الباب الأول
مدخل لمادة الإحصاء

الإحصاء

الإحصاء:
هو علم جمع البيانات وتصنيفها في صورة جداول ثم تمثيلها بيانياً على شكل رسومات وتحليلها واستخلاص النتائج منها ثم اتخاذ القرار المناسب، ويستخدم في مجالات عدة منها:

١. علم النفس ٢. علم الاجتماع ٣. دراسة مجتمع السكان
٤. دراسة خطط التعليم ٥. الاقتصاد ٦. علم الأحياء
٧. الزراعة والطب والصيدلة وغيرها.

جمع البيانات :
يقصد بذلك الحصول على بيانات رقمية أو وصفية تتصف بالصحة والدقة عن ظاهرة معينة وهي نوعان :

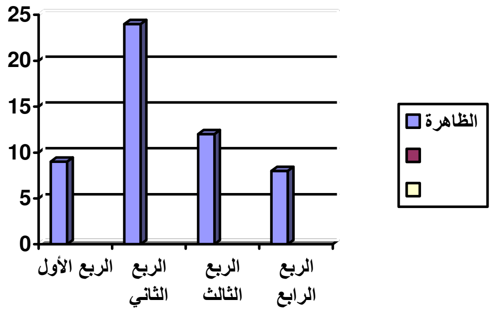
أ. **بيانات تاريخية :** ويمكن الحصول عليها من البيانات التي تنشرها الإحصائية أو الهيئات المتخصصة في المجلات والكتب .
ب. **بيانات ميدانية :** ويتم جمع هذه البيانات على الاستمارة الإحصائية بإحدى الطرق الآتية :
(١) المقابلة الشخصية (٢) المراسلة بالبريد أو الهاتف.

ويتم جمع البيانات الميدانية بأحد أسلوبين:
- باستخدام الحصر الشامل لجميع أفراد المجتمع .
- أو بأسلوب العينات لبعض أو جزء من المجتمع وتعمم النتائج على المجتمع بالكامل.

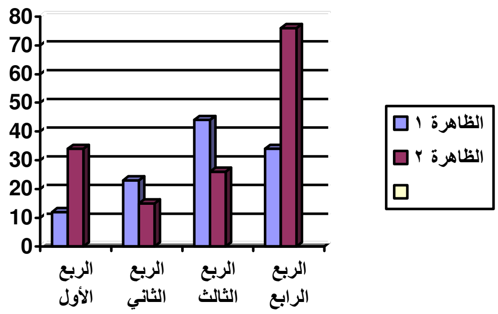
التبويب:
بعد جمع البيانات يجب مراجعتها بكتابتها وتلخيصها ثم عرضها بعد ذلك على هيئة جداول أو رسومات.

الرسومات البيانية:
تعتبر الرسوم البيانية وسيلة مفيدة لشرح وتوضيح الحقائق الرقمية وإبراز العلاقة بين المتغيرات ..
ومنها الرسوم التالية :

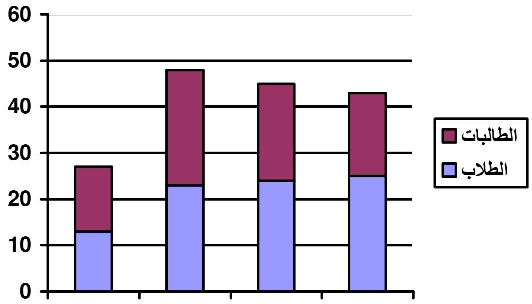
١ـ الأعمدة البسيطة :
وهي عبارة عن أعمدة رأسية أو مستطيلات متساوية القاعدة تتناسب ارتفاعاتها مع البيانات التي تمثلها .



٢ـ الأعمدة المزدوجة:
وتستخدم لمقارنة ظاهرتين أو أكثر لعدة سنوات أو في حالة بيانات مختلفة مزدوجة لخواص مختلفة .



٣ـالأعمدة المجزأة:
وتستخدم في حالة مقارنة ظاهرتين بدلاً من الأعمدة المزدوجة ويتم رسمها بعمل عامود واحد يمثل كلا الظاهرتين محل الدراسة في كل سنة.



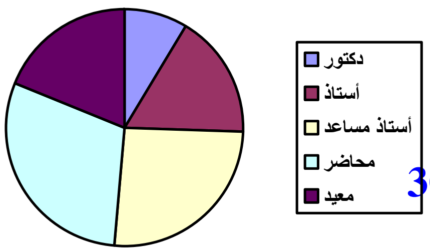
٤ـ المنحنى:

ويستخدم لتوضيح الاتجاه العام للظاهرة خلال فترة من الزمن ، ويمكن رسم المنحنى برسم نقط تمثل السنوات كمحور أفقي مقابل قيم الظاهرة كمحور رأسي – ثم توصل هذه النقط .

٥ـ الرسم الدائري:

ويستخدم الرسم الدائري عندما يكون المجموع الكلي العام لبيانات الظاهرة مقسم إلى عدة أقسام مختلفة، بحيث يُمثل كل قسم بقطاع من الدائرة يتناسب مع حجمه بالنسبة لمجوع الأقسام.

طريقة إجراء الرسم الدائري:



١) نرسم أي دائرة لها نصف قطر نختاره.

٢) نحسب زاوية القطاع من القاعدة:

$$\text{زاوية القطاع} = \frac{\text{قيمة جزء الظاهرة}}{\text{المجموع الكلي}} \times 300$$

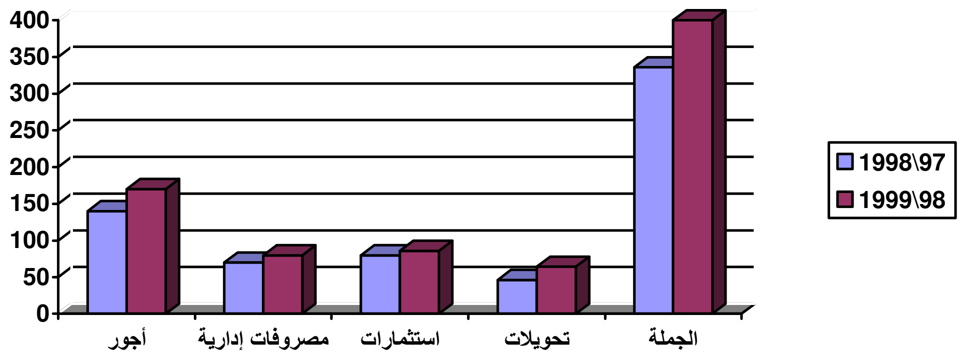
مثال (١) : المطلوب عرض البيانات التالية:

البيان	أجور	مصروفات إدارية	استثمارات	تحويلات	الجملة
١٩٩٨/٩٧	140	70	80	46	336
١٩٩٩/٩٨	170	80	86	64	400

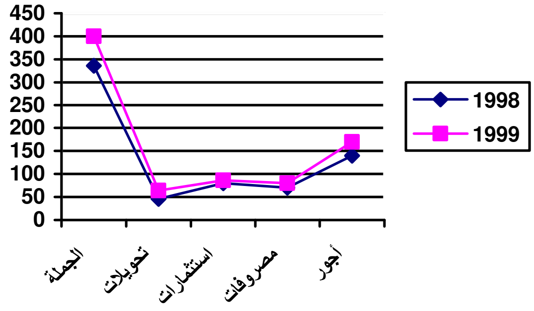
١) بالأعمدة. ٢) بالمنحنى. ٣) الرسم الدائري.

الحل:

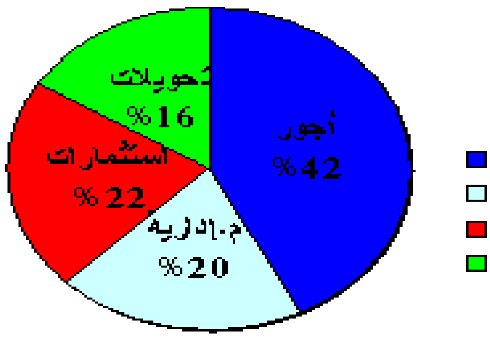
١ـ بالأعمدة:



٢ـ المنحنى:



٣ـ الرسم الدائري:



الباب الثاني

التوزيعات التكرارية وتمثيلها بيانياً

أولاً: تبويب البيانات:

تنقسم البيانات إلى نوعين:

أـ البيانات الوصفية (نوعية) ب- البيانات الكمية (رقمية)

أـ البيانات الوصفية (نوعية):
وتكون لها صفات معينة أو أوصاف مثل: الحالة التعليمية – المهنة – النشاط الاقتصادي – الحالة الاجتماعية.

مثال (١) :
الجدول التالي يبين حالة المرتبة الأكاديمية لعينة من 30 عضو هيئة تدريس بإحدى الجامعات:

أ. مشارك	أ. مساعد	محاضر	أ. مشارك	أ. مساعد
محاضر	أستاذ	أ. مساعد	محاضر	أ. مشارك
أ. مشارك	أ. مساعد	أ. مشارك	أستاذ	أ. مساعد
أ. مساعد	محاضر	أ. مشارك	أ. مساعد	أستاذ
أ. مشارك	أ. مساعد	محاضر	أ. مشارك	أ. مشارك
محاضر	أ. مساعد	أ. مشارك	محاضر	أستاذ

والمطلوب وضع البيانات في جدول تكراري.

الحل:
حيث إن البيانات وصفية فيمكننا تبويبها حسب الأوصاف التي تمثل الظاهرة، وهي: أستاذ ، أ.مشارك، أ. مساعد، محاضر.

المرتبة الأكاديمية	العلامات	العدد
أستاذ	IIII	4
أ. مشارك	IIIII IIIII	10
أ. مساعد	IIIII IIII	9
محاضر	IIIII II	7

الجدول التكراري للمرتبة الأكاديمية لأعضاء هيئة التدريس

المرتبة الأكاديمية	العدد
أستاذ	4
أ. مشارك	10
أ. مساعد	9
محاضر	7

ب-البيانات الكمية (الرقمية):

وهي التي تأخذ قيماً رقمية (عددية) عندما تكون الظاهرة قابلة للقياس مثل السن – الدخل – الوزن – عدد أفراد الأسرة.

وتنقسم هذه القيم إلى نوعين:

١- كميات متصلة:

وهي التي تأخذ جميع القيم بين حدي التغير مثل :

الطول – الوزن – العمر.

وطريقة جدولة هذا النوع من البيانات الكمية هي أن نقسم البيانات إلى فئات أو فترات ونضع في كل فئة المفردات التي تنتمي إليها ثم نضعها في جدول تكراري.

ولتنفيذ ذلك نختار طول الفئة بحيث يكون مناسباً ثم نحدد عدد الفئات من خلال القاعدة التالية:

$$\text{عدد الفئات} = \frac{\text{المدى}}{\text{طول الفئة}}$$

ملاحظة : يجب أن يكون العدد صحيح وإذا لم يكن كذلك نقربه إلى العدد الصحيح التالي بغض النظر عن قيمة الكسر العشري.

حيث المدى = أكبر القيم – أصغر القيم

المدى : هو الفرق بين أكبر وأصفر قيمة.

٢- كميات منفصلة:

هي التي لا تأخذ قيماً رقمية كسرية مثل:

عدد أفراد الأسرة.

مثال (٢) :

البيانات التالية توضح تقدير 40 طالبا في امتحان الإحصاء

جيد	راسب	مقبول	راسب	مقبول	ممتاز	مقبول	راسب
جيد جداً	مقبول	جيد	مقبول	جيد جداً	مقبول	راسب	جيد
راسب	ممتاز	مقبول	راسب	مقبول	راسب	جيد	ممتاز
مقبول	جيد	جيد جداً	مقبول	جيد	راسب	جيد جداً	جيد
جيد	راسب	مقبول	مقبول	مقبول	مقبول	جيد	راسب

والمطلوب وضع البيانات في جدول تكراري وتوصيفها بيانياً .

الحل:

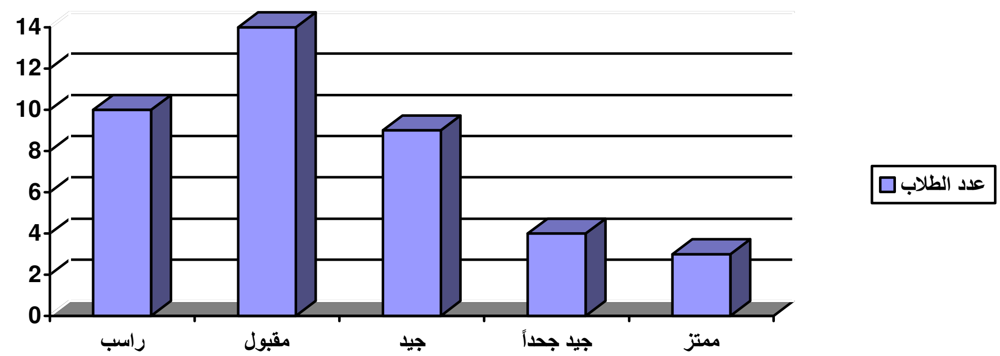
حيث إن البيانات وصفية (نوعية) فيمكن تبويبها حسب التقديرات.

التقدير	العلامات	عدد الطلاب
راسب	IIIII IIIII	10
مقبول	IIIII IIIII IIII	14
جيد	IIIII IIII	9
جيد جداً	IIII	4
ممتاز	III	3

ويكون الجدول التكراري لتقديرات الطلاب هو:

التقدير	عدد الطلاب
راسب	10
مقبول	14
جيد	9
جيد جداً	4
ممتاز	3

ولتمثيل هذه البيانات بيانيا نستخدم الأعمدة البسيطة:



مثال (٣):

الجدول الآتي يوضح أجر 100عامل في إحدى المصانع بالريالات :

96	78	116	62	110	70	93	80	100	81
128	97	96	93	95	95	94	70	94	83
101	98	118	72	97	82	107	66	84	98
119	73	93	117	125	92	98	99	110	83
71	94	113	108	77	106	65	84	85	99
114	99	74	102	92	111	120	72	90	80
109	122	112	91	67	81	101	85	92	91
75	89	105	72	95	77	88	86	90	86
104	76	69	88	103	103	91	87	102	29
97	105	89	82	79	96	109	87	90	75

والمطلوب تلخيص أجور العمال في جدول تكراري ؟

الحل:

المدى = أكبر القيم - أصغر القيم

المدى = 129 - 62 = 67 ريال

نختار طول الفئة = 10 (يمكن اختيار أي رقم يكون مناسباً)

$$\text{عدد الفئات} = \frac{\text{المدى}}{\text{طول الفئة}}$$

$$\text{عدد الفئات} = \frac{67}{10} = 6.7$$

ملاحظة: لابد أن يكون عدد الفئات رقما صحيحا ولذلك نحتاج إلى أن نقرب النتيجة إلى العدد الصحيح التالي، وفي مثالنا هذا يصبح عدد الفئات بعد التقريب 7 فئات.

