

שאלון מועד X

שאלה 1: קבעו האם הטורים הבאים מתכנסים בהחלט, בתנאי או מתבדרים:

א. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(n+1) \ln(n+1)}$ (9 נק'),

ב. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(n)}{(n+1)\sqrt{n}}$ (8 נק'),

ג. $\sum_{n=1}^{\infty} \tan\left(\frac{1}{n}\right)$ (8 נק').

שאלה 2:

א. מצאו משטח ריבועי $z = g(x, y)$ (כלומר פולינום ממעלה 2) הקרוב למשטח $z = f(x, y) = x^y$

סביב הנקודה $(1, 1, 1)$ (15 נק'),

ב. מצאו נקודה שהיא קריטית גם של f וגם של g . האם היא קיצון או אוסף של כל אחת משתי הפונקציות? (10 נק').

שאלה 3:

תיבה שקודקוד אחד שלה מונח בראשית הצירים חסומה ע"י האליפסואיד: $x^2 + 2y^2 + 3z^2 = 66$ (כלומר הקודקוד הנגדי לזה שבראשית מונח על האליפסואיד). מהו הסכום המקסימלי והמינימלי האפשרי של מימדי התיבה?

שאלה 4: נתון שדה וקטורי: $F = ze^{xy}(yz, xz, a)$ ועקום במרחב:

$$C = \{r(t) = (b \cos t, b \sin t, t) : 0 \leq t \leq \pi \ (b > 0)\}$$

א. עבור איזה ערך של a השדה F משמר ב- \mathbb{R}^3 ? (10 נק')

ב. חשבו את $\int_C F \cdot dr$ עבור הערך של a מסעיף א. (10 נק')

ג. האם קיים k טבעי כך שהחישוב בסעיף ב' בתחום $0 \leq t \leq k\pi$ ישווה לאפס? (5 נק').

שאלה 5:

גוף V חסום מלמטה ע"י החרוט: $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ ומלמעלה ע"י הספירה: $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$. חשבו את

שטף השדה $F = (x^2, 2zy - xy^2, x^3 + y^2)$ דרך מעטפת הגוף החיצונית (כפונקציה של R).

בהצלחה !