Interactive Student's Book

GEOMETRI

untuk Siswa SMP

Ali Mahmudi Sahid Kuswari Hernawati Himmawati Puji Lestari

Jurusan Pendidikan Matematika
FMIPA UNY

Kata Pengantar

Alhamdulillahirobbil ‘alamin. Segala puji bagi Alloh SWT atas karunia yang luar biasa diberikan kepada kami, sehingga dapat menyelesaikan penulisan buku ajar ***Interactive Student’s Book*** **Geometri** untuk SMP ini. Penulis mengucapkan terima kasih kepada reviewer atau validator buku ini yang telah memvalidasi dan memberikan saran untuk melengkapi dan menyempurnakan buku ini.

Buku ini digunakan sebagai salah satu sumber belajar bagi siswa SMP untuk mata pelajaran Geometri, terutama untuk mengeksplorasi dan mengkaji konsep-konsep geometri melalui kegiatan kreatif berbasis ICT. Buku ini secara lengkap dan rinci membahas dan mengeksplorasi konsep-konsep geometri yang diawali dengan penyajian konteks yang relevan dan sejarah terkait topik itu untuk memotivasi mahasiswa. Buku ini juga memberikan aktivitas, contoh, dan soal latihan yang bersifat konseptual maupun aplikatif atau kontekstual untuk memperkuat pemahaman siswa. Buku ini sangat penting dipelajari siswa sehingga memperoleh pemahaman yang memadai mengenai konsep-konsep dasar geometri.

Yogyakarta, 22 November 2013
Tim Penulis

BAB I
PENALARAN DAN PEMBUKTIAN

Mathematician, like a painter or poet, is a maker of patterns.
If his patterns are more permanent than theirs, it is because they are made with ideas

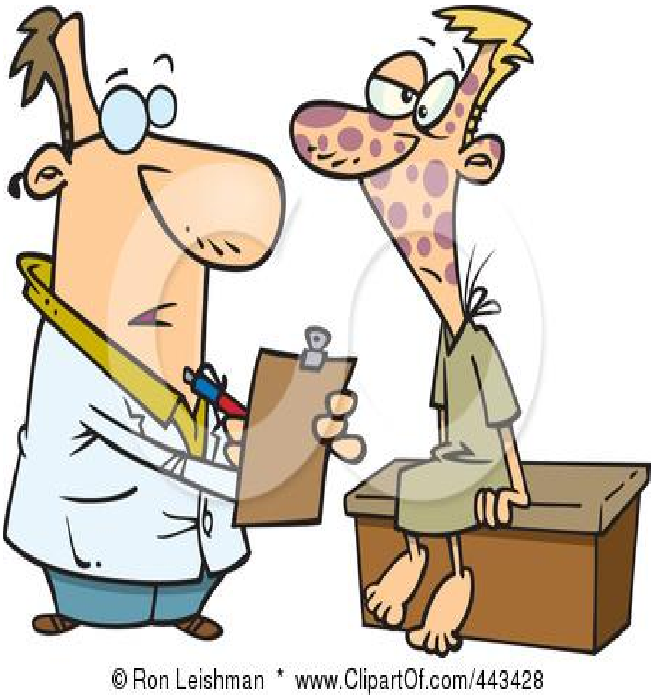
G. H. Hardy (1877 – 1947)

Ide Utama

- Membuat konjektur (dugaan), menentukan kebenaran suatu pernyataan, dan menentukan contoh penyangkal dari suatu pernyataan
- Memferifikasi atau memeriksa kebenaran suatu konjektur secara formal dan informal

Kata Kunci

- Penalaran Induktif
- Postulat
- Teorema
- Bukti



Gambar 1.1 Contoh Penggunaan Penalaran Ilmiah
Sumber: www.clipartOf.com

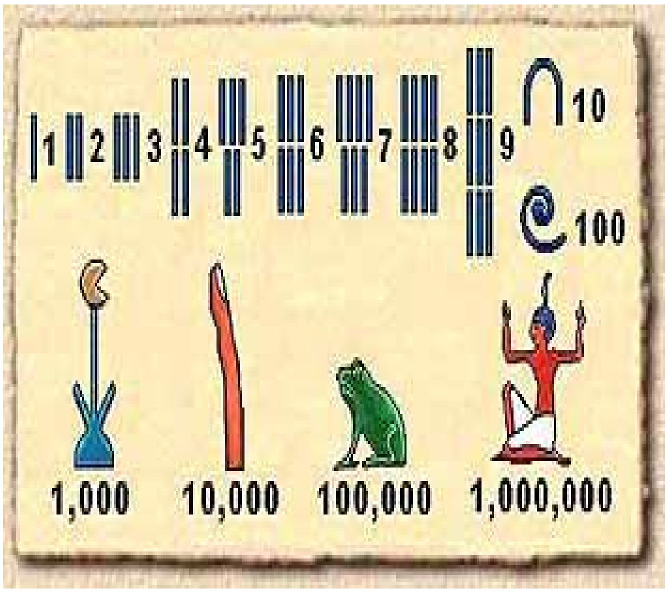
A. Pengantar

Perhatikan bagaimana dokter menjalani profesinya. Dalam memeriksa pasien, seorang dokter mengajukan sejumlah pertanyaan kepada pasien terkait gejala penyakit yang diderita pasien itu. Bersamaan dengan itu, dosen melakukan sejumlah pemeriksaan kondisi fisik pasien itu. Apabila diperlukan, dokter meminta pasien untuk menjalani tes laboratorium. Selanjutnya, berdasarkan semua informasi itu, dokter dengan menggunakan suatu penalaran *(reasoning)* menyimpulkan jenis penyakit pasien itu. Apa yang dimaksud dengan penalaran? Pada bab ini akan diuraikan mengenai berbagai jenis penalaran.

B. Penalaran Induktif dan Konjektur

Ide Utama
- Membuat konjektur berdasarkan penalaran induktif
- Menemukan non-contoh dari suatu konjektur

Kata Kunci
- Konjektur
- Penalaran Induktif
- Contoh penyangkal



Gambar 1.2 Dokumen Klasik Penggunaan Matematika

Sumber: http://www.eyelid.co.uk/Hierogliphs.10-000.gif

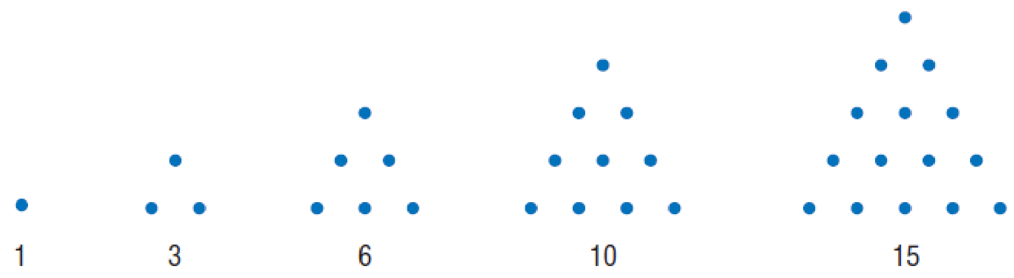
Pada zaman dulu, orang mengembangkan dan menggunakan matematika salah satunya untuk menyelesaikan masalah di berbagai bidang, seperti pertanian, bisnis, dan teknik. Dalam upaya menyelesaikan suatu masalah atau memahami seuatu fenomena yang bersifat umum, mereka mengamati sejumlah kasus khusus dan mengajukan konjektur (dugaan) terkait penyelesaian masalah atau fenomena yang lebih umum. Dalam hal ini, mereka menggunakan proses, pola pikir, atau **penalaran induktif**.

1. Membuat Konjektur

Konjektur adalah dugaan terhadap suatu fenomena atau gejala umum yang didasarkan atas sejumlah kondisi atau kasus khusus terkait fenomena atau gejala khusus tersebut. Menentukan beberapa situasi khusus atau spesifik untuk membuat suatu konjektur disebut **penalaran induktif**. Penalaran induktif adalah penalaran yang menggunakan sejumlah contoh khusus dan menggeneralisasinya untuk kasus yang lebih umum.

Contoh 1.1

Bilangan-bilangan berikut ini disebut **bilangan segitiga**. Buatlah konjektur mengenai bilangan segitiga berikutnya.

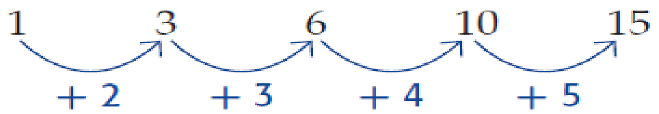


Gambar 1.3 Bilangan Segitiga

Observasi

Setiap bilangan segitiga dibentuk oleh jumlah titik-titik yang membentuk segitiga itu

Menemukan Pola



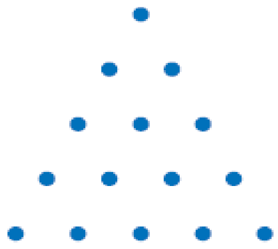
Bilangan-bilangan itu berturut-turut meningkat atau bertambah 2, 3, 4, dan 5 dari bilangan-bilangan sebelumnya.

Konjektur

Bilangan berikutnya akan meningkat 6 dari bilangan sebelumnya. Jadi, bilangan segitiga berikutnya adalah (15 + 6) = 21. Dengan kata lain, bilangan itu direpresentasikan dalam 21 titik

Memeriksa

Membuat gambar atau ilustrasi bilangan segitiga berikutnya untuk memeriksa kebenaran konjektur yang sudah dibuat.



Contoh 1.2

Diketahui titik-titik *P*, *Q*, dan *R*, dengan *PQ* = 9, *QR* = 15, dan *PR* = 12. Buatlah konjektur mengenai kedudukan titik-titik tersebut dan buatlah gambar untuk mengilustrasikan konjektur itu.

Jawab

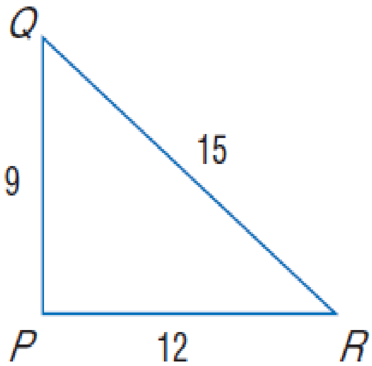
Diketahui titik-titik *P*, *Q*, dan *R* dengan *PQ* = 9, *QR* = 15, dan *PR* = 12. Perhatikan ukuran ruas garis-ruas garis tersebut. Karena $PQ + PR \neq QR$, maka titik-titik itu tidak kolinear (segaris).

Konjektur

P, *Q*, dan *R* tidak kolinear.

Memeriksa

Lukisan ΔPQR seperti tampak di samping mengulustrasikan kebenaran konjektur itu.



2. Menemukan Contoh Penyangkal (Non-contoh)

Suatu konjektur yang dibangun dari sejumlah hasil observasi mungkin benar pada suatu kondisi, tetapi tidak untuk kondisi lainnya. Untuk memeriksa ketidakbenaran suatu konjektur, cukup ditunjukkan satu contoh yang tidak memenuhi konjektur itu. Contoh demikian disebut **contoh penyangkal** (*counter-example*). Contoh penyangkal adalah contoh yang digunakan untuk menunjukkan ketidakbenaran suatu pernyataan. Misalnya, diketahui pernyataan, "semua binatang yang hidup di laut adalah ikan". Contoh penyangkal dari pernyataan itu adalah Paus, yang meskipun hidup di laut, tetapi tidak termasuk ikan.

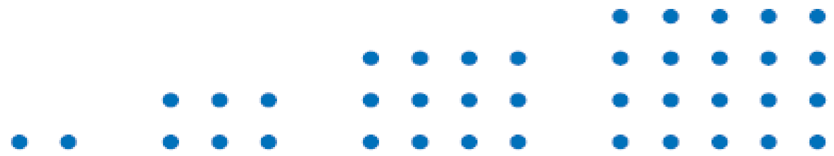
Contoh 1.3

Contoh penyangkal dari pernyataan “keliling persegi panjang selalu merupakan bilangan genap” adalah persegipanjang dengan panjang 5,25 dan lebar 3,25yang kelilingnya adalah 17.

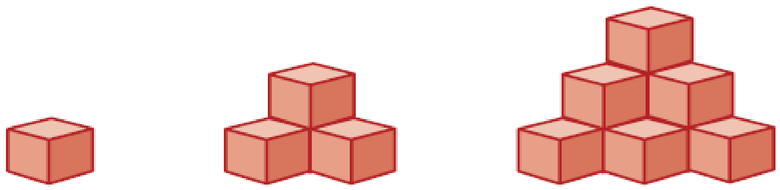
Latihan 1.1

1. Buatlah konjektur terkait formasi atau bilangan berikutnya dari masing-masing pola atau barisan bilangan berikut.

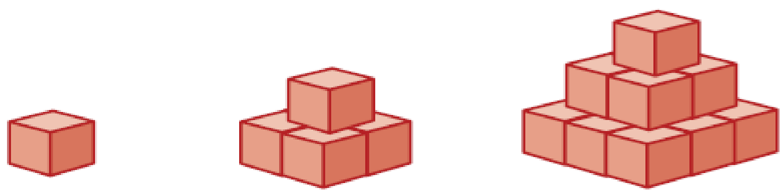
   a.

   b.

   c.

   d. 1, 2, 4, 8, 16

   e. 4, 6, 9, 13, 18

   f. 2, –6, 18, –54

   g. –5, 25, –125, 625

   h. $\frac{1}{3}, 1, \frac{5}{3}, \frac{7}{3}, 3$

   i. $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}$

2. ***Penalaran.*** Tentukan apakah konjektur berikut ***benar***, ***belum tentu***, atau ***salah***.

