

$$1. \text{ נתון טור החזקות } S(x) = \sum_{n=0}^{\infty} (n+1)(2x+4)^n$$

(א) (12 נק') מהו תחום ההתכנסות של הטור? קבעו את סוג ההתכנסות (התכנסות בהחלט, בתנאי או התבדרות) בכל נקודה.

(ב) (8 נק') מצאו את סכום הטור בתחום בו הטור מתכנס.

2. (א) (14 נק') נתונה פונקציה  $f(x, y)$  דיפרנציאבילית ב  $\mathbb{R}^2$  שקוי הגובה שלה הם הישרים  $x + y + c = 0$ . הראו שהנקודה  $(1, 2)$  היא נקודה קריטית של הפונקציה

$$z(u, v) = f(u^2 - v^2, 2v - 4u)$$

(ב) (6 נק') חשבו את הגבול  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{2x \sin(y^2)}{x^4 + 2y^2 + 1}$  או הוכיחו שאינו קיים.

3. (20 נק') טמפרטורה של לוחית מישורית הנמצאת בתחום

$$D = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 4, x \leq y\}$$

נתונה ע"י  $T(x, y) = x^2 + y^3$ . מצאו את הטמפרטורה המקסימלית והמינימלית של הלוחית.

4. (20 נק') נתון השדה  $\mathbf{F} = (e^{yz} + x + \sin y, -e^{xz^2} + \ln(z^2 + 1), \ln \sqrt{x^2 + y^2 + 1})$ . חשבו את השטף של השדה דרך החרוט הפתוח  $z = 1 - \sqrt{x^2 + y^2}, z \geq 0$  בכיוון החיובי (רמז: נפח חרוט בגובה  $h$  ורדיוס בסיס  $R$  הינו  $V = \frac{1}{3}\pi R^2 h$ ).

5. (א) (12 נק') חשבו את המסה של הגוף החסום ע"י התחום  $1 \leq x+y \leq 2, 0 \leq y \leq x$  עם צפיפות מסה  $\rho(x, y) = \frac{y(x+y)^2}{x^3}$ .

(ב) (8 נק') חשבו את מסת העקום  $C = \{x^2 + y^2 = 1, x \geq 0, y \geq 0\}$  כאשר צפיפות המסה נתונה ע"י  $\rho(x, y) = xy^2$ .

6. נתון השדה  $\mathbf{F} = (P(x, y), Q(x, y)) = (ay^2 \cos x, 2y \sin x)$  כאשר  $a$  פרמטר ממשי.

(א) (5 נקודות) עבור אילו ערכים של  $a$  השדה משמר?

(ב) (15 נק') עבור  $a = \frac{1}{2}$  חשבו את העבודה הדרושה להביא חלקיק נקודתי מהנקודה  $(0, -1)$  לנקודה  $(0, 1)$  לאורך חצי המעגל  $C = \{(x, y) : x^2 + y^2 = 1, x \geq 0\}$  (רמז: עבור פונקציה  $f(x)$  אי-זוגית בקטע  $[-a, a]$  מתקיים  $\int_{-a}^a f(x) dx = 0$ ).