نبدأ الفئة الأولى بالرقم 60 ونستمر حتى آخر فئة والتي تبدأ بـ 120 وتنتهي بـ 130

ويسمى هذا بالجدول التكراري البسيط

فئة الأجور	العلامات	عدد العمال
-60	IIIII	5
-70	IIIII IIIII IIIII	15
-80	IIIII IIIII IIIII IIIII	20
-90	IIIII IIIII IIIII IIIII IIIII IIIII	30
-100	IIIII IIIII IIIII	15
-110	IIIII IIIII	10
120- 130	IIIII	5
المجموع	————	100

الجدول التكراري البسيط لأجور العمال:

فئة الأجور	عدد العمال
-60	5
-70	15
-80	20
-90	30
-100	15
-110	10
120- 130	5
المجموع	100

ملاحظة:

١- يسمى هذا الجدول التكراري بسيطاً لأنه يمثل ظاهرة واحدة فقط وهي أجور العمال.

٢- تظهر في الجدول بداية الفئة فقط أما نهايتها فهي بداية الفئة التي تليها، ومعنى ذلك أن الفئة الأولى مثلاً تحتوي على جميع الأجور ابتداءً من 60 ريالاً وحتى ما قبل الـ 70 ريالاً .

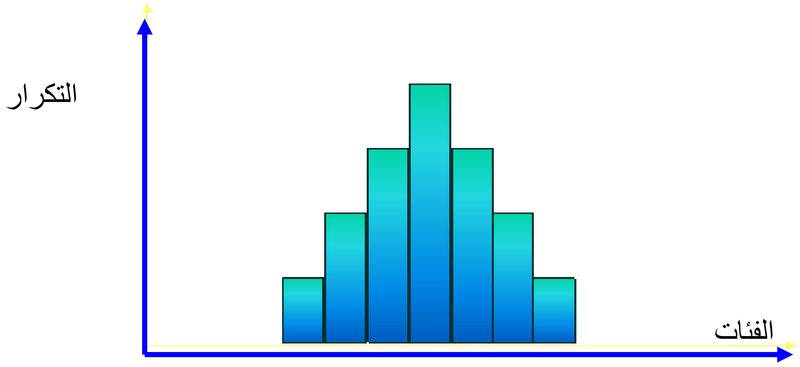
ثانياً: التمثيل البياني للبيانات

يمكن تمثيل البيانات باستخدام الرسومات البيانية الآتية :

١ـ المدرج التكراري. ٢ـ المضلع التكراري. ٣ـ المنحنى التكراري.

١ـ المدرج التكراري:

نرسم مستطيلات طول قاعدتها هو طول الفئة وارتفاعها هو التكرارات المناظرة لكل فئة.

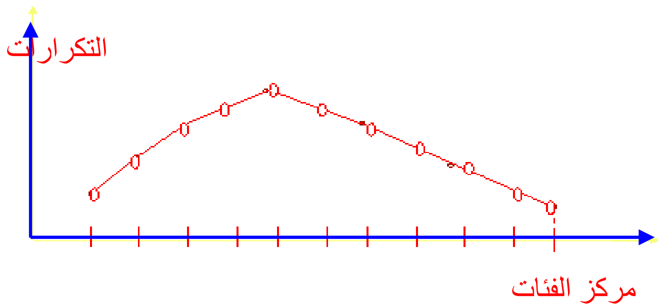


٢ـ المضلع التكراري:

١) نحسب مراكز الفئات من القاعدة :

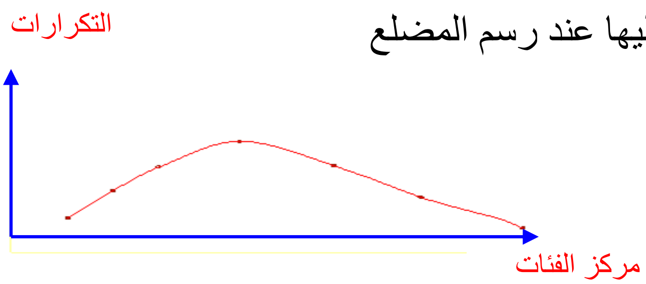
$$\text{مركز الفئة} = \text{بداية الفئة} + \frac{1}{2}\,\text{طول الفئة}$$

٢) نرسم فقط مراكز الفئات في مقابل التكرارات ونصل بينهم بالمسطرة



٣ـ المنحنى التكراري:

نصل بين النقط التي حصلنا عليها عند رسم المضلع التكراري بمنحنى باليد.



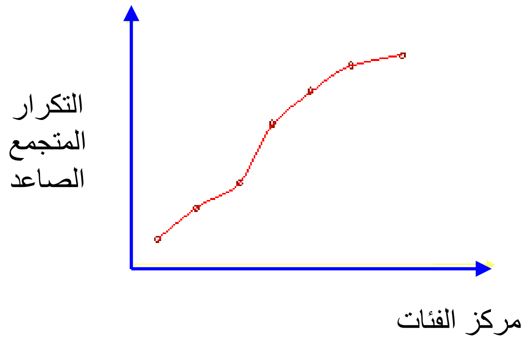
ثالثاً: الجداول التكرارية المتجمعة

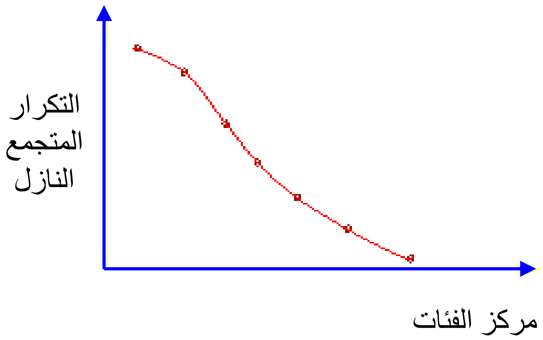
الجداول التكرارية المتجمعة نوعان :

١) الجدول المتجمع الصاعد : حيث نجمع التكرارات المناظرة لكل فئة من بداية حتى نصل إلى المجموع الكلي للبيانات، ويكون عنوان العامود الأول في الجدول هو: " أقل من الحد الأعلى للفئة"

٢)) الجدول المتجمع النازل (الهابط) : حيث نبدأ بالمجموع الكلي للبيانات ونطرح من التكرارات المناظرة لكل فئة من بداية الجدول حتى نصل إلى الصفر، ويكون عنوان العامود الأول في الجدول هو: " الحد الأدنى للفئة فأكثر" .

ويمكن تمثيل الجدول المتجمع الصاعد و النازل بيانياً بما يُعرف بالمنحنى المتجمع الصاعد والمنحنى المتجمع النازل و اللذان يأخذان الشكلين التاليين:





مثال (٤) :

البيانات الآتية تمثل الأجر اليومي بالريال لـ 100 عامل في إحدى المنشآت

50	37	38	44	32	56	44	43	44	18
46	33	45	26	46	40	23	37	21	60
52	43	49	56	59	51	45	38	42	24
53	38	28	47	29	64	63	49	61	54
34	51	57	31	35	28	27	42	43	30
39	50	32	36	41	58	45	44	25	36
45	57	43	48	39	34	57	22	55	39
53	33	37	56	53	40	46	62	43	48
58	38	58	31	47	52	33	44	31	50
52	37	47	38	41	64	49	26	99	42

والمطلوب هو تكوين الجدول التكراري للعمال حسب فئات الأجر ثم:
أ- تمثيل هذه البيانات باستخدام :
١) المدرج التكراري ٢) المضلع التكراري ٣) المنحنى التكراري

ب - رسم المنحنى المتجمع الصاعد ثم حساب:
(١) عدد العمال الذين يقل أجرهم عن 45 ريالاً.
(٢) الحد الأعلى للأجر الذي حصل عليه 70 عاملاً.

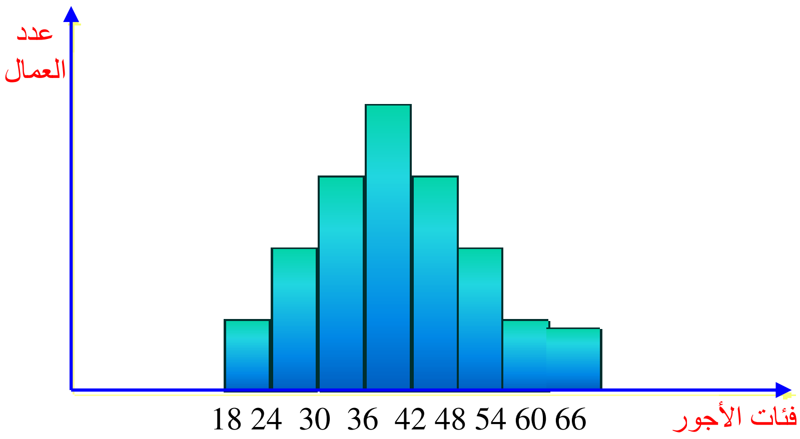
ج- رسم المنحنى المتجمع النازل ثم حساب:
(١) عدد العمال الذين كانت أجورهم 33 فأكثر.
(٢) الحد الأدنى للأجر الذي حصل عليه 50 عاملاً.

الحل :
المدى = أكبر القيم - أصغر القيم
المدى = 64 - 18 = 46
وباختيار طول الفئة = 6
يكون عدد الفئات:

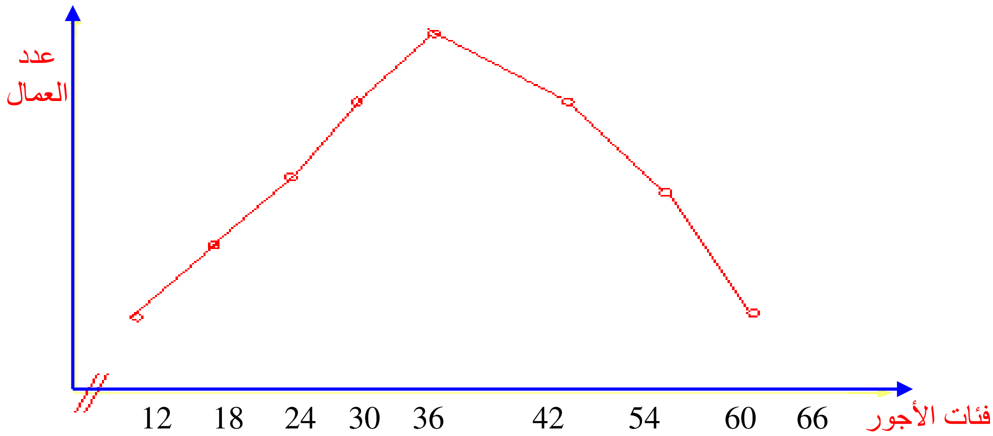
$$\text{عدد الفئات} = \frac{\text{المدى}}{\text{طول الفئة}} = \frac{46}{6} = 7.66 = 8 \text{ (بعد التقريب)}$$

الفئات	العلامات	التكرار
-18	IIII	4
-24	IIIII III	8
-30	IIIII IIIII II	12
-36	IIIII IIIII IIIII III	18
-37	IIIII IIIII IIIII IIIII IIII	24
-38	IIIII IIIII IIIII I	16
-54	IIIII IIIII II	12
66 – 60	IIIII I	6
المجموع	————	100

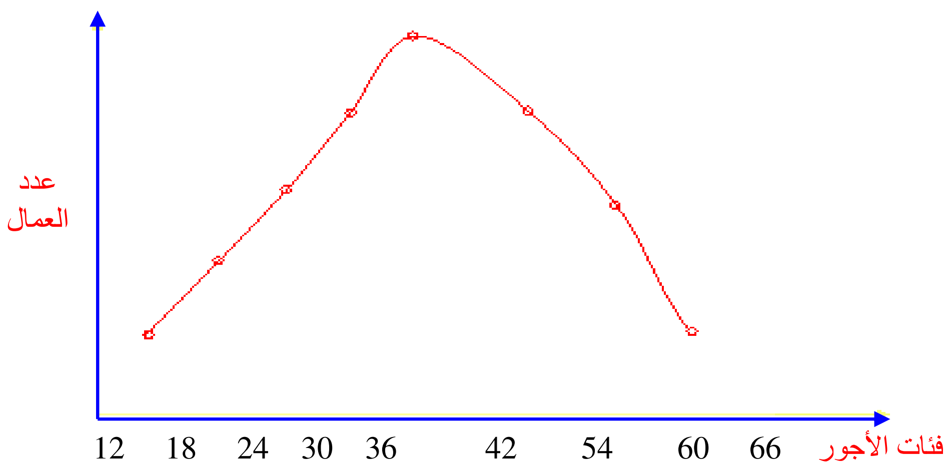
أ – ١ : رسم المدرج التكراري لفئات الأجور:



أ – ٢: رسم المضلع التكراري لفئات الأجور:



أـ ٣ : رسم المنحنى التكراري لفئات الأجور:

