

שאלון

Y

שאלה 1 (21 נקודות)

הסתברות להצלחה בניסוי שווה ל-0.4. כל יום חוקר מבצע חמישה ניסויים בלתי תלויים. ניסוי מוצלח נמשך שלוש שעות וניסוי לא מוצלח נמשך שעה אחת.

- ידוע שאתמול היו שני ניסויים מוצלחים. מהי ההסתברות שהצלחות היו בשני ניסויים הראשונים?
- החוקר מחליט לבצע חמישה ניסויים בכל יום עד שביום אחד הוא יקבל חמישה כשלונות. מהי התוחלת של מספר ימי ביצוע ניסויים?
- מהי שונות זמן ביצוע יומי של חמישה ניסויים?

שאלה 2 (16 נקודות)

מנהל חברה מעוניין לשכור 5 עובדים. הוא מראיין מועמדים מתאימים אחד אחר השני. בסיכוי 0.3, ראיון מסתיים בקבלת המראיין לעבודה בחברה, אחרת בסיכוי 0.7 המועמד לא יתקבל לעבודה בחברה ובאופן בבלתי תלוי במועמדים הקודמים. המנהל מפסיק את הראיונות ברגע בו לראשונה סיים קבלת 5 עובדים לחברה.

- מהי ההסתברות כי מנהל החברה יראיין בדיוק 10 מועמדים?
- לראיון הגיעו 10 מועמדים. אסף וגילי היו בין המועמדים. כל מועמד קיבל מספר הנבחר באופן אקראי שלפיו הוא יכנס להתראיין. עד שעה 12:00 מנהל החברה יכול להספיק לראיין 7 אנשים לכל היותר. מהי ההסתברות שאסף וגילי שובצו להתראיין לפני שעה 12:00?

שאלה 3 (24 נקודות)

מפעל מייצר מצברים לרכב. מספר הקילומטרים שכל מצבר יכול לעבור מתפלג מעריכית. ידוע שהמפעל מייצר מצבר טוב בהסתברות p , ומצבר מצוין בהסתברות $1-p$. תוחלת מספר הקילומטרים שמצבר טוב יכול לעבור היא 20000 ק"מ ותוחלת מספר הקילומטרים שמצבר מצוין יכול לעבור היא 30000 ק"מ.

- ידוע שההסתברות לכך שמצבר אקראי יוכל לעבור לפחות 25000 ק"מ היא 0.3. מצאו את p .
- נניח $p=0.9$. נסמן ב- X את מספר הקילומטרים שמצבר אקראי יכול לעבור. מצאו את פונקציית ההתפלגות המצטברת של X .
- חנות רכשה 100 מצברים **מצוינים**. חשבו את ההסתברות לכך שממוצע מספר הקילומטרים שהם יעברו יהיה לפחות 25000 ק"מ.

שאלה 4 (18 נקודות)

בגמר תחרות "הנואם הצעיר" נותרו 3 משתתפים אחרונים. כל אחד מהם הטיל מטבע הוגן באופן בלתי תלוי במשתתפים האחרים. לאחר מכן, נדרשו המשתתפים האחד אחר השני לנאום "בעד" או "נגד" דעה מסוימת, בהתאם לתוצאות ההטלה שלהם. משתתף שקבל עץ - נאם "בעד" הדעה, ואילו מי שקיבל פלי-נאם "נגד" הדעה. נגדיר:

X – מספר המתנגדים.

Y – אורך הרצף הגדול ביותר של מתנגדים.

למשל: אם הנאומים היו "נגד, נגד, נגד, בעד" (הסדר הכרונולוגי מימין לשמאל) אזי $X = 2, Y = 2$ ואם הנאומים היו "נגד, בעד, נגד" אז $X = 2, Y = 1$. אם אף משתתף לא נעם "נגד" אז $X = 0, Y = 0$.

א. (12 נקודות) מצאו את פונקציית ההסתברות המשותפת של המשתנים המקריים X, Y .

ב. (6 נקודות) חשבו את ההסתברות $P(X = 2 | Y > 1)$.

שאלה 5 (21 נקודות)

משקל של תפוז הוא משתנה מקרי בעל תוחלת 80 גרם וסטיית תקן 20 גרם. שיטת השקיה חדישה (שאינה משפיעה על סטיית התקן של משקל תפוז) אמורה להגדיל את תוחלת המשקל התפוזים. כדי לבדוק את יעילות השיטה נלקח מדגם של 100 תפוזים שהושקו בשיטה החדשה, והוחלט להכניס את השיטה לשימוש אם ממוצע המדגם שיתקבל יהיה גדול מ-83 גרם.

א. מה רמת המובהקות של המבחן המוצג?

ב. אם אמנם תוחלת המשקל התפוזים שהושקו בשיטה החדשה גבוהה יותר ושווה ל-84 גרם,

מה ההסתברות שנצליח לגלות זאת על סמך המבחן? כיצד נקראת הסתברות זו?

ג. אם נלקח מדגם של 100 תפוזים שהושקו בשיטה החדשה, ונמצא כי משקל הממוצע במדגם

הוא 81 גרם, מהו רווח לתוחלת המשקל התפוזים שהושקו בשיטה החדשה ברמת סמך

90%?