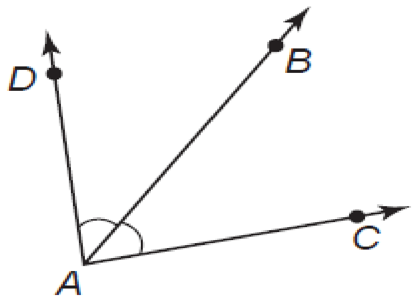
   Diketahui tiga titik kolinear, yaitu D, E, dan F

   Konjektur: $DE + EF = DF$

3. ***Soal Terbuka.*** Tulis suatu pernyataan atau konjektur dan berikan suatu contoh penyangkal penyangkal dari pernyataan atau konjektur tersebut. Periksa kebenaran penalaranmu.

4. ***Soal Menantang.*** Bentuk $n^2 - n + 41$ merupakan bilangan prima untuk $n = 1$, $n = 2$, dan $n = 3$. Kamu mungkin mengajukan konjektur bahwa bentuk ini selalu menghasilkan bilangan prima untuk sembarang bilangan positif n. Periksa kebenaran konjektur itu dengan mensubstitusikan dengan beberapa nilai n berbeda. Simpulkan konjektur itu benar apabila berlaku untuk semua nilai n dan bernilai salah apabila terdapat satu saja nilai n yang menjadikan konjektur itu tidak berlaku.

5. Pada gambar berikut, $\overline{AB}$ adalah garis bagi $\angle$DAC.



   Periksa apakah pernyataan-pernyataan berikut benar, belum tentu, atau salah.

   a. $\angle DAB \cong \angle BAC$

   b. $\angle DAC$ adalah sudut siku-siku

   c. Titik-titik A dan D kolinear

   d. $2m\angle BAC) = m\angle DAC$

C. Penalaran Deduktif

Ide Utama

- Mengidentifikasi dan menggunakan postulat-postulat dasar terkait titik, garis, dan bidang
- Menulis bukti informal atau bukti naratif *(paragraf proof)*

Kosa Kata Penting

- Postulat
- Aksioma
- Teorema
- Pembuktian
- Paragraf pembuktian
- Bukti informal

Dalam struktur geometri, terdapat beberapa istilah yang tidak didefinisikan (undefined terms), misalnya titik, garis, dan bidang. Istilah-istilah itu diperlukan dan penting untuk menghindari pendefinisian suatu konsep. Selain itu, dalam geometri juga terdapat pernyataan-pernyataan yang diasumsikan atau diterima kebenarannya tanpa dibuktikan. Pernyataan demikian disebut postulat atau aksioma. Postulat ini sangat penting dan diperlukan untuk menghindari berputar-putar dalam pembuktian. Beberapa postulat dalam geometri berkaitan dengan titik, garis, dan bidang.

Postulat 1. Melalui sembarang dua titik berbeda dapat dibuat tepat satu garis. Dengan kata lain, dua titik berbeda menentukan tepat satu garis.

Postulat 2. Melalui sembarang tiga titik berbeda yang tidak kolinear dapat dibuat tepat satu bidang. Dengan kata lain, sembarang tiga titik berbeda menentukan tepat satu bidang

Contoh 1. 4

Diketahui lima komputer yang harus dihubungkan sehingga setiap komputer harus terhubung dengan empat komputer lainnya. Berapakah banyaknya hubungan yang terbentuk?

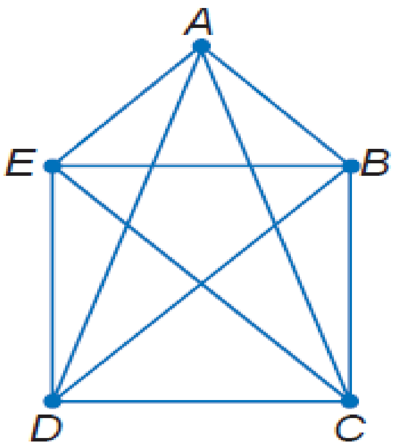
Jawab

Explorasi

Terdapat lima komputer dan setiap komputer terhubung dengan empat komputer lainnya.

Rencana

Membuat lukisan untuk memberi ilustrasi



Penyelesaian

Misalkan lima titik tidak kolinear A, B, C, D, dan E merepresentasikan lima komputer itu. Hubungkan setiap titik dengan empat titik lainnya. Berdasarkan **Postulat 1**, setiap pasang titik membentuk tepat sepasang ruas garis. Perhatikan bahwa ruas garis yang menghubungkan A dan B adalah sama atau identik dengan ruas garis yang menghubungkan B dan A. Oleh karena itu, lima titik tersebut menentukan 10 ruas garis.

Memeriksa

$\overline{AB}$, $\overline{AC}$, $\overline{AD}$, $\overline{AE}$, $\overline{BC}$, $\overline{BD}$, $\overline{BE}$, $\overline{CD}$, $\overline{CE}$ dan $\overline{DE}$ adalah ruas garis-ruas garis yang menunjukkan semua hubungan yang mungkin terjadi. Jadi, semua terdapat 10 hubungan antarlima komputer tersebut.

Postulat lainnya berkaitan dengan hubungan titik, garis, dan bidang.

Postulat 3. Suatu garis memuat paling sedikit dua titik

Postulat 4. Suatu bidang memuat paling sedikit tiga titik yang tidak kolinear

Postulat 5. Jika dua titik terletak pada suatu bidang, maka garis yang memuat dua titik itu juga terletak pada bidang itu

Postulat 6. Jika dua garis berpotongan, maka perpotongannya berupa satu titik. Dengan kata lain, perpotongan dua garis berupa satu titik

Postulat 7. Jika dua bidang berpotongan, maka perpotongannya berupa suatu garis. Dengan kata lain, perpotongan dua bidang berupa suatu garis

Contoh 1.5

Periksa apakah masing-masing pernyataan berikut ini **benar**, **belum tentu**, atau **salah**. Jelaskan

1. Jika titik-titik *A*, *B*, dan *C* terletak pada bidang *M*, maka titik-titik itu kolinear.

   Jawab

   Titik A, B, dan C belum tentu atau tidak harus kolinear untuk terletak pada bidang M.

2. Terdapat tepat satu bidang yang memuat titik-titik P, Q, dan R yang tidak kolinear.

   Jawab

   Pernyataan ini benar. Postulat 2 menyatakan bahwa melalui sembarang tiga titik berbeda yang tidak kolinear, terdapat tepat satu bidang.

3. Terdapat paling sedikit dua garis yang melalui titik M dan N.

   Jawab

   Salah. Postulat 1 menyatakan bahwa melalui sembarang dua titik berbeda terdapat tepat satu garis.

1. Bukti Informal

Ide Utama

- Membuktikan teorema atau konjektur
- Mengidentifikasi informasi yang diketahui
- Membuat diagram untuk mengilustrasikan informasi yang diketahui
- Menyatakan yang akan dibuktikan
- Mengembangkan penalaran deduktif

Istilah-istilah yang tidak didefinisikan, postulat, dan sifat-sifat aljabar digunakan untuk membuktikan kebenaran suatu pernyataan atau konjektur. Selanjutnya, pernyataan baru yang telah dibuktikan tersebut dapat digunakan untuk untuk membuktikan kebenaran pernyataan lainnya.

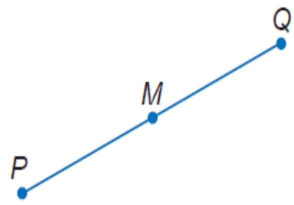
Pada bagian ini akan diuraikan beberapa variasi metode untuk membuktikan kebenaran suatu teorema atau konjektur dalam geometri. Suatu bukti merupakan argumen logis mengenai kebenaran suatu konjektur atau teorema. Argumen itu terdiri atas sejumlah pernyataan yang diberikan alasan, penjelasan, atau rasional. Penjelasan itu dapat berupa postulat atau teorema lain yang telah dibuktikan. Salah satu jenis pembuktian tersebut adalah pembuktian informal yang disajikan secara naratif dalam bentuk paragraf *(paragraf proof)*. Bukti ini berupa penjelasan naratif dalam bentuk paragraf yang menjelaskan mengapa suatu konjektur atau teorema benar. Berikut adalah contoh bukti informal tersebut.

Contoh 1.6

Diketahui M adalah titik tengah $\overline{PQ}$. Tulis bukti informal atau naratif untuk menunjukkan bahwa $\overline{PM} \cong \overline{MQ}$.

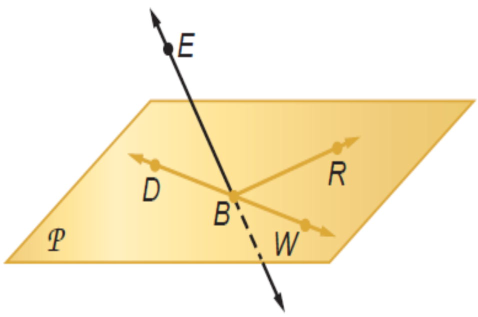
Jawab

M adalah titik tengah $\overline{PQ}$, sehingga berdasarkan definisi diketahui PM = MQ. Hal ini berarti $\overline{PM}$ dan $\overline{MQ}$ memiliki ukuran yang sama. Berdasarkan defnisi kekonruenan, jika dua ruas garis memiliki ukuran yang sama, maka dua ruas garis itu kongruen. Jadi, $\overline{PM} \cong \overline{MQ}$.

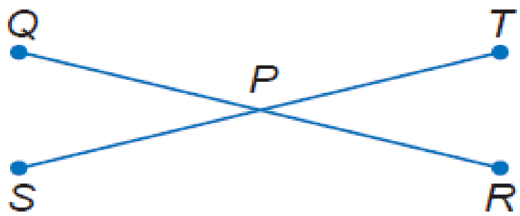


Latihan 1.2

1. Pada gambar di samping, $\overline{BD}$ dan $\overline{BR}$ terletak pada bidang P. Titik W terletak d $\overline{BD}$. Gunakan postulat-postulat yang sesuai untuk menunjukkan kebenaran masing-masing pernyataan berikut benar.
   a. Titik-titik B, D, dan W kolinear
   b. Titik-titik E, B, dan R koplanar



2. Pada gambar di bawah, $\overline{QR} \cong \overline{ST}$. Titik P adalah titik tengah $\overline{QR}$ dan $\overline{ST}$. Tulis bukti naratif untuk menunjukkan bahwa $PQ = PT$.



3. Periksa apakah masing-masing pernyataan ini **benar**, **belum tentu**, atau **salah**. Jelaskan.
   a. Tiga titik menentukan sebuah bidang
   b. Titik G dan H terletak di bidang X. Sembarang titik yang kolinear dengan G dan H juga terletak di bidang X.
   c. Perpotongan dua bidang dapat berupa sebuah titik
   d. Titik S, T, dan U menentukan tiga garis
4. ***Soal Terbuka.*** Buat gambar untuk mengilustrasikan **Postulat 6** dan **Postulate7**

5. Periksa kebenaran masing-masing pernyataan berikut.
    a. Tiga titik yang tidak kolinear menentukan tepat sebuah bidang
    b. Perpotongan dua garis berupa titik
    c. Dua titik dapat terletak pada dua garis berbeda
    d. Titik tengah suatu ruas garis membagi dua ruas garis itu mengjadi dua ruas garis yang konkruen.

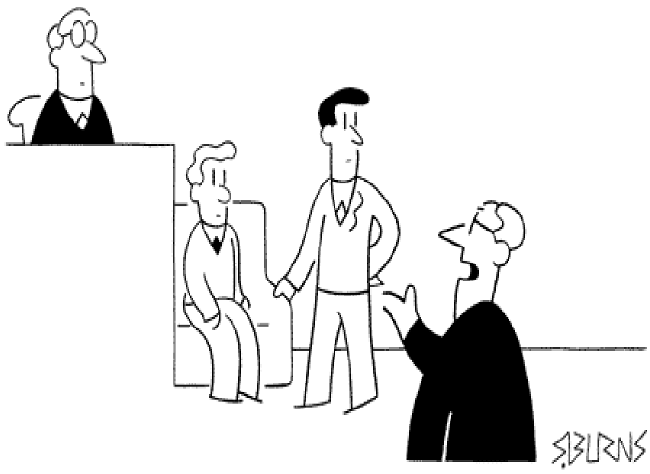
D. Pembuktian Secara Aljabar dan Geometris

Ide Utama

- Menulis bukti dua kolom
- Menggunakan sifat-sifat aljabar pada pembuktian secara geometris.

