דף תרגיל 2 (בדיקה מעמיקה)

סדרה מונוטונית, סדרה חסומה

שאלה 1 תהיה $(a_n)_{n\ge1}$ הסדרה המוגדרת באופן הבא :

$$a_1 = 2$$
$$a_{n+1} = a_n^2 - 1 \quad (n \ge 1)$$

בחרו את האופציה הנכונה והצדיקו את תשובתכם :

א- הסדרה $(a_n)_{n\ge1}$ מתכנסת לגבול סופי.

ב- הסדרה $(a_n)_{n\ge1}$ שואפת ל- ∞ (אינסוף).

ג- אין גבול לסדרה $(a_n)_{n\ge1}$ (גם לא במובן הרחב).

שאלה 2

לכל אחת מהטענות הבאות יש לקבוע אם הטענה נכונה או לא.
אם הטענה נכונה יש להוכיח אותה.
אם הטענה היא לא נכונה, יש לרשום דוגמא של סדרות שעבורן הטענה לא מתקיימת .

יש לנמק היטב כל שלב !

א. אם $(x_n)_{n\ge1}$ סדרה מונוטונית ואיבריה שייכים לקטע $I=[0,3)$,

אז הגבול $x=\lim\limits_{n\to\infty} x_n$ קיים והמספר x שייך גם הוא לאותו קטע $I=[0,3)$.

ב. אם $(x_n)_{n\ge1}$ היא סדרה המתכנסת לגבול חיובי ו- $(y_n)_{n\ge1}$ היא סדרה **שלא מתכנסת לגבול סופי** , אז המכפלה שלהן $(z_n)_{n\ge1}=(x_n\cdot y_n)_{n\ge1}$ היא בהכרח סדרה **שלא מתכנסת לגבול סופי.**

ג. אם $(y_n)_{n\ge1}$, $(x_n)_{n\ge1}$ הן שתי סדרות מונוטוניות יורדות וחסומות, אז המכפלה $(z_n)_{n\ge1}=(x_n\cdot y_n)_{n\ge1}$ היא גם סדרה מונוטונית יורדת.

נמקו !