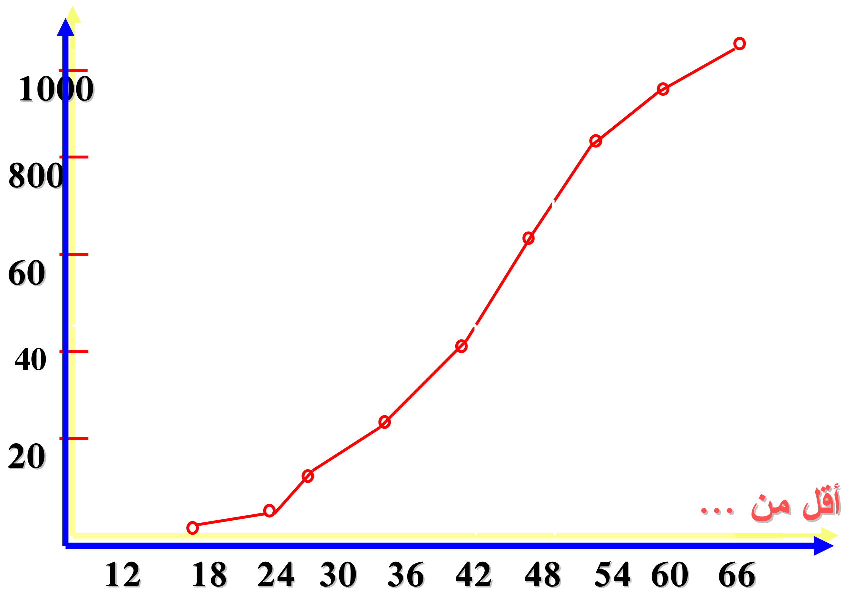


الجدول التكراري
البسيط لأجور العمال

الجدول المتجمع
الصاعد لأجور العمال

فئات الأجور	عدد العمال (التكرار)	أقل من الحد الأعلى للفئة	التكرار المتجمع الصاعد
-18	4	أقل من 24	4
-24	8	أقل من 30	12
-30	12	أقل من 36	24
-36	18	أقل من 42	42
-37	24	أقل من 48	66
-38	16	أقل من 54	82
-54	12	أقل من 60	94
66 – 60	6	أقل من 66	ـــــــــ
المجموع	100	ـــــــــ	100

ب- ١ : المنحنى المتجمع الصاعد لأجور العمال:

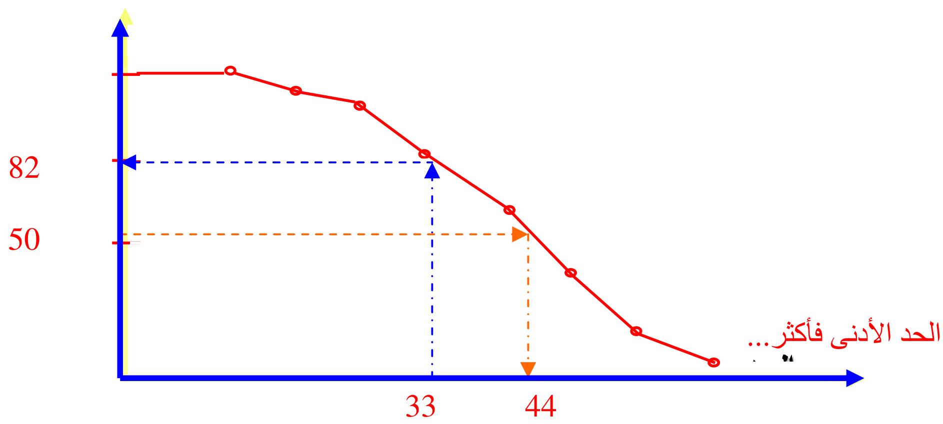


١) عدد العمال الذين يقل أجرهم عن 45 ريالاً = 48 عاملاً

٢) الحد الأعلى للأجر الذي حصل عليه 70 عاملاً = 51 ريالاً

الجدول التكراري البسيط لأجور العمال — الجدول المتجمع النازل لأجور العمال

فئات الأجور	عدد العمال (التكرار)	أقل من الحد الأعلى للفئة	التكرار المتجمع الصاعد
-18	4	18 فأكثر	100
-24	8	24 فأكثر	96
-30	12	30 فأكثر	88
-36	18	36 فأكثر	76
-37	24	42 فأكثر	58
-38	16	48 فأكثر	34
-54	12	54 فأكثر	18
66 – 60	6	60 فأكثر	6
المجموع	100	ــــــــــ	ــــــــــ



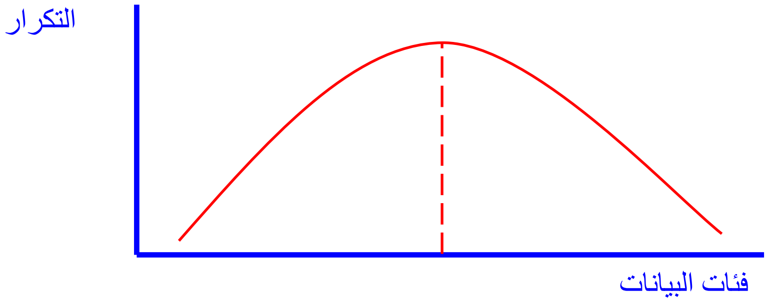
(١) عدد العمال الذين حصلوا على 33 ريالاً فأكثر = 82 عاملاً

(٢) الحد الأدنى للأجر الذي حصل عليه 50 عاملاً = 44 ريالاً

رابعاً: بعض أشكال المنحنيات التكرارية

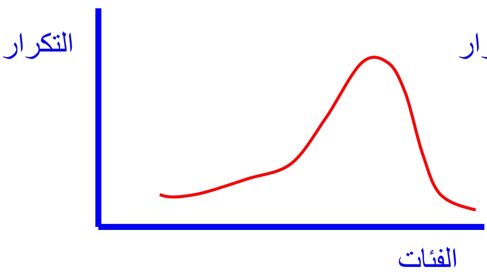
(١) المنحنى المتماثل:

وهو يمثل كثيراً من الظواهر الطبيعية مثل الأوزان والأطوال .. ويسمى متماثلا لأن الخط النازل من قمته إلى قاعدته يقسمه إلى قسمين متماثلين.

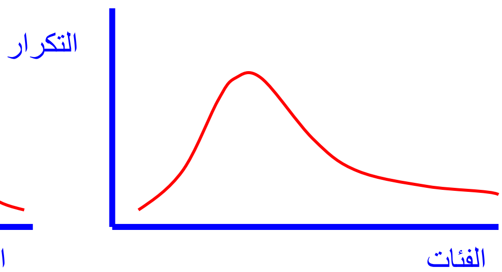


(٢) المنحنى الغير متماثل:

وله قمة واحدة ولكن فرعية غير متماثلين .
فإذا كان الفرع الأطول جهة اليمين سمي ملتوياً لليمين .
وإذا كان الفرع الأطول جهة اليسار سمي ملتوياً لليسار .
ويمثل مرتبات أو دخول الأفراد في بعض الدول .



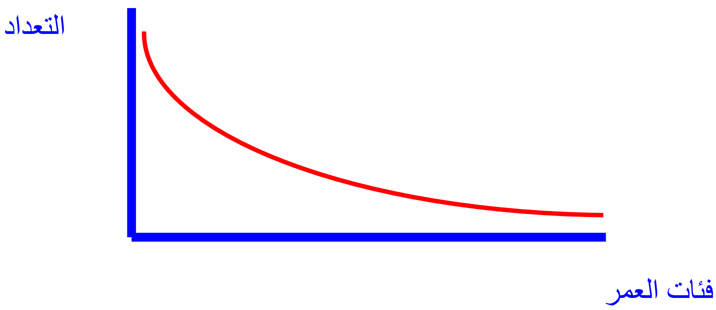
منحنى ملتوي لليمين



منحنى ملتوي لليمين

(٣) المنحنى ذو الفرع الواحد:

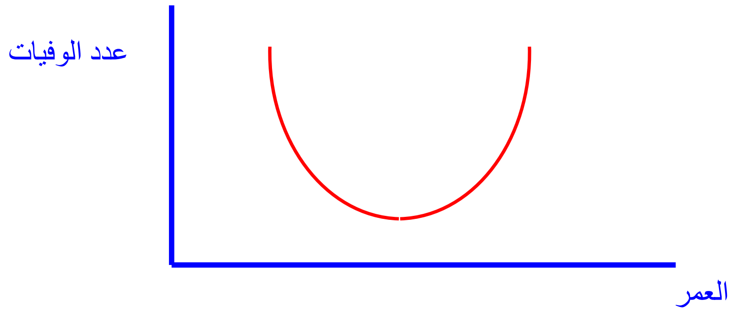
ويتكون من فرع واحد ومن استخداماته تمثيله لتوزيع السكان حسب فئات العمر.



(٤) المنحنى التكراري ذو النهاية الصغرى:

ويسمى "بالمنحنى النوني" ، ويمثل ظاهرة تكون فيها القيم الصغيرة والكبيرة أكثر شيوعاً .

ويستخدم في دراسة الوفيات حسب العمر .



الباب الثالث

مقاييس النزعة المركزية

مقاييس النزعة المركزية:
يقصد بمقاييس النزعة المركزية ميل البيانات للتراكم حول قيمة ما تسمى بالمتوسط – وهناك عدد من المقاييس لقياس هذا الميل منها :

١) الوسط الحسابي. **٢) الوسيط.** **٣) المنوال.**

١) الوسط الحسابي:
يُعدُّ الوسط الحسابي أهم مقاييس النزعة المركزية ويُعرَّف بأنه القيمة التي إذا أعطيت لجميع مفردات الظاهرة كان مجموع قيم المفردات مساوياً لمجموع القيم الأصلية لها.

أ- البيانات الغير مبوبة:

$$\overline{X} = \frac{\sum x}{n}$$

مثال (١) :
أوجد الوسط الحسابي للبيانات :
30 ، 15 ، 10 ، 10 ، 15

الحل:

$$\overline{X} = \frac{\sum x}{n}$$

$$\overline{X} = \frac{80}{5} = 16$$

الوسط الحسابي = 16

ب- البيانات المبوبة:
يمكن حساب الوسط الحسابي للبيانات المبوبة بالعلاقة التالية:

$$\overline{X} = \frac{\sum xf}{\sum f}$$

حيث أن $\overline{X}$ ترمز إلى الوسط الحسابي
و $\sum$ ترمز عن مجموع قيم الظاهرة ، أي التي تأتي بعد $\sum$ مثل (X)
و X ترمز إلى قيمة المفردة ، أو الفئات
و f ترمز إلى التكرار.

وفي حالة كون البيانات متصلة (أي مصنفة على شكل فئات) فإننا نعتبر مركز الفئة هو X، حيث:

$$\text{مركز الفئات } X = \frac{\text{بداية الفئة + نهاية الفئة}}{2}$$

مثال(٢) :
من مثال أجور 100 عامل السابق احسب المتوسط الحسابي لهذه الأجور؟

فئات الأجور	تكرار العمال f	مركز الفئة X	$X \times f$
60 -	5	$\frac{70+60}{2} = 65$	325
70 -	15	75	1125
80 -	20	85	1700
90 -	30	95	2850
100 -	15	105	1575
110 -	10	115	1150
120 -	5	125	625
المجموع	100	---------	9350

الحل:

$$\overline{X} = \frac{\sum xf}{\sum f}$$

$$\overline{X} = \frac{9350}{100} = 93.5$$

المتوسط الحسابي = 93.5 ريالاً.

ميزات الوسط الحسابي:

يمتاز الوسط الحسابي باعتباره أحد مقاييس النزعة المركزية بميزتين:

١- سهولة حسابه.

٢- مشاركة جميع قيم مفردات الظاهرة في حسابه.

عيوب الوسط الحسابي:

ومما يعيب الوسط الحسابي مقارنة مع غيره من مقاييس النزعة المركزية:

١- تأثره بالقيم الشاذة.

٢- عدم إمكانية حسابه في حالة البيانات الوصفية.

٢) الوسيط:

هو القيمة التي تتوسط قيم البيانات بعد ترتيبها تصاعدياً أو تنازلياً، بحيث يكون عدد المفردات لتي قبلها مساوياً لعدد المفردات التي بعدها.

أ. البيانات الغير المبوبة:

لحساب قسمة الوسيط نرتب البيانات تصاعدياً أو تنازلياً:

- فإذا كان عدد المفردات (n) فردياً فيكون :

الوسيط = بعد ترتيب المفردات أو القيم هو القيمة التي تقع في النصف.

- وإذا كان عدد المفردات (n) زوجياً فيكون :

$$\text{الوسيط } M = \frac{\text{مجموع المفردتان الوسطيان}}{2}$$

مثال (٣) :

أوجد وسيط القيم:

(أ)	50	60	80	70	40	100	90

(ب)	40	50	60	70	100	80

الحل:

٣ مفردات ٣ مفردات

(أ) نرتب البيانات تصاعدياً: 40، 50، 60، 70، 80، 90، 100

القيمة الوسطى

M

الوسيط M = 70

القيمتان الوسيطان

مفردتان — مفردتان

(ب) نرتب البيانات تصاعدياً : 40 ، 50 ، 70 ، 80 ، 90 ، 100

$$M = \frac{70 + 80}{2} = 75$$

ب. البيانات المبوبة:

يمكن حساب الوسيط في حالة البيانات المبوبة على النحو التالي:

$$M = L + \frac{\frac{n}{2} - f\,m}{f\,L} \times h$$

حيث M هو الوسيط.

و L هي الفئة المقابلة لأعلى تكرار.

و n مجموع التكرارات.

و $f\,m$ القيمة السابقة للتكرار المتجمع الصاعد لترتيب الوسيط.

و $f\,L$ تكرار فئة الوسيط.

و h طول الفئة.

$$\text{ترتيب الوسيط} = \frac{n}{2}$$

مثال (٤) :

فئات الأجور	3-	5-	7-	9-	11-
عدد العمال	10	20	40	20	10

أوجد الوسيط:

الحل:

الفئة	التكرار f	الحد الأعلى للفئة فأقل	تكرار متجمع صاعد f m
3-	10	5 فأقل	10
5-	20	7 فأقل	30
7-	40	9 فأقل	70
9-	20	11 فأقل	90
11-	10	13 فأقل	100
∑	100	-------	

50

ترتيب الوسيط

$$M = L + \frac{\frac{n}{2} - f\,m}{f\,L} \times h$$

أولاً نعين ترتيب الوسيط:

$$\text{ترتيب الوسيط} = \frac{100}{2} = 50$$

$$M = 7 + \frac{50 - 30}{40} \times 2 = 8$$

الوسيط M = 8

ميزات الوسيط:

يمتاز الوسيط باعتباره أحد مقاييس النزعة المركزية بميزتين:

١ - عدم تأثره بالقيم الشاذة.

٢ - ربما أمكن استخدامه في البيانات الوصفية.

عيوب الوسيط:

١. لا يسهم في تحديده سوى مفردة أو مفردتين من البيانات.

٣) ـ المنوال:

هو القيمة الأكثر شيوعاً (تكراراً) في البيانات.
أيضاً هو (الرقم الشائع) أو (الأكثر تكراراً) أو (الأكثر شيوعاً).