Kosa Kata Baru

- Penalaran deduktif
- Bukti dua kolom
- Bukti formal



Gambar 1.3 Contoh Penggunaan Argumentasi Logis
Sumber: shannonburns.com

Seorang hakim akan mengembangkan argumentasi, pendapat hukum, atau memutuskan suatu perkara berdasarkan sejumlah bukti yang terungkap di pengadilan. Dalam kehidupan sehari-hari, penggunaan argumentasi logis sangat diperlukan untuk memutuskan sesuatu. Dalam matematika proses yang dilakukan hakim tersebut serupa dengan proses pembuktian. Dalam matematika, khususnya geometri, selain bukti informal yang diuraikan terdahulu, terdapat metode pembuktian lainnya, yaitu pembuktian secara aljabar dan pembuktian secara geometris. Dua pembuktian tersebut diuraikan sebagai berikut.

1. Bukti Secara Aljabar

Aljabar merupakan sistem yang terdiri atas himpunan bilangan, operasi, dan sifat-sifatnya. Sifat-sifat ini dapat digunakan untuk memberikan penjelasan atau rasional setiap tahap pembuktian suatu teorema atau konjektur. Pembuktian demikian disebut sebagai **pembuktian deduktif** atau **pembuktian secara aljabar**. Berikut ini disajikan beberapa sifat bilangan nyata yang dipelajari di aljabar.

Tabel 1.1. Sifat-sifat Bilangan Real

Sifat-sifat	Notasi
Sifat reflektif	a = a
Sifat simetris	Jika a = b, maka b = a
Sifat transitif	Jika a = b dan b = c, maka a = c
Sifat penjumlahan dan pengurangan	Jika a = b, maka a + c = b + c dan a – c = b – c
Sifat distributif	a(b + c) = ab + ac

Contoh 1.7

Selesaikan $3(x - 2) = 42$. Berikan alasan atau penjelasan setiap langkah proses penyelesaiannya.

Jawab

Representasi aljabar	**Penjelasan/alasan/sifat-sifat**
$3(x - 2) = 42$	Persamaan semula (diketahui)
$3x - 6 = 42$	Sifat distributif

$3x - 6 + 6 = 42 + 6$	Sifat penjumlahan
$3x = 48$	Sifat substitusi
$\frac{3x}{3} = \frac{48}{3}$	Sifat pembagian
$x = 16$	Sifat substitusi

Perhatikan bahwa bukti di atas merupakan bukti dari pernyataan kondisional sebagai berikut.

Jika $3(x - 2) = 42$, maka $x = 16$.

Perhatikan pula, kolom sebelah kiri adalah proses tahap demi tahap penyelesaian persamaan aljabar, sedangkan kolom sebelah kanan merupakan alasan atau penjelasan masing-masing tahapan tersebut. Pembuktian demikian disebut pula pembuktian dengan bentuk dua kolom. Pada geometri, bentuk pembuktian dua kolom juga digunakan untuk membuktikan kebenaran suatu konjektur atau teorema. Bukti ini juga disebut bukti formal yang memuat pernyataan dan alasan atau penjelasan yang disajikan ke dalam dua kolom.

2. Pembuktian Secara Geometris

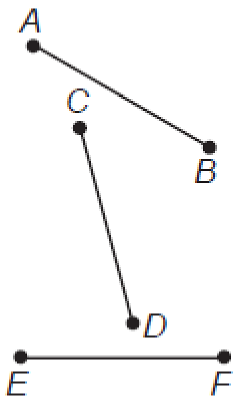
Berikut disajikan beberapa sifat aljabar pada ruas garis dan sudut yang sering digunakan pada pembuktian teorema atau konjektur geometris.

Tabel 1.2 Sifat-sifat Aljabar pada Konsep Geoemtri

Sifat	Ruas Garis	Sudut
Refleksif	$AB = AB$	$m\angle 1 = m\angle 1$
Simetris	Jika $AB = CD$, maka $CD = AB$	Jika $m\angle 1 = m\angle 2$, maka $m\angle 2 = m\angle 1$
Transitif	Jika $AB = CD$ dan $CD = EF$, maka $AB = EF$	Jika $m\angle 1 = m\angle 2$ dan $m\angle 2 = m\angle 3$, maka $m\angle 1 = m\angle 3$.

Contoh 1.8

Diketahui $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ dan $\overline{CD} \cong \overline{EF}$.



Perhatikan pernyataan-pernyataan berikut.

(1) $AB = CD$ dan $CD = EF$

(2) $\overline{AB} \cong \overline{EF}$

(3) AB = EF

Pernyataan-pernyataan yang benar adalah

A. Hanya (1)

B. (1) dan (2)

C. (1) dan (3)

D. (1), (2), dan (3)

Membaca dan Memeriksa

Menentukan apakah pernyataan-pernyataan yang diketahui benar berdasarkan informasi yang diketahui.

Pernyataan (1)

Diketahui $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ dan $\overline{CD} \cong \overline{EF}$. Berdasarkan definisi kekongruenan ruas garis, $AB = CD$ dan $CD = EF$. Jadi, pernyataan (1) benar.

Pernyataan (2)

Berdasarkan definisi kekongruenan ruas garis, jika $AB = EF$, maka $\overline{AB} \cong \overline{EF}$. Jadi, pernyataan (2) juga benar.

Statement (3)

Berdasarkan sifat transitif, jika $AB = CD$ dan $CD = EF$, maka $AB = EF$. Jadi, pertanyaan (3) juga benar.

Karena pernyataan (1), (2), dan (3) benar, maka pilihan C yang benar.

Contoh 1.9

Ukuran sudut yang dibentuk oleh jarum jam-jarum jam pada pukul 02.00 adalah 60°. Jika sudut yang dibentuk jarum jam

yang menunjukkan pukul 10.00 sama dengan ukuran sudut yang dibentuk oleh jarum jam yang menunjukkan pukul 02.00, tunjukkan bahwa ukuran sudut yang dibentuk oleh jarum jam yang menunjukkan pukul 10.00 adalah 60°.

Jawab

Diketahui $m\angle 2 = 60$ and $\angle 2 \cong \angle 10$

Tunjukkan $m\angle 10 = 60$

Pernyataan	**Penjelasan/alasan**
$m\angle 2 = 60$; $\angle 2 \cong \angle 10$	Diketahui
$m\angle 2 = m\angle 10$	Definisi kekongruenan
$60 = m\angle 10$	Substitusi
$m\angle 10 = 60$	Sifat simetris

Latihan 1.3

1. Diketahui $m\angle 1 = m\angle 2$ dan $m\angle 2 = 90$. Periksa apakah masing-masing pernyataan berikut benar.
   a. $m\angle 1 = 45$ c. $m\angle 1 + m\angle 2 = 180$
   b. $m\angle 1 = 90$ d. $m\angle 1 + m\angle 2 = 90$
2. Diketahui $\angle A$ dan $\angle B$ kongruen. Ukuran $\angle A$ adalah 110. Tulis bukti dua kolom untuk menunjukkan bahwa ukuran $\angle B$ adalah 11.
3. Identifikasi sifat-sifat yang sesuai untuk menjelaskan kebenaran masing-masing pernyataan berikut.
   a. Jika $\frac{x}{2} = 7$, maka $x = 14$
   b. Jika $x = 5$ dan $b = 5$, maka $x = b$.
   c. Jika $XY - AB = WZ - AB$, maka $XY = WZ$
4. Diketahui $2x - 7 = \frac{1}{3}x - 2$. Lengkapi bukti dua kolom berikut untuk menunjukkan bahwa $x = 3$

Pernyataan	Penjelasan/alasan
?	Diketahui

?	Sifat perkalian
6x – 21 = x – 6	?
?	Sifat pengurangan
?	Sifat pengurangan
5x – 15	?
?	Sifat pembagian

5. Hubungan antara percepatan (*a*), jarak (*d*), kecepatan (*v*), dan waktu (*t*) dinyatakan dalam rumus sebagai berikut.

   $$d = vt + \frac{1}{2}at^2 .$$

   Selesaikan persamaan tersebut untuk menentukan nilai a. Berikan penjelasan setiap proses yang digunakan.
6. Tentukan apakah masing-masing simpulan berikut benar berdasarkan informasi yang diberikan. Jika benar, tulis **valid**. Jika tidak, tulis **tidak valid**. Jelaskan.
   a. Suatu bilangan dapat dibagi 3 jika bilangan itu dapat dibagi 6
   b. Diketahui 24 dapat dibagi 6. Jadi, 24 dapat dibangi 3.
   c. Diketahui 27 dapat dibagi 3. Jadi, 27 dapat dibagi 6.
   d. Diketahui 85 tidak dapat dibagi 3. Jadi, 85 tidak dapat dibagi 6.
7. Nyatakan masing-masing pernyataan berikut dalam bentuk “jika-maka”.
   a. “Siapa yang sabar dapat mencapai apa yang diinginkan” (Benjamin Franklin)
   b. “Jormati dirimu dan orang lain akan menghormatimu (Confucius)
   c. “Seorang yang fanatis adalah orang yang tidak dapat mengubah pikirannya dan tidak akan mengubah sesuatu” (Sir Winston Churchill)

Hubungan antara Dua Sudut

Patience with small details makes perfect a large work, like the universe

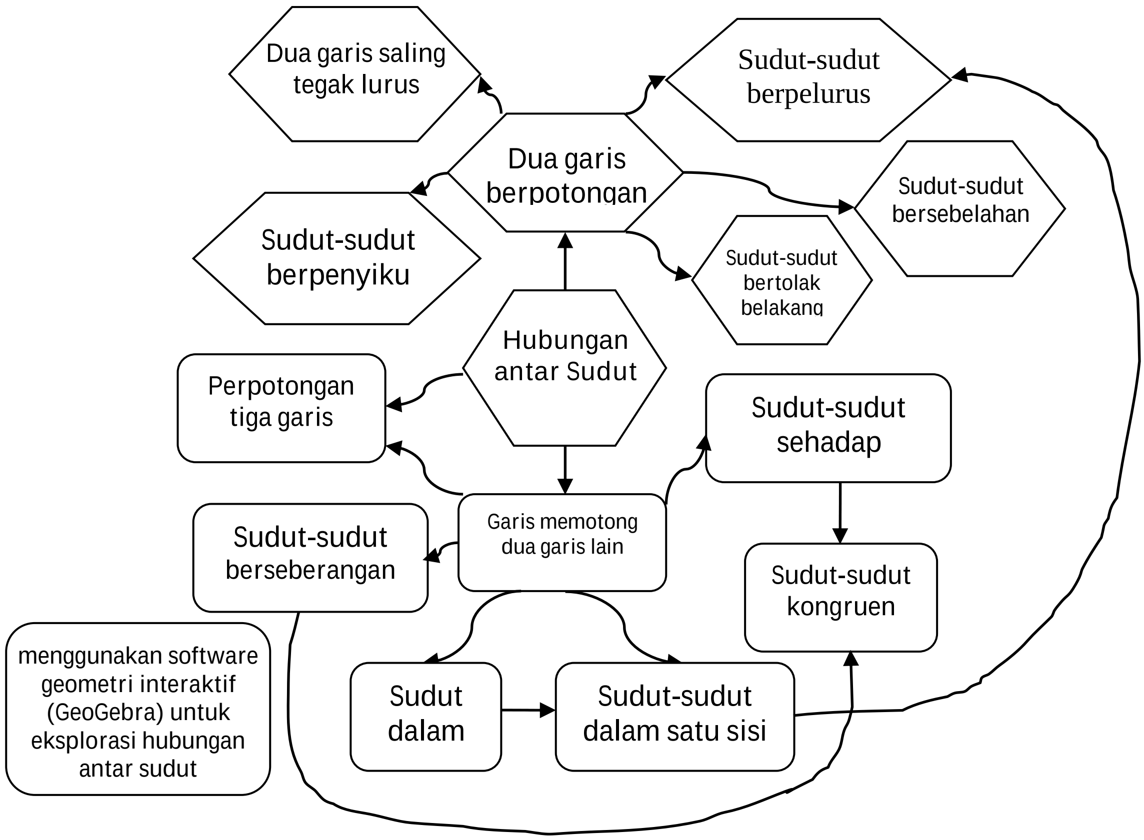
JALALUDDIN RUMI

Sumber: http://deni-nusantara.blogspot.com/2010/06/rumah-sudut.html

Tujuan (Apa yang Penting dari Pembelajaran ini?)

