

תרגיל בית 4 – כמתים

ד"ר אפרת בנק, ד"ר ולדימיר בר לוקיאנוב

1. עבור כל אחד מהפסוקים הבאים ענו על שלושת השאלות הבאות:

- (א) כיתבו במילים את הפסוק.
 (ב) קיבעו האם הפסוק אמיתי או שיקרי - אם אמיתי יש להוכיח את הפסוק שיקרי יש למצוא דוגמא נגדית.
 (ג) כיתבו את השלילה של הפסוק מבלי להשתמש בקשר השלילה \neg .

$$\begin{aligned} \forall x \in \mathbb{R} ((x > 0) \longrightarrow (\forall y \in \mathbb{R} (\exists n \in \mathbb{N} (nx \geq y)))) & \bullet \\ \exists x \in \mathbb{R} (\forall y \in \mathbb{R} (x < y^2)) & \bullet \\ \forall x \in \mathbb{R} (\exists q_1, q_2 \in \mathbb{Q} (q_1 \leq x \leq q_2)) & \bullet \end{aligned}$$

2. מערכת של נתונים ומסקנה עם כמתים הצרינו את המערכת הבאה ובידקו האם המסקנה נובעת מהנתונים: כל המדענים הם הגיוניים. אין פילוסופים בריטים שהם הגיוניים. לכן, לא קיימים פילוסופים בריטים שהם מדענים.

3. הצרינו את המערכת הבאה ובידקו האם המסקנה נובעת מהנתונים: כל הפרחים בגינה הם צהובים או ורודים. לכל הפרחים הצהובים שבגינה יש קוצים. לכל הפרחים הורודים שבגינה יש ריח טוב. לכן, לכל פרח בגינה שאין לו ריח טוב, יש קוצים.

4. יהיו Q, P, I שלוש תבניות פסוק בעלות שני משתנים כל אחת. נתון כי

$$\begin{aligned} \alpha_1: \forall x \forall y \forall z (Q(x, y) \wedge Q(y, z) \longrightarrow Q(x, z)) \\ \alpha_2: \forall x \forall y (Q(x, y) \vee Q(y, x)) \\ \alpha_3: \forall x \forall y (I(x, y) \longleftrightarrow (Q(x, y) \wedge Q(y, x))) \\ \alpha_4: \forall x \forall y (P(x, y) \longleftrightarrow \neg Q(y, x)) \end{aligned}$$

הוכיחו כל אחת מהטענות הבאות:

$$\begin{aligned} \forall x \forall y (I(x, y) \longrightarrow I(y, x)) & \text{ (א)} \\ \forall x \forall y \forall z ((P(x, y) \wedge P(y, z)) \longrightarrow P(x, z)) & \text{ (ב)} \\ \forall x \forall y \forall z ((I(x, y) \wedge P(y, z)) \longrightarrow P(x, z)) & \text{ (ג)} \end{aligned}$$