

## חדו"א 1 – גיליון תרגילים מספר 4

### גבולות של פונקציות

#### תרגיל 1 – הגדרה פורמלית על פי הינה

הוכיחו בעזרת הגדרת הגבול של הינה :

$$\lim_{x \rightarrow 0} (2^{\frac{1}{x}}) \quad \text{א) לא קיים} \quad \lim_{x \rightarrow 2} \left( \frac{x-2}{|x-2|} \right) \quad \text{ב) לא קיים} \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{\sin x + 1}{\cos x + 2} \right) \quad \text{ג) לא קיים}$$

#### תרגיל 2 – גבול על ידי הצבה

חשבו את הגבולות הבאים :

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{2^x - 5}{x - 3} \quad \text{ה) } \quad \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 + 8}{x^2 - 4} \quad \text{ד) } \quad \lim_{x \rightarrow -2} 16 \quad \text{א) } \quad \lim_{x \rightarrow 2} \sqrt{x^2 + 5} \quad \text{ב) } \quad \lim_{x \rightarrow 0} (3x^2 - 4x + 1) \quad \text{א) }$$

#### תרגיל 3 – גבול של פונקציה רציונאלית בנקודה סופית

חשבו את הגבולות הבאים (פירוק לגורמים וצמצום) :

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 5x + 4}{x - 4} \quad \text{א) } \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 + 8x}{x^2 - x} \quad \text{ב) } \quad \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x - 3} \quad \text{א) } \\ \lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x^2 - x - 15}{3x^2 - 10x + 3} \quad \text{ה) } \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)^2 - 1}{x} \quad \text{ה) } \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - x^2 - x + 1}{x^3 + x^2 - x - 1} \quad \text{ד) }$$

#### תרגיל 4 – גבול של פונקציה אי-רציונאלית בנקודה סופית

חשבו את הגבולות הבאים (כפל בצמוד וצמצום) :

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 + x + 2} - 2}{x - 1} \quad \text{ד) } \quad \lim_{x \rightarrow 8} \frac{\sqrt{x-5} - \sqrt{11-x}}{\sqrt{3x+1} - 5} \quad \text{א) } \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{1-x^2}}{x} \quad \text{ב) } \quad \lim_{x \rightarrow 7} \frac{2 - \sqrt{x-3}}{x^2 - 49} \quad \text{א) }$$

#### תרגיל 5 – שאיפה ל- $\infty$

חשבו את הגבולות הבאים (חזקה דומיננטית או בסיס דומיננטי) :

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|x^5 - 52x| - x^4}{-x^5 + |7x^3 + x|} \quad \text{ד) } \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{6x^7 - 2x + 3}{-x^4 + x + 1} \quad \text{א) } \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^3 - 12x + x^4}{3x^5 - 7x + 3} \quad \text{ב) } \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x^2 - 7x + 5}{3x^2 - 5} \quad \text{א) } \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt[5]{x^7 + 3} + \sqrt[4]{2x^3 - 1}}{\sqrt[6]{x^8 + x^7 + 1} - x} \quad \text{ה) } \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3 \cdot 2^x - 5 \cdot 3^x}{6 \cdot 3^x + 7 \cdot 2^x} \quad \text{ז) } \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3 \cdot 2^x - 5 \cdot 3^x}{6 \cdot 3^x + 7 \cdot 2^x} \quad \text{ה) } \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 4x + 8}}{x} \quad \text{ה) }$$

**תרגיל 6 - גבולות משולבים**

חשבו את הגבולות הבאים (כפל בצמוד או מכנה משותף):

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 - 2x - 1} - \sqrt{x^2 - 7x + 3}) \quad \text{א}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + x} - x) \quad \text{ב}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x(\sqrt{x^2 + 1} - x) \quad \text{ג}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^2}{x-3} - \frac{x^2}{x+3} \right) \quad \text{ד}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \left( \frac{1}{x-2} - \frac{4}{x^2-4} \right) \quad \text{ה}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[ \ln x - \ln(x + \sqrt{x^2 + 1}) \right] \quad \text{ו}$$

**תרגיל 7 - גבולות טריגונומטריים**חשבו את הגבולות הבאים ( $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ ):

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 4x}{2x \cdot \tan 5x} \quad \text{א}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan^2 3x}{x \cdot \arcsin 5x} \quad \text{ב}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{\tan 2x} \quad \text{ג}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{2x} \quad \text{ד}$$

$$\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin x}{1 - \frac{x^2}{\pi^2}} \quad \text{ה}$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} 2^{\frac{\cos x}{\pi - 2x}} \quad \text{ו}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2\pi} \frac{1 - \cos x}{(x - 2\pi)^2} \quad \text{ז}$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sin(1+x)}{1-x^2} \quad \text{ח}$$

**תרגיל 8 - גבול אוילר**

חשבו את הגבולות הבאים:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( 1 - \frac{2}{x^2 + 3x} \right)^{5x+7} \quad \text{א}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left( 1 + \frac{2}{x} \right)^{|x|} \quad \text{ב}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( 1 + \frac{2}{x} \right)^{5x} \quad \text{ג}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} x^{\frac{1}{x-1}} \quad \text{ד}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} (1 + 2x)^{\frac{2}{3x}} \quad \text{ה}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{3x^2 + 7x + 12}{3x^2 - 3x} \right)^{2x-3} \quad \text{ו}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} (1 + 5 \tan^2 x)^{\cot(3x^2)} \quad \text{ז}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 1}{3x} \quad \text{ח}$$

$$\quad \text{ט}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \left( \frac{2x+3}{x+5} \right)^{\frac{14}{x^2-4}} \quad \text{י}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(x+5) - \ln 5}{x} \quad \text{יא}$$

**תרגיל 9 - משפט סנדוויץ**

חשבו את הגבולות הבאים:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \sin\left(\frac{1}{x}\right) \cdot \arctan x \quad \text{א}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x + \sin x}{x + \cos x} \quad \text{ב}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin x}{x} \quad \text{ג}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[3]{3^x + 5^x + 7^x} \quad \text{ד}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (\arccot x - \pi) \cdot \sin(x^3 - x^2 + 100) \quad \text{ה}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x^2 + 2x - 5) \cdot \cos(e^x)}{x^3 + 2} \quad \text{ו}$$