

תרגילים לבדיקה מעמיקה - צירופים לינאריים

השאלות הבאות הן שאלות בסגנון הוכיחו/הפריכו. בכל שאלה יש לבצע את התהליך הבא בצורה מסודרת:

א. זיהוי מפורש של הנתונים, ושל הטענה אותה צריך להוכיח או להפריך

ב. כתיבה של שתי דוגמאות שמקיימות את הנתונים.

ג. בדיקת הטענה עבור הדוגמאות שמצאתם בסעיף הקודם.

ד. הוכחה או הפרכה של הטענה. במקרה של הוכחה יש לכתוב הוכחה מסודרת (לא בהכרח ארוכה). במקרה של הפרכה יש להציג דוגמה נגדית (אפשר מהסעיף הקודם)

הבדיקה תיקח בחשבון את ההתייחסות לכל הסעיפים ולא רק לחלק האחרון.

שאלה 1. יהי V מרחב וקטורי מעל שדה \mathbb{F} , S_1, S_2 שתי תתי קבוצות סופיות ב- V , כך ש S_1 מוכלת ממש ב S_2 (כלומר S_1 תת קבוצה של S_2 ושונה ממנה). הוכיחו או הפריכו את הטענות הבאות:

א. אם S_1 קבוצה פורסת של V , אז S_2 קבוצה פורסת של V

ב. אם S_1 קבוצה בת"ל, אז S_2 קבוצה בת"ל.

ג. אם S_2 בסיס, אז S_1 בת"ל ולא פורסת את V .

שאלה 2. יהי V מרחב וקטורי מעל שדה \mathbb{F} , $S_1 = \{u, v\}$, $S_2 = \{v, w\}$, $S_3 = \{u, w\}$ קבוצות בת"ל. הוכיחו או הפריכו את הטענות הבאות:

א. S_1 קבוצה פורסת של V , אם ורק אם S_2 קבוצה פורסת של V אם ורק אם S_3 קבוצה פורסת של V

ב. אם $S_1 \cup S_2 \cup S_3 = \{u, v, w\}$ קבוצה פורסת של V אז $\dim V = 3$.