أ. البيانات الغير المبوبة:

مثال (٥) :
أوجد المنوال للبيانات :

6 ، 5 ، 8 ، 5 ، 7 ، 6 ، 5 ، 4

المنوال = 5

ب. البيانات المبوبة:
يحسب المنوال بالعلاقة التالية:

$$D = L + \frac{d1}{d1 + d2} \times h$$

حيث D ترمز للمنوال.
و L هي الفئة المنوالية المقابلة لأعلى تكرار.
و d1 الفرق ، حاصل طرح أعلى تكرار ــ التكرار السابق له.
و d2 الفرق ، حاصل طرح أعلى تكرار ــ التكرار اللاحق له.
و h طول الفئة أي مقدار الزيادة من فئة إلى أخرى.

مثال (٦) :

فئات الأجور	3-	5-	7	9-	11-
عدد العمال	10	20	40	20	10

أوجد المنوال:

$$D = L + \frac{d1}{d1 + d2} \times h$$

$$D = 7 + \frac{20}{20 + 20} \times 2 = 8$$

المنوال D = 8

ميزات المنوال:

يمتاز المنوال باعتباره أحد مقاييس النزعة المركزية بميزتين:

١ - عدم تأثره بالقيم الشاذة.

٢ - صلاحية استخدامه في البيانات الوصفية.

عيوب المنوال:

١ - غير دقيق ويمكن وجود أكثر من منوال لنفس المجموعة من البيانات.

مثال عام (١) :

الجدول التالي يوضح التوزيع التكراري لعينة من أرصدة الحسابات في أحد البنوك بآلاف الريالات.

الرصيد	4 -	8 -	12 -	16 -	20 -
عدد الحسابات	10	15	20	10	5

١ - أحسب الوسط الحسابي. ٢ - أحسب الوسيط.

٣ - المنوال (رقم الرصيد الشائع).

الحل:

فئات الرصيد	تكرار الحسابات f	مركز الفئة X	X × f
4 -	10	$\frac{4+8}{2} = 6$	60
8 -	15	10	150
12 -	20	14	280
16 -	10	18	180
20 -	5	22	110
المجموع	60	--------	780

$$\overline{X} = \frac{\sum xf}{\sum f}$$

$$\overline{X} = \frac{780}{60} = 13$$

١) المتوسط الحسابي = 13 ريالاً.

الفئة	التكرار f	الحد الأعلى للفئة فأقل	تكرار متجمع صاعد f m
4 -	10	8 فأقل	10
8 -	15	12 فأقل	25
12 -	20	16 فأقل	45
16 -	10	20 فأقل	55
20 -	5	24 فأقل	60
∑	60	--------	

$\boxed{30}$

أولاً نعين ترتيب الوسيط:

ترتيب الوسيط = $\frac{60}{2} = 30$

$$M = L + \frac{\frac{n}{2} - f\,m}{f\,L} \times h$$

$$M = 12 + \frac{30 - 25}{20} \times 4 = 13$$

٢) الوسيط M = 13

$$D = L + \frac{d1}{d1 + d2} \times h$$

$$D = 12 + \frac{5}{5 + 10} \times 4 = 13.33$$

٣) المنوال D = 13.33

الباب الرابع

مقاييس التشتت

تعريف التشتت :

يمثل التشتت مدى انحراف (تقارب أو تباعد) البيانات بعضها عن بعض .

وهناك مقاييس عدة للتشتت منها :

١- المدى.
٢- الانحراف المعياري.

(١) المدى:

المدى = أكبر قيمة في البيانات ــــ أصغر قيمة فيها

(٢) الانحراف المعياري:

هو أهم مقاييس التشتت على الإطلاق، ويقيس مدى تشتت البيانات عن متوسطها.

تعريفه:

حيث إن الانحراف المعياري هو الجذر التربيعي لما يسمى بالتباين ، يحسن بنا أن نعرف التباين أولاً ثم نُعرِّج على تعريف الانحراف المعياري.

التباين هو: الوسط الحسابي لمجموع مربع.

انحراف المفردات عن متوسطها، ويعطى بالعلاقة:

أ- في حالة البيانات الغير مبوبة:

$$S = \sqrt{\frac{\sum x^2}{n} - (\bar{x})^2}$$

ب- في حالة البيانات المبوبة:

$$S = \sqrt{\frac{\sum x^2 f}{\sum f} - (\bar{x})^2}$$

مثال عام (٢) :

لديك البيانات التالية:

$$15 - 20 - 10 - 15 - 30$$

- أحسب الوسط الحسابي ؟
- الانحراف المعياري ؟
- المنوال الرقم الشائع ؟
- الوسيط ؟
- المجال (المدى) ؟

الحل:

أولاً: نرتب البيانات:

$$10 - 15 - 15 - 20 - 30$$

١ـ الوسط الحسابي =

$$\overline{X} = \frac{\sum x}{n}$$

$$\overline{X} = \frac{90}{5} = 18$$

٢ـ الانحراف المعياري =

$$S = \sqrt{\frac{\sum x^2}{n} - (\bar{x})^2}$$

نربع البيانات : $X^2 = 100 - 225 - 225 - 400 - 900$

$$\sum x^2 = 1850$$

$$n = 5$$

$$S = \sqrt{\frac{1850}{5} - (18)^2} = 6.78$$

٣- المنوال (الرقم الشائع) = 15

٤- الوسيط = 15

٥- المجال أو المدى = أكبر قيمة ـ أصغر قيمة
= 30 – 10 = 20

مثال عام (٣) :

فئة	10 -	20 -	30 -	40 -	50 -
تكرار	10	20	40	20	10

- أوجد الوسط الحسابي ، والانحراف المعياري ، والمنوال (الرقم الشائع).
- والوسيط .

الحل:

فئة	تكرار f	X	x f	X^2 f
10 -	10	15	150	2250
20 -	20	25	500	12500
30 -	40	35	1400	49000
40 -	20	45	900	40500
50 -	10	55	550	30250
المجموع	100	----------	3500	134500

١- الوسط الحسابي =

$$\overline{X} = \frac{\sum xf}{\sum f}$$

$$\overline{X} = \frac{3500}{100} = 35$$

٢ـ الانحراف المعياري =

$$S = \sqrt{\frac{\sum x^2 f}{\sum f} - (\bar{x})^2}$$

$$S = \sqrt{\frac{134500}{100} - (35)^2} = 10.95$$

٣ـ المنوال أو الرقم الشائع =

$$D = L + \frac{d1}{d1 + d2} \times h$$

$$D = 30 + \frac{20}{20 + 20} \times 10 = 35$$

٤ـ الوسيط =

الفئة	التكرار f	الحد الأعلى للفئة فأقل	تكرار متجمع صاعد f m
10 -	10	20 فأقل	10
20 -	20	30 فأقل	30
30 -	40	40 فأقل	70
40 -	20	50 فأقل	90
50 -	10	60 فأقل	100
المجموع	100	--------	----------

$\boxed{50}$

أولاً نعين ترتيب الوسيط:

ترتيب الوسيط $= \frac{100}{2} = 50$

$$M = L + \frac{\frac{n}{2} - f\,m}{f\,L} \times h$$

$$M = 30 + \frac{50 - 30}{40} \times 10 = 72.5$$

الوسيط $M = 72.5$

معامل الاختلاف (مقياس التشتت النسبي):

يستخدم معامل الاختلاف في المقارنة بين تشتت مجموعتين أو أكثر من البيانات، حيث لا يمكننا استخدام أحد مقاييس التشتت لعمل هذه المقارنة مباشرة في جميع الأحول وذلك لسببين:

١- اختلاف وحدات القياس المستخدمة في المجموعتين كما لو كنا نقارن بين تشتت درجات مجموعة من الطلاب وتشتت أوزانهم أو أطوالهم.
٢- وجود فرق كبير بين المتوسطين الحسابيين للمجموعتين المراد المقارنة بين تشتتيهما.

$$C.V = \frac{S}{\bar{X}} \times 100\ \%$$

معامل الالتواء: (أحد مقاييس عدم التماثل)

الالتواء هو بعد المنحنى التكراري للظاهرة عن التماثل ويقاس بمعامل يسمى بـ: معامل الالتواء، فإما أن يكون المنحنى التكراري :

١. متماثلاً وعندها تكون قيمة معامل الالتواء صفراً،

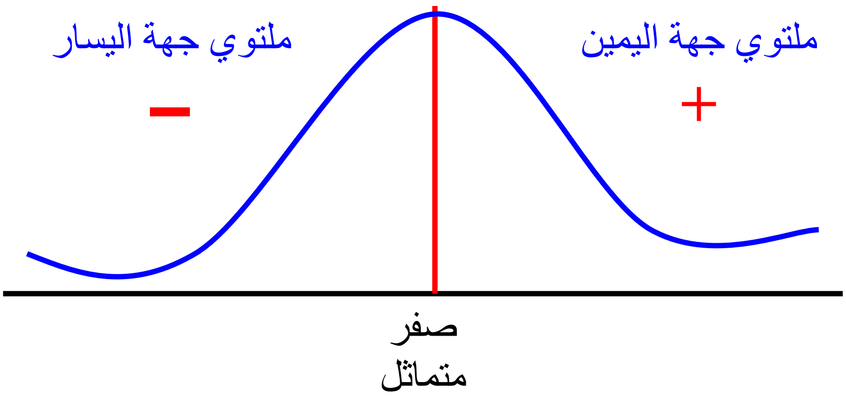
عندما يكون الوسط الحسابي $\bar{x}$ = المنوال D

٢. أو ملتويا إلى جهة اليمين وتكون قيمة معامل الالتواء موجبة،

عندما يكون الوسط الحسابي $\bar{x}$ > المنوال D

٣. أو ملتويا إلى جهة اليسار وتكون قيمة معامل الالتواء سالبة.

عندما يكون الوسط الحسابي $\bar{x}$ < المنوال D



ويمكن إيجاد معامل الالتواء بأحد القانونين التاليين:

معامل الالتواء الأول :

$$S\,K_1 = \frac{\bar{X} - D}{S}$$

معامل الالتواء الثاني :

$$S\,K_2 = \frac{3\,(\bar{X} - M)}{S}$$

يجب أن تعلم :

- إذا كان نـاتج SK (معامل الالتواء) يساوي صفراً يكون الوسط الحسابي $\bar{X}$ يساوي المنوال D ، وعندما يكون النـاتج موجب أي ملتوي جهة اليمين ، فيجب أن يكون $\bar{X}$ (الوسط الحسابي) أكبر من D (المنوال) ، وأيضاً يكون $\bar{X}$ (الوسط الحسابي) أكبر من M (الوسيط).
- إذا كان نـاتج SK (معامل الالتواء) سالب أي ملتوي جهة اليسار ، يجب أن يكون $\bar{X}$ (الوسط الحسابي) أقل من D (المنوال) ، وأيضاً يكون $\bar{X}$ أقل من M (الوسيط).
- **كما أن معامل الالتواء يعتبر أحد مقاييس عدم التماثل.**

مثال عام (٤) :

الجدول التالي يوضح التوزيع التكراري لعينة من الشركات بملايين الريالات:

الفئات	3 -	5 -	7 -	9 -	11 -
عدد الشركات	10	20	40	20	10

- احسب معامل الاختلاف (مقياس التشتت النسبي).
- أدرس تماثل التوزيع (أوجد معامل الالتواء).

الحل:

فئة	تكرار F	X	x f	$x^2 f$
3 -	10	4	40	160
5 -	20	6	120	720
7 -	40	8	320	2560
9 -	20	10	200	2000
11 -	10	12	120	1440
المجموع	100	----------	800	6880

أولاً : نوجد الوسط الحسابي:

$$\overline{X} = \frac{\sum xf}{\sum f}$$

$$\overline{X} = \frac{800}{100} = 8$$

ثم نوجد الانحراف المعياري:

$$S = \sqrt{\frac{\sum x^2 f}{\sum f} - (\bar{x})^2}$$

$$S = \sqrt{\frac{6880}{100} - (8)^2} = 2.19$$

- نوجد معامل الاختلاف (مقياس التشتت النسبي) :

$$C\,.\,V = \frac{S}{\bar{X}} \times 100\ \%$$

$$C\,.\,V = \frac{2.19}{8} \times 100 = 27.37\ \%$$

- دراسة تماثل التوزيع (أي معامل الالتواء) :

أولاً : نوجد المنوال :

$$D = L + \frac{d1}{d1 + d2} \times h$$

$$D = 7 + \frac{20}{20 + 20} \times 2 = 8$$

معامل الالتواء =

$$S\,K_1 = \frac{\bar{X} - D}{S}$$

$$S\,K_1 = \frac{8 - 8}{2.19} = 0$$

- ❖ بما أن الالتواء يساوي صفر
- ❖ إذاً التوزيع متماثل

مراجعة (١ - ١) :

البيانـات التاليـة توضـح درجـات عينـة مـن 10 طـلاب فـي الاختبـار الـدوري لمـادة الإحصاء:

10 - 8 - 6 - 6 - 7 - 5 - 6 - 9 - 6 - 7

المطلوب :

١ـ الوسط الحسابي. ٢ـ الانحراف المعياري. ٣ـ المنوال.

٤ـ الوسيط. ٥ـ معامل الاختلاف. ٦ـ معامل الالتواء الأول.

٧ـ معامل الالتواء الثاني.

الحل:

أولاً : نرتب البيانات ونعطيها الرمز X

X = 5 - 6 - 6 - 6 - 6 - 7 - 7 - 8 - 9 - 10

n = 10

١) الوسط الحسابي :

$$\bar{X} = \frac{\sum x}{n}$$

$$\bar{X} = \frac{70}{10} = 7$$

---

٢) الانحراف المعياري:

X^2 = 25 - 36 - 36 - 36 - 36 - 49 - 49 - 64 - 81 - 100

$$\sum x^2 = 512$$

$$S = \sqrt{\frac{\sum x^2}{n} - (\bar{x})^2} \qquad S = \sqrt{\frac{512}{10} - (7)^2} = 1.48$$

٣- المنوال (الرقم الأكثر تكرار أو شيوعاً) D = 6

٤- الوسيط M =

❖ البيانات زوجية

5 - 6 - 6 - 6 - $\boxed{6 - 7}$ - 7 - 8 - 9 - 10

$$M = \frac{6+7}{2} = 6.5$$

٥- معامل الاختلاف:

$$\mathbf{C . V = \frac{S}{\bar{X}} \times 100 \ \%}$$

$$C . V = \frac{1.48}{7} \times 100 = 21.14 \ \%$$

٦- معامل الالتواء الأول (باستخدام المنوال) :

$$\mathbf{S K_1 = \frac{\bar{X} - D}{S}}$$

$$S K_1 = \frac{7 - 6}{1.48} = 0.67$$

❖ ملتوي جهة اليمين.

