אפקה המכללה האקדמית להנדסה בתל-אביב
הנדסה במרכז

המחלקה למדעי היסוד- מתמטיקה
Department of Basic Sciences

אלגברה לינארית

תרגיל מספר 7 - מרחבים וקטורים

שאלה 1

נתונה הקבוצה $V=\left\{\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix} \mid x,y\in\mathbb{R}, y>0\right\}$ עם הפעולות הבאות:

פעולת החיבור: $\begin{bmatrix}x_1\\y_1\end{bmatrix}\oplus\begin{bmatrix}x_2\\y_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}x_1y_2+x_2y_1\\y_1y_2\end{bmatrix}$ פעולת הכפל בסקלר: $\alpha\otimes\begin{bmatrix}x_1\\y_1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\alpha x_1{y_1}^{\alpha-1}\\{y_1}^{\alpha}\end{bmatrix}$

לכל אחת מעשר התכונות של מרחב וקטורי, בדקו אם היא מתקיימת עבור פעולות אלה.

האם V עם הפעולות $\oplus,\otimes$ הוא מרחב וקטורי?

שאלה 2

נתונה הקבוצה $\mathbb{R}^2$ עם הפעולות הבאות:

פעולת החיבור: $\begin{bmatrix}x_1\\y_1\end{bmatrix}\oplus\begin{bmatrix}x_2\\y_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}x_1x_2\\y_1y_2\end{bmatrix}$ פעולת הכפל בסקלר: $\alpha\otimes\begin{bmatrix}x_1\\y_1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\alpha x_1\\\alpha y_1\end{bmatrix}$

האם מתקיימות תכונות הפילוג לחיבור ולכפל בסקלר? האם $\mathbb{R}^2$ עם הפעולות $\oplus,\otimes$ הוא מרחב וקטורי?

שאלה 3

א. הראו דוגמה לפעולת חיבור ב- $\mathbb{R}^2$ שהיא סגורה לחיבור אך לא קומוטטיבית.

ב. הראו דוגמה לפעולת חיבור ב- $\mathbb{R}^2$ שהיא סגורה לחיבור וקומוטטיבית אך לא אסוציאטיבית.

שאלה 4

לכל אחת מתתי הקבוצות W קבעו אם היא תת מרחב של V (עם הפעולות הסטנדרטיות).

א. $V=\mathbb{R}^3$ $\quad W=\left\{\begin{bmatrix}x\\y\\z\end{bmatrix} \mid x+2y-z=1\right\}$

ב. $V=\mathbb{R}^3$ $\quad W=\left\{\begin{bmatrix}x\\y\\z\end{bmatrix} \mid x+2y-z=0\right\}$

ג. $V=M_{2\times2}(\mathbb{R})$ $\quad W=\left\{\begin{bmatrix}a&b\\c&d\end{bmatrix}\in M_{2\times2}(\mathbb{R}) \mid \begin{vmatrix}a&b\\c&d\end{vmatrix}=0\right\}$

ד. $V=M_{2\times2}(\mathbb{R})$ $\quad W=\left\{\begin{bmatrix}a&b\\c&d\end{bmatrix}\in M_{2\times2}(\mathbb{R}) \mid \begin{vmatrix}a&b\\c&d\end{vmatrix}\neq0\right\}$

ה. $V=M_{2\times2}(\mathbb{R})$ $\quad W=\left\{A\in M_{2\times2}(\mathbb{R}) \mid A^T=-A\right\}$

ו. $V = P_2(\mathbb{R})$ $\quad W = \{P \in P_2(\mathbb{R}) \mid P(0) = P(1)\}$

ז. $V = P_2(\mathbb{R})$ $\quad W = \{P \in P_2(\mathbb{R}) \mid P(x) = P'(x)\}$

ח. $V = M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ $\quad W = \left\{A \in M_{2\times 2}(\mathbb{R}) \mid A^T \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}\right\}$

שאלה 5

נתונה משוואת הישר: $y = 2x$.

א. ציירו את הישר במישור $\mathbb{R}^2$.
ב. כתבו את משוואת הישר בצורה פרמטרית וקטורית.
ג. הראו שקבוצת הנקודות השייכות לישר זה, מהווה תת מרחב וקטורי של $\mathbb{R}^2$.

שאלה 6

נתונה משוואת הישר: $y = 2x + 1$.

א. ציירו את הישר במישור $\mathbb{R}^2$.
ב. כתבו את משוואת הישר בצורה פרמטרית וקטורית.
ג. בהצגה שכתבתם, מהו וקטור כיוון לישר זה?
ד. בהצגה שכתבתם, מהי משוואת ישר מקביל לישר זה העובר דרך הראשית?
ה. בהצגה שכתבתם, מהי נקודת החיתוך של ישר זה עם ציר y ?
ו. הראו שקבוצת הנקודות השייכות לישר זה, <u>לא</u> מהווה תת מרחב וקטורי של $\mathbb{R}^2$.