

תרגילים לבדיקה מעמיקה - מרחבים וקטוריים

השאלות הבאות הן שאלות בסגנון הוכיחו/הפריכו. בכל שאלה יש לבצע את התהליך הבא בצורה מסודרת:

א. זיהוי מפורש של הנתונים, ושל הטענה אותה צריך להוכיח או להפריך

ב. כתיבה של שתי דוגמאות שמקיימות את הנתונים.

ג. בדיקת הטענה עבור הדוגמאות שמצאתם בסעיף הקודם.

ד. הוכחה או הפרכה של הטענה. במקרה של הוכחה יש לכתוב הוכחה מסודרת (לא בהכרח ארוכה). במקרה של הפרכה יש להציג דוגמה נגדית (אפשר מהסעיף הקודם)

הבדיקה תיקח בחשבון את ההתייחסות לכל הסעיפים ולא רק לחלק האחרון.

שאלה 1. יהי V מרחב וקטורי מעל שדה \mathbb{F} , $U \subset V$ תת מרחב של V . נתונים וקטורים $v, w \in V, u \in U$ כך ש- $v, w \notin U$. הוכיחו או הפריכו את הטענות הבאות:

א. הוקטור $u + v \notin U$

ב. הוקטור $u + v + w \notin U$

ג. לכל סקלר $k \in \mathbb{F}$ מתקיים כי הוקטור $u + kv \notin U$

ד. לכל סקלר $k \in \mathbb{F}$ מתקיים כי הוקטור $ku + v \notin U$

ה. אם k_1, k_2 שני סקלרים שונים מאפס, אז הוקטור $k_1v + k_2w \notin U$