٧- معامل الالتواء الثاني (باستخدام الوسيط) :

$$\mathbf{S K_2 = \frac{3 (\bar{X} - M)}{S}}$$

$$S K_2 = \frac{3 (7 - 6.5)}{1.48} = 1.01$$

❖ ملتوي جهة اليمين.

مراجعة (١ – ٢):

الجدول التالي يوضح التوزيع التكراري لعينة من أجور الموظفين بآلاف الريالات.

الأجور	4 -	8 -	12 -	16 -	20 -	المجموع
عدد الموظفين	10	15	20	10	5	60

١) احسب معامل الاختلاف (مقياس التشتت النسبي) ؟

٢) إذا علمت أن المصروفات لنفس الموظفين تتبع توزيع تكراري متماثل ، منوال يساوي 5 ، وانحراف معياري يساوي 2 ، فأدرس أي الظاهرتين أكثر تشتت ، الأجور أم المصروفات ؟

٣) أدرس تماثل التوزيع أو (أوجد معامل الالتواء) ؟

الحل :

فئة	تكرار f	مركز الفئة X	X f	X^2 f
4 -	10	6	60	360
8 -	15	10	150	1500
12 -	20	14	280	3920
16 -	10	18	180	3240
20 -	5	22	110	2420
المجموع	60	---------	780	11440

أولاً نوجد الوسط الحسابي:

$$\bar{X} = \frac{\sum x}{n}$$

$$\bar{X} = \frac{780}{60} = 13$$

ثم الانحراف المعياري :

$$S = \sqrt{\frac{\sum x^2 f}{\sum f} - (\bar{x})^2}$$

$$S = \sqrt{\frac{11440}{60} - (13)^2} = 4.65$$

١ ـ ثم نوجد معامل الاختلاف (مقياس التشتت النسبي):

$$C.V = \frac{S}{\bar{X}} \times 100\ \%$$

$$C.V = \frac{4.65}{13} \times 100 = 35.77\ \%$$

٢ـ لمقارنة تشتت ، نقارن معامل الاختلاف للأجور ، ومعامل الاختلاف للمصروفات ، ويكون صاحب الناتج أو الرقم الأكبر ، هو الأكثر تشتت:

الأجور	المصروفات
$\bar{X} = 13$	$\bar{X} = 13$
$S = 4.65$	$S = 4.65$
$C.V = \frac{S}{\bar{X}} \times 100\ \%$	$C.V = \frac{S}{\bar{X}} \times 100\ \%$
$C.V = \frac{4.65}{13} \times 100 = 35.77\ \%$	$C.V = \frac{2}{5} \times 100 = 40\ \%$

- بما أن معامل اختلاف المصروفات أكبر من معامل اختلاف الأجور.
- إذاً المصروفات أكثر تشتت.

٣ـ معامل الالتواء (دراسة التماثل) :

أولاً : نوجد المنوال :

$$D = L + \frac{d1}{d1 + d2} \times h$$

$$D = 12 + \frac{5}{5 + 10} \times 4 = 13.33$$

ثم نوجد معامل الالتواء (باستخدام المنوال) :

$$S\,K_1 = \frac{\bar{X} - D}{S}$$

$$S\,K_1 = \frac{13 - 14.4}{4.65} = 9.9$$

❖ ملتوي جهة اليمين.

مراجعة (١ – ٣) :

في عينة من 60 أسرة ، متوسط استهلاكها من المياه ، يتبع توزيع تكراري ، حيث:

$\sum Xf = 900$

$\sum X^2 f = 13840$

- احسب الوسط الحسابي ؟ الانحراف المعياري ؟
- معامل الاختلاف (مقياس التشتت النسبي) ؟

الحل:

أولاً نوجد الوسط الحسابي:

$$\bar{X} = \frac{\sum x}{n}$$

$$\bar{X} = \frac{900}{60} = 15$$

ثم الانحراف المعياري :

$$S = \sqrt{\frac{\sum x^2 f}{\sum f} - (\bar{x})^2}$$

$$S = \sqrt{\frac{13840}{60} - (15)^2} = 2.25$$

ثم نوجد معامل الاختلاف:

$$C.V = \frac{S}{\bar{X}} \times 100\ \%$$

$$C.V = \frac{2.25}{15} \times 100 = 15\ \%$$

مراجعة (١ – ٤):

إذا علمت أن دخل الأسر يتبع توزيع تكراري حيث الوسط الحسابي يساوي 12 وانحراف معياري يساوي 3 ، وكذلك الإنفاق لنفس الأسر يتبع توزيع تكراري حيث الوسط الحسابي يساوي 8 ، وانحراف معياري يساوي 2 ، فأدرس أي الطرفين أكثر تشتتاً ؟

الحل:

الدخل	الإنفاق
$\bar{X} = 12$	$\bar{X} = 8$
$S = 3$	$S = 2$
$C.V = \frac{S}{\bar{X}} \times 100\ \%$	$C.V = \frac{S}{\bar{X}} \times 100\ \%$
$C.V = \frac{12}{3} \times 100 = 25\ \%$	$C.V = \frac{8}{2} \times 100 = 25\ \%$

❖ تشتت الدخل مساوي لتشتت الإنفاق.

مراجعة (١ – ٥) :

فئات الأجور	3-	5-	7	9-	11-
عدد العمال	10	20	40	20	10

أوجد :

١) الوسط الحسابي ؟ ٢) الانحراف المعياري ؟ ٣) المنوال ؟
٤) الوسيط ؟ ٥) أدرس تماثل التوزيع ، باستخدام المنوال ؟
٦) أدرس تماثل التوزيع (أوجد معامل الالتواء) ، باستخدام الوسيط ؟
٧) أوجد معامل الاختلاف ؟

الحل :

فئة	تكرار f	X	x f	x^2 f
3 -	10	4	40	160
5 -	20	6	120	720
7 -	40	8	320	2560
9 -	20	10	200	2000
11 -	10	12	120	1440
المجموع	100	----------	800	6880

١) الوسط الحسابي:

$$\overline{X} = \frac{\sum xf}{\sum f}$$

$$\overline{X} = \frac{800}{100} = 8$$

---

٢) الانحراف المعياري:

$$S = \sqrt{\frac{\sum x^2 f}{\sum f} - (\bar{x})^2}$$

$$S = \sqrt{\frac{6880}{100} - (8)^2} = 2.19$$

٣) المنوال :

$$D = L + \frac{d1}{d1 + d2} \times h$$

$$D = 7 + \frac{20}{20 + 20} \times 2 = 8$$

---

٤) الوسيط :

الفئة	التكرار f	الحد الأعلى للفئة فأقل	تكرار متجمع صاعد f m
3 -	10	5 فأقل	10
5 -	20	7 فأقل	30
7 -	40	9 فأقل	70
9 -	20	11 فأقل	90
11 -	10	13 فأقل	100
المجموع	100	--------	------------

$\boxed{50}$

أولاً نعين ترتيب الوسيط:

ترتيب الوسيط $= \frac{100}{2} = 50$

$$M = L + \frac{\frac{n}{2} - f\,m}{f\,L} \times h$$

$$M = 7 + \frac{50 - 30}{40} \times 2 = 8$$

٥) دراسة تماثل التوزيع (معامل الالتواء الأول) باستخدام المنوال :

$$S\,K_1 = \frac{\bar{X} - D}{S}$$

$$S\,K_1 = \frac{8 - 8}{2.19} = 0$$

❖ التوزيع متماثل.

---

٦) دراسة تماثل التوزيع (معامل الالتواء الثاني) باستخدام الوسيط :

$$S\,K_2 = \frac{3\,(\bar{X} - M)}{S}$$

$$S\,K_2 = \frac{3\,(8 - 8)}{2.19} = 0$$

❖ التوزيع متماثل.

---

٧) معامل الاختلاف :

$$C\,.\,V = \frac{S}{\bar{X}} \times 100\ \%$$

$$C\,.\,V = \frac{2.19}{8} \times 100 = 27.37\ \%$$

يجب أن تعلم :

- إذا كان ناتج SK (معامل الالتواء) يساوي صفراً يكون الوسط الحسابي $\bar{X}$ يساوي المنوال D ، وعندما يكون الناتج موجب أي ملتوي جهة اليمين ، فيجب أن يكون $\bar{X}$ (الوسط الحسابي) أكبر من D (المنوال) ، وأيضاً يكون $\bar{X}$ (الوسط الحسابي) أكبر من M (الوسيط).
- إذا كان ناتج **SK** (معامل الالتواء) سالب أي ملتوي جهة اليسار ، يجب أن يكون $\bar{X}$ (الوسط الحسابي) أقل من **D** (المنوال) ، وأيضاً يكون $\bar{X}$ أقل من **M** (الوسيط).
- **كما أن معامل الالتواء يعتبر أحد مقاييس عدم التماثل.**

مراجعة نظري (١) :

١) أحد مقاييس النزعة المركزية ؟

A الانحراف المعياري	B معامل الاختلاف	**C** الوسيط	D لا شيء

٢) مركز الفئة هو ؟

A عرض الفئة	B طول الفئة	**C** منتصف الفئة	D لا شيء

٣) القيمة الأكثر تكرار (شيوعاً) ؟

A المنوال	B الوسيط	C الوسط الحسابي	D الانحراف المعياري

٤) معامل الاختلاف هو ؟

A مقياس الالتواء	B مقياس التشتت	C مقياس التماثل	**D** مقياس التشتت النسبي

٥) معامل الاختلاف هو ؟

A مقياس الالتواء	B لا شيء	**C** مقياس التشتت	D مقياس التماثل

٦) أحد المقاييس التالية هي مقياس التشتت ؟

A مقياس الالتواء	B مقياس الوسيط	C مقياس التماثل	**D** الانحراف المعياري

٧) مجموعة القيم وسطها الحسابي (4) وعدد بياناتها (10) ، هو ؟

A 25	B 0.4	**C** 40	D لا شيء

٨) الانحراف المعياري هو ؟

A التباين	B مربع التباين	**C** الجزر التربيعي للتباين	D لا شيء

٩) التباين هو ؟

A جزر الانحراف المعياري	**B** مربع الانحراف المعياري	C الانحراف المعياري	D لا شيء

١٠) إذا كان التوزيع متماثل ، والمنوال يساوي 7 فإن الوسط الحسابي يساوي ؟

A 7	B 9.9	C 0.7	D 9

١١) إذا كان التوزيع متماثل فإن قيمة الوسط الحسابي ؟

A أكبر من المنوال	**B** تساوي المنوال	C أقل من المنوال	D أكبر من الوسيط

١٢) إذا كانت قيمة الوسط الحسابي أكبر من المنوال أو الوسيط ، فإن التوزيع يكون

A ملتوي جهة اليسار	**B** ملتوي جهة اليمين	C متماثل	D لا شيء

١٣) إذا كان قيمة المنوال أقل من الوسط الحسابي فإن التوزيع يكون ؟

A ملتوي جهة اليسار	**B** ملتوي جهة اليمين	C متماثل	D لا شيء

١٤) القيمة السالبة لمعامل الاختلاف تعني أن التوزيع ؟

A ملتوي جهة اليمين	**B** ملتوي جهة اليسار	C متماثل	D لا شيء

١٥) المدى للبيانات 40 – 60 – 90 – 50 – 40 يساوي ؟

A 50	B 40	C 90	D 290

١٦) المنوال للبيانات 50 – 60 – 90 – 50 – 40 يساوي ؟

A 50	B 40	C 90	D 290

١٧) أحد المقاييس التالية هو مقياس التشتت ؟

A مقياس الوسيط	**B** معامل الالتواء	C معامل الوسيط	D لا شيء

١٨) أحد مقاييس التشتت هو ؟

A مقياس التماثل	B مقياس الوسط الحسابي	**C** معامل الاختلاف	D لا شيء

١٩) أحد مقاييس النزعة المركزية هو ؟

A الانحراف المعياري	**B** الوسط الحسابي	C مقياس التماثل	D معامل الاختلاف

٢٠) أحد مقاييس النزعة المركزية هو ؟

معامل الاختلاف	D	مقياس التماثل	C	المدى	**B**	الانحراف المعياري	A

٢١) القيمة الموجبة لمعامل الاختلاف تعني أن التوزيع ؟

لا شيء	D	متماثل	C	ملتوي جهة اليسار	B	ملتوي جهة اليمين	**A**

٢٢) إذا كان الوسط الحسابي أقل من المنوال ، يعني أن التوزيع ؟

لا شيء	D	متماثل	C	ملتوي جهة اليسار	**B**	ملتوي جهة اليمين	A

٢٣) إذا كان الوسط الحسابي أقل من الوسيط ، يعني أن التوزيع ؟

لا شيء	D	متماثل	C	ملتوي جهة اليسار	**B**	ملتوي جهة اليمين	A

٢٤) معامل الالتواء يعتبر أحد مقاييس ؟

لا شيء	D	التشتت	C	عدم التماثل	**B**	النزعة المركزية	A

٢٥) للمقارنة بين تشتت مجموعتين مختلفتين من القيم نستخدم ؟

لا شيء	D	معامل الاختلاف	**C**	مربع التباين	B	التباين	A

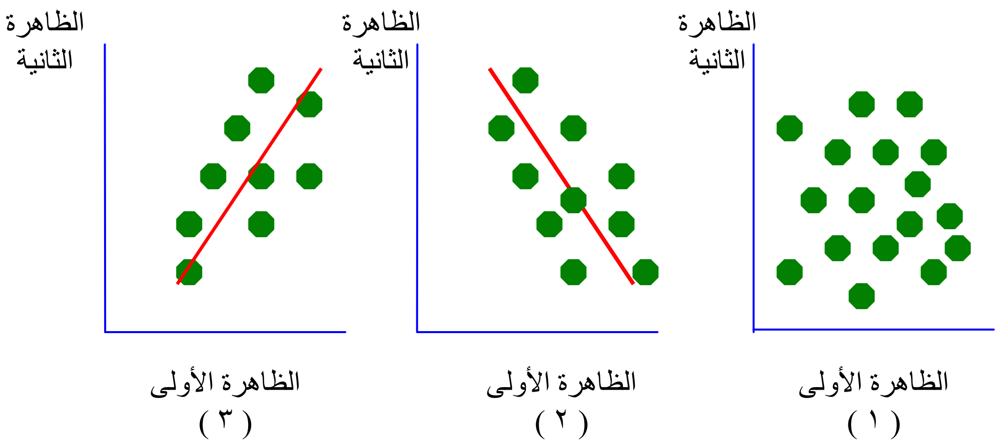
الباب الخامس

الارتباط والانحدار

درسنا فيما سبق من الأبواب كيفية وصف مجموعة من القيم التي تمثل ظاهرة واحدة حيث قمنا بحساب بعض المقاييس الإحصائية مثل مقاييس النزعة المركزية ومقاييس التشتت ومعامل الاختلاف والالتواء .

