

חדו"א 1 – פתרון דף תרגילים מספר 6

נגזרות לפי הגדרה, חישוב נגזרות

תרגיל 1 – נגזרת לפי הגדרה

א. בדקו האם הפונקציה הבאה גזירה בנקודה $x_0 = 2$, ומצאו את הנגזרת בנקודה במידה וקיימת.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 - x}{4} & x \geq 2 \\ x^2 - \frac{5}{4}x & x < 2 \end{cases}$$

ב. בדקו האם הפונקציה הבאה גזירה בנקודה $x_0 = 4$, ומצאו את הנגזרת בנקודה במידה וקיימת.

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & x \geq 4 \\ \frac{x^3}{4} - 1 & x < 4 \end{cases}$$

ג. בדקו האם הפונקציה הבאה גזירה בנקודה $x_0 = 3$, ומצאו את הנגזרת בנקודה במידה וקיימת.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x-4}{12} & x \geq 3 \\ \frac{x^2}{36} & x < 3 \end{cases}$$

ד. בדקו האם $f(x) = |2x - 8|$ גזירה (i) בנקודה $x_0 \neq 4$, (ii) בנקודה $x_0 = 4$.

תרגיל 2 – מצאו נגזרות של הפונקציות הבאות :

א. $f(x) = (2x - 5)x^2$ ב. $f(x) = \left(\frac{1}{4}\right)x^4 - \frac{1}{x}$ ג. $f(x) = \frac{x^2}{2x+1}$

ד. $f(x) = (7x^4 - 3x^2 + 2)^{1.5}$ ה. $f(x) = \cos^3(\sqrt{x})$ ו. $f(x) = \sqrt{2\left(\frac{1}{x}\right)}$

ז. $f(x) = \ln(\sqrt{x+1})$ ח. $f(x) = \arcsin(e^x)$ ט. $f(x) = \frac{1}{\cos(x)}$

י. $y(x) = \sin^3 5x \cdot \cos^2 \frac{x}{3}$ יא. $y(x) = \frac{4}{3} \sqrt[4]{\frac{x-1}{x+2}}$

תרגיל 3

מצאו נגזרות של הפונקציות הבאות :

א. $y(x) = x^{\sin x}$ ב. $y(x) = (\arctan x)^x$ ג. $y(x) = (\cos x)^{\sin x}$

הערה, ניתן לגזור גזירה מעריכית או לפי $(f^g)' = (e^{g \ln(f)})' = (e^{g \ln(f)})' = (f^g)'$

$y - y_0 = y'(x_0) \cdot (x - x_0)$ $y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$	משוואת המשיק שעובר בנקודה (x_0, y_0) : $\frac{y - y_0}{x - x_0} = y'(x_0)$
---	--

שאלה 4

- א. רשמו את משוואת המשיק לעקומה $y = x^3$ בנקודה $(-2, -8)$
- ב. מצאו את הנקודות על העקומה $y = 2x^3 - 3x^2 - 12x - 5$ בהן המשיק לפונקציה מקביל לציר ה- x .

שאלה 5

כתבו משוואת משיק עבור

(א) פונקציה $f(x) = \ln x$ בנקודה $x = e^2$.(ב) פונקציה $y(x) = \arccos 3x$ בנקודת חיתוך שלה עם ציר ה- y .(ג) פונקציה $y = y(x)$ המוגדרת ע"י משוואה $y^4 = 4x^4 + 6xy$ בנקודה $(1, 2)$.**שאלה 6**

תהי הפונקציה $f(x) = \begin{cases} 2ax - a + 1 & x \leq 1 \\ a^2x^2 - 2a + 3 & x > 1 \end{cases}$ מצאו את הערכים עבורם $f(x)$ גזירה ב- $x = 1$

שאלה 7

נתונה פונקציה $y(x)$, המוגדרת בסביבה של הנקודה $x_0 = 0$ בצורה סתומה $\sin(xy) - x - y + 1 = 0$, כמו-כן נתון כי בתחום הגדרתה מתקיים $x \cos(xy) \neq 1$. מצאו את משוואת הישר המשיק של $y(x)$ בנקודה $x_0 = 0$

שאלה 8

נתונה הפונקציה $f(x) = \begin{cases} e^x & x > 0 \\ ax + b & x \leq 0 \end{cases}$

בעזרת חישוב לפי הגדרה מצאו עבור איזה ערכים של $a, b \in \mathbb{R}$ הפונקציה גזירה ב- $x = 0$? מהו ערך הנגזרת?

שאלה 9

נתונה $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ פונקציה רציפה כך שלכל נקודה $x \in \mathbb{R}$ ולכל $h \in \mathbb{R}$ מתקיים $f(x+h) - f(x) = 3x^2h + h^3 - \sin h$. חשבו את $f'(x)$ בנקודה x כלשהי.