

המחלקה למדעי היסוד - מתמטיקה
Department of Basic Sciences

חדו"א 2

תרגיל 9 – אינטגרל כפול- יישומים על ידי החלפת משתנים

חישוב נפח של גוף :

$$V = \iint_D f(x, y) dA; \quad V = \iint_D f(y, z) dA; \quad V = \iint_D f(x, z) dA$$

$$f \geq 0 \text{ in } D.$$

$$V = \iint_D (f_1(x, y) - f_2(x, y)) dA$$

$$f_1 \geq f_2 \text{ in } D.$$

שאלה 1

מצאו את נפח הגוף החסום על ידי המשטח $z = (x + y)^4$ והמישורים $z = 0, x + y = 1, x + y = 2, y = 3x, y = 5x$.

שאלה 2

חשבו את נפח הגוף החסום על ידי שני המשטחים $z = x^2 + y^2, z = 4 - x^2 - y^2$.

שאלה 3

חשבו את נפח הגוף החסום על ידי המישורים $z = y - x, z = 0$ והגליל $x^2 + y^2 = 4$.

שאלה 4

חשבו את נפח הגוף החסום על ידי המשטח $z^2 + y^2 = 9$ והמישורים $x = 0, x + y + z = 8$.

חישוב שטח: השטח של תחום D : $A = \iint_D 1 dx dy$

שאלה 5

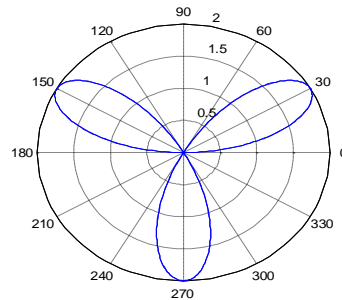
חשבו את השטח של התחום המישורי החסום על ידי ההיפרבולות $xy = 9, xy = 4$ והפרבולות $y^2 = 6x$ ו $y^2 = 3x$.

שאלה 6

מצאו את השטח של התחום המישורי החסום על ידי העקומה $(x^2 + y^2)^2 = 2y^3$.

שאלה 7

חשבו את השטח המוגבל ע"י הקו : $\rho = a \sin 3\varphi$



חישוב מסה ושיעורי מרכז הכובד של לוח דק :

מסה של לוח דק: אם ללוח דק המכסה תחום D במישור x, y יש פונקציה צפיפות רציפה $\rho(x, y)$

$$M = \iint_D \rho(x, y) dx dy \quad \text{אז המסה הכוללת שלו היא:}$$

ושיעורי מרכז הכובד של הלוח דק :

$$x_0 = \frac{\iint_D x \rho(x, y) dx dy}{\iint_D \rho(x, y) dx dy}, \quad y_0 = \frac{\iint_D y \rho(x, y) dx dy}{\iint_D \rho(x, y) dx dy}$$

שאלה 8

חשבו את המסה של לוח דק בצורה של עיגול עם רדיוס 1, שהצפיפות בנקודה ממסויימת שווה ל מרחק של הנקודה למרכז העיגול, בחזקת חמש.

שאלה 9

חשבו את שיעורי מרכז הכובד של חצי הלוח הדק שבתרגיל הקודם (כלומר : חצי עיגול, עם אותה צפיפות).

שאלה 10

Calculate the mass of a thin plate or lamina with density $\rho(x, y) = xy^4$, which covers a domain D which is the part in the first quadrant of the ellipse $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$ (that is $x \geq 0, y \geq 0$).