وسندرس في هذا الباب كيفية وصف مفردات ظاهرتين مختلفتين من حيث العلاقة بينهما، مثل ظاهرتي الدخل والإنفاق الشهري لمجموعة من الأفراد.

ولنأخذ الأشكال الثلاثة التالية والتي توضح العلاقة بين ظاهرتين:



في الشكل (١) نلاحظ عدم وجود ترابط بين قيم الظاهرتين .
في الشكلين (٢&٣) نلاحظ وجود ترابط ويسمى هذا بالترابط الخطي .

(١) معامل ارتباط بيرسون (الخطي)

وهو مقياس يكشف لنا عن مدى وجود علاقة بين ظاهرتين ما ويمكننا إيجاد قيمته على النحو التالي:

لنفرض أن لدينا الظاهرة **X** والظاهرة **y** بحيث توجد المفردات التالية (n مفردة) لتمثيل كل من الظاهرتين

$$X_1 ، X_2 ، ..... ، X_n$$

$$y_1 ، y_2 ، ..... ، y_n$$

فتكون قيمة معامل الارتباط هي:

معامل ارتباط بيرسون
(الخطي)
حالة البيانات المبوبة
و الغير مبوبة

$$r = \frac{\frac{\sum xy}{n} - \bar{x}\,\bar{y}}{Sx \, . \, Sy}$$

حيث Sx ، Sy = الانحراف المعياري للظاهرتين X ، y

$$Sx = \sqrt{\frac{\sum x^2}{n} - (\bar{x})^2} \qquad Sy = \sqrt{\frac{\sum y^2}{n} - (\bar{y})^2}$$

ملاحظة : ويكون **التباين** ، **الناتج** ما قبل الجزر.

ويسمى هذا المقياس بمعامل ارتباط بيرسون

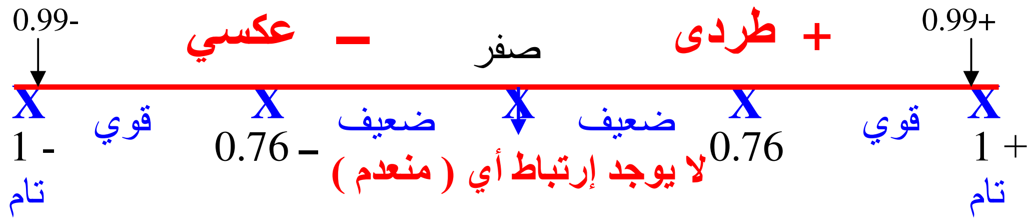
خصائص معامل الارتباط الخطي:

تنحصر قيمة معامل الارتبط (**r**) دائماً بين 1- و 1+ وتكون العلاقة بين الظاهرتين **طردية** إذا كانت قيمة (**r**) موجبة بينما تكون العلاقة **عكسية** إذا كانت قيمة (**r**) سالبة، كما يعنى اقتراب القيمة من 1- أو 1+ أن قوية بينما يعني اقتراب قيمة (**r**) من **الصفر** أن الارتباط (أو العلاقة) **ضعيفة**، و عموماً فإن:

$$-1 \leq r \leq 1$$

r = 1 أو r = -1 ⟸ ارتباط تام

r = صفر ⟸ ارتباط منعدم



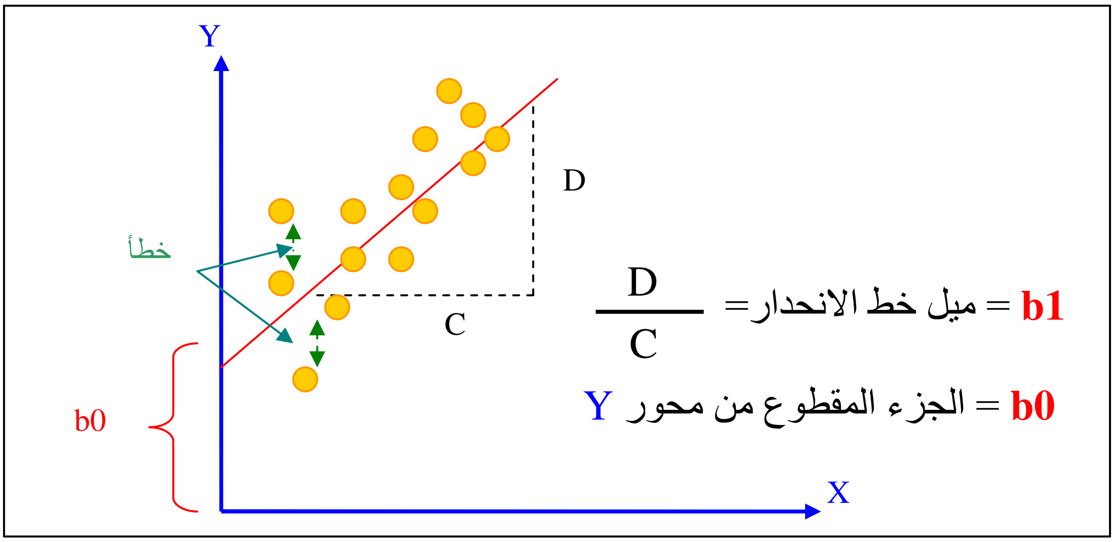
(٢) معادلة خط الانحدار :

تعرضنا فيما سبق لدراسة العلاقة بين ظاهرتين من حيث ترابط مفرداتهما مع بعضهما لبعض ، ونتعرض الآن إلى دراسة شكل هذه العلاقة بين الظاهرتين بافتراض أن أحداهما (X) تمثل متغير **مستقل** بينما تمثل الظاهرة (Y) متغير **تابع**.

يهدف موضوع الانحدار إلى تقدير الخط الذي يمثل العلاقة بين X و Y وذلك عن طريق جعل مجموع مربع الأخطاء (المتمثلة في بعد نقاط الانتشار عن ذلك الخط) أقل ما يمكن، ويحدد خط الانحدار بالميل والذي يرمز له بـ b1 وبالجزء المقطوع من محور Y والذي يرمز له بالرمز b0، وتعطى معادلة هذا الخط بالتالي:

$$Y = b0 + b1\ X$$

وتسمى هذه المعادلة بخط انحدار Y على X



ويمكننا حساب b1 و b0 بالمعادلتين التاليتين:

$$b1 = \frac{\frac{\sum xy}{n} - \bar{x}\,\bar{y}}{S^2X}$$

$$b0 = \bar{y} - b1\ \bar{x}$$

حيث :

التباين S^2X مربع الانحراف المعياري ما قبل الجزر.

الانحراف المعياري Sx الجزر التربيعي للتباين.

وبالتعويض عن الميل b1 و المقطع b0 ، وقيمة X المعطاة في المعادلة نحصل على قيمة Y

مثال (١) :

في عينة من 10 أسرة كانت (X) تمثل عدد أطفال الأسرة ، و Y تمثل عدد غرف المسكن للأسرة ، وحصلنا على النتائج التالية :

$\sum x = 50$ $\sum y = 80$ $\sum x^2 = 446$

$\sum y^2 = 1040$ $\sum xy = 180$ $n = 10$

١- أحسب قيمة معامل الارتباط الخطي (بيرسون) وعلل على النتيجة ؟

٢- احسب معادلة خط الانحدار ، ثم قدر عدد الغرف عندما يكون عدد أطفال الأسرة يساوي ستة أطفال ؟

الحل:

١) معامل ارتباط بيرسون الخطي :

$$r = \frac{\dfrac{\sum xy}{n} - \bar{x}\,\bar{y}}{Sx \;.\; Sy}$$

أولاً نوجد الوسط الحسابي X :

$$\bar{X} = \frac{\sum x}{n}$$

$$\bar{X} = \frac{50}{10} = 5$$

ثم الانحراف المعياري X :

$$Sx = \sqrt{\frac{\sum x^2}{n} - (\bar{x})^2}$$

$$Sx = \sqrt{\frac{446}{10} - (5)^2} = \sqrt{19.6} \qquad Sx = 4.43$$

$S^2x = 19.6$ ← التباين ، <u>ما قبل الجزر</u>

ثانياً نوجد الوسط الحسابي Y :

$$\bar{y} = \frac{\sum y}{n}$$

$$\bar{y} = \frac{80}{10} = 8$$

ثم الانحراف المعياري Y :

$$Sy = \sqrt{\frac{\sum y^2}{n} - (\bar{y})^2}$$

$$Sy = \sqrt{\frac{1040}{10} - (8)^2} = 6.32$$

وهنا لا نحتاج لتباين Sy

ثم نعوض في معادلة "معامل أرتباط بيرسون" :

$$r = \frac{\frac{\sum xy}{n} - \bar{x}\,\bar{y}}{Sx \, . \, Sy}$$

$$r = \frac{\frac{180}{10} - 5 \times 8}{(4.43)(6.32)} = -0.79$$

عكسي قوي.

٢) معادلة خط الانحدار

$$b0 = \bar{y} - b1\ \bar{x}$$

$$b1 = \frac{\frac{\sum xy}{n} - \bar{x}\,\bar{y}}{S^2x}$$

$$b1 = \frac{\frac{180}{10} - 5 \times 8}{19.6} = -1.12$$

فتكون معادلة خط الانحدار على النحو التالي :

$$b0 = \bar{y} - b1\ \bar{x}$$
$$= 8 + 1.12\,(5) = 13.6$$

ثم نقدر عدد الغرف ، عندما يكون عدد الأطفال 6 :

$$Y = b0 + b1\ X$$

$\hat{Y} = 13.6 - 1.12\ (6) = 6.88 = \underline{\underline{7}}$ غرف

ملاحظة : يجب أن نقرب الناتج إلى اقرب قيمة.

مثال (٢) :

الجدول التالي يبين دخل ثمانية أسر وما تنفقه (بعشرات الريالات) :

الدخل	64	52	84	64	76	56	68	64
الإنفاق	52	40	60	52	60	42	50	52

المطلوب :

١) معامل ارتباط بيرسون ، خط انحدار الإنفاق على الدخل ؟

٢) قدر إنفاق الأسرة التي يبلغ دخلها 700 ريال ؟

الحل:

الدخل X	الإنفاق Y	X Y	X^2	Y^2
64	52	3328	4096	2704
52	40	2080	2704	1600
84	60	5040	7056	3600
64	52	3328	4096	2704
76	60	4560	5776	3600
56	42	2352	3136	1764
68	50	3400	4624	2500
64	52	3328	4096	2704
528	408	27416	35584	21176

) معامل ارتباط بيرسون الخطي :

$$r = \frac{\frac{\sum xy}{n} - \bar{x}\,\bar{y}}{Sx \;.\; Sy}$$

أولاً نوجد الوسط الحسابي X :

$$\bar{X} = \frac{\sum x}{n}$$

$$\bar{X} = \frac{528}{8} = 66$$

ثم الانحراف المعياري X :

$$Sx = \sqrt{\frac{\sum x^2}{n} - (\bar{x})^2}$$

$$Sx = \sqrt{\frac{35584}{8} - (66)^2} = \sqrt{92} \qquad Sx = 9.59$$

التباين ، ما قبل الجزر $S^2x = 92$

ثانياً نوجد الوسط الحسابي Y :

$$\bar{y} = \frac{\sum y}{n}$$

$$\bar{y} = \frac{408}{8} = 51$$

ثم الانحراف المعياري Y :

$$Sy = \sqrt{\frac{\sum y^2}{n} - (\bar{y})^2}$$

$$Sy = \sqrt{\frac{21176}{8} - (51)^2} = 6.78$$

وهنا لا نحتاج لتباين Sy

ثم نعوض في معادلة "معامل أرتباط بيرسون" :

$$r = \frac{\frac{\sum xy}{n} - \bar{x}\,\bar{y}}{Sx \, . \, Sy}$$

$$r = \frac{\frac{27416}{8} - 66 \times 51}{(9.59)(6.78)} = 0.94$$ طردي قوي.

---

٢) معادلة خط الانحدار

$$b0 = \bar{y} - b1\ \bar{x}$$

$$b1 = \frac{\frac{\sum xy}{n} - \bar{x}\,\bar{y}}{S^2x}$$

$$b1 = \frac{\frac{27416}{8} - 66 \times 51}{92} = 0.66$$

فتكون معادلة خط الانحدار على النحو التالي :

$$b0 = \bar{y} - b1\ \bar{x}$$

$$= 51 - 0.66\ (66) = 7.44$$

تقدير إنفاق الأسرة التي يبلغ دخلها 700 ريال :
700 = 70 (بعشرات الريالات).

$$Y = b0 + b1\ X$$

$\hat{Y} = 7.44 + 0.66\ (70) = 53.64 = 53.6$ (عشرات الريالات)

❖ إذاً يقدر إنفاق الأسرة 536 ريال.

٣) معامل أرتباط سبيرمان (الرتب)

أحيانا تكون بيانات الظاهرتين أو إحداهما بيانات غير كمية لكنها ذات طبيعة ترتيبية مثل تقديرات الطلاب في مادة من المواد (A, B, C..) أو تكون البيانات كمية لكن لا تتوفر فيها بعض الخصائص المطلوبة، فنلجأ حينئذ لاستبدال قيم البيانات بترتيبها ونستخدم ما يسمى بمعامل ارتباط الرتب لسبيرمان. ويمكن حسابه من خلال الخطوات التالية:

١) نرقم بيانات الظاهرتين في موقعيهما حسب الترتيب التصاعدي ونسمي هذه رتب القيم .

