



היחידה למתמטיקה

דף תרגיל 5

משפט Rolle, משפט Lagrange, כלל L'Hôpital

שאלה 1

חשבו את הגבול

$$L = \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x^2} \right)^{\tan(x)}$$

בעזרת כלל L'Hôpital.

שאלה 2

א. הוכיחו בעזרת משפט Lagrange כי עבור כל $x \in [0, 1]$ מתקיים:

$$\frac{x}{x+1} \leq \ln(x+1) \leq x.$$

ב. האם $\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n \leq e \leq \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n+1}$ לכל מספר טבעי $n \in \mathbb{N}$?
רמז: סעיף א'.

שאלה 3

נתון ש- f, g פונקציות רציפות בקטע $[a, b]$ וגזירות בקטע (a, b) .
ידוע ש- $f(a) = g(a)$ וגם $f(b) = g(b)$.

הוכיחו כי קיימת נקודה $c \in (a, b)$ בה הישרים המשיקים לשתי הפונקציות הם מקבילים.

(רמז: בניית פונקציית עזר מתאימה, ושימוש באחד המשפטים שלמדנו).

נמקו !