- Menggunakan sifat sudut-sudut komplemen dan suplemen untuk menghitung besar suatu sudut
- memahami dan menggunakan sifat sudut-sudut yang memiliki titik sudut persekutuan (sudut-sudut berpelurus, berpenyiku, dan bertolak belakang) untuk menghitung besar suatu sudut;
- menggunakan sifat sudut-sudut yang dibentuk oleh perpotongan sebuah garis dengan dua garis sejajar (sudut-sudut sehadap, sudut-sudut dalam berseberangan, sudut-sudut luar berseberangan) untuk menghitung besar suatu sudut;
- mengeksplorasi hubungan antara sudut-sudut yang dibentuk oleh perotongan sebuah garis dengan dua garis lain dengan menggunakan software geometri interaktif seperti **GeoGebra** atau **Gemeter's Sketchpad**.

Peta Konsep



Gambar 1. Peta Konsep Sudut

Pretes

Sebelum mulai mempelajari bab ini, coba ingat kembali materi yang sudah kamu pelajari tentang sudut pada bab sebelumnya dengan menjawab pertanyaan-pertanyaan ini.

1. Sudut terkecil yang dibentuk oleh jarum jam dan jarum menit pada jam analog yang sedang menunjukkan waktu 09.10 termasuk ….

   A. sudut lancip (*) B. sudut tumpul C. sudut siku-siku

2. Sudut terkecil yang dibentuk oleh jarum jam dan jarum menit pada jam analog yang sedang menunjukkan waktu 11.30 termasuk ….

   A. sudut lancip B. sudut tumpul (*) C. sudut lurus

3. Jumlah dua sudut akan merupakan sudut lancip apabila ….

   A. kedua sudut adalah sudut lancip (*)

   B. kedua sudut saling berimpit di satu titik sudut dan salah satu kaki sudutnya

   C. kedua sudut sama besar

4. Jumlah dua sudut akan merupakan sudut siku-siku apabila …………

   A. kedua sudut adalah sudut lancip (*)

   B. kedua sudut saling berimpit di satu titik sudut dan salah satu kaki sudutnya

   C. kedua sudut sama besar

5. Jumlah dua sudut akan merupakan sudut lurus apabila …………

   A. kedua sudut adalah sudut lancip

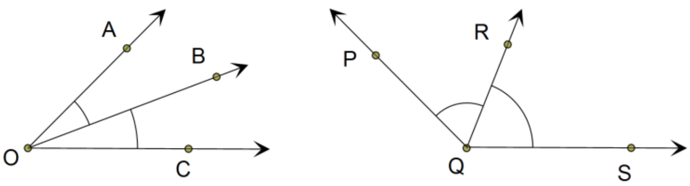
   B. kedua sudut merupakan sudut siku-siku (*)

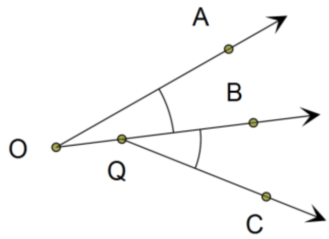
   C. kedua sudut sama besar

Hubungan Antarsudut

Sudut-sudut Bersebelahan

Perhatikan gambar-gambar di bawah ini. Masing-masing gambar menunjukkan dua sudut yang saling **bersebelahan**. $\angle AOB$ dan $\angle BOC$ adalah dua sudut yang saling bersebelahan. Demikian pula, $\angle PQR$ dan $\angle RQS$ adalah



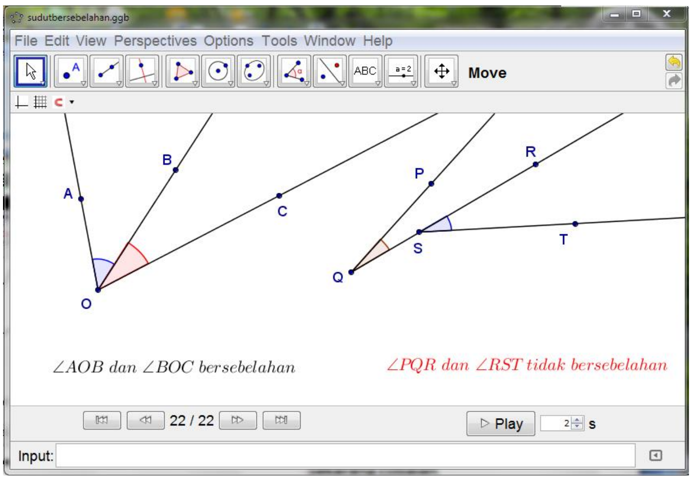


pasangan sudut yang saling bersebelahan.

Pada gambar di atas, $\angle AOB$ dan $\angle BQC$ bukan merupakan pasangan sudut yang saling bersebelahan. Dapatkah kamu menjelaskan apa saja syarat sepasang sudut dikatakan saling bersebelahan?

Kegiatan 1

Jalankan *software GeoGebra*, kemudian buka file **sudutbersebelahan.ggb**,



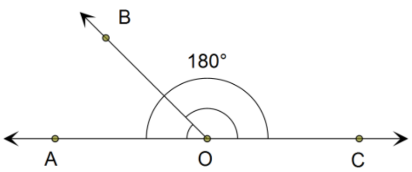
seperti tampak pada gambar di bawah ini. Dengan menggunakan *mouse*, cobalah memindahkan salah satu di antara titik A, B, C, atau O. Apa yang terjadi dengan besar $\angle AOB$ dan $\angle BOC$?

Sekarang cobalah memindahkan salah satu di antara titik P, Q, R, atau T. Atau, pindahkan titik S sepanjang $\overrightarrow{QR}$ tetapi tidak sampai berimpit dengan titik Q. Apa yang terjadi dengan $\angle PQR$ dan $\angle RST$?

Sekarang pindahkan titik S sepanjang $\overrightarrow{QR}$ sampai berimpit dengan titik Q, tetapi jangan lepaskan mouse kamu, sehingga kamu dapat menggeser titik S lagi. Apa yang terjadi dengan $\angle PQR$ dan $\angle RST$ pada saat titik S berimpit dengan titk Q?

Jadi, sekarang kamu dapat menyimpulkan secara lebih yakin bahwa syarat sepasang sudut dikatakan bersebelahan adalah ……….

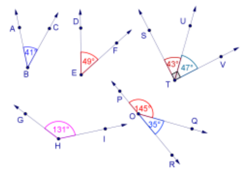
Pasangan sudut bersebelahan di bawah ini dikatakan **pasangan sudut linier**.



Jadi, dua sudut dikatakan pasangan sudut linier apabila ……

Sudut-sudut berpenyiku dan berpelurus

Perhatikan gambar berbagai sudut di samping. Beberapa pasang sudut mempunyai sifat istimewa, sehingga diberi nama khusus. Sebagai contoh, pasangan $\angle ABC$ dan $\angle DEF$ merupakan pasangan sudut **komplemen** atau **saling komplementer**. Demikian pula pasangan $\angle STU$ dan $\angle UTV$. Akan tetapi, pasangan $\angle ABC$ dan $\angle UTV$ maupun $\angle DEF$ dan $\angle GHI$ tidaklah saling komplemen. Jadi, apa simpulanmu tentang pasangan sudut komplemen?



____

____

____

____

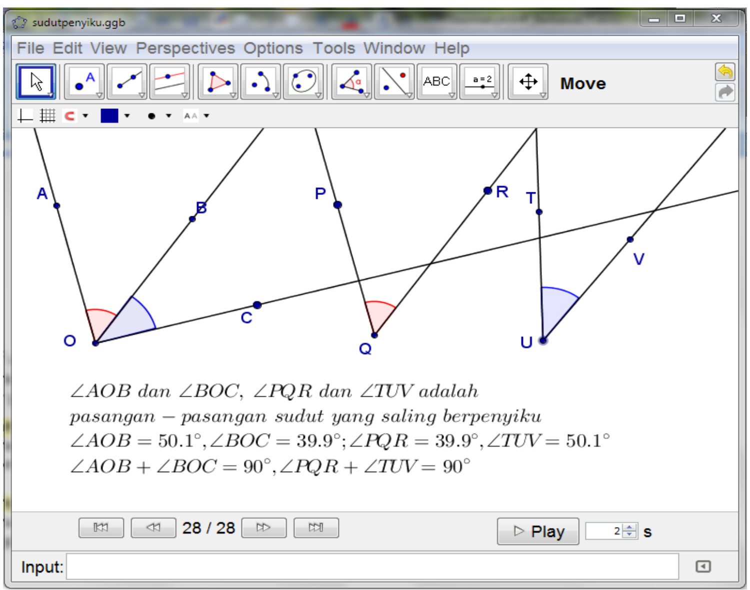
Pasangan sudut komplementer juga disebut pasangan sudut yang saling **berpenyiku**. Mengapa dikatakan saling berpenyiku?

____

____

____

____



____

____

____

____

Pasangan-pasangan sudut lain yang termasuk istimewa adalah $\angle DEF$ dan $\angle GHI$, $\angle POQ$ dan $\angle QOR$. Mereka dinamakan pasangan-pasangan sudut **suplemen** atau **saling suple-menter.** Sementara itu, pasangan $\angle GHI$ dan $\angle QOR$ maupun $\angle GHI$ dan $\angle ABC$ bukanlah pasangan sudut suplementer. Jadi, apa kesimpulanmu tentang pasangan sudut suplementer?

____

____

____

____

Pasangan sudut suplementer juga disebut pasangan sudut yang saling **berpelurus**.

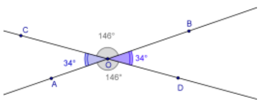
Mengapa dikatakan saling berpelurus?

____

____

____

Sudut-sudut yang saling bertolak belakang



Perhatikan gambar di atas. Pada gambar terdapat empat sudut, yakni $\angle AOC$, $\angle COB$, $\angle DOB$, dan $\angle DOA$. Pasangan-pasangan sudut $\angle AOC$ dan $\angle DOB$ serta $\angle BOC$ dan $\angle DOA$, masing-masing disebut pasangan sudut **bertolak belakang**. Jadi, apa artinya dua sudut dikatakan bertolak belakang?

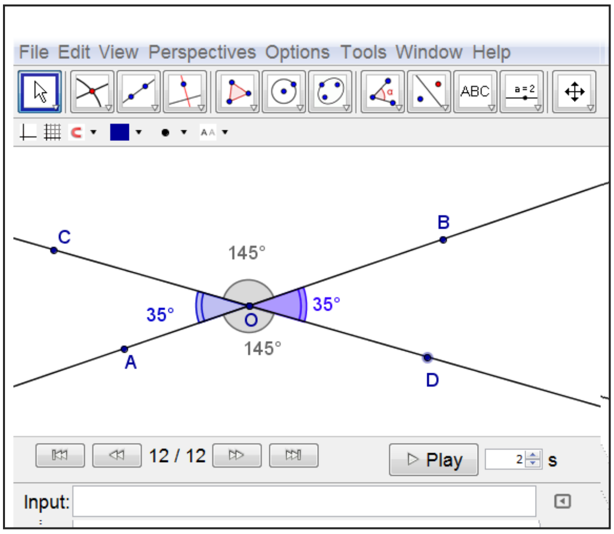
____

____

____

____

Bagaimana sifat-sifat dua yang yang asling bertolak belakang? Jalankan program GeoGebra dan bukalah file **sudutbertolakbelakang.ggb**. Pindahkan titik A, B, C, atau D. Perhatikan bagaimana nilai-nilai sudut $\angle AOC$, $\angle COB$, $\angle DOB$, dan $\angle DOA$? Apa yang terjadi dengan nilai-nilai pasangan sudut $\angle AOC$ dan $\angle DOB$ serta $\angle BOC$ dan $\angle DOA$? Sekarang tulis kesimpulanmu tentang pasangan sudut yang asling bertolak belakang.



____

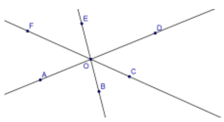
____

____

____

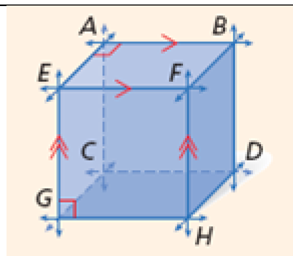
Sudut-sudut yang dibentuk oleh dua garis berpotongan

Apabila dua garis saling berpotongan, maka akan terbentuk beberapa sudut yang mem-punyai hubungan khusus, seperti sudah kamu pelajari di atas. Perhatikan gambar di bawah ini, kemudian lengkapi tabel di bawahnya.