٢) نحسب فروق الرتب ومجموع مربعاتها فيكون معامل ارتباط الرتب:

$$r = 1- \frac{6 \times \sum d^2}{n (n^2 - 1)}$$

ملاحظة :

- إذا وجد مفردتان أو أكثر لهم نفس القيمة فإن رتبهم ستكون متوسط الرتب التي كانوا سيأخذونها لو لم تكن لهم نفس القيمة.
- لمعامل سبيرمان نفس الخواص السابقة لمعامل بيرسون للارتباط.

مثال (١) :

البيانات التالية توضح تقدير عينة من ثمانية طلاب في مادتي الإحصاء والمحاسبة

B	A	C	C	B	B	F	A	تقدير الإحصاء
60	90	70	80	60	60	90	80	تقدير المحاسبة

- أوجد معامل الأرتباط ، معامل أرتباط سبيرمان (الرتب) ؟

الحل :

X	y	رتبة X	رتبة y	d	d^2
A	80	7.5	5.5	2	4
F	90	1	7.5	-6.5	42.25
B	60	5	2	3	9
B	60	5	2	3	9
C	80	2.5	5.5	-3	9
C	70	2.5	4	1.5	2.25
A	90	7.5	7.5	0	0
B	60	5	2	3	9
n = 8				**0**	**84.5**

$$r = 1 - \frac{6 \times \sum d^2}{n (n^2 - 1)}$$

$$r = 1 - \frac{6 \times 84.5}{8 (64 - 1)} = 1 - \frac{507}{504}$$

$= 1 - 1.006 = -0.006$

الارتباط عكسي ضعيف

لإيجاد الرتب:

- رتب الأرقام من الأكبر إلى الأصغر x : F ،C ،C ،B ،B ، B ، A ، A
- رتب الأرقام من الأكبر إلى الأصغر y : 60 ،60 ،60 ، 70 ، 80 ، 80 ، 90، 90
  الرتب d: ١ ٢ ٣ ٤ ٥ ٦ ٧ ٨

ثم نضعها في عامود يسمى رتبة x والثانية في عامود يسمى رتبة y .

- في حالة تشابه رقمين أو أكثر:
  نجمع قيم الرتب ونقسمها على عددها ، كما يوضح الجدول أعلاه
  ١ + ٢ + ٣ = ٦ ÷ ٢ = ٢
  ثم نضع ناتج القسمة في كل خانة من خانات الرتب المتساوي أعدادها.

- ولإيجاد d = رتب x – رتب y

الباب السادس

السلاسل الزمنية

١. تعريف السلسلة الزمنية :

هي مجموعة القراءات التي تأخذها ظاهرة ما عند فترات زمنية غالباً تكون متساوية وتختلف هذه الفترات حسب طبيعة الظاهرة .

٢. مكونات السلسلة الزمنية :

تتكون السلسلة الزمنية للظاهرة من العناصر الآتية :

أ. الاتجاه العام :

وهو الاتجاه الذي تأخذه السلسلة الزمنية خلال فترة طويلة من الزمن بالرغم من التذبذبات الموجودة بها .

ب. التغيرات الموسمية:

وهي التغيرات التي تتكرر بانتظام خلال فترة زمنية أقل من السنة .

ج. التغيرات الدورية :

وهي التغيرات التي تحدث في فترات زمنية أكثر من سنة .

د. التغيرات العرضية :

وهي التغيرات التي تحدث نتيجة حوادث فجائية لا تكون في الحسبان مثل الحروب والأوبئة ... إلخ .

(وسنكتفي في دراستنا بحالة الخط المستقيم " الاتجاه العام ")

٣. معادلة خط الاتجاه العام :

$$Y = b0 + b1\ X$$

حيث :

المقطع = $b0 = \bar{y} - b1\ \bar{x}$

الميل = $b1 = \dfrac{\dfrac{\sum xy}{n} - \bar{x}\,\bar{y}}{S^2x}$

مثال :

الجدول التالي يبين قيمة الصادرات لأحد الدول بالمليون ريال ، في الفترة من عام 1411 إلى عام 1416 هـ.

السنة	1411	1412	1413	1414	1415	1416
قيمة الصادرات	5	4	7	6	9	10

- احسب معادلة خط الاتجاه العام ، ثم قدر قيمة الصادرات في سنة 1418 هـ ؟
- احسب القيمة النسبية (لاستبعاد أثر الاتجاه العام) عام 1414 هـ ؟

الحل:

السنوات	Y الصادرات	X الرتب	X Y	X^2 تربيع الرتب
1411	5	0	0	0
1412	4	1	4	1
1413	7	2	14	4
1414	6	3	18	9
1415	9	4	36	16
1416	10	5	50	25
$n = 6$	$\sum Y = 41$	$\sum X = 15$	$\sum XY = 122$	$\sum X^2 = 55$

معادلة خط الاتجاه العام :

$$Y = b0 + b1\ X$$

X تمثل السنة المطلوبة ، رتبتها = السنة المطلوبة ـ سنة البداية

= 1418 - 1411 = 7 سنوات

الميل b1 :

$$b1 = \frac{\frac{\sum xy}{n} - \bar{x}\,\bar{y}}{S^2x}$$

$$\bar{X} = \frac{\sum x}{n} = \frac{15}{6}$$

$$\bar{X} = 2.5$$

$$\bar{Y} = \frac{\sum Y}{n} = \frac{41}{6}$$

$$\bar{Y} = 6.83$$

$$S^2X = \frac{\sum x^2}{n} - (\bar{x})^2$$

$$S^2X = \frac{55}{6} - (2.5)^2$$

$$S^2X = 2.92$$

وبالتعويض في الميل b1 :

$$\mathbf{b1 = \frac{\frac{122}{6} - 2.5 \times 6.83}{2.92} = 1.12}$$

المقطع b0 :

$$\mathbf{b0 = \bar{y} - b1\ \bar{x}}$$

$$= 6.83 - 1.12\ (2.5)$$

$$b0 = 4.03$$

- قيمة الصادرات في 1418 هـ :

سنوات x = 7	b1 = 1.12	B0 = 4.03

$$\mathbf{Y = b0 + b1\ X}$$

$$\mathbf{\hat{Y} = 4.03 + 1.12\ X}$$

$\hat{Y} = 4.03 + 1.12\ (7) = 11.87$ مليون ريال

استبعاد أثر الاتجاه العام للظاهرة :

القيمة النسبية y ، نطبق العلاقة الآتية :

قيمة y الاتجاهية عام ١٤١٤هـ :
(من المعادلة المحسوبة)

$$\hat{Y} = 4.03 + 1.12\ X$$

$$\hat{Y} = 4.03 + 1.12\ (3) = 7.39$$

$$\frac{y}{\hat{Y}} \times 100 = \frac{6}{7.39} \times 100 = 81.19\ \%$$

<u>حيث:</u>

y : القيمة الفعلية للظاهرة عام 1414

$\hat{Y}$: القيمة الاتجاهية للظاهرة عام 1414

الباب السابع

الأرقام القياسية

الأرقام القياسية :

سنكتفي هنا بالرقم القياسي للأسعار ، ويعرف بأنه رقم نسبي يقيس التغير الذي يطرأ على ظاهرة أو أكثر من زمن لآخر وتعرف الفترة التي تنسب إليها فترة الأساس ، والفترة التي ننسبها فترة المقارنة .

ونحصل عليه :

بقسمة أسعار السلع في فترة المقارنة على أسعار السلع في فترة الأساس ونضرب الناتج في 100

الرموز المستخدمة في إيجاد الرقم القياسي :

السعر يرمز له بالرمز	P
الكمية يرمز لها بالرمز	Q
فترة الأساس يرمز لها بالرمز	0
فترة المقارنة يرمز لها	1

وسندرس الأرقام القياسية الأربعة الآتية:

١ ـ الرقم القياسي البسيط للأسعار:

$$\text{البسيط} = \frac{\sum P1}{\sum P0} \times 100$$

٢ ـ الرقم القياسي للأسعار المرجح بكميات الأساس (لاسبير):

$$\text{لاسبير} = \frac{\sum P1 \,.\, Q0}{\sum P0 \,.\, Q0} \times 100$$

٣- الرقم القياسي للأسعار المرجح بكميات المقارنة (باتش):

$$\text{باتش} = \frac{\sum P1 \cdot Q1}{\sum P0 \cdot Q1} \times 100$$

٤- الرقم القياسي الأمثل للأسعار (فيشر):

$$\text{فيشر} = \sqrt{\text{باتش} \times \text{لاسبير}}$$

مثال:

الجدول التالي يوضح الكميات لعدد من السلع في سنة 1420 ، 1422

السلعة	P0 السعر	P1	Q0 الكمية	Q1
	1420	1422	1420	1422
السكر	2	4	25	30
الأرز	3	5	20	25

١) احسب الرقم القياسي البسيط ؟
٢) احسب رقم لاسبير ؟
٣) احسب رقم باتش ؟
٤) احسب رقم فيشر (الامثل) ؟

الحل:

١) الرقم القياسي البسيط :

$$\text{البسيط} = \frac{\sum P1}{\sum P0} \times 100$$

$$= \frac{9}{5} \times 100 = 180\ \%$$

٢) الرقم القياسي المرجح بكميات الأساس (لاسبير) :

$$\text{لاسبير} = \frac{\sum P1 \,.\, Q0}{\sum P0 \,.\, Q0} \times 100$$

P1. Q0	P0 . Q0
4 × 25 = 100	2 × 25 = 50
5 × 20 = 100	3 × 20 = 60
200	110

$$= \frac{200}{110} \times 100$$

$$= 181.81\ \%$$

٣) الرقم القياسي للاسعار المرجح بكميات سنة المقارنة (باتش) :

$$\text{باتش} = \frac{\sum P1 \,.\, Q1}{\sum P0 \,.\, Q1} \times 100$$

P1. Q1	P0 . Q1
4 × 30 = 120	2 × 30 = 60
5 × 25 = 125	3 × 25 = 75
245	135

$$= \frac{245}{135} \times 100$$

$$= 181.48\ \%$$

٤) الرقم القياسي الامثل للاسعار (فيشر) :

$$\text{فيشر} = \sqrt{\text{لاسبير} \times \text{باتش}}$$

$$\text{فيشر} = \sqrt{181.81 \times 181.48} = 181.64\ \%$$

مراجعة عامة (٢ – ١):

الجدول التالي يبين فيه الصادرات لأحد الدول بالمليون ريال في الفترة من عام 1411 إلى 1416

1416	1415	1414	1413	1412	1411	السنة
10	9	6	7	4	5	قيمة الصادرات

أختار الإجابة الصحيحة :

١) رتبة السنة 1415 هي ؟

A	0	B	3	**C**	4	D	2

٢) قيمة الميل b1 في خط الاتجاه العام ؟

A	1.12	B	3.12	C	1.67	D	2.77

٣) قيمة المقطع ؟

A	5.7	B	6.6	**C**	4.03	D	3.25

٤) تقدير نسبة الصادرات في سنة 1418 ؟

A	12	B	13	**C**	11.87	D	13.5

الحل:

* طريقة حل السؤال السابق:

السنوات	Y الصادرات	X	X Y	X^2
1411	5	0	0	0
1412	4	1	4	1
1413	7	2	14	4
1414	6	3	18	9
1415	9	4	36	16
1416	10	5	50	25
n = 6	$\sum Y = 41$	$\sum X = 15$	$\sum XY = 122$	$\sum X^2 = 55$

معادلة خط الاتجاه العام :

$$Y = b0 + b1\ X$$

X تمثل السنة المطلوبة ، رتبتها = السنة المطلوبة ـ سنة البداية

= 1418 - 1411 = 7 سنوات

الميل b1 :

$$b1 = \frac{\frac{\sum xy}{n} - \bar{x}\,\bar{y}}{S^2x}$$

$$\bar{X} = \frac{\sum x}{n} = \frac{15}{6}$$

$$\bar{X} = 2.5$$

$$\bar{Y} = \frac{\sum Y}{n} = \frac{41}{6}$$

$$\bar{Y} = 6.83$$

$$S^2X = \frac{\sum x^2}{n} - (\bar{x})^2$$

$$S^2X = \frac{55}{6} - (2.5)^2$$

$$S^2X = 2.92$$

وبالتعويض في الميل b1 :

$$\mathbf{b1} = \frac{\frac{122}{6} - 2.5 \times 6.83}{2.92} = \mathbf{1.12}$$

المقطع b0 :

$$\mathbf{b0 = \bar{y} - b1\ \bar{x}}$$

$$= 6.83 - 1.12\ (2.5)$$

$$b0 = 4.03$$

- قيمة الصادرات في 1418 هـ :

سنوات x = 7	b1 = 1.12	b0 = 4.03

$$\mathbf{Y = b0 + b1\ X}$$

$\hat{Y} = 4.03 + 1.12\ (7) = 11.87$ مليون ريال

مراجعة عامة (٢ – ٢) :

	P0	Q0	P1	Q1
السلعة	السعر 1400	الكمية 1400	السعر 1410	الكمية 1410
A	6	50	7	60
B	8	40	10	50
C	7	30	7	40

- ضع علامة على الجواب الصحيح :

١) مجموع أسعار سنة الأساس ؟

A 24	**B** 21	C 120	D 150

٢) مجموع أسعار سنة المقارنة ؟

A 24	B 21	C 120	D 150

٣) الرقم القياسي للأسعار البسيط ؟

A 116.22 %	B 137.33 %	C 141.2 %	**D** 114.28 %

٤) مجموع حاصل ضرب أسعار سنة المقارنة في كميات سنة الأساس يساوي ؟

A 24	B 21	**C** 960	D 830

٥) مجموع حاصل ضرب أسعار سنة الأساس في كميات سنة الأساس ؟

A 24	B 21	C 960	**D** 830

6) رقم لاسبير (القياسي للأسعار المرجح بكميات سنة الأساس) ؟

A 115.66	B 118.77	C 122.33	D 120 %

7) مجموع حاصل ضرب أسعار سنة المقارنة في كميات سنة المقارنة ؟

A 460	B 830	**C** 1200	D 1040

٨) مجموع حاصل ضرب أسعار سنة الأساس في كميات سنة المقارنة؟

A 460	B 830	C 1200	**D** 1040

٩) رقم باتشي ؟

A 116.77 %	**B** 115.38 %	C 130.22 %	D 140 .18 %

١٠) الرقم الأمثل للاسعار (فيشر) ؟

A 115.52 %	B 118.53 %	C 117 %	D 122 %

* طريقة حل السؤال السابق :

