

שאלון X

מבוא להסתברות

שאלה 1 (32 נקודות)

בקופסה יש ארבעה כדורים הממוספרים: 1,2,3,4. מטילים מטבע עם הסתברות p לקבלת עץ. אם יוצא עץ מוציאים שלושה כדורים עם החזרה ואם יוצא פלי מוציאים שני כדורים עם החזרה.

- מהו p אם ההסתברות המותנת לקבל עץ בהינתן שהמספר 3 התקבל פעמיים שווה ל-0.5?
- נניח $p = 0.4$. מהי ההסתברות לכך שסכום המספרים על הכדורים שהוצאו שווה ל-3?
- נניח $p = 0.4$. בהטלת המטבע התקבל עץ. מה ההסתברות שבהוצאת הכדורים נקבל את המספר 3 לכל היותר פעם אחת?
- נניח $p = 0.4$. מהי ההסתברות לכך שמספר המקסימלי על הכדורים שהוצאו קטן שווה ל-3?

שאלה 2 (24 נקודות)

X משתנה מקרי רציף עם פונקציית הצפיפות הבאה:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ ax, & 0 \leq x \leq b \\ 0, & x > b \end{cases}$$

נתון: $P(0 < X < 1) = 0.25$

- חשבו את הערכים של a, b .
- מהו החציון של X ?
- מה ההסתברות ש- X קטן מ-0.5?

שאלה 3 (24 נקודות)

יהי X משך זמן המתנה במרפאה. X הוא משתנה מקרי המתפלג מעריכית עם תוחלת של 15 דקות.

- מה ההסתברות שזמן ההמתנה יהיה פחות מחצי שעה בהינתן שהוא יותר מרבע שעה?
- חשבו את $E(e^{-X})$.
- מה ההסתברות שממוצע זמני המתנה של 40 חולים במרפאה יהיה לכל היותר 20 דקות? הניחו כי אין תלות בין זמני המתנה של חולים שונים.

שאלה 4 (20 נקודות)

משך הזמן שמכונה אורזת קופסת רכיבים מתפלג נורמלית עם תוחלת 40 שניות וסטיית תקן של 5 שניות. מהנדס המפעל מציע לרכוש מכונה חדשה עבורה תוחלת משך הזמן לאריזת קופסא אמורה להיות 37 שניות עם סטיית תקן של 5 שניות. הוחלט לבדוק משך זמן אריזה של 36 קופסאות במכונה החדשה ואז, אם ממוצע משך זמן אריזה לקופסא יהיה קטן מהערך הקריטי c , ירכשו את המכונה החדשה.

- 6 נק' נסחו שתי השערות.
- 7 נק' מהו הערך הקריטי עבור מבחן ברמת מובהקות של 5%?
- 7 נק' מהי עוצמת המבחן?