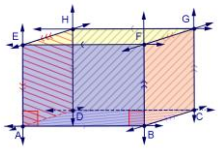
Pasangan Sudut	Contoh	Sifat-sifatnya (jika ada)

Sudut-sudut bersebelahan		
Sudut-sudut berpelurus		
Pasangan sudut linier		
Sudut-sudut bertolak belakang		

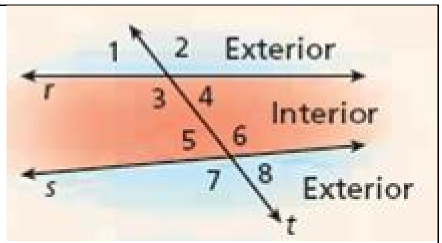
<table>
<tr><td>Garis-garis sejajar (II) koplanar (sebidang) dan tidak berpotongan. Pada gambar, $\overline{AB} \parallel \overline{EF}$, dan $\overline{EG} \parallel \overline{FH}$</td><td rowspan="4">

Tanda panah digunakan untuk menunjukkan sejajar, yaitu $\overline{AB} \parallel \overline{EF}$, dan $\overline{EG} \parallel \overline{FH}$</td></tr>
<tr><td>Garis tegak lurus ($\perp$) berpotongan dengan sudut 90. Pada gambar, $\overline{AB} \perp \overline{AE}$, dan $\overline{EG} \perp \overline{GH}$.</td></tr>
<tr><td>Garis-garis bersilangan adalah garis-garis yang tidak sebidang. Garis-garis bersilangan tidak sejajar dan tidak berpotongan. Pada gambar, $\overline{AB}$ dan $\overline{EG}$ bersilangan.</td></tr>
<tr><td>Bidang-bidang sejajar adalah bidang-bidang yang tidak berpotongan. Pada gambar, bidang ABE sejajar bidang CDG</td></tr>
</table>

Garis-garis sejajar, tegak lurus, dan bersilangan



Garis transversal adalah suatu garis yang memotong dua garis yang lain.

Transversal adalah garis yang memotong dua garis yang sejajar di dua titik berbeda.	
Pasangan sudut sehadap (corresponding angles), yaitu sudut-sudut yang terletak di pihak yang sama terhadap transversal t dan terletak pada sisi atau bagian yang sama terhadap garis-garis r dan s	$\angle 1$ dan $\angle 5$
Pasangan sudut dalam berseberangan (Alternate interior angles), yaitu sudut-sudut yang tidak berdampingan atau berpelurus, berlainan pihak terhadap transversal, dan terletak di antara garis r dan s	$\angle 3$ dan $\angle 6$
Pasangan sudut luar berseberangan (Alternate exterior angles), yaitu sudut-sudut yang berlainan pihak terhadap transversal dan di luar	$\angle 1$ dan $\angle 8$

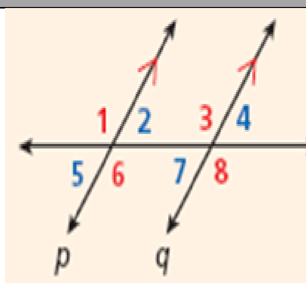
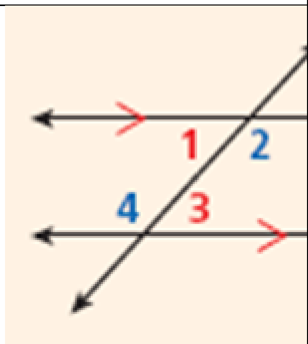
garis garis r dan s	
Pasangan sudut dalam sepihak (Same-side interior angle), yaitu sudut-sudut yang sepihak terhadap transversal dan terletak di antara garis r dan s	$\angle 3$ dan $\angle 5$

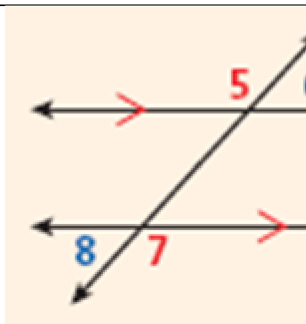
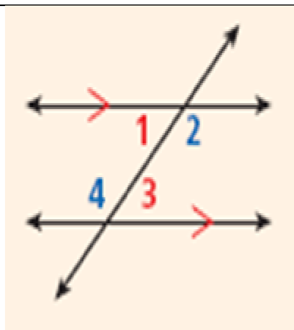
Keterangan

- Sudut dalam *(interior angles)* adalah sudut yang terletak di antara dua garis yang dipotong oleh transversal
- Sudut luar *(exterior angle)* adalah sudut yang terletak di luar garis-garis yang dipotong oleh transversal

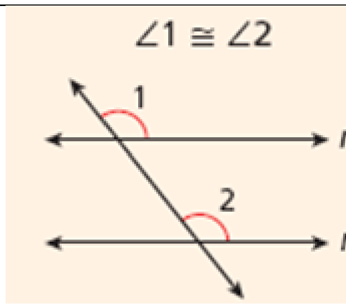
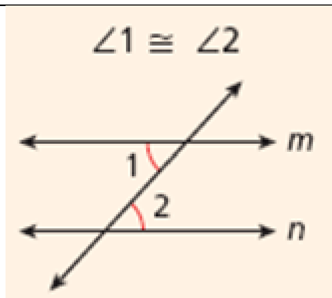
Teorema (Sudut-sudut yang dibentuk oleh dua garis sejajar dan transversal)

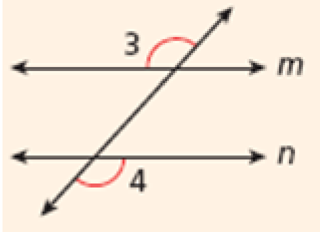
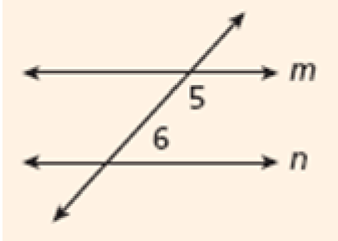
Apabila dua garis sejajar dipotong oleh transversal, pasangan-pasangan sudut yang dibentuk saling berpelurus atau kongruen

Postulat	Hipotesis	Simpulan
Apabila dua garis sejajar dipotong oleh transversal, pasangan-pasangan sudut yang dibentuk saling berpelurus atau kongruen		$\angle 1 \cong \angle 3$ $\angle 2 \cong \angle 4$ $\angle 5 \cong \angle 7$ $\angle 6 \cong \angle 8$
Teorema Pasangan sudut luar berseberangan (alternate interior angles theorem) Jika dua garis sejajar dipotong oleh transversal, maka pasangan sudut dalam berseberangan saling kongruen		$\angle 1 \cong \angle 3$ $\angle 2 \cong \angle 4$

Teorema Pasangan Sudut Luar Berseberangan (Alternate Exterior Angles Theorem) Jika dua garis sejajar dipotong oleh transversal, maka pasangan sudut dalam berseberangan saling kongruen		$\angle 5 \cong \angle 7$ $\angle 6 \cong \angle 8$
Teorema Pasangan Sudut Dalam Sepihak (Same-Side Interior Angles Theorem) Jika dua garis sejajar dipotong transversal, maka pasangan sudut dalam sepihak saling berpelurus		$m\angle 1 + m\angle$ $m\angle 2 + m\angle$

Membuktikan Dua Garis Sejajar

Jika dua garis sebidang dipotong oleh transversal dan pasangan sudut sehadapnya saling kongruen, maka dua garis tersebut sejajar		$m \parallel n$
Kebalikan dari pasangan sudut dalam berseberangan Jika dua garis sebidang dipotong oleh transversal dan memiliki pasangan sudut dalam berseberangan kongruen, maka dua garis tersebut sejajar		$m \parallel n$

Jika dua garis sebidang dipotong oleh suatu transversal dan sepasang sudut luar berseberangan kongruen, maka dua garis tersebut sejajar	$\angle 3 \cong \angle 4$ 	$m \parallel n$
Jika dua garis sebidang dipotong oleh suatu transversal dan pasangan sudut dalam sepihak berpelurus, maka dua garis tersebut sejajar	$m\angle 5 + m\angle 6 = 180°$ 	$m \parallel n$

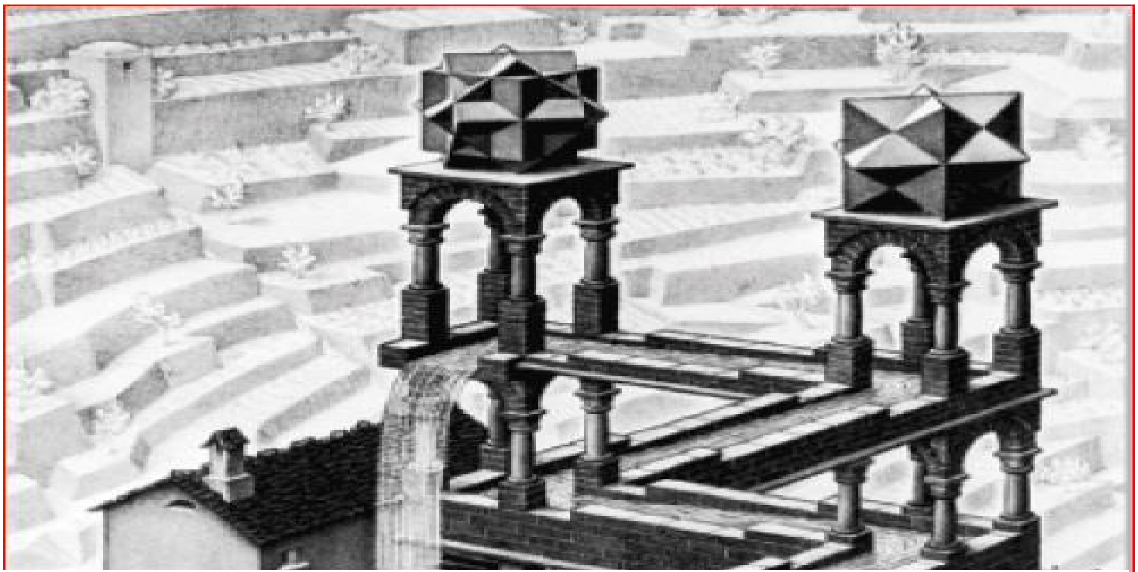
Terdapat beberapa istilah penting yang perlu diketahui, yaitu sebagai berikut.

1. Bisektor adalah suatu garis, ruas garis, atau sinar garis yang membagi dua suatu objek atau gambar menjadi dua objek yang kogruen
2. Garis sumbu (perpendicular bisector) suatu ruas garis adalah suatu garis yang yang tegak lurus ruas garis tersebut di titik tengahnya
3. Ruas garis terpendek dari suatu titik ke suatu garis adalah ruas garis yang tegak lurus terhadap garis tersebut. Fakta ini digunakan untuk mendefinisikan jarak dari suatu titik ke suatu garis sebagai panjang ruas garis tegak lurus dari titik ke garis

Pythagoras

Patience with small details makes perfect a large work, like the universe

JALALUDDIN RUMI



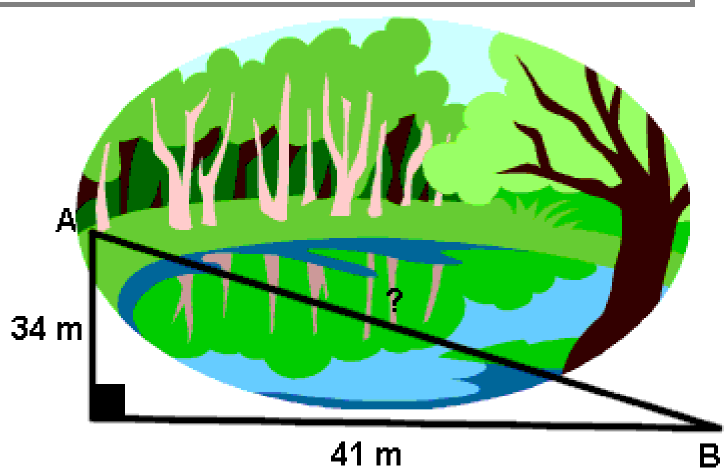
Tujuan (Apa yang Penting dari Pembelajaran ini?)

- Mengeksplorasi teorema Pytahgoras, salah satu penemuan penting dalam matematika
- Menggunakan formula pythagoras untuk menentukan panjang salah satu sisi

Pengantar

- Menggunakan formula Pythagorean untuk menyelesaikan masalah

Sebagai contoh, pada gambar di samping, untuk menuju B dari A kamu haru berjalan menghindari kolam. Untuk menghindari kolam, kamu harus berjalan sejauh 34 meter

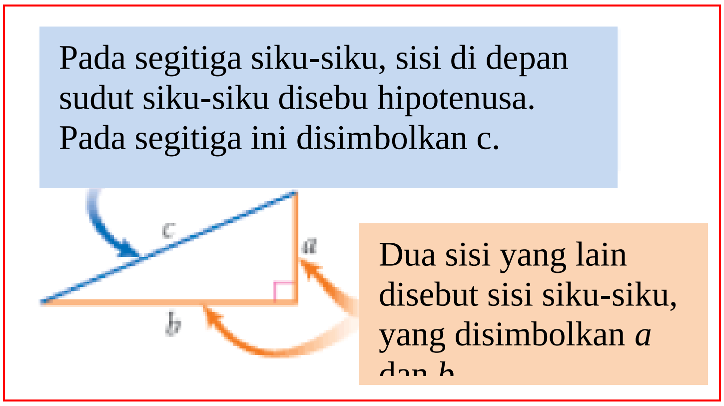


ke selatan dan sejauh 41 meter ke timur. Sesungguhnya, apabila mungkin, berapa meter yang dapat dihemat untuk berjalan dari A menuju B? Untuk menjawab pertanyaan ini, kita dapat menggunakan salah satu konsep matematika yang disebut formula Pythagoras.

