

# שאלון

## X

שאלה 1 (24 נקודות)

בקופסא א' יש שלושה כדורים אדומים ושני כדורים לבנים. בקופסא ב' יש ארבעה כדורים אדומים וכדור לבן אחד. אלון ויוסי משחקים במשחק הבא: בכל סבב של המשחק אלון מוציא כדור אחד מקופסא א' ויוסי מוציא כדור אחד מקופסא ב'. אם הוצאו כדורים באותו צבע, אלון מנצח בסבב. אחרת, יוסי מנצח בסבב.

- א. מהי ההסתברות לכך שבשלושה סבבים של המשחק אלון ינצח לפחות פעם אחת?
- ב. ידוע שאלון ניצח לפחות פעם אחת בשלושה סבבים של המשחק. מהי ההסתברות שיוסי ניצח בשני סבבים בדיוק מתוך שלושה?
- ג. ביום אחר אלון ויוסי החליטו לשחק במשחק עד שכל אחד מהם ינצח בלפחות סבב אחד. מהי ההסתברות שבמשחק יהיו לכל היותר שלושה סבבים?

שאלה 2 (16 נקודות)

$X$  משתנה מקרי רציף עם פונקציית הצפיפות הבאה:

$$f_X(x) = \begin{cases} 0.1, & 2 \leq x < 4 \\ 0.2, & 4 \leq x \leq 8 \\ 0, & \text{else} \end{cases}$$

- א. מצאו תחום ערכי  $t$  המקיימים  $F_X(t) \leq 0.8$ .
- ב. יהיו  $X_1, X_2$  שני משתנים מקריים רציפים בעלי פונקציית הצפיפות  $f_X(x)$ .  
חשבו את  $E(X_1 + X_2^2)$ .

שאלה 3 (16 נקודות)

רונית ומירי קבעו להיפגש מחר בשעה 9:00 בבוקר. זמן האיחור של רונית מתפלג לפי התפלגות אחידה בקטע (0,15) וזמן האיחור של מירי מתפלג לפי התפלגות מעריכית עם ממוצע של 10 דקות. זמני האיחור של רונית ומירי בלתי תלויים.

- א. מהי ההסתברות שהן ייפגשו לפני שעה 9:10?
- ב. רונית הגיעה לפגישה בשעה 9:00. היא ממתינה למירי כבר 10 דקות. מהי ההסתברות שרונית תמשיך להמתין למירי לפחות עוד 10 דקות נוספות?

שאלה 4 (20 נקודות)

הסיכוי של מועמד כלשהו להיות מודח בשלב הראשון של התחרות שווה ל-0.2 וזה באופן בלתי תלוי במועמדים אחרים. אם מועמד יעבור בהצלחה את השלב הראשון, ההסתברות להיות מודח בשלב השני שווה ל-0.4 וזה גם באופן בלתי תלוי במועמדים אחרים. שני חברים, אלון ויוסי, משתתפים בתחרות. נגדיר:

$X$  – מספר החברים מבין השניים שיעברו בהצלחה את השלב הראשון.

$Y$  – מספר החברים מבין השניים שיעברו בהצלחה את השלב השני.

א. (12 נקודות) מצאו את פונקציית ההסתברות המשותפת של המשתנים המקריים  $X, Y$ .

ב. (8 נקודות) מצאו את פונקציית ההסתברות המותנית של  $X$  בהינתן  $Y = 1$ .

שאלה 5 (24 נקודות)

בעבר זמן הרכבת מוצר מסוים במכונת הרכבה לקח בממוצע 5 דקות עם סטיית התקן של שתי דקות. בטיפול האחרון במכונה הוחלפו חלקים ומהנדס המפעל חושב שזה גרם להאטה בעבודתה (השערה אלטרנטיבית). כדי לבדוק את השערה המהנדס החליט לדגום 40 מוצרים ואם ממוצע זמני ההרכבה של המוצרים יהיה גדול מ-5.6 דקות הוא ימליץ למנהל המפעל להחליף את המכונה. המהנדס הניח שסטיית התקן לא השתנתה.

א. נסחו את ההשערות, סטטיסטי המבחן ואזור דחיית השערת האפס. מהי רמת המובהקות של המבחן המוצע?

ב. הראו שסטטיסטי המבחן הנבחר על ידי המהנדס הינו אומד חסר הטיות עבור ממוצע זמן ההרכבה.

ג. נניח שממוצע המדגם היה שווה ל-5.8. מהי מובהקות של התוצאה?