١) أسعار سنة الأساس تساوي : $21 = 7 + 8 + 6$

٢) أسعار سنة المقارنة تساوي : $24 = 7 + 10 + 7$

٣) الرقم القياسي للأسعار البسيط يساوي :

$$\text{البسيط} = \frac{\sum P1}{\sum P0} \times 100$$

$$= \frac{24}{21} \times 100 = 114.28 \ \%$$

٤) مجموع حاصل ضرب أسعار سنة المقارنة في كميات سنة الأساس يساوي :

$$\begin{array}{llll}
P1 . & Q0 & & \\
7 \times & 50 & = & 350 \\
10 \times & 40 & = & 400 \\
7 \times & 30 & = & 210 \\
 & & & 960
\end{array}$$

٥) مجموع حاصل ضرب أسعار سنة الأساس في كميات سنة الأساس يساوي :

$$\begin{array}{llll}
P0 . & Q0 & & \\
6 \times & 50 & = & 350 \\
8 \times & 40 & = & 400 \\
7 \times & 30 & = & 210 \\
 & & & 830
\end{array}$$

٦) رقم لاسبير (القياسي للاسعار المرجح بكميات سنة الأساس) يساوي :

$$\text{لاسبير} = \frac{\sum P1 \,.\, Q0}{\sum P0 \,.\, Q0} \times 100$$

$$\text{لاسبير} = \frac{960}{830} \times 100 = 115.66\ \%$$

٧) مجموع حاصل ضرب أسعار سنة المقارنة في كميات سنة المقارنة يساوي :

P1 .		Q1		
7	×	60	=	420
10	×	50	=	500
7	×	40	=	280
				1200

٨) مجموع حاصل ضرب أسعار سنة الأساس في كميات سنة المقارنة يساوي :

P0 .		Q1		
6	×	60	=	360
8	×	50	=	400
7	×	40	=	280
				1040

٩) الرقم القياسي للأسعار المرجح بكميات سنة المقارنة (باتش) يساوي :

$$\text{باتش} = \frac{\sum P1 \,.\, Q1}{\sum P0 \,.\, Q1} \times 100$$

$$\text{باتش} = \frac{1200}{1040} \times 100 = 115.38$$

١٠) الرقم الأمثل للأسعار (فيشر) يساوي :

$$\text{فيشر} = \sqrt{\text{باتش} \times \text{لاسبير}}$$

$$\text{فيشر} = \sqrt{115.38 \times 115.66} = 115.52\ \%$$

الاختبار الدوري الأول

١) عزيزي الطالب : اختر جواباً واحد فقط وظلل الدائرة المرفقة باستخدام القلم الرصاص

رقم السؤال	أ	ب	ج	د

البيانات 4 ,5 ,7 ,3 ,8 ,5				
١- الوسط الحسابي يساوي	6	5.33	4	6.5
٢- الوسيط يساوي	5	5.5	6	4.5
٣- المنوال يساوي	7	6	5	4
٤- المدى يساوي	8	5	7	4

التوزيع التكراري للإنفاق لعدد 50 أسرة هو

الفئات	- 5	- 15	- 25	- 35	55 – 45
التكرارات	5	10	11	14	10

٥- الوسط الحسابي للإنفاق يساوي	33.10	39.29	32.80	30.49
٦- المنوال للإنفاق يساوي	39.29	32.80	30.71	35.59
٧- الانحراف المعياري للإنفاق يساوي	13.15	12.66	11.09	14.01
٨- معامل الالتواء للإنفاق يساوي	-0.51	0.43	-0.43	-0.60
٩- التوزيع التكراري للإنفاق	متماثل	ملتو لليمين	ملتو لليسار	لا شيء
١٠- معامل الإنفاق يساوي	38.58%	40.25%	42.90%	37.10%
وجد أن الوسط الحسابي لدخل هذه الأسرة يساوي 75 والانحراف المعياري للدخل يساوي 30				
١١- معامل الاختلاف للدخل يساوي	41.98%	38.33%	33.33%	40.00%
١٢- من حيث التشتت النسبي للدخل والإنفاق	الدخل أكثر تشتت	الإنفاق أكثر تشتت	لهما نفس التشتت	لا شيء مما سبق

١٣- مقياس الموضع (النزعة المركزية) الذي يتأثر بالقيم الشاذة هو	الوسيط	الوسط الحسابي	المنوال	التباين
١٤- عدد حوادث المرور على إحدى الطرق السريعة متغير عشوائي	متصل	وصفي	منفصل	لاشيء مما سبق
١٥- لاختبار تماثل التوزيع نستخدم	معامل الالتواء	معامل الارتباط	معامل الاختلاف	المدى
١٦- أدى مجموعة من الطلاب امتحاناً في مادة الإحصاء ووجد أن قيم الوسط الحسابي والوسيط والمنوال هي 12 ، 11، 9، على الترتيب.فإن التوزيع التكراري للدراجات يكون	ملتوي لليسار	متماثل	ملتوي لليمين	لا يمكن تحديده

تكاليف الدعاية (x) لنوع من السلع وقيمة المبيعات (y) معطاة كما يلي:

x	11	5	12	4	9
y	16	12	10	12	12

الوسط الحسابي للدعاية يساوي 8.2 والوسط الحسابي للمبيعات 12.4 والانحراف المعياري للدعاية يساوي 3.19 والانحراف المعياري للمبيعات يساوي 1.96

١٧- معامل ارتباط بيرسون يساوي	0.12	0.89	0.51	-1
١٨- الارتباط بين x و y	طردي	عكسي	طردي تام	عكسي تام

إذا كان (y) تمثل قيمة صادرات المملكة العربية السعودية لدولة تونس (بعشرات الملايين) خلال الفترة 1999-2003 معطاة بالجدول

السنة	1999	2000	2001	2002	2003
الصادرات	11	16	15	18	14

إذا كان $\bar{y} = 14.80$ ، $S_x = \sqrt{2}$ ، وأخذنا معادلة خط الاتجاه العام لهذه السلسلة الزمنية في الصورة $\hat{y} = b_0 + b_1 X$

١٩- الوسط الحسابي يساوي	4	2	1	5
٢٠- قيمة $\sum xy$ تساوي	156	150	160	146
٢١- قيمة b_1 تساوي	-0.80	1.90	0.80	-2.01
٢٢- قيمة b_0 تساوي	14.01	13.20	15.29	12.80
٢٣- قيمة الصادرات المتوقعة عام 2005 يساوي	16.00	17.56	21.20	18.00
٢٤- قيمة y الاتجاهية عام 2002 تساوي	15.60	17.10	14.90	16.96
٢٥- قيمة y النسبية (لاستبعاد أثر الاتجاه العام) عام 2002 تساوي	116.90	110.15	98.79	115.38

الجدول التالي يوضح أسعار ثلاثة سلع والكميات المستهلك منها عامي 1407 ، 1410

السلع	1407		1410	
	السعر	الكمية	السعر	الكمية
أ	5	30	8	40
ب	8	10	12	20
ج	7	20	10	30

٢٦- الرقم التجميعي البسيط للأسعار	150 %	120 %	130 %	160 %
٢٧- الرقم القياسي للأسعار المرجح بكميات الأساس (لاسبير)	124.44%	122.4%	151.4%	150 %
٢٨- الرقم القياسي للأسعار المرجح بكميات المقارنة (باش)	151.9%	150.9%	150 %	160 %
٢٩- الرقم القياسي الأمثل للأسعار (فيشر)	148.44%	120 %	151.1%	150 %
٣٠- الرقم القياسي الأمثل يشير أن الأسعار	انخفضت	تضاعفت	زادت	لم تتغير

مع تمنياتي لكم بالتوفيق

٢) أختر جواباً واحداً فقط :

١) مركز الفئة هو ؟

D لا شيء	**C** منتصف الفئة	B عرض الفئة	A طول الفئة

٢) يسمى الرقم الأكثر تكراراً أو شيوعاً ؟

D الانحراف المعياري	C الوسط الحسابي	**B** المنوال	A الوسيط

٣) معامل الاختلاف هو ؟

D مقياس التشتت النسبي	C مقياس التشتت	B معامل الاختلاف	A الوسط الحسابي

٤) معامل الاختلاف هو ؟

D الانحراف المعياري	**C** مقياس التشتت	B معمل الالتواء	A تماثل التوزيع

٥) الآتي أحد مقاييس المركز؟

D الوسط الحسابي	C معامل الاختلاف	B معامل الالتواء	A الانحراف المعياري

٦) الآتي أحد مقاييس النزعة المركزية؟

D معامل الاختلاف	C التباين	B الانحراف المعياري	**A** المنوال

٧) الآتي أحد مقاييس المركز ؟

D معامل الالتواء	C معامل الاختلاف	**B** الوسيط	A الانحراف المعياري

٨) التي لا يعتبر من مقاييس المركز ؟

D الانحراف المعياري	C منوال	B وسيط	A وسط حسابي

٩) الآتي هو أحد مقاييس التشتت؟

D المنوال	C الوسيط	B الوسط الحسابي	**A** الانحراف المعياري

١٠) الآتي هو أحد مقاييس التشتت ؟

A الوسط	**B** المدى	C الوسيط	D المنوال

١١) الآتي هو أحد مقاييس التشتت النسبي ؟

A معامل الاختلاف	B الوسيط	C معامل الالتواء	D المنوال

١٢) الآتي لا يعتبر من مقاييس التشتت ؟

A الانحراف	B المدى	C معامل الاختلاف	**D** الوسط الحسابي

١٣) تدخل جميع قيم المجموعة في حساب ؟

A المنوال	B الوسيط	**C** الوسط الحسابي	D الانحراف

١٤) لا يتأثر بالقيم الشاذة ؟

A المنوال والوسيط	B المنوال	C الانحراف المعياري	D الوسط الحسابي

١٥) يتأثر بالقيم الشاذة ؟

A الوسيط	B المنوال	C الانحراف المعياري	**D** الوسط الحسابي

١٦) لا يدخل في حسابه سوى قراءة واحدة أو قراءتين من المجموعة كلها ؟

A الوسط الحسابي	**B** الوسيط	C الانحراف	D المنوال

١٧) لا يتأثر بالقراءة الشاذة ؟

A المنوال	B الانحراف	C الوسط	D معامل الاختلاف

١٨) القيمة الموجبة لمعامل الالتواء تعني أن التوزيع ؟

A متماثل	**B** ملتوي جهة اليمين	C ملتوي جهة اليسار	D لا شيء

١٩) إذا كان الوسط الحسابي أكبر من المنوال فإن التوزيع ؟

A ملتوي جهة اليمين	B ملتوي جهة اليسار	C متماثل	D لا شيء

٢٠) إذا كان المنوال أقل من الوسط الحسابي يعني التوزيع ؟

A متماثل	B ملتوي جهة اليسار	**C** ملتوي جهة اليمين	D لا شيء

٢١) إذا كان ناتج الالتواء = صفر ، فإن التوزيع ؟

A متماثل	B ملتوي جهة اليمين	C ملتوي جهة اليسار	D لا شيء

٢٢) إذا كان التوزيع متماثل والمنوال يساوي 100 فإن الوسط الحسابي ؟

A 12	**B** 10	C 9	D 8

٢٣) إذا كان التوزيع متماثل والوسط الحسابي = 8 ، فإن الوسيط ؟

A 10	**B** 8	C 9	D 7

٢٤) إذا كان ناتج الالتواء سالب فإن التوزيع ؟

A ملتوي جهة اليمين	B متماثل	**C** ملتوي جهة اليسار	D لا شيء

٢٦) إذا كان التوزيع ملتوي جهة اليسار فإن الوسط الحسابي ؟

A أقل من الوسيط	B أكبر من الوسيط	C مساوي للتوسيط	D لا شيء

٢٧) مجموع قيم وسطها الحسابي 8 وعددها 7 هو ؟

A 40	B 60	**C** 56	D 80

٢٨) تنحصر قيمة الارتباط دائماً بين ؟

A 0 , 1	B -1 , 0	**C** -1 , +1	D لا شيئ

٢٩) القيمة السالبة للالتواء تعني أن الارتباط ؟

A طردي	**B** عكسي	C تام	D لا شيء

٣٠) القيمة الموجبة لمعامل الالتواء تعني أن الارتباط ؟

A طردي	B عكسي	C تام	D لا شيء

٣١) إذا كانت قيمة معامل الارتباط 1.2 هذا يعني ؟

A الارتباط طردي	B الارتباط عكسي	C طردي تام	**D** هناك خطأ

٣٢) التباين هو ؟

A	الانحراف المعياري	**B**	مربع الانحراف	C	الجزر الانحراف	D	لا شيء

٣٣) الانحراف هو ؟

A	مربع التباين	B	التباين	**C**	جزر التباين	D	جزر الانحراف

٣٤) يسمى المتغير المطلوب تقديره في معادلة خط الانحدار دائماً ؟

A	المستقل	B	النائب	**C**	التابع	D	لا شيء

٣٥) إذا كانت قيمة الانحراف المعياري $\sqrt{6} = S$ ، فإن التباين يساوي ؟

A	36	B	1	**C**	6	D	3

٣٦) إذا كان التباين = (3) فإن الانحراف المعياري يساوي ؟

A	3	**B**	$\sqrt{3}$	C	9	D	3

٣٧) يسمى الرقم القياسي للاسعار الخاص بنسبة الأساس ؟

A	باتش	B	لا سبير	**C**	البسيط	D	الامثل فشر

٣٨) رقم لا سبير هو الرقم الخاص بكميات ؟

A	سنة المقارنة	**B**	سنة الأساس	C	البسيط	D	لا شيء

٣٩) يسمى الرقم القياسي للاسعار الخاص بسنة المقارنة ؟

A	لاسبير	**B**	باتش	C	البسيط	D	لا شيء

٤٠) يسمى الرقم الأمثل للأسعار ؟

A	باتش	B	لاسبيير	**C**	فيشر	D	لا شيء