

# שאלון

## X

	שאלה 1		שאלה 2		שאלה 3	
	ה	ד	ה	ד	ד	ג
1						
2						
3						
4						

### שאלה 1 (38 נקודות)

ההסתברות שמכשיר מסוים יעבוד לכל היותר שנה שווה ל-0.5, ההסתברות שהוא יעבוד בין שנה ושנתיים שווה ל-0.3 וההסתברות שהוא יעבוד בין שנתיים ושלוש שנים שווה ל-0.2. אם מכשיר מתקלקל לפני סוף שנה הראשונה החברה היצרנית מתחייבת לתקן אותו ללא תשלום. אם מכשיר מתקלקל אחרי שנה ולפני שנתיים עלות התיקון תהיה 100 ₪ ועלות התיקון של מכשיר שיעבוד יותר משנתיים תהיה 200 ₪. זמני עבודה של מכשירים בלתי תלויים. אמיר רכש שלושה מכשירים האלה.

נגדיר משתנים מקריים:

$X$  - מספר המכשירים מתוך שלושה שיעבדו לכל היותר שנתיים.

$Y$  - עלות תיקון הכוללת של שלושת המכשירים.

הערה: כדי לענות על השאלות הבאות לא צריך לבנות טבלת ההתפלגות המשותפת.

א. (8 נקודות) חשבו את ההסתברות  $P(X = 0 | X \leq 2)$ .

ב. (10 נקודות) חשבו את פונקציית ההסתברות המותנית של  $Y$  בהינתן  $X = 3$ .

ג. (10 נקודות) חבר של אמיר רכש 100 מכשירים. מהי ההסתברות שלכל היותר 40 מהמכשירים יעבדו פחות משנה?

ד. (5 נקודות) נגדיר משתנה מקרי:  $Z$  - מספר מכשירים שיעבדו יותר משנתיים לפני שיתקלקלו בפעם הראשונה. מקדם המתאם שווה:

1.  $\rho(X, Z) = -1$

2.  $\rho(X, Z) = 1$

3.  $\rho(X, Z) = 0$

4.  $\rho(X, Z) = 0.5$

ה. (5 נקודות) יהי  $S$  משתנה מקרי המקיים  $S \sim G(p)$ . בחרו את הטענה הנכונה (אין קשר לשאר הסעיפים).

1.  $P(S > 3) = (1 - p)^2$

2.  $P(S \geq 3 | S > 4) = p$

3.  $P(S \leq 5 | S > 4) = p$

4.  $P(S < 5) = (1 - p)^5$

## שאלה 2 (38 נקודות)

ליאורה מתאמנת לקראת תחרות ספורטיבית. זמן האימון שלה ביום בהיר מתפלג נורמלית עם תוחלת 4 שעות וסטיית התקן 1. ביום גשום זמן האימון מתפלג מעריכית עם שונות השווה ל-4 שעות. ההסתברות ליום בהיר שווה ל-0.6. זמני אימון בימים שונים בלתי תלויים.

- א. (10 נקודות) מהי ההסתברות לכך שמחר ליאורה תתאמן יותר מחמש שעות?
- ב. (10 נקודות) חמישה ימים הבאים יהיו **בהירים**. מהי ההסתברות שלפחות בשניים מהימים האלה ליאורה תתאמן פחות מארבע שעות?
- ג. (8 נקודות) היום **יום גשום**. ליאורה התחילה להתאמן בשעה 9:00. אמא שלה הגיעה לבקר אותה בשעה 12:00 וליאורה עדיין הייתה באימונים. מהי ההסתברות שאמא תצטרך להמתין יותר משעה אחת עד שליאורה תסיים להתאמן?

ד. (5 נקודות) מהו העשירון העליון של זמן האימון ביום **בהיר**:

1. אף תשובה אינה נכונה
2. 5.645
3. 6
4. 5.282

ה. (5 נקודות) תהי  $F_X(t)$  פונקציית ההתפלגות של זמן האימון ביום אקראי. מצאו את  $\lim_{t \rightarrow 4} F_X(t)$ .

1. 0.5
2. 0.354
3. 0.3
4. 0.581

**שאלה 3 (24 נקודות)**

יהיו  $X_1, \dots, X_n$  תצפיות ב"ת מהתפלגות אחידה עם פרמטר  $N$ .

**א.** (7 נקודות) האם  $T = 2 \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n} - 1$  אומד חסר הטיה עבור  $N$ ? נמקו.

**ב.** (7 נקודות) על סמך 40 תצפיות  $X_1, \dots, X_{40}$  מהתפלגות אחידה עם פרמטר  $N$  רוצים לבדוק שתי

השערות:  $H_0: N = 10$ ,  $H_1: N < 10$ . האם מבחן הבא הוא מבחן ברמת המובהקות 0.05:

דחה את  $H_0$  אם  $\max\{X_1, \dots, X_{40}\} \leq 9$ ?

**ג.** (5 נקודות) לקחו מדגם בגודל 100 כדי למצוא רווח בר סמך עבור תוחלת האוכלוסייה. ידוע שסטיית התקן

שווה ל-10. מצאו רמת הסמך כך שאורך של הרווח בר סמך יהיה שווה ל-4.

1. 0.9772

2. 0.0456

3. 0.9544

4. 0.8753

**ד.** (5 נקודות) נתון שאנחנו יכולים להסתפק ברמת מובהקות של 0.05. איזה מהמבחנים הבאים נעדיף?

1.  $\alpha = 0.02, \beta = 0.3$

2.  $\alpha = 0.04, \beta = 0.2$

3.  $\alpha = 0.05, \beta = 0.3$

4.  $\alpha = 0.1, \beta = 0.05$