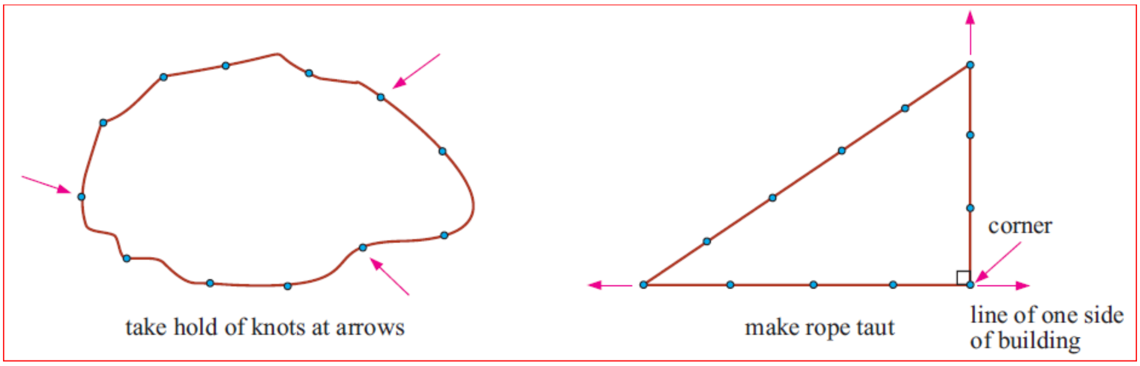
Apa itu formula Pythagoras? Pada bab ini, kamu akan melakukan sejumlah aktivitas untuk mengeksplorasi ide ini. Terdapat banyak manfaat formula Pythagoras. Misalnya, untuk mengkonstruksi bangunan indah yang memiliki konstruksi kuat kita dapat menggunakan formula ini. Pada bidang arsitektur, formula ini digunakan untuk mendesain dan mengkonstruksi jembatan, rumah, dan berbagai bangunan lainnya.

Sudut Siku-Siku

Pada segitiga siku-siku, sisi di depan sudut siku-siku disebut sisi miring atau hipotenusa. Dua sisi yang lain disebut sisi-sisi siku-siku atau sisi-sisi tegak segitiga itu. Pada gambar di samping, *a* dan *b* menunjukkan panjang kaki-kaki segitiga siku-siku dan c adalah hipotenusa.



Sudut siku-siku (sudut yang besarnya 90°) digunakan dalam konstruksi bangunan dan pembagian daerah ke dalam beberapa daerah berbentuk persegi-panjang. Bangsa Mesir Kuno menggunakan suatu rope (tali bersimpul) dengan panjang 12 satuan untuk membentuk segitiga dengan perbandingan panjang sisi 3 : 4 : 5. Segitiga ini memiliki sudut siku-siku yang dibentuk oleh sisi-sisi yang berukuran 3 satuan dan 4 satuan. Faktanya, segitiga ini merupakan segitiga siku-siku paling sederhana dengan panjang sisi merupakan bilangan bulat.



Pada segitiga siku-siku, terdapat hubungan khusus antara panjang sisi-sisi siku-siku dengan panjang hipotenusa. Hubungan ini selanjutnya dikenal dengan **Teorema Pythagoras**. Apa itu **Teorema Pythagoras**? Melalui kegiatan investigasi ini, kamu akan menemukan sendiri konsep itu.

Kegiatan 1

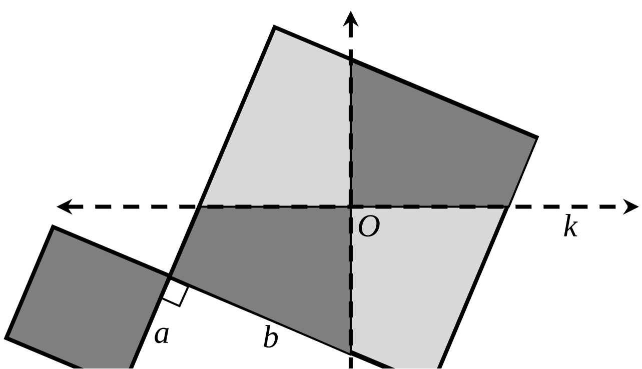
Kamu memerlukan

- Gunting
- Jangka (a compass)
- Penggaris

Tiga Sisi Segitiga Siku-siku

Langkah 1

Lukis sembarang segitiga siku-siku dengan panjang sisi-sisi siku-siku a dan b dengan hipotenusa c. Pada masing-masing sisi segitiga siku-siku itu dilukis persegi dengan panjang sisi masing-masing a, b, dan c seperti tampak pada gambar berikut. Berapa luas daerah masing-masing persegi itu?



Langkah 2

Tentukan titik pusat persegi pada sisi miring yang merupakan titik potong kedua diagonalnya. Beri simbol *O*.

Langkah 3

Melalui titik *O*, lukis garis *j* yang tegak lurus hipotenusa dan garis *k* yang tegak lurus garis *j*. Garis *k* sejajar dengan hipotenusa. Garis *j* dan *k* membagi persegi tersebut menjadi empat bagian.

Langkah 4

Potong persegi terkecil dan empat bagian pada persegi yang lebih besar. Susun lima bagian itu sedemikian sehingga secara tepat menutup persegi pada hipotenuusa.

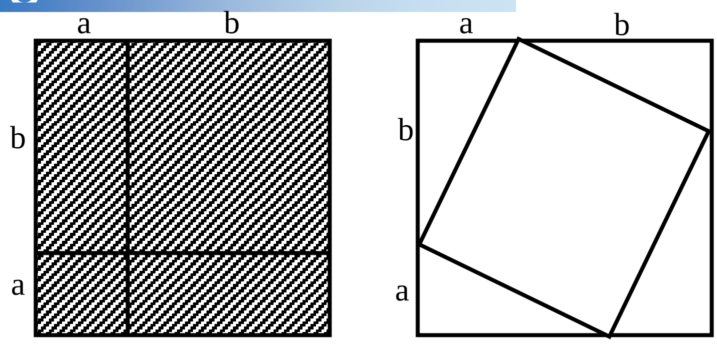
Step 5

Dari Langkah 4, kamu dapat menemukan Teorema Pythagoras.

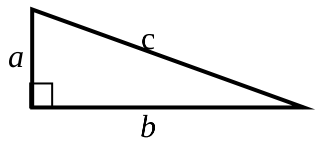
Teorema Pythagoras

Pada segitiga siku-siku, jumlah luas persegi-persegi pada sisi-sisi siku-siku sama dengan ....

Kegiatan 2



Langkah 1
Perhatikan dua persegi masing-masing dengan panjang sisi (a + b) seperti pada gambar di atas. Tulis persamaan yang menunjukkan luas masing-masing persegi tersebut.
Langkah 2
Tulis persamaan untuk menunjukkan bahwa jumlah luas daerah berarsir pada persegi sama dengan jumlah luas daerah persegi yang tidak berarsir.
Langkah 3
Sederhanakan persamaan yang kamu peroleh.
Langkah 4
Gunakan kata-kata untuk menyatakan makna persamaan ini yang berkaitan atau merujuk pada panjang sisi-sisi segitiga siku-siku.



Persamaan tersebut meneyatakan hubungan antara luas persegi pada sisi-sisi segitiga siku-siku. Hubungan ini juga menyatakan hubungan antara sisi-sisi segitiga siku-siku. Hubungan tersebut selanjutnya disebut Teorema Pytahgoras. Dengan kalimatmu sendiri, tuliskan hubungan tersebut.

Kegiatan 1

1. Bukalah program ***GeoGebra*** dan buka **File LKS 1**
2. Perhatikan segitiga siku-siku ABC dan persegi pada sisi-sisinya. Ubahlah segitiga tersebut dengan cara men-*drag* (tekan dan geser) salah satu titik sudut segitiga itu
3. Perhatikan atau amati perubahan luas masing-masing persegi dan tuliskan hasil pengamatanmu ke dalam tabel berikut.

Perubahan	Luas	Luas	Luas Persegi	Jumlah luas persegi

ke-	Persegi pada sisi AB	Persegi pada sisi AC	pada sisi BC	pada sisi-sisi AB dan AC
1				
2				
3				
4				
5				

4. Bagaimana hubungan antara luas persegi pada sisi BC dengan jumlah luas persegi pada sisi AB dan CA?
5. Bagaimana hubungan antara luas persegi-persegi pada sisi-sisi suatu segitiga siku-siku?
6. Berdasarkan jawabanmu pada nomor 4 dan 5, bagaimana hubungan antara sisi-sisi suatu segitiga siku-siku?
7. Hubungan antara sisi-sisi segitiga sikut-siku disebut Teorema Pythagoras. Dengan kalimatmu sendiri, rumuskan teorema Pythagoras.

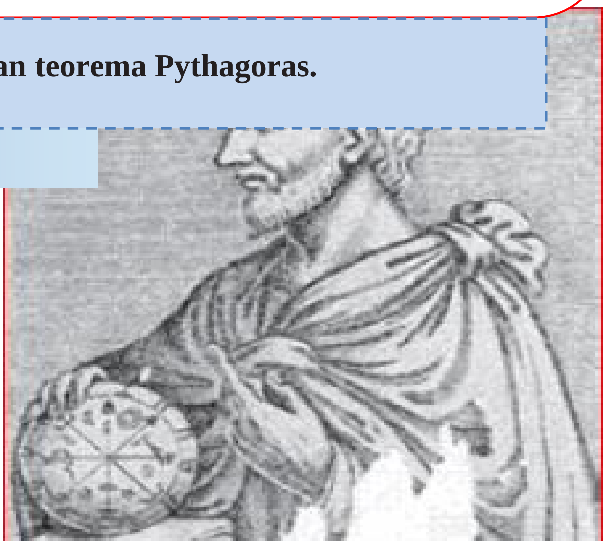
Simpulan

Pada segitiga siku-siku, terdapat hubungan antara sisi-sisi segitiga tersebut sebagai berikut

Simpulan tersebut dikenal dengan teorema Pythagoras.

Sejarah

Pythagoras dari Samos (569–475 S.M), seperti terlukis pada patungnya, sering dideskripsikan sebagai

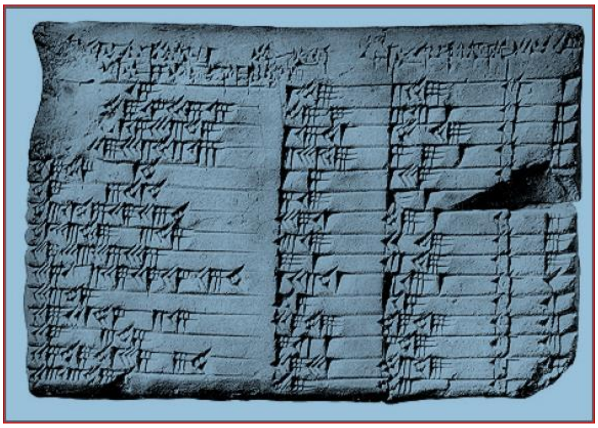


Pythagoras.

“matematikawan pertama”. Samos merupakan kota komersial di Yunani yang berlokasi di Pulau Samos di laut Aegean. Secara misterius, tidak satupun tulisan Pythagoras ditemukan dan hanya tahu sangat sedikut mengenai kehidupannya. Ia menemukan masyarakat matematika di Croton, yang saat ini diketahui merupakan wilayah Italia, yang beranggotakan penemu bilangan irasional dan lima bangun ruang beraturan.

Mereka membuktikan apa yang sekarang dikenal sebagai Teorema Pythagoras, meskipun teorema ini sudah ditemukan dan digunakan 1.000 tahun sebelumnya oleh Bangsa Cina dan Babilonia. Beberapa sejarawan meyakini bahwa bangsa Mesir kuno juga telah mengggunakan kasus khusus dari sifat-sifat konstruksi segitiga siku-siku.

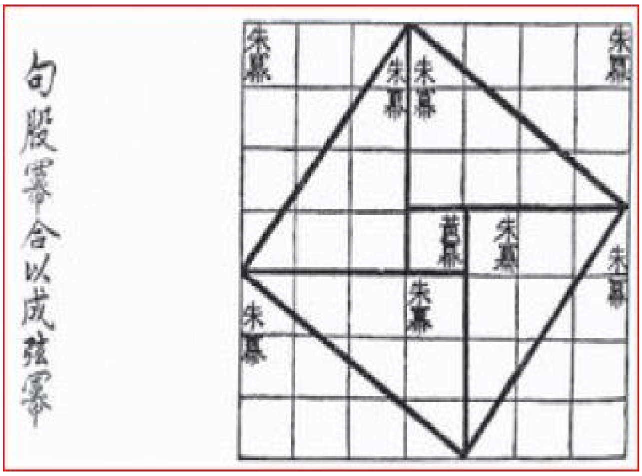
Terdapat bukti bahwa bangsa Babilonia sudah menyadari dan menemukan Teorema Pythagoras lebih dari 1.000 tahun sebelum Pythagoras menemukannya. Bukti itu disebut Plympton 322 yang memuat contoh tripel pythagoras, yaitu himpunan tiga bilangan yang memenuhi Teorema Pythagoras (seperti 3, 4, 5).



