

אלגברה לינארית

תרגיל מספר 6 – דטרמיננטות

**תרגיל 1**

$A, B$  מטריצות הפיכות מסדר  $4 \times 4$ . נתון  $|A| = a$ . חשב את הדטרמיננטות  
 $|3A^{-1}B^{-1}A^TBA^3|$ ,  $|-2B(A^T)^{-1}B^{-1}A^3|$

**תרגיל 2**

$A, B$  מטריצות הפיכות ממשית מסדר  $3 \times 3$  המקיימות  $ABA^T = I$ ,  $B^TA^{-1} = 2I$ . הוכח  
 שמתקיים  $|A| + |B| = \frac{9}{2}$ .

**תרגיל 3**

נתונות מטריצות  $A$  ו- $B$  ריבועיות מאותו סדר המקיימות  $BA - 3A - I = 0$ .  
 א. הוכח ש  $A$  הפיכה ומתקיים  $|B^T - 3I| = \frac{1}{|A|}$ .  
 ב. הוכח שמתקיים  $AB = BA$ .

**תרגיל 4**

$A, B$  מטריצות ריבועיות מאותו סדר המקיימות  $B^3A = BA^T + I$  ונתון  $|A| = 2$ . הוכח ש  $B$   
 הפיכה וקיים פתרון יחיד למערכת  $(B^3A - I)x = 0$ .

**תרגיל 5**

$A, P$  מטריצות ממשיות מסדר  $n \times n$ ,  $A$  מטריצה הפיכה ומתקיים  $P^TA^3P = -A^T$ . הוכח ש  
 $n$  זוגי.

**תרגיל 6**

$A$  מטריצה ריבועית שסכום האיברים בכל עמודה שלה שווה לאפס. הוכח ש  $A$  לא הפיכה.

**תרגיל 7**

$A$  מטריצה מסדר  $m \times n$  ו  $B$  מטריצה מסדר  $n \times m$  כאשר  $m > n$ . הוכח ש  $AB$  לא הפיכה.  
 האם  $BA$  בהכרח לא הפיכה?

**תרגיל 8**

מצא 2 מטריצות  $A, B$  המקיימות  $|A + B| = |A|$ .

**תרגיל 9**

הוכח או הפרך:

- לכל מטריצה ריבועית  $A$ ,  $A$  הפיכה אם ורק אם  $A^TA$  הפיכה.
- לכל מטריצה ריבועית סימטרית  $A$ ,  $A$  הפיכה אם ורק אם  $A^T + A$  הפיכה.
- לכל מטריצה ריבועית  $A$ ,  $A$  הפיכה אם ורק אם  $A^3 + I$  הפיכה.

**תרגיל 10**

פתרו את המערכות הבאות לפי כלל קרמר.

$$\begin{cases} x + 2y - 3z + w = -9 \\ 2x + 3y - z + t = 3 \\ -x + y + 2z - t = 0 \\ 3x + 4y + z + 4t = 3 \end{cases} \quad \text{ב.}$$

$$\begin{cases} 2x + 4y + 6z = 8 \\ 12x + 15y + 18z = 39 \\ 7x + 8y + 2z = 22 \end{cases} \quad \text{א.}$$