

## תרגיל בית 19 – עקרון שובך היונים

ד"ר אפרת בנק, ד"ר ולדימיר בר לוקיאנוב

1. תהא  $A$  קבוצה של 9 מספרים טבעיים אשר סכומם הוא 90. הראו כי יש בקבוצה 3 מספרים אשר סכומם לפחות 30.
2. הוכיחו כי בסדרה  $7, 77, 777, 7777, \dots$  יש מספר המתחלק ב-2003. (ייתכן ותרצו להעזר בתרגיל דומה שפתרתם בהרצאה)
3. לחברת הייטק יש 50 יום לגייס עובדים. בכוח אדם מתכננים ראיונות עם מועמדים – לפחות ראיון אחד בכל יום ולא יותר מ-75 ראיונות סה"כ. האם קיימת סדרה רצופה של ימים בה מראיינים בדיוק 24 מועמדים?
4. נתבונן בריבוע שאורך צלעותיו הוא 1. הראו שכל בחירה של 5 נקודות שונות בתוך הריבוע קיימות שתי נקודות שהמרחק ביניהן הוא לכל היותר  $\frac{1}{\sqrt{2}}$ .
5. נתבונן בסדרה של מספרים טבעיים המוגדרת באופן הבא

$$x_n = 2^0 + 2^1 + \dots + 2^{n-1}$$

בתרגיל זה נוכיח כי קיים  $n \in \mathbb{N}$  כך שהמספר  $x_n$  מתחלק ב-1749 ללא שארית.

(א) חשבו את  $x_1, x_2$ . הראו כי  $x_n = 2^n - 1$  לכל  $n \geq 1$  טבעי.

(ב) כעת, נתבונן ב-1750 המספרים

$$2^1 - 1, 2^2 - 1, \dots, 2^{1750} - 1$$

בעזרת עקרון שובך היונים הראו כי קיימים שני מספרים בסדרה זו שהשארית שלהם בחלוקה ל-1749 זהה. כיתבו במפורש מיהן היונים ומיהם התאים.

(ג) הוכיחו את הטענה כלומר, הסבירו מדוע קיים מספר  $n \in \mathbb{N}$  עבורו המספר  $x_n$  מתחלק ב-1749 ללא שארית.

6. נתבונן בקבוצה

$$A = \{1, 2, \dots, 2n + 1\}$$

מהו המספר המינימלי של מספרים שונים מתוך הקבוצה שיש לבחור על מנת להבטיח שיהיה זוג מספרים שסכומם  $2n + 2$ ? שימו לב שכבר פתרתם שאלות מאוד דומות לזו.