Bukti Teorema Pythagoras

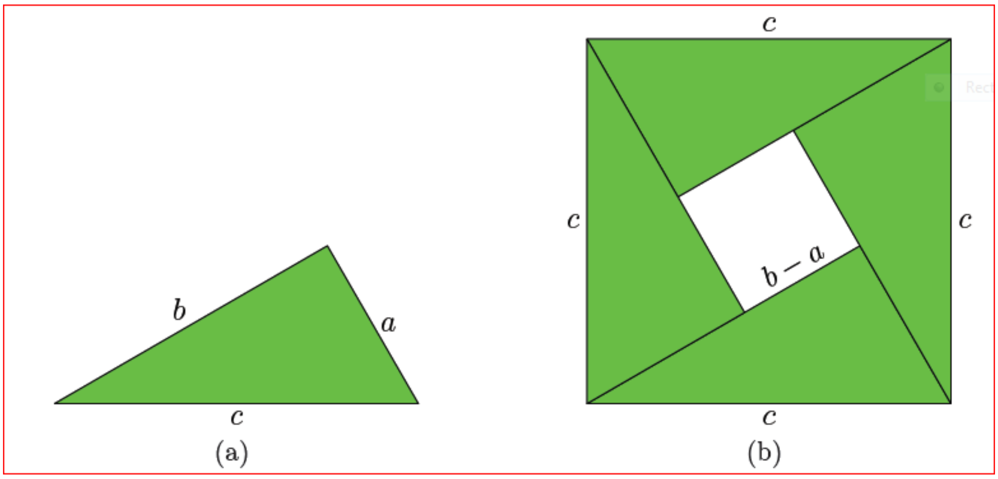
Terdapat lebih dari 400 bukti Teorema Pythagoras. Salah satu dari bukti tertua yang tercatat sebagai bukti Teorema Pythagoras berasal dari Dinasti Han (206 SM – 220 M). Kamu dapat melihat bahwa gambar ini secara spesifik merujuk pada segitiga siku-siku dengan panjang sisi-sisi 3, 4, dan 5 satuan. Ahli sejarah matematika berbeda pendapat mengenai apakah hal itu merupakan bagian dari bukti umum atau hanya merujuk pada kasus khusus segitiga siku-siku. Juga terdapat perbedaan pendapat mengenai apakah bukti Teorema Pythagoras sejatinya diberikan oleh matematikawan modern atau bangsa-bangsa terdahulu.

Gambar 3 memberikan informasi yang memadai yang menunjukkan alur yang dapat dilalui untuk menunjukkan bukti Teorema Pythagoras. Mulai dari sembarang segitiga siku-siku yang memiliki panjang sisi siku-siku *a* dan *b* dan hipotenusa c. Seperti tampak pada Gambar 4.



Gambar 3. Ilustrasi Bukti Teorema Pythagoras

Buat salinan empat segitiga yang terbentuk pada Gambar 4 (a). Selanjutnya putar dan translasikan sehingga membentuk Gambar 4(b). Perhatikan bahwa bentuk ini merupakan persegi besar dengan panjang sisi *c*.



Gambar 4. Ilustrasi Bukti Teorema Pythagoras

Perhatikan bahwa posisi segitiga-segitiga pada Gambar 4(b) memungkinkan bagi formasi persegi kecil, daerah yang tidak diarsir, berada di tengah dari daerah persegi besar. Tidak sulit untuk menghitung panjang sisi persegi kecil ini, yaitu selisih dari sisi-sisi siku-siku segitiga siku-siku pembentuknya. Jadi, panjang sisi persegi kecil itu adalah $b - a$.

Luas daerah persegi besar pada Gambar 4(b) dapat ditentukan melalui dua cara terpisah sebagai berikut.

- Pertama, persegi besar pada Gambar 4(b) memiliki panjang c. Oleh karena itu, luasnya adalah Luas = c^2.
- Kedua, persegi besar pada Gambar 4(b) dibentuk dari 4 segitiga kongruen dan sebuah persegi kecil dengan panjang $b - a$.

  Luas persegi besar dapat ditentukan dengan menjumlahkan luas empat segitiga siku-siku dan sebuah persegi kecil itu.

  - Luas persegi kecil adalah $(b-a)^2$
  - Luas masing-masing segitiga siku-siku adalah $\frac{ab}{2}$.
  - Jadi, luas empat segitiga siku-siku itu adalah $4\left(\frac{ab}{2}\right)$. Oleh karena itu, luas persegi besar dapat ditentukan sebagai berikut.

$$\begin{aligned}\text{Luas} &= \text{Luas persegi kecil} + 4 \cdot \text{Luas 4 segitiga siku-siku}\\ &= (b-a)^2 + 4\left(\frac{ab}{2}\right)\end{aligned}$$

Luas persegi besar telah ditentukan dua kali. Pertama diperoleh c^2, kedua diperoleh $(b - a)^2 + 4\left(\frac{ab}{2}\right)$. Oleh karena itu, dua kuantitas ini haruslah sama, yaitu:

$$c^2 = (b-a)^2 + 4\left(\frac{ab}{2}\right)$$

Disederhanakan, diperoleh

$$c^2 = b^2 - 2ab + a^2 + 2ab$$

$$c^2 = b^2 + a^2$$

atau

$$a^2 + b^2 = c^2$$

Dengan cara demikian, teorema Pythagoras telah dibuktikan.

Kebalikan Teorema Pythagoras

Any time you see someone more successful than you are,
they are doing something you aren't.

Malcolm X

Jika suatu segitiga adalah segitiga siku-siku, maka kuadrat panjang hipotenusa sama dengan jumlah kuadrat panjang sisi-sisi siku-sikunya. Apakah kebalikannya benar? Jika *a*, *b*, dan *c* adalah panjang sisi-sisi segitiga dan memenuhi rumus Pythagoras, , $a^2 + b^2 = c^2$, apakah segitiga itu pasti segitiga siku-siku? Mari selidiki.

Kegiatan 3 (Kebalikan Teorema Pythagoras)

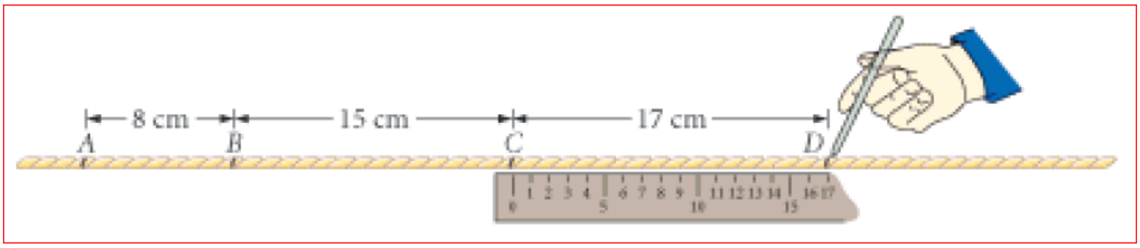
Kamu memerlukan
- Benang
- Penggaris
- Klip kertas (paper clips)
- Jangka

Tiga bilangan bulat posiitif yang memenuhi rumus Pythagoras disebut tripel Pythagoras. Sebagai contoh, 8 – 15 – 17 adalah tripel Pythagoras, sebab $8^2 + 15^2 = 17^2$. Berikut ini adalah contoh sembilan himpunan tripel Pyythagoras.

3 – 4 – 5	5 – 12 – 13	7 – 24 – 25	8 – 15 – 17
6 – 8 – 10	10 – 24 – 26	16 – 30 – 34	9 – 12 – 15
12 – 16 – 20			

Langkah 1

Pilih salah satu himpunan tripel Pythagoras dari dafftar di atas. Tandai empat titik *A*, *B*, *C*, dan *D*, pada benang untuk membentuk panjang ketiga sisi segitiga dari tripel Pytagoras yang kamu pilih.



Langkah 2

Buat loop atau lingkaran sehingga titik A dan D bertemu.

Langkah 3

Tiga anggota kelompok hendaknya menarik *paper clip* pada titik A, B, C, dan D sehingga benang menjadi kencang.

Langkah 4

Dengan jangka atau pojok sebuah kertas atau buku, periksa ukuran sudut terbesar. Segitiga apakah yang terbentuk?

Langkah 5

Pilih tripel bilangan lainnya dari daftar di atas. Ulangi Langkah 1 dengan panjang berbeda.

Langkah 6

Bandingkan hasilnya dari percobaab sebelumnya. Nyatakan hasilmu dalam bentuk dugaan sebagai berikut.

Kebalikan Teorema Pythagoras

Jika panjang tiga sisi suatu segitiga memenuhi rumus Pythagoras, maka segitiga itu adalah segitiga ...

Sejarah

Beberapa ahli sejarah meyakini bahwa bangsa Mesir telah menggunakan kebalikan Teorema Pythagoras ini untuk membantu mengembalikan batas-batas tanah setelah banjir tahunan dari melupanya Sungai Nil dan untuk membantu mengkonstruksi Piramida. Beberapa orang pekerja membuat simpul-simpul pada seutas tali dengan jarak yang sama. Misalnya, 13 simpul membagi tali menjadi 12 bagian tali yang sama panjang. Jika satu orang memegang simpul pertama dan simpul 13 secara bersama-sama dan menghimpitkannya, serta dua orang lain memegang simpul 4 dan 8 dan meregangkannya, mereka dapat membentuk segitiga siku-siku dengan panjang sisi-sisi 3, 4, dan 5.

Gambar 5. Segitiga Siku-siku Bangsa Mesir

Kegiatan 3

Diketahui beberapa tripel Pythagoras, yaitu {3, 4, 5}, {5, 12, 13}, {7, 24, 25} dan {8, 15, 17}. Temukan formula untuk menemukan suatu tripel Pythagoras. Sebagai contoh, $2n + 1$, $2n^2 + 2n$, $2n^2 + 2n + 1$ adalah tripel Pythagoras untuk n bilangan bulat positif. tripel Pythagoras dapat ditentukan dengan cepat dengan menggunakan bantuan Ms Excel. Lakukan kegiatan berikut.

Langkah 1

Buka lembar MS Excel.

a. Pada kolom A, tentukan nilai n untuk n = 1, 2, 3, 4, 5 , ...
b. Pada kolom B, untuk nilai 2n + 1
c. Pada kolom C, untuk $2n^2 + 2n$
d. Pada kolom D, untuk nilai $2n^2 + 2n + 1$

	A	B	C	D
1	n	a	b	c
2	1	=2*A2+1	=2*A2^2+2*A2	=C2+1
3	=A2+1			
4				
5			fill down	

Langkah 2

Dengan rumus tersebut bentuk 10 himpunan tripel Pytagoras pertama.

	A	B	C	D
1	n	a	b	c
2	1	3	4	5
3	2	5	12	13
4	3	7	24	25
5	4	9	40	41

Langkah 3

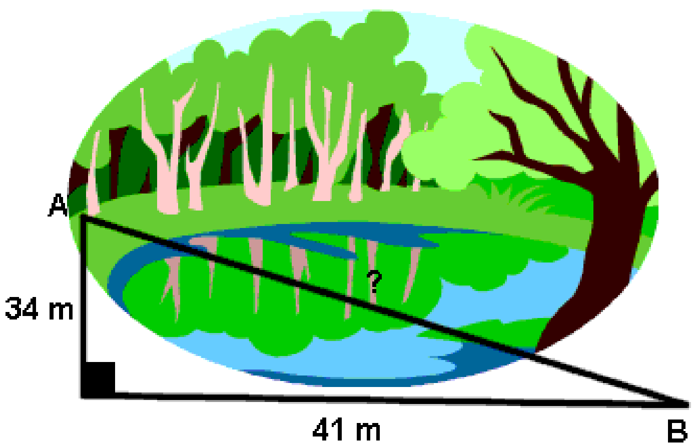
Periksa bahwa masing-masing himpunan bilangan itu membentuk tripel Pyythagoras dengan cara memeriksa apakah $a^2 + b^2 = c^2$.

Langkah 4

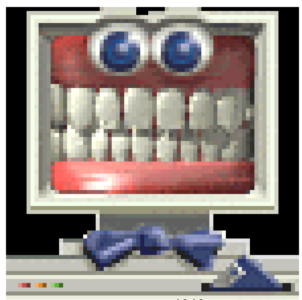
Tugas terakhirmu adalah membuktikan bahwa formula $\{2n + 1, 2n^2 + 2n, 2n^2 + 2n + 1\}$ akan menghasilkan himpunan tripel Pythagoras untuk semua bilangan ppositif n. **Petunjuk**: misalkan $a = 2n + 1$, $b = 2n^2 + 2n$ dan $c = 2n^2 + 2n + 1$, selanjutnya sederhanakan $c^2 – b^2 = (2n^2 + 2n + 1)^2 – (2n^2 + 2n)^2$ menggunakan perbedaan dua faktoriasai kuadrat.

Pemecahan Masalah

1. Jelaskan secara singkat bagaimana mengidentifikasi atau menentukan hipotenusa suatu segitiga siku-siku
2. Untuk menuju B dari A kamu harus menyeberang kolam. Untuk menghindari menyeberang kolam, kamu harus berjalan sejauh 34 meter ke selatan dan 41 meter ke timur. Andaikan memungkinkan untuk me-nyeberang atau melewati kolam, berapa jarak yang dapat dhemat untuk menuju B dari A?

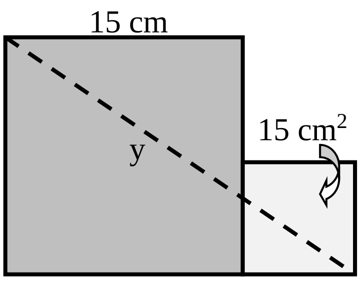


3. Pada suatu toko komputer online tertulis ukuran monitor adalah 19 inc. Ini menunjukkan panjang diagonal layar monitor itu. Jika tinggi monitor yang berbentuk persegi itu adalah 10 inc, berapa panjang lebar monitor tersebut?

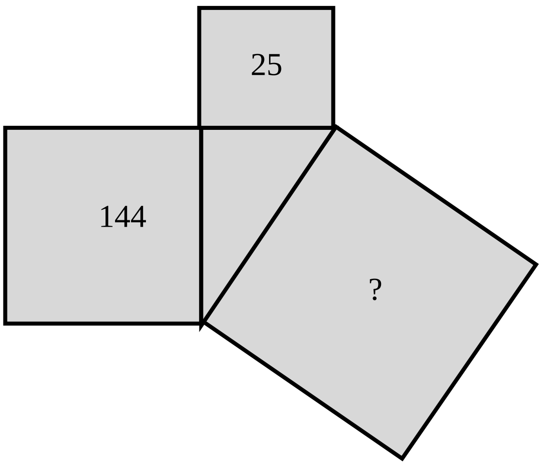


4. Dua pelari menempuh jarak 8 mil ke uutara dan 5 mil ke barat. Berapa jarak terpendek yang harus mereka tempuh untuk kembali ke tempat mereka berangkat?

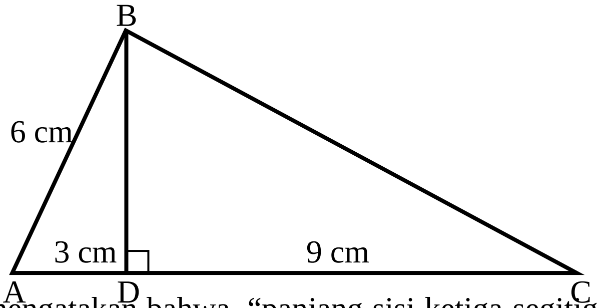
5. Ibu Junita mengatakan bahwa suatu segitiga siku-siku memiliki hipotenusa 13 dan panjang salah satu sisi siku-sikunya adalah 5. Ia meminta bantuanmu untuk menentukan panjang sisi siku-siku linnya. Apa jawabanmu?
6. Dalam keadaan darurat seseorang harus diselamatkan melalui pintu jendela yang memiliki tinggi 6 m. Sebuah tangga harus ditempatkan minimum 1 m dari dasar bangunan. Berapa tinggi tangga yang mungkin? Buatlah diagram untuk membantu menjawab pertanyaan ini.
7. Tentukan *y*



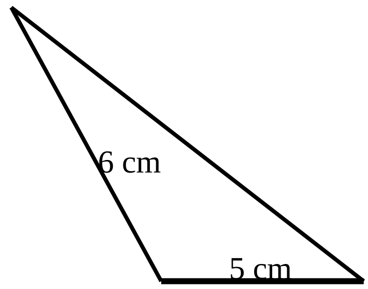
8. Sebuah belah ketupat memiliki panjang diagonal 6 cm dan 8 cm. Tentukan panjang sisi-sisi belah ketupat tersebut.
9. Suatu segitiga sama sisi memiliki panjang sisi 6 cm. Tentukan luas segitiga tersebut.
10. Tentukan luas persegi yang belum diketahui pada gambar berikut. Tunjukkan secara rinci cara yang kamu gunakan.



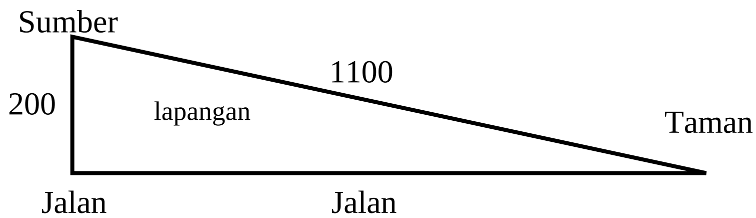
11. Jelaskan mengapa segitiga *ABC* merupakan segitiga siku-siku



12. Tommy mengatakan bahwa, “panjang sisi ketiga segitiga berikut adalah 36 + 25 = 61 cm.” Apakah pendapat Tommy benar? Mengapa?



13. Seorang petani ingin membangun pipa air yang dipasang dari sumber air ke taman rumahnya. Ia memiliki dua pilihan.
    - Ia dapat memasang pipa mengikuti jalan utama. Pilihan ini memerlukan biaya Rp 300.000/m.
    - Ia dapat juga memasang pipa yang mengubungkan dua tempat tersebut secara langsung melintai padang. Pilihan ini memerlukan biaya Rp 450.000/m.

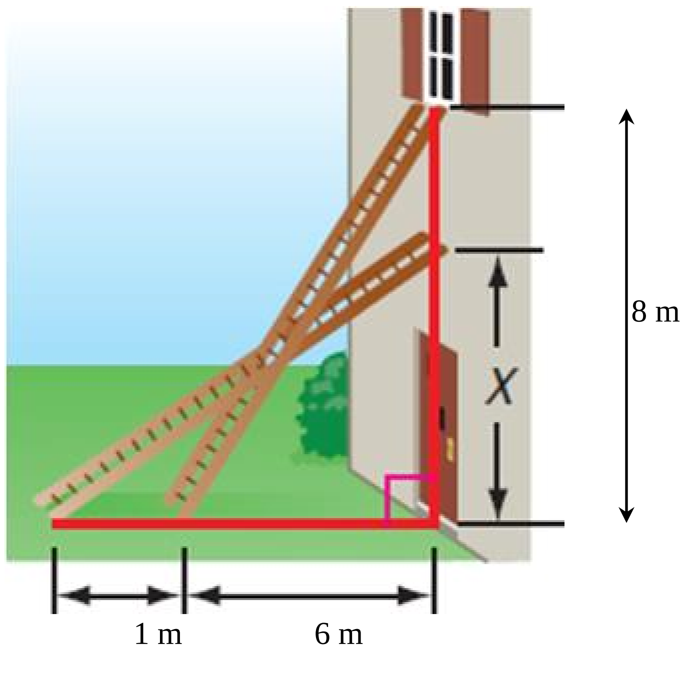


a. Berapa biaya yang diperlukan untuk memasang pipa yang mengubungkan secara langsung sumber air ke taman rumah tersebut?

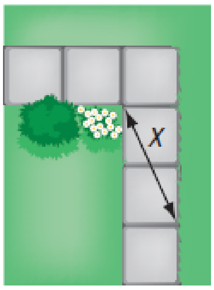
b. Berapa biaya yang diperlukan untuk memasang pipa yang mengikuti jalan utama?

c. Mana pilihan terbaik? Jelaskan.

14. Seorang tukang cat memasang tangga untuk mencapai baguian bawah jendela lantai dua sebuah bangunan yang berjarak 8 m dari tanah. Alas tangga itu berjarak 6 m dari dasar bangunan. Ketika tukang cat itu sedang mengaduk cat, seekor kucing menendang bagian bawah tangga sehingga bergeser 1 m menjauh dari dasar bangunan. Berapa meter bagian atas tangga bergeser dari tempat semula?



15. Enam batu berbentu persegi yang kongruen disusun membentuk huruf L seperti pada gambar berikut. Jika x = 15 cm, tentukan luas permukaan susunan batu tersebut.

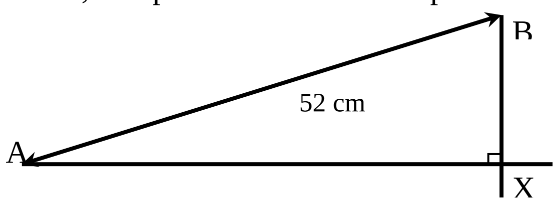


16. Joko membuat sebuah meja kecil di ruang kerjanya. Ukuran permukaan meja tersebut adalah 36 cm dan 18 cm denngan diagonal 43”. Apakah permukaan meja tersebut berbentuk persegipanjang?
17. Sebuah kerangka jendela yang tampak berbentuk persegipanjang memiliki tinggi 408 cm, lebar 306 cm and salah satu diagonalnya memiliki panjang 525 cm. Apakah kerangka jendela tersebut betul-betul berbentuk persegipanjang? Jelaskan.
18. Seorang teman sekelas menyatakan bahwa segitiga yang memiliki panjang sisi-sisi 4, 5, dan 9 adalah segitiga siku-siku. Gunakan teorema Pythagoras untuk menunjukkan bahwa hal iitu tidak benar.
19. Suatu segitiga memiliki panjang sisi-sisi 4, 6 dan 8 cm. Segitiga yang lain memiliki panjang sisi-sisi 6, 8, dan 10 cm. Manakah yang merupakan segitiga siku-siku? Mengapa?
20. Joko dan Jono sedanng memeriksa apakah 5-12-13 adalah tripel Pythagoras. Siapa yang benar? Jelaskan.

Joko	Jono
$13^2 + 5^2 \stackrel{?}{=} 12^2$	$5^2 + 12^2 = 13^2$
$169 + 25 \stackrel{?}{=} 144$	$25 + 144 = 169$
$193 \neq 144$	$169 = 169$
no	yes

21. Gambar dua segitiga siku-siku sebangun. Apakah masing-masing panjang sisi-sisi segitiga tersebut membentuk tripel Pythagoras? Jelaskan.

22. Apakah benar atau salah? Sembarang dua segitiga siku-siku yang memiliki hipotenusa sama juga memiliki luas yang sama? Jelaskan.
23. Seorang laki-laki mengendarai sepeda ke arah timur dengan kecepatan 16 km/jam. Dari tempat berangkat yang sama, snak laki-lakinya mengendarai sepeda ke arah selatan dengan kecepatan 20 km/jam. Jika mereka berangkat pada saat yang sama, berapa jarak mereka setelah melakukan 4 jam perjalanan?
24. Jalan lurus dari A ke B bertemu di X. A dan B berjarak 52 km. Mika meninggalkan A pada saat yang sama ketika Tomi meninggalkan B. Mika bersepeda dengan kecepatan 24 km/jam dan Tomy berlari dengan kecepatan 10 km/jam. Keduanya sama-sama menuju X. Jika mereka tiba di X bersamaan, berapa lama mereka bersepeda?



25. Kota A adalah 50 km di selatan kota B. Kota C adalah 120 km di sebelah timur B. Mana yang lebih cepat, melakukan perjalanan secara langsung dari A ke C dengan mobil berkecepatan rata-rata 90 km/jam atau dari A ke C melalui B dengan menggunakan kereta berkecapatan rata-rata 120 km/jam?
26. Dua pelari meninggalkan kota A pada saat yang sama. Jika salah satu pelari berlari ke arah timur menuju kota B dan pelari kedua ke arah selatan menuju kota C. Jika pelari kedua berlari dengan kecepatan 2 kali kecepatan pelari pertama, mereka tiba di B dan C masing-masing 2 jam sejak mereka lari. Jika B dan C berjarak 500 km, tentukan kecepatan mereka masing-masing berlari.

Daftar Pustaka

Borwein, J.M. and Bailey, D.H. 2003. *Mathematics by Experiment: Plausible Reasoning in the 21st Century*, A.K Peters, Ltd.

Boyd, C.J., Cummins, J., Malloy, C.E., Carter, J.A., & Flores, A. 2008. Geometry. New York: Glencoe McGraw-Hill

Lang, S. & Murrow, G. 1988. Geometry. Second Edition. New York: Springer

Rich, B & Thomas, C. 2009. Geometry. Fourth Edition. New York: Schaum's Outlines McGraw-Hill

Slavin, S. & Crisonino. 2005. Geometry. A Self – Teaching Guide. New Jersey: John Wiley & Sons, Inc.

Rich, Barnet dan Schnidt, Philip A. (1999). *Geometry*. USA: McGraw-Hill Companies.

Format Validasi *Student's Book* Geometri

Nama Penilai : ……………………………………………

Jabatan : ....

A. Penilaian Khusus

Mohon Bapak/Ibu memberikan penilaian terhadap *student's book* ini dengan membubuhkan tanda cek (√) pada kolom yang sesuai dengan ketentuan: (4) s**angat baik, (**3) **baik, (2) kurang baik, dan (1) tidak