

Y שאלון

מבוא להסתברות

שאלה 1 (28 נקודות)

- א. במשחק חברתי כל משתתף מתבקש לבחור באופן אקראי מספר שלם בין 1 ל-100. מהי התוחלת ומהי השונות של המספר שתבחר רונית?
- ב. שישה אנשים מתבקשים לבחור מספר בין 1 ל-100. מה ההסתברות ששלושה מהם יבחרו מספר גדול מ-80?
- ג. שמונה אנשים מתבקשים לבחור מספר בין 1 ל-100. מהי התוחלת ומהי השונות של סכום המספרים שהאנשים יבחרו? אין תלות בין הבחירות של שמונה האנשים.
- ד. 40 אנשים מתבקשים לבחור מספר בין 1 ל-100. מה ההסתברות שלפחות 20 אנשים יבחרו מספר קטן שווה 80?

שאלה 2 (23 נקודות)

- אלון ורוני משחקים במשחק: הם מסובבים סביבון סימטרי (עליו רשומים המילים: נס גדול היה פה) שלוש פעמים. אם יוצא נס לכל היותר פעמיים, אלון ישלם לרוני שקל אחד, אחרת רוני ישלם שקל אחד לאלון. נגדיר משתנים מקריים:
- X – מספר הפעמים שהתקבל נס.
- Y – הרווח של אלון (רווח שלילי אם אלון משלם לרוני).
- א. מצאו טבלת ההתפלגות המשותפת של משתנים מקריים Y, X . (8 נק').
- ב. מצאו את התוחלת של X אם ידוע שאלון שילם שקל לרוני. (8 נק').
- ג. חשבו $E(2X^2 - 1)$. (7 נק').

שאלה 3 (21 נקודות)

- יהי X אורך חיים של רכיב מסוים שמפעיל מכשיר. X הוא משתנה מקרי המתפלג אחיד בין חודש לשנה.
- א. מהו החציון של X ?
- ב. חשבו את $E(X^2)$.
- ג. כאשר הרכיב מתקלקל הוא מוחלף מיד ברכיב זהה. מה ההסתברות ש-30 רכיבים יפעילו את המכשיר לפחות 15 שנים? אין תלות בין אורכי החיים של רכיבים שונים.

שאלה 4 (28 נקודות)

- מפעל מקבל משלוחי פריטים. תוחלת מספר הפריטים הפגומים למשלוח היא μ עם סטיית תקן 0.76.
- א. בבדיקה של 64 משלוחים, ממוצע מספר הפריטים הפגומים למשלוח היה 1.34. בנו רווח סמך ברמת בטחון של 90% לתוחלת μ .
- מחליטים על המבחן הבא: בבדיקת מדגם של 36 משלוחים, מחליטים להחזיר את המשלוחים ליצרן אם ממוצע מספר הפריטים הפגומים במדגם גדול מ-1.4.
- ב. משערים $\mu_0 = 1.2$. חשבו את ההסתברות לטעות מסוג ראשון (רמת המובהקות של המבחן).
- ג. אם ההשערה האלטרנטיבית היא $\mu_1 = 1.38$ חשבו את עוצמת המבחן.
- ד. התקבלו 80 משלוחים בלתי תלויים. נניח $\mu = 1.1$. מה ההסתברות שהמספר הכולל של פריטים פגומים יהיה יותר מ-70?