

תרגילים לבדיקה מעמיקה - דטרמיננטות

השאלות הבאות הן שאלות בסגנון הוכיחו/הפריכו. בכל שאלה יש לבצע את התהליך הבא בצורה מסודרת:

א. זיהוי מפורש של הנתונים, ושל הטענה אותה צריך להוכיח או להפריך

ב. כתיבה של שתי דוגמאות שמקיימות את הנתונים.

ג. בדיקת הטענה עבור הדוגמאות שמצאתם בסעיף הקודם.

ד. הוכחה או הפרכה של הטענה. במקרה של הוכחה יש לכתוב הוכחה מסודרת (לא בהכרח ארוכה). במקרה של הפרכה יש להציג דוגמה נגדית (אפשר מהסעיף הקודם)

הבדיקה תיקח בחשבון את ההתייחסות לכל הסעיפים ולא רק לחלק האחרון.

שאלה 1. הוכיחו או הפריכו את הטענות הבאות:

א. לכל שתי מטריצות ריבועיות A, B מאותו הסדר מתקיים $|A + B| = |A| + |B|$.

ב. לכל שתי מטריצות ריבועיות A, B מאותו הסדר מתקיים $|AB| = |BA|$.

ג. לכל שתי מטריצות A, B מתקיים $|AB| = |BA|$.

שאלה 2. תהי A מטריצה ריבועית מסדר $n \times n$. הוכיחו או הפריכו את הטענות הבאות:

א. אם A הפיכה, אז כל המינורים של A שונים מאפס. (תזכורת: המינור ה- ij של מטריצה הוא הדטרמיננטה של המטריצה שנוותרת אחרי מחיקת השורה ה- i והעמודה ה- j)

ב. אם $n = 2$ אז $Adj(Adj(A)) = A$

ג. לכל n מתקיים $Adj(Adj(A)) = A$