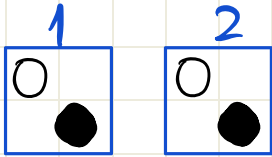


4. לפניך שתי קופסאות, ובכל קופסא יש כדור אחד לבן ואחד שחור, מוציאים כדור אחד מכל קופסא, יהי A המאורע: הוצא כדור שחור מן הקופסא הראשונה, יהי B המאורע: הוצא כדור שחור מן הקופסא השנייה, ויהי C המאורע: בדיוק אחד מבין שני הכדורים שהוצאו הוא שחור. האם A,B בלתי תלויים?  $\text{כן}$   
 האם B,C בלתי תלויים?  $\text{כן}$       האם A,C בלתי תלויים?  $\text{כן}$       האם A,B,C הם שלשה בלתי תלויה?  $\text{לא}$



$$p - \text{תקין}$$

$$q - \text{לא תקין}$$

5. מערכת מורכבת מ N רכיבים, ידוע כי כל רכיב הוא תקין בהסתברות p ללא תלות במצבם של שאר הרכיבים. חשב את ההסתברות לתקינות המערכת אם:
- הרכיבים מחוברים בטור;  $p^n$
  - הרכיבים מחוברים במקביל;  $1 - q^n$
  - המערכת מורכבת מ a תת מערכות המחוברות במקביל, וכל תת מערכת מורכבת מ b רכיבים המחוברים בטור
  - המערכת מורכבת מ a תת מערכות המחוברות בטור, וכל תת מערכת מורכבת מ b רכיבים המחוברים במקביל
7. כאשר משדרים ביטים בקו תקשורת יש סיכוי של 0.01 שהביט נקלט באופן שגוי (כלומר, 0 במקום 1 או ההיפך). כדי לצמצם טעויות, משודר כל ביט 3 פעמים, ומפוענח בצד השני על פי מה שנקלט ברוב התשדורות מתוך ה-3.
- מהי ההסתברות לכך שביט מועבר יפוענח נכון?
  - מעבירים הודעה באורך 10 ביטים, מהי ההסתברות לכך שהיא תפוענח נכון במלואה?
  - מעבירים 5 הודעות באורך 10 ביטים כל אחת, מהי ההסתברות לכך שכולן פוענחו נכון במלואן?
  - מעבירים 20 הודעות באורך 10 ביטים כל אחת, מהי ההסתברות לכך שלכל היותר 2 הודעות לא פוענחו נכון במלואן?

$$A = \text{הביט נקלט באופן שגוי} = 0.01$$

$$B = \text{מסומן שגוי} = 0.000297 = 0.99 \cdot 0.01^2 \cdot \binom{3}{2}$$

$$\bar{B} = \text{מסומן נכון} = 0.9997 \quad (A)$$

$$P(C) = P(\bar{B})^{10} = 0.9970 \quad (B)$$

$$P(D) = P(C)^5 = 0.9851 \quad (C)$$

$$\textcircled{D} \text{ נשתמש במשפט ההסתברות הבינומי. } q = 0.997, p = 1 - q = 0.003$$

$$\text{נחשב את ההסתברות שכלול} \quad P(X=0) + P(X=1) + P(X=2) \quad ; \quad n = 20$$

$$= \binom{20}{0} \cdot (0.003)^0 \cdot 0.997^{20} + \binom{20}{1} \cdot (0.003)^1 \cdot 0.997^{19} + \binom{20}{2} \cdot (0.003)^2 \cdot 0.997^{18}$$

$$= 0.9416 + 0.0566 + 0.0016 = 0.9998$$

10. א. בהטלות קובייה הוגנת מהי ההסתברות שנקבל מספר "6" לראשונה רק בהטלה השישית?

ב. מטילים קובייה הוגנת 10 פעמים. מה ההסתברות שב-5 הטלות נקבל מספר גדול מ-5?

ג. מטילים קובייה הוגנת 10 פעמים. מה ההסתברות שבפחות מ-2 הטלות נקבל מספר גדול מ-5?

נשתמש במודל ההסתברות הבינומי.

$$p = P(\{6\}) = \frac{1}{6}, \quad q = \frac{5}{6}, \quad k=6$$

$$P(y=6) = q^{6-1} \cdot p = \left(\frac{5}{6}\right)^5 \cdot \frac{1}{6} = 0.0669$$

נשתמש במודל ההסתברות הבינומי.

$$p = P(\{6\}) = \frac{1}{6}, \quad q = \frac{5}{6}, \quad n=10, \quad k=5$$

$$P(x=5) = \binom{10}{5} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^5 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^5 = 252 \cdot \frac{1}{7776} \cdot \frac{3125}{7776} = 0.013$$

ד.

נשתמש במודל ההסתברות הבינומי.

$$p = P(\{6\}) = \frac{1}{6}, \quad q = \frac{5}{6}, \quad n=10, \quad k=0,1$$

$$P(x=0) = \binom{10}{0} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^0 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^{10} = 0.1615$$

$$P(x=1) = \binom{10}{1} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^1 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^9 = \frac{10}{6} \cdot 0.1938 = 0.323$$

$$P_r = 0.1615 + 0.323 = 0.4845$$

11. מתוך קבוצה של 12 נשים ו-8 גברים בוחרים באופן מקרי ועד של 6 נבחרים.

א. מהי ההסתברות לכך שמחצית מחברי הועד גברים?

ב. מהי ההסתברות לכך שהועד מורכב כולו מגברים?

ג. מהי ההסתברות לכך שלכל היותר 5 מחברי הועד גברים?

(1)

$N$  - מס' הנולל של האברים במצב

$n$  - מס' הנולל (כמה מוצאים)

$R/S/K$  - מס' הפגים המיוחדים הנולל

$k$  - מס' הפגים המיוחדים הרצוי במצב

$$P(X=k) = \frac{\binom{R}{k} \cdot \binom{N-R}{n-k}}{\binom{N}{n}}$$

$$|x|=k=3, R=8, n=6, N=20$$

$$P(X=3) = \frac{\binom{8}{3} \cdot \binom{20-8}{6-3}}{\binom{20}{6}} = \frac{56 \cdot 220}{38,760} = 0.3178$$

$$|x|=k=6, R=8, n=6, N=20$$

$$P(X=6) = \frac{\binom{8}{6} \cdot \binom{20-8}{6-6}}{\binom{20}{6}} = \frac{28 \cdot 1}{38,760} = 0.0007$$

$$P(X \leq 5) = 1 - P(X=6) = 1 - 0.0007 = 0.9993$$

(2)

(3)