

10. מכשיר אלקטרוני בנוי מ 4 רכיבים שמתוכם 2 תקינים ו 2 פגומים. טכנאי בודק את הרכיבים, אחד אחרי השני, ללא החזרה, עד שהוא מגלה את שני הרכיבים הפגומים. נגדיר את  $X$  כמספר הרכיבים שנבדקים עד שמתגלים שני הפגומים (ועד בכלל).

- א. מצא את פונקציית ההתפלגות של  $X$ .  
 ב. חשב את התוחלת והשונות של  $X$ .

$$R_X = \{2, 3, 4\}$$

© נתתי תלכסום מת הוטק של  $X$ :

כלת נקסה מת והתפלגות של  $P_X$ :

$x$	2	3	4
$P(x)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{3}{6}$

נכיר טוולטות:  $\text{Good} = G$

$\text{Bad} = B$

$$P(X=2) = \overset{B}{\frac{1}{2}} \cdot \overset{B}{\frac{1}{3}} = \frac{1}{6}$$

$$P(X=3) = (\overset{B}{\frac{1}{2}} \cdot \overset{G}{\frac{2}{3}} \cdot \overset{B}{\frac{1}{2}}) + (\overset{G}{\frac{1}{2}} \cdot \overset{B}{\frac{2}{3}} \cdot \overset{B}{\frac{1}{2}}) = \frac{2}{6}$$

$$P(X=4) = (\overset{G}{\frac{1}{2}} \cdot \overset{G}{\frac{1}{3}}) + (\overset{G}{\frac{1}{2}} \cdot \overset{B}{\frac{2}{3}} \cdot \overset{G}{\frac{1}{2}}) + (\overset{B}{\frac{1}{2}} \cdot \overset{G}{\frac{2}{3}} \cdot \overset{G}{\frac{1}{2}}) = \frac{3}{6}$$

} = 1

© יצות כ:

$$E[X] = 2 \cdot \frac{1}{6} + 3 \cdot \frac{2}{6} + 4 \cdot \frac{3}{6} = 3\frac{1}{3}$$

וכן הוטלח טל:

$$V(X) = E[X^2] - E^2[X]$$

נקסה מת והטות:

$$\Rightarrow E[X^2] = 4 \cdot \frac{1}{6} + 9 \cdot \frac{2}{6} + 16 \cdot \frac{3}{6} = \frac{4}{6} + 3 + 8 = 11\frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow V(X) = 13 - \left(\frac{10}{3}\right)^2 = \frac{105}{9} - \frac{100}{9} = \frac{5}{9}$$

סעיף 4

$$R_x = \{2, 3, 4\}$$

© נתתי מלפניו את המסמך של X:

במקרה זה ההסתברות של X:

x	2	3	4
P(x)	1/6	2/6	3/6

המשמעות המוחלטת היא: נא:

$$4 = N$$

$$P(X = n = 2) = \frac{\binom{2}{2} \cdot \binom{4-2}{2-2}}{\binom{4}{2}} = \frac{1 \cdot 1}{6} = \frac{1}{6} \quad 2/3/4 = n$$

$$2 = k$$

$$P(X = n = 3) = \frac{\binom{2}{2} \cdot \binom{4-2}{3-2}}{\binom{4}{3}} = \frac{1 \cdot 2}{4} = \frac{1}{2} - P(2) = \frac{2}{6} \quad 2 = k$$

$$P(X = n = 4) = \frac{\binom{2}{2} \cdot \binom{4-2}{4-2}}{\binom{4}{4}} = \frac{1 \cdot 1}{1} = 1 - P(3) - P(2) = \frac{3}{6}$$

11. לטיול יצאו שלושה אוטובוסים, באוטובוס מס' 1 יש 60 מטיילים, באוטובוס מס' 2 יש 30 מטיילים, ובאוטובוס השלישי יש 10 מטיילים.

- א. בוחרים אוטובוס באקראי, ויהי  $X$  מספר המטיילים באוטובוס הנבחר, מהי התפלגות  $X$  ומהי תוחלתו?  
 ב. בוחרים מטייל באקראי מתוך כלל המטיילים, ויהי  $Y$  מספר המטיילים באוטובוס בו נמצא המטייל הנבחר, מהי התפלגות  $Y$  ומהי תוחלתו?

$$Bus\ 1 : 60$$

$$Bus\ 2 : 30$$

$$Bus\ 3 : 10$$

(1) התחנך על  $X$  הוא:  $R_X = \{10, 30, 60\}$

$$P(X_1) = P(60) = \frac{1}{3}$$

$$P(X_2) = P(30) = \frac{1}{3}$$

$$P(X_3) = P(10) = \frac{1}{3}$$

(2) התפלגות של  $X$ :

(3) התחנך על  $X$  הוא:  $E[X] = \frac{1}{3} \cdot 60 + \frac{1}{3} \cdot 30 + \frac{1}{3} \cdot 10 = 33\frac{1}{3}$

(4) נגיד 3 מספרות:  $T_1$  - המס"ר הנקשר מאוטובוס 1 ;  $P(T_1) = \frac{6}{10}$

$T_1$  - המס"ר הנקשר מאוטובוס 2 ;  $P(T_2) = \frac{3}{10}$

$T_1$  - המס"ר הנקשר מאוטובוס 3 ;  $P(T_3) = \frac{1}{10}$

$$P(Y_1) = P(T_1) = \frac{6}{10}$$

$$P(Y_2) = P(T_2) = \frac{3}{10}$$

$$P(Y_3) = P(T_3) = \frac{1}{10}$$

(2) התפלגות של  $Y$ :

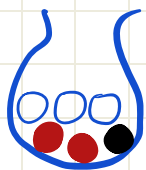
(3) התחנך על  $Y$  הוא:  $E[Y] = \frac{6}{10} \cdot 60 + \frac{3}{10} \cdot 30 + \frac{1}{10} \cdot 10 = 46$

16. בכד יש 3 כדורים לבנים, 2 כדורים אדומים, וכדור שחור אחד. מן הכד מוציאים באקראי וללא החזרה כדורים בזה אחר זה עד אשר הוצא כדור לבן. יהי  $Y$  מספר הכדורים האדומים שהוצאו בניסוי.

א. מצא את פונקציית ההסתברות של  $Y$ ;

ב. מצא וצייר את פונקציית ההתפלגות המצטברת של  $Y$ ;

ג. מהי התוחלת ומהי סטית התקן של  $Y$ ?



(1) 'ה'  $X$  נחלת הכדורים שהוצאו עד שיצא כדור לבן.

$$P(X=1) = \frac{3}{6} = \frac{10}{20}$$

$$P(X=2) = \frac{3}{6} \cdot \frac{3}{5} = \frac{6}{20}$$

$$P(X=3) = \frac{3}{6} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{20}$$

$$P(X=4) = \frac{3}{6} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{4} \cdot 1 = \frac{1}{20}$$

(3) נחשב את ההסתברות  $y$ :

$$X=1 \Rightarrow P(y=0) = 1 \cdot P(X=1) = \frac{3}{6}$$

$$X=2 \Rightarrow \begin{cases} P(y=1) = \frac{2}{3} \cdot P(X=2) = \frac{1}{5} \\ P(y=0) = P(X=2) - P(y=1) = \frac{6}{20} - \frac{1}{5} = \frac{1}{10} \end{cases}$$

$$X=3 \Rightarrow \begin{cases} P(y=2) = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot P(X=3) = \frac{1}{20} \\ P(y=0) = 0 \\ P(y=1) = P(X=3) - P(y=2) = \frac{3}{20} - \frac{1}{20} = \frac{1}{10} \end{cases}$$

$$X=4 \Rightarrow \begin{cases} P(y=0) = 0 \\ P(y=1) = 0 \\ P(y=2) = 1 \cdot P(X=4) = \frac{1}{20} \end{cases}$$

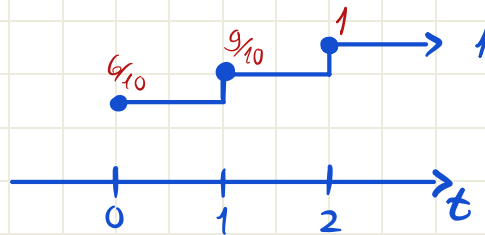
$P(y=0) = \frac{1}{10} + \frac{3}{6} = \frac{3}{5} = \frac{6}{10}$   
 $P(y=1) = \frac{1}{5} + \frac{3}{40} = \frac{11}{40} = \frac{3}{10}$   
 $P(y=2) = \frac{1}{20} + \frac{3}{40} = \frac{5}{40} = \frac{1}{10}$

סכום הסתברויות:  $\left. \begin{matrix} 6/10 \\ + \\ 3/10 \\ + \\ 1/10 \end{matrix} \right\} = 1$

y	0	1	2
P(y)	$\frac{6}{10}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{10}$

ב) המצאה סוקרצית והתפלגות נמצא סוקרצית והתפלגות נמצא סוקרצית:

$$F(y) = \begin{cases} 0, & y < 0 \\ \frac{6}{10}, & 0 \leq y < 1 \\ \frac{9}{10}, & 1 \leq y < 2 \\ 1, & 2 \leq y \end{cases}$$



ג) (1) התוחלת של y היא:  $E[y] = 0 \cdot \frac{6}{10} + 1 \cdot \frac{3}{10} + 2 \cdot \frac{1}{10} = \frac{1}{2}$

(2) איננו מצא סוקרצית סוקרצית נמצא סוקרצית סוקרצית:

$$V(y) = E[y^2] - E^2[y] = 0^2 \cdot \frac{6}{10} + 1^2 \cdot \frac{3}{10} + 2^2 \cdot \frac{1}{10} - \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{7}{10} - \frac{1}{4} = 0.45$$

$$\sigma(y) = \sqrt{V(y)} = \sqrt{0.45} = 0.6708$$

(3) נמצא סוקרצית סוקרצית: