<u>שאלה 1 (20 נקודות)</u> **אין קשר בין סעיפים א' וב'**

א. (12 נק') מה מספר האפשרויות לפזר 20 כדורים לבנים ב-6 תאים כך שבכל אחד משלושת התאים הראשונים יהיו לכל היותר 4 כדורים בכל תא ובשלושת התאים האחרונים יחד יהיו לכל הפחות 10 כדורים?
I. הציגו את הבעיה באמצעות פונקציה יוצרת.
II. פתרו את הבעיה באמצעות I.

ב. (8 נק') מהו מספר הפונקציות ש**אינן** חח"ע מקבוצה A לקבוצה B כאשר

$$|A| = n, \quad |B| = m, \quad m \geq n$$

<u>פתרון 1</u> (רשמו רק בעמודים 1, 2, 3, 4)

המשך פתרון 1 (רשמו רק בעמודים 1, 2, 3, 4)

<u>המשך פתרון 1</u> (רשמו רק בעמודים 1, 2, 3, 4)

<u>המשך פתרון 1</u> (רשמו רק בעמודים 1, 2, 3, 4)

המכללה האקדמית להנדסה בתל אביב אפקה

<u>שאלה 2 (20 נקודות)</u> **אין קשר בין סעיפים א' וב'**

א. (10 נק') הוכיחו כי לכל שתי קבוצות A,B מתקיים $A \subseteq (A\setminus B)\cup(A\cap B)$.
האם בהכרח מתקיים $(A\setminus B)\cup(A\cap B)=A$? נמקו.

ב. (10 נק') מהו מספר האפשרויות לסדר את האותיות a,b,c,d,e,f,g,h כך שלא יופיע רצף של 6 אותיות עוקבות לפי הסדר האלפביתי? היעזרו בעקרון ההכלה וההדחה.

<u>פתרון 2</u> (רשמו רק בעמודים 5, 6, 7, 8)

המשך פתרון 2 (רשמו רק בעמודים 5, 6, 7, 8)

המשך פתרון 2 (רשמו רק בעמודים 5, 6, 7, 8)

<u>המשך פתרון 2</u> (רשמו רק בעמודים 5, 6, 7, 8)

<u>שאלה 3 (20 נקודות)</u> **אין קשר בין סעיפים א׳ וב׳**

א. (10 נק׳) עבור 2 קבוצות A_1, A_2 וקבוצה נוספת B ראינו את חוק הפילוג

$$\left(A_1 \cup A_2\right) \cap B = \left(A_1 \cap B\right) \cup \left(A_2 \cap B\right)$$

הוכיחו באינדוקציה כי עבור כל $n \geq 2$, קבוצות $A_1, A_2, \ldots A_n$ וקבוצה B מתקיים:

$$\left(A_1 \cup A_2 \cup .. \cup A_n\right) \cap B = \left(A_1 \cap B\right) \cup \left(A_2 \cap B\right) \cup .. \cup \left(A_n \cap B\right)$$

ב. (10 נק׳) הוכיחו בדרך השלילה כי הפסוק $(P \to R) \to \left((Q \to R) \to \left((P \vee Q) \to R\right)\right)$ הינו טאוטולוגיה.

<u>פתרון 3</u> (רשמו רק בעמודים 9, 10, 11, 12)

המשך פתרון 3 (רשמו רק בעמודים 9, 10, 11, 12)

<u>המשך פתרון 3</u> (רשמו רק בעמודים 9, 10, 11, 12)

המשך פתרון 3 (רשמו רק בעמודים 9, 10, 11, 12)

<u>שאלה 4 (20 נקודות)</u> **אין קשר בין סעיפים א' וב'**

א. (8 נק') תהינה A,B,C שלוש קבוצות ויהיו $R\subseteq A\times B$ ו – $S\subseteq B\times C$ יחסים.

הוכיחו ישירות את התכונה : $(R\circ S)^{-1}=S^{-1}\circ R^{-1}$.

ב. (12 נק') נסמן ע"י a_n את מספר המחרוזות באורך n שניתן ליצור מהספרות $\{0,1,2\}$ כך שלפני הספרה 1 חייב להופיע 0 ולפני הספרה 2 חייב להופיע 0.

I. רשמו את כלל נסיגה ואת תנאי ההתחלה a_1, a_2 .

II. מצאו את נוסחת הנסיגה המפורשת.

III. כמה מחרוזות באורך 7 ניתן ליצור?

<u>פתרון 4</u> (רשמו רק בעמודים 13 , 14, 15, 16)

<u>המשך פתרון 4</u> (רשמו רק בעמודים 13 , 14, 15, 16)

<u>המשך פתרון 4</u> (רשמו רק בעמודים 13 , 14, 15, 16)

<u>המשך פתרון 4</u> (רשמו רק בעמודים 13 , 14, 15, 16)

<u>שאלה 5 (20 נקודות)</u> **אין קשר בין סעיפים א' וב'**

א. (10 נק') נסמן ב – N את קבוצת כל המספרים הטבעיים ללא 0 .
נגדיר פונקציה $d: N \to N$ באופן הבא : עבור $n \in N$ נגדיר את $d(n)$ להיות מספר המחלקים הטבעיים של n .
למשל $d(6)=4$, כי ל – 6 יש 4 מחלקים : $1,2,3,6$. כמו כן $d(5)=2$, כי ל – 5 יש רק 2 מחלקים : $1,5$.

I.האם d חד – חד ערכית?
II. האם d על?

ב. (10 נק') מעל הקבוצה $A=\{1,2,3,4\}$ נתון יחס $R=\{(1,1),(1,3),(2,1),(2,2),(2,3),(3,3),(4,3),(4,4)\}$.
הוכיחו כי R יחס סדר מעל A ומצאו את כל האיברים המינימליים ומקסימליים של A בהתאם ליחס הזה.
האם קיים האיבר הקטן ביותר? האם קיים האיבר הגדול ביותר? אם כן – מהם?

<u>פתרון 5</u> (רשמו רק בעמודים 17, 18, 19, 20)

המשך פתרון 5 (רשמו רק בעמודים 17, 18, 19, 20)

המשך פתרון 5 (רשמו רק בעמודים 17, 18, 19, 20)

המשך פתרון 5 (רשמו רק בעמודים 17, 18, 19, 20)

שאלה 6 (20 נקודות) **אין קשר בין סעיפים א' וב'**

א. (12 נק') I. הראו ש: $\left|\{b\}\times A\right|=\left|A\right|$ לכל $b\in N$ וקבוצה כלשהי A.

היעזרו בהגדרת עוצמות על ידי פונקציות מתאימות.

II. הראו באמצעות סעיף א' ש: $\aleph = |N\times R|$ כאשר $\aleph$ מסמלת את עוצמת הרצף.

ב. (8 נק') גרף $G=(V,E)$ נקרא k-רגולרי אם לכל קדקוד $v_i\in V$ מתקיים $\deg(v_i)=k$, k טבעי.

האם קיים גרף 3-רגולרי בעל 7 צלעות?

אם כן, הסבירו למה. אם לא, הסבירו למה לא קיים גרף כזה.

פתרון 6 (רשמו רק בעמודים 21, 22, 23, 24)

המשך פתרון 6 (רשמו רק בעמודים 21, 22, 23, 24)

המשך פתרון 6 (רשמו רק בעמודים 21, 22, 23, 24)

<u>המשך פתרון 6</u> (רשמו רק בעמודים 21, 22, 23, 24)

סוף הפתרון !

פתרון שאלון Y

שאלה 1 (20 נקודות)   אין קשר בין סעיפים א׳ וב׳

א. (12 נק׳) מה מספר האפשרויות לפזר 20 כדורים לבנים ב-6 תאים כך שבכל אחד משלושת התאים הראשונים יהיו לכל היותר 4 כדורים בכל תא ובשלושת התאים האחרונים יחד יהיו לכל הפחות 10 כדורים?
I. הציגו את הבעיה באמצעות פונקציה יוצרת.
II. פתרו את הבעיה באמצעות I.

ב. (8 נק׳) מהו מספר הפונקציות שאינן חח״ע מקבוצה A לקבוצה B כאשר

$$|A| = n, \quad |B| = m, \quad m \geq n$$

פתרון שאלה 1

א. ראשית נשים 10 כדורים בשלושת התאים האחרונים. מספר האפשרויות לפיזור כזה הוא $D(3,10) = \binom{12}{2}$

שנית, נחשב את מספר הפתרונות הטבעיים למשוואה: $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 10$

תחת האילוצים: $x_i \leq 4, \quad i = 1,2,3$

הפונקציה היוצרת תהיה: $f(x) = \left(1 + x + x^2 + x^3 + x^4\right)^3 \cdot \left(1 + x + x^2 + \cdots\right)^3 = \left(\frac{1 - x^5}{1 - x}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{1 - x}\right)^3$

המקדם של x^{10} בפונקציה: $f(x) = \left(1 - 3x^5 + 3x^{10} - x^{15}\right) \cdot \sum_{k=0}^{\infty} D(6,k)x^k$

הוא $D(6,10) - 3D(6,5) + 3D(6,0) = \binom{15}{5} - 3 \cdot \binom{10}{5} + 3 \cdot \binom{5}{5}$

מספר הסידורים האפשריים: $\left(\binom{15}{5} - 3 \cdot \binom{10}{5} + 3 \cdot \binom{5}{5}\right) \cdot \binom{12}{2}$

ב. סך הפונקציות מ-A ל-B הוא m^n

נחשב את מספר הפונקציות שהן חחע מ A ל-B

נבחר את קבוצת אברי הטווח $\binom{m}{n}$ ונכפול בסידורים הפנימיים כדי לקבל את כל הפונקציות לטווח זה

זהו מספר הפונקציות החח״ע: $\binom{m}{n} \cdot n!$

התשובה היא $m^n - \binom{m}{n} \cdot n!$

<u>שאלה 2 (20 נקודות)</u> אין קשר בין סעיפים א' וב'

א. (10 נק') הוכיחו כי לכל שתי קבוצות A,B מתקיים $(A\setminus B)\cup(A\cap B)\subseteq A$.
האם בהכרח מתקיים $(A\setminus B)\cup(A\cap B)=A$? נמקו.

ב. (10 נק') מהו מספר האפשרויות לסדר את האותיות a,b,c,d,e,f,g,h כך שלא יופיע רצף של 6 אותיות עוקבות לפי הסדר האלפביתי?
היעזרו בעקרון ההכלה וההדחה.

<u>פתרון שאלה 2</u>

א. נניח בשלילה כי ההכלה לא מתקיימת, כלומר קיים $x\in(A\setminus B)\cup(A\cap B)$, כך ש – $x\notin A$.
מההנחה נובע כי $x\in A\setminus B$ או $x\in A\cap B$, כלומר $(x\in A\wedge x\notin B)\vee(x\in A\wedge x\in B)$. על ידי שימוש בחוק הפילוג מקבלים $x\in A\wedge\underbrace{(x\notin B\vee x\in B)}_{T}$, כלומר $x\in A$. קיבלנו סתירה, לכן ההנחה אינה נכונה וההכלה כן מתקיימת.

השוויון מתקיים כי $(A\setminus B)\cup(A\cap B)=(A\cap\overline{B})\cup(A\cap B)=A\cap(\overline{B}\cup B)=A\cap U=A$.

ב. נסמן ב - U את קבוצת כל אפשרויות הסידור של 8 האותיות אז $|U|=8!$

נסמן ב A_1 את אפשרויות הסידור של 8 האותיות כך שהרצף abcdef מופיע.

נסמן ב A_2 את אפשרויות הסידור של 8 האותיות כך שהרצף bcdefg מופיע.

נסמן ב A_3 את אפשרויות הסידור של 8 האותיות כך שהרצף cdefgh מופיע.

אז מספר הסידורים של האותיות כך שאין 6 אותיות עוקבות ברצף הוא:
$\left|A_1^C\cup A_2^C\cup A_3^C\right|$ ולפי עקרון ההכלה וההדחה נחשב את:

$$\left|A_1^C\cup A_2^C\cup A_3^C\right|=$$
$$|U|-\left(|A_1|+|A_2|+|A_3|\right)+\left(|A_1\cap A_2|+|A_1\cap A_3|+|A_2\cap A_3|\right)-|A_1\cap A_2\cap A_3|$$

$|A_1|=3!$ - הרצף abcdef מופיע. לכן, נתייחס אליו כאות אחת ואז יש לחשב את מספר האפשרויות לסדר 3 "אותיות": abcdef h g

באופן דומה: $|A_2|=3!$ $|A_3|=3!$

$|A_1\cap A_2|=2!$ הרצף abcdefg מופיע נתייחס אליו כאות אחת.

$|A_1\cap A_3|=1!$ הרצף abcdef מופיע וגם הרצף cdefgh כלומר מופיע abcdefgh

$|A_2\cap A_3|=2!$ הרצף bcdefg מופיע וגם הרצף cdefgh לכן מופיע bcdefgh

$|A_1\cap A_2\cap A_3|=1!=1$ כל האותיות מופיעות ברצף.

$$\left|A_1^C\cup A_2^C\cup A_3^C\right|=$$
$$|U|-\left(|A_1|+|A_2|+|A_3|\right)+\left(|A_1\cap A_2|+|A_1\cap A_3|+|A_2\cap A_3|\right)-|A_1\cap A_2\cap A_3|=$$
$$8!-(3!+3!+3!)+(2!+1!+2!)-1!=40306$$

<u>שאלה 3 (20 נקודות)</u> **אין קשר בין סעיפים א׳ וב׳**

א. (10 נקי) עבור 2 קבוצות A_1, A_2 וקבוצה נוספת B ראינו את חוק הפילוג

$$\left(A_1 \cup A_2\right) \cap B=\left(A_1 \cap B\right) \cup\left(A_2 \cap B\right)$$

הוכיחו באינדוקציה כי עבור כל $n \geq 2$, קבוצות $A_1, A_2, \ldots A_n$ וקבוצה B מתקיים:

$$\left(A_1 \cup A_2 \cup . . \cup A_n\right) \cap B=\left(A_1 \cap B\right) \cup\left(A_2 \cap B\right) \cup . . \cup\left(A_n \cap B\right)$$

ב. (10 נקי) הוכיחו בדרך השלילה כי הפסוק $(P \rightarrow R) \rightarrow((Q \rightarrow R) \rightarrow((P \vee Q) \rightarrow R))$ הינו טאוטולוגיה.

<u>פתרון שאלה 3</u>

א. בסיס האינדוקציה: עבור 2+1 קבוצות חוק הפילוג מתקיים.

צעד האינדוקציה:

הנחת האינדוקציה: נניח כי הטענה נכונה עבור n קבוצות $A_1, A_2, \ldots A_n$ וקבוצה B:

$$\left(A_1 \cup A_2 \cup . . \cup A_n\right) \cap B=\left(A_1 \cap B\right) \cup\left(A_2 \cap B\right) \cup . . \cup\left(A_n \cap B\right)$$

נוכיח את הטענה עבור n+1 קבוצות $A_1, A_2, \ldots, A_n, A_{n+1}$ וקבוצה B .

כלומר יש להוכיח ש:

$$\left(A_1 \cup A_2 \cup . . \cup A_n \cup A_{n+1}\right) \cap B=\left(A_1 \cap B\right) \cup\left(A_2 \cap B\right) \cup . . \cup\left(A_n \cap B\right) \cup\left(A_{n+1} \cap B\right)$$

$$\begin{aligned}\left((A_1 \cup A_2 \cup \cdots \cup A_n \cup A_{n+1}) \cap B\right) &= \left((A_1 \cup A_2 \cup \cdots \cup A_n) \cup A_{n+1}) \cap B\right) \\ &= \left((A_1 \cup A_2 \cup \cdots \cup A_n) \cap B\right) \cup (A_{n+1} \cap B) \\ &= (A_1 \cap B) \cup (A_2 \cap B) \cup \ldots \cup (A_n \cap B) \cup (A_{n+1} \cap B)\end{aligned}$$

נימוקים:

שלב ראשון – אסוציאטיביות האיחוד

שלב שני-שימוש בפילוג על 2 קבוצות $A_1 \cup A_2 \cup \ldots \cup A_n$ ו- A_{n+1}

שלב שלישי- הנחת האינדוקציה

מסקנה: לכן, הטענה נכונה לכל n טבעי, $n \geq 2$.

ב. נניח בשלילה כי הפסוק $(P \rightarrow R) \rightarrow((Q \rightarrow R) \rightarrow((P \vee Q) \rightarrow R))$ אינו טאוטולוגיה,

כלומר קיימים ערכי אמת של P, Q, R, כך שעבורם

$P \rightarrow R$ אמיתי (1)

$(Q \rightarrow R) \rightarrow((P \vee Q) \rightarrow R)$ שקרי (2)

מ – (2) וערך אמת של גרירה מקבלים כי

$Q \rightarrow R$ אמיתי (3)

$(P \vee Q) \rightarrow R$ שקרי (4)

מ – (4) וערך אמת של גרירה מקבלים כי

$P \vee Q$ אמיתי (5)

R שקרי (6)

מ – (6) ו – (1) וערך אמת של גרירה מקבלים כי P שקרי (7)

מ – (6) ו – (3) וערך אמת של גרירה מקבלים כי Q שקרי (8) .

מ (7) (8) וערך אמת של ״או״ $P \vee Q$ שקרי (9)

בסתירה ל – (5).

זה מראה כי ההנחה שהפסוק אינו טאוטולוגיה אינה נכונה, משמע הפסוק כן טאוטולוגיה.

שאלה 4 (20 נקודות)   אין קשר בין סעיפים א' וב'

א. (8 נק') תהינה A,B,C שלוש קבוצות ויהיו $R\subseteq A\times B$ ו – $S\subseteq B\times C$ יחסים.

הוכיחו את התכונה : $(R\circ S)^{-1}=S^{-1}\circ R^{-1}$.

ב. (12 נק') נסמן ע"י a_n את מספר המחרוזות באורך n שניתן ליצור מהספרות $\{0,1,2\}$ כך שלפני הספרה 1 חייב להופיע 0 ולפני הספרה 2 חייב להופיע 0.

I. רשמו סדרה רקורסיבית ותנאי התחלה a_1,a_2.

II. רשמו סדרה מפורשת.

III. כמה מחרוזות באורך 7 ניתן ליצור?

פתרון שאלה 4

א. $(x,y)\in(R\circ S)^{-1}$, אם ורק אם $(y,x)\in R\circ S$, אם ורק אם קיים $z\in B$, כך ש – $(y,z)\in R$ ו – $(z,x)\in S$, אם ורק אם קיים $z\in B$, כך ש – $(z,y)\in R^{-1}$ ו – $(x,z)\in S^{-1}$, אם ורק אם $(x,y)\in S^{-1}\circ R^{-1}$.

זה מוכיח את שוויון היחסים הנדרש.

ב. I.

נחשב ישירות את תנאי ההתחלה : באורך 1 המחרוזת 0 בלבד לכן $a_1=1$

באורך 2 המחרוזות 00,01,02 לכן $a_2=3$

מחרוזת באורך n שמסתיימת בספרה 0 ניתן ליצור מכל מחרוזת באורך n-1 , מחרוזת באורך n שמסתיימת בספרות 1,2 ניתן ליצור מכל מחרוזת באורך n-2 שאחריה הוסיפו 0.

הסדרה הרקורסיבית : $a_n=a_{n-1}+2a_{n-2}$

נמצא את a_0 לפי הסדרה ותנאי ההתחלה : $a_2=a_1+2a_0 \Leftarrow 3=2+a_0 \Leftarrow a_0=1$

II. המשוואה האופיינית : $r^2-r-2=0$

השורשים : $r=\frac{1\pm\sqrt{9}}{2}=-1,2$

הסדרה : $a_n=A\cdot(-1)^n+B\cdot(2)^n$

מתנאי ההתחלה :

$1=A+B$

$1=A\cdot(-1)+B\cdot(2)$

המקדמים : $A=\frac{1}{3},\quad B=\frac{2}{3}$

הסדרה : $a_n=\frac{1}{3}\cdot(-1)^n+\frac{2}{3}\cdot(2)^n$

III. מספר המחרוזות באורך 7 : $a_7=\frac{1}{3}\cdot(-1)^7+\frac{2}{3}\cdot(2)^7=\frac{-1+256}{3}=85$

שאלה 5 (20 נקודות) **אין קשר בין סעיפים א' וב'**

א. (10 נק') נסמן ב – $\mathbb{N}$ את קבוצת כל המספרים הטבעיים ללא 0.
נגדיר פונקציה $d:\mathbb{N}\to\mathbb{N}$ באופן הבא: לכל $n\in\mathbb{N}$, $d(n)$ הוא מספר המחלקים הטבעיים של n.
למשל $d(6)=4$, כי ל – 6 יש 4 מחלקים: $1,2,3,6$. כמו כן $d(5)=2$, כי ל – 5 יש רק 2 מחלקים: $1,5$.
I. האם d חד – חד ערכית?
II. האם d על?

ב. (10 נק') מעל הקבוצה $A=\{1,2,3,4\}$ נתון יחס $R=\{(1,1),(1,3),(2,1),(2,2),(2,3),(3,3),(4,3),(4,4)\}$.
הוכיחו כי R יחס סדר מעל A ומצאו את כל האיברים המינימליים ומקסימליים של A בהתאם ליחס הזה.
האם קיים האיבר הקטן ביותר? האם קיים האיבר הגדול ביותר? אם כן – מהם?

פתרון שאלה 5

א. הפונקציה לא חח"ע, כי $d(p)=2$ לכל מספר ראשוני p. הפונקציה הינה על, כי לכל $n\in\mathbb{N}$ מתקיים $n=d(2^{n-1})$.
זה נובע מכך שכל מחלק של חזקה של 2 הוא בעצמו חזקה של 2. ויש בדיוק n אפשרויות לבחור חזקה של 2 בין 0 ל- $(n-1)$.

ב. מתקיים $I_A=\{(1,1),(2,2),(3,3),(4,4)\}\subseteq R$ לכן R יחס רפלקסיבי. כמו כן $R\cap R^{-1}=I_A$ לכן היחס גם אנטיסימטרי.
בנוסף $R^2=R\circ R=\{(1,1),(1,3),(2,1),(2,2),(2,3),(3,3),(4,3),(4,4)\}=R$, כלומר היחס הינו טרנזיטיבי.
R רפלקסיבי, אנטיסימטרי וטרנזיטיבי לכן R יחס סדר.
איברים מינימליים של A הם 2 ו – 4, כי לא קיים $x\neq 2$ ב – A, כך ש – $(x,2)\in R$ ולא קיים $x\neq 4$ ב – A, כך ש – $(x,4)\in R$.
האיבר המקסימלי הינו 3, כי לא קיים $x\neq 3$ ב – A, כך ש – $(3,x)\in R$.
האיבר הקטן ביותר לא קיים, כי יש שני איברים מינימליים.
האיבר הגדול ביותר הינו 3, כי לכל $x\in A$ מתקיים $(x,3)\in R$.

שאלה 6 (20 נקודות) **אין קשר בין סעיפים א' וב'**

א. (12 נק') I. הראו ש: $\left|\{b\}\times A\right|=|A|$ לכל $b\in\mathbb{Z}$ וקבוצה כלשהי A.
היעזרו בהגדרת עוצמות על ידי פונקציות מתאימות.
II. הראו באמצעות סעיף I ש: $|\mathbb{R}\times\mathbb{Z}|=$ א. א עוצמת הרצף.

ב. (8 נק') גרף $G=(V,E)$ נקרא k-רגולרי אם לכל קדקוד $v_i\in V$ מתקיים $\deg(v_i)=k$, k טבעי.
האם קיים גרף 3-רגולרי בעל 7 צלעות?
אם כן, הסבירו למה. אם לא, הסבירו למה לא קיים גרף כזה.

פתרון שאלה 6:

א. I. נתבונן בפונקציה:

$$f:\{b\}\times A\to A$$
$$f((b,a))=a \quad a\in A$$

נראה שהפונקציה חח"ע ועל ולכן מהגדרת עוצמות נקבל את הנדרש.

הפונקציה חח"ע:

$$f((b,a_1))=f((b,a_2))\Rightarrow \quad a_1=a_2\Rightarrow \quad (b,a_1)=(b,a_2)$$

הפונקציה על A :

לכל $a \in A$ קיים מקור $(b,a) \in \{b\} \times A$

ולכן העוצמות של הקבוצות שוות.

II.

(1) $\{0\} \times R \subseteq Z \times R \subseteq R \times R$ לכן :

(2) $\left|\{0\} \times R\right| \le \left|Z \times R\right| \le \left|R \times R\right|$

(3) $\left|\{0\} \times R\right| = \left|R \times R\right| = \aleph$ לפי סעיף I.

לכן מ (1) ו- (2) ומשפט קש״ב : $\left|Z \times R\right| = \aleph$

ב. ממשפט לחיצות הידיים מתקיים כי $\sum_{v \in V} \deg(v) = 2\left|E\right|$. במקרה הזה,

$\left|V\right| \cdot 3 = 2 \cdot 7 = 14$

קבלנו שמספר הקדקודים אינו שלם ולכן לא קיים גרף כזה .