# מספרים רציונליים
# Rational Number
# פעולות אריתמטיות
# חיבור וחיסור

## ארגון המחשב ושפת סף


אפקה
המכללה האקדמית
להנדסה בתל אביב

מרצה: **רועי אש**

# חיבור וחיסור עם FP (הקדמה)

- זכרו כי עבור FP הייצוג של מספר הינו תמיד לפי ערכו החיובי ומתווסף אליו ה-sign כסיבית נפרדת.
- לא ניתן לבצע פעולה אריתמטית "פשוטה" כאשר חזקות המספרים שונות, לכן נאלץ להעבירם לחזקה זהה.
- החזקה המוצגת איננה החזקה ה-"אמיתית".
מציאת הפרש החזקות האמיתיות חיוני להעברה לחזקה משותפת.
- שינוי החזקה ילווה בהצמדה מחדש של ה-1 המוביל (ספרת האחדות שהועלמה) ואח"כ הזזה של המנטיסה בהתאם לשינוי החזקה הנחוץ.
- לאחר החישוב נרצה שוב להציג את המספר ב-FP תקני (עם 1 מוביל מוחבא – hidden bit).

# חיבור וחיסור – חזקה משותפת

- לקראת חיבור/חיסור,
נעביר את המספרים הבאים לייצוג עם חזקה זהה:

$0\ 01111111\ (1.)010000..00 = +\ 127\ (1.)010 = +\ 2^{0}x(1+2^{-2})$

$0\ 01111110\ (1.)100000..00 = +\ 126\ (1.)100 = +\ 2^{-1}x(1+2^{-1})$

- ניתן היה להציג תוך שימוש ב"נקודה בינארית" בצורה:

$1.0100...00\ x\ 2^{0} = 1 + 2^{-2} = 1.25$

$1.1000...00\ x\ 2^{-1} = 0.5 + 2^{-2} = 0.5 + 2^{-1-1} = 0.75$

- כדי להעביר את המספרים לייצוג בחזקה זהה, נחבר לשדה החזקה x ונכפיל את המנטיסה ב- $2^{-x}$. שיטה זו שומרת על ערך המספר.

# חיבור וחיסור – פעולה עם חזקה משותפת

- במספר השני: לשדה החזקה נוסיף 1 ונכפול את המנטיסה ב- $2^{-1}$.
שוב נציין שכך המספר לא משנה את ערכו. נקבל:
המקור: $1.1000...00 \times 2^{-1} \leftarrow 0.11000...00$

כלומר בייצוג החדש: $0.11000...00 \times 2^{0} = 2^{-1}+2^{-2} = 0.75$

- כעת ניתן לבצע את החיבור/החיסור בין שני המספרים כרגיל:

$$\begin{array}{r} 1.01000...00 \times 2^{0} \\ +\ 0.11000...00 \times 2^{0} \\ \hline 10.00000...00 \times 2^{0} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1.01000...00 \times 2^{0} \\ -\ 0.11000...00 \times 2^{0} \\ \hline 0.10000...00 \times 2^{0} \end{array}$$

# חיבור וחיסור – תוצאה בייצוג חוקי

- כדי להציג את התוצאות כמספר FP חוקי עלינו להעבירו לחזקה בה יופיע רק 1 משמאל לנקודה הבינארית.
- עבור תוצאת החיבור $10.00000...00 \times 2^0$:
  - יש לבצע הכפלת מנטיסה ב- $2^{-1}$ ואיזון החזקה – כלומר הוספה של 1.
  - המקור: $10.0000...00 \times 2^0 \leftarrow 1.00000...00$
  - כלומר בייצוג החדש: $1.0000...00 \times 2^1$
  - בייצוג מלא: 0 10000000 (1.)000000..00
- עבור תוצאת החיסור $0.10000...00 \times 2^0$:
  - יש לבצע הכפלת מנטיסה ב- $2^1$ ואיזון החזקה – כלומר הורדה של 1 .
  - המקור: $0.1000...00 \times 2^0 \leftarrow 1.00000...00$
  - כלומר בייצוג החדש: $1.0000...00 \times 2^{-1}$
  - בייצוג מלא: 0 01111110 (1.)000000..00

# חיבור וחיסור - דוגמא נוספת – (1)

- חברו/חסרו את שני המספרים הבאים:
  0 10000011 010100..00
  0 01111101 010000..00
- ראשית נמצא את ערך החזקה

=10000011   $1*\mathbf{1} + 2*\mathbf{1} + 4*\mathbf{0} + 8*\mathbf{0} + 16*\mathbf{0} + 32*\mathbf{0} + 64*\mathbf{0} + 128*\mathbf{1} = 131$

=01111101   $1*\mathbf{1} + 2*\mathbf{0} + 4*\mathbf{1} + 8*\mathbf{1} + 16*\mathbf{1} + 32*\mathbf{1} + 64*\mathbf{1} + 128*\mathbf{0} = 125$

יש לתרגם חזקות אלו לחזקות מתמטיות:      .131-127=4   .125-127=-2

- כעת נציג את המספרים תוך ייצוג בעזרת החזקות שחושבו, ותוך החזרת ה (.1):

$\mathbf{1.}010100...00 \times 2^4 \rightarrow 2^4 (1+ 2^{-2} + 2^{-4}) \rightarrow 2^4 + 2^2 + 2^0 \rightarrow 16+4+1 \rightarrow 21$

$1.010000...00 \times 2^{-2} \rightarrow 2^{-2} (1+ 2^{-2}) \rightarrow 2^{-2} + 2^{-4} \rightarrow 0.5 + 0.0625 \rightarrow 0.5625$

# חיבור וחיסור - דוגמא נוספת – (2)

- כדי לבצע פעולה כלשהי בין המספרים יש להעבירם לחזקה זהה.
- נחסר מחזקת המספר הראשון 6 תוך הכפלת המנטיסה בהתאם ונקבל:

המקור: $1.010100...00 \times 2^{4}$ ← 1010100.000...00

כלומר בייצוג החדש: $1010100.000...00 \times 2^{-2}$

- כעת ניתן לבצע את החיבור/החיסור בין שני המספרים כרגיל:

$$
\begin{array}{r}
1010100.000000...00 \times 2^{-2} \\
+\ 1.010000...00 \times 2^{-2} \\
\hline
1010101.010000...00 \times 2^{-2}
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{r}
1010100.000000...00 \times 2^{-2} \\
-\ 1.010000...00 \times 2^{-2} \\
\hline
1010010.110000...00 \times 2^{-2}
\end{array}
$$

# חיבור וחיסור - דוגמא נוספת – (3)

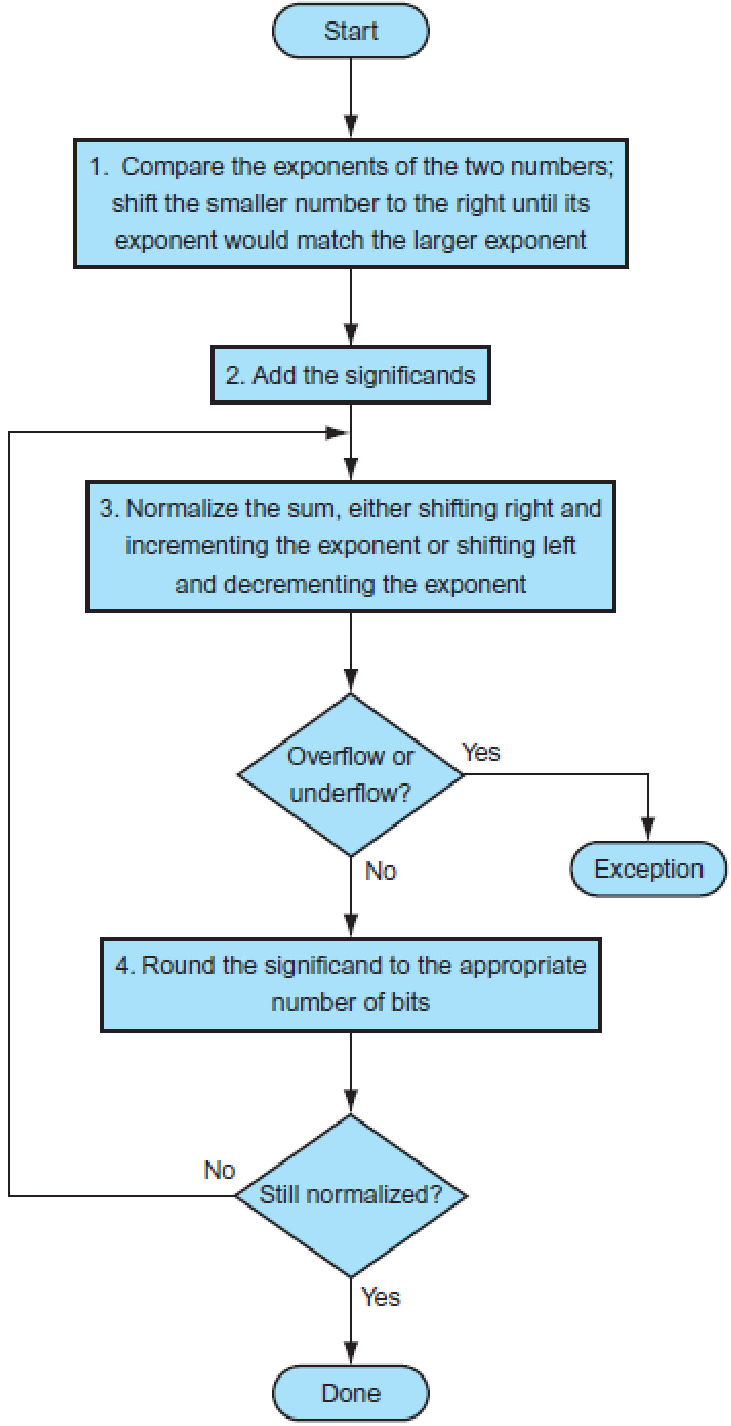
- כדי לייצג בצורה חוקית עלינו להעביר לצורה בה יופיע רק 1 משמאל לנקודה.
- עבור תוצאת החיבור $1010101.010000...00 \times 2^{-2}$:
  - יש לבצע הכפלת מנטיסה ב- $2^6$ ואיזון החזקה.
  - המקור: $1010101.010000...00 \times 2^{-2}$ ← 1.01010101…00
  - כלומר בייצוג החדש: $1.010101010...00 \times 2^4$
  - נמצא את הייצוג של החזקה 4 ← $4+127 = 131 = 128 + 3 = 10000011_{bin}$
  - בייצוג מלא: 0 10000011 (1.)0101010…00

- עבור תוצאת החיסור $1010010.110000...00 \times 2^{-2}$:
  - יש לבצע הכפלת מנטיסה ב- $2^6$ ואיזון החזקה.
  - המקור: $1010010.110000...00 \times 2^{-2}$ ← 1.010010110…00
  - כלומר בייצוג החדש: $1.010010110...00 \times 2^4$
  - בייצוג מלא: 0 10000011 (1.)010010110…00

**FIGURE 3.14 (p. 205)**

**Floating-point addition.**

The normal path is to execute steps 3 and 4 once, but if rounding causes the sum to be unnormalized, we must repeat step 3.



# סיימנו...

שאלות?

אפקה
המכללה האקדמית
להנדסה בתל אביב