000.

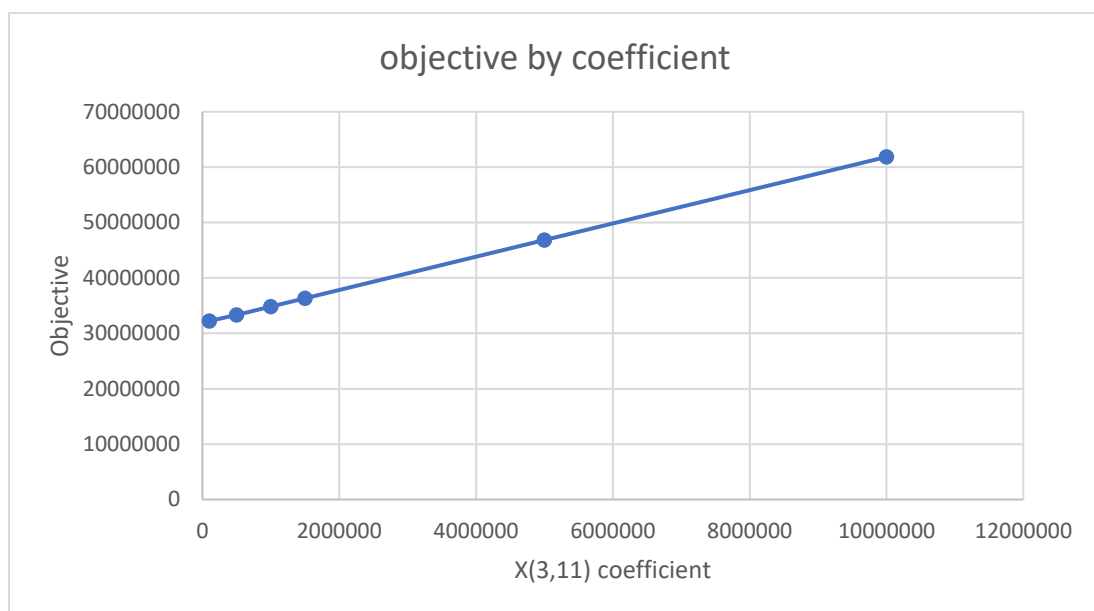
در جواب نهایی متغیرهایی که در دیتا تعریف کرده‌ایم مقدار ثابت خود را حفظ کرده‌اند و مقادیر دیگر بر اساس محدودیتها به دست آمده‌اند. ستون دوم (Reduced Cost) برای متغیرهایی که صفر هستند، به این معنی است که چه میزان ضریب این متغیر در تابع هدف باید کاهش یا افزایش یابد تا مثبت شدن متغیر برای ما صرف داشته باشد و جواب بهینه را بهتر کند. پس از متغیرهای تصمیم، متغیرهایی که با عدد مشخص شده‌اند متغیرهای slack مربوط به محدودیتها هستند عددها شماره‌ی محدودیت را نشان می‌دهند. در ستون دوم مقدار متغیر دوگان مربوط به آن محدودیت نمایش داده شده است؛ اما به دلیل اینکه مدل مسئله برنامه‌ریزی عدد صحیح است لینگو نمی‌تواند مدل دوگان برای آن ایجاد کرده و همه‌ی متغیرهای دوگان را صفر قرار می‌دهد. در نتیجه باید برای تحلیل حساسیت خودمان به ضرایب و مقادیر سمت راست محدودیتها مقادیر متفاوت دهیم و نمودار آن را در اکسل رسم کنیم.

تحلیل حساسیت ضریب متغیر $x_{3,11}$:

در حال حاضر این ضریب 1000000 می باشد و اگر با استفاده از What if analysis در لینگو ضریب آن را در تابع هدف $c=?$ قرار داده و به آن مقادیر متفاوت دهیم، می توانیم این روند را دنبال کنیم. برای این کار پس از قرار دادن $c=?$ در DATA، $i=3$ و $j=11$ را از حلقه ی سام بیرون می آوریم و $c * X(3,11)$ را به صورت جداگانه در تابع هدف وارد کرده و به آن مقادیر متفاوت می دهیم.

$$\begin{aligned} \max = & @sum (Number (i, j) | i \# NE \# 3 \# AND \# j \# NE \# 11: Cost(i) * X(i, j)) \\ & - @sum (linear (i, j, k): Cost(i) * Probability(k) * z(i, j, k)) + c * X(3, 11); \end{aligned}$$

مقدار C می تواند تا بی نهایت از مقدار اولیه بیشتر شود زیرا مقدار اولیه ی $X(3,11)$ از همان ابتدا بیشترین مقدار ممکن با توجه به محدودیتها بوده است (3 خرس با فضای 100 فوت مربع در اتاق 300 فوت مربعی) و با بیشتر شدن ضریب و به صرفه شدن افزایشش، نمی توان مقدار آن را بیشتر کرد. در نتیجه مقدار تابع هدف با افزایش ضریب متغیر به صورت خطی افزایش می یابد.



تحلیل حساسیت مقدار سمت راست محدودیت:

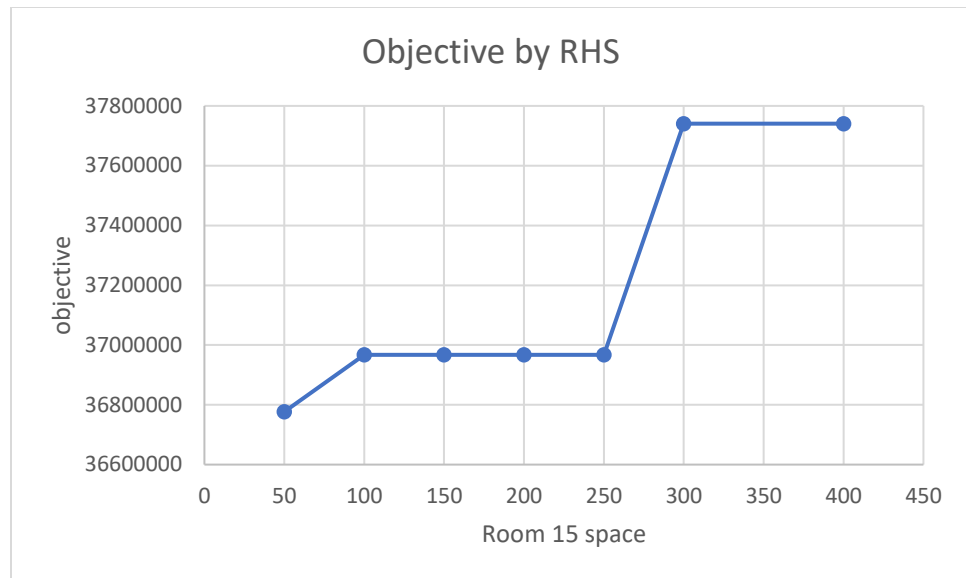
محدودیت مربوط به مساحت فضای 15 را تغییر می دهیم به طوری که مقدار سمت راست محدودیت مربوط به فضای 15 برابر با مقدار b باشد و $b=?$ در قسمت DATA نوشته شده باشد. سپس باید فضای 15 را از لوپ مربوط به محدودیت های فضا بیرون بیاوریم.

@for(room(j)|j#NE#15:

@ sum(Species(i): Space(i) * X(i, j)) <= Rspace(j));

@sum(Species(i): Space(i) * X(i, 15)) <= b;

مانند تحلیل حساسیت ضریب متغیر در تابع هدف، مقادیر مختلف به ازای b وارد می کنیم و نمودار به دست آمده به شکل زیر است:



با تغییر فضای اتاق 15 بین مقادیر 300 و کمی بالاتر از 400، مقدار تابع هدف یکسان می‌ماند چرا که یک اسب آبی (گونه‌ی 9) 300 فوت مربع از یک اتاق 400 فوت مربع اشغال می‌کرده است و همچنان ارزش مالی حاصل از قرار دادن گونه‌های دیگر مانند قرار دادن تعداد بیشتری از گونه‌های کوچکتر در اتاق، بیشتر از ارزش مالی اسب آبی نشده است و همچنین نمی‌توان تعداد بیشتری از اسب آبیها یا حیوانات دیگر را در آن جا داد. با افزایش فضای اتاق این موضوع تغییر می‌کند و به جای یک اسب آبی می‌توان تعداد بیشتری حیوان با ارزش مالی بالاتر قرار داد و مقدار تابع هدف بیشتر می‌شود. در فضاهای بین 100 و مقادیر زیر 300، نمی‌توان در اتاق 15، اسب آبی قرار داد و حیوانات کوچکتری جای آن قرار می‌گیرند. برای مثال در $b=250$ ، به جای یک اسب آبی، 5 شیر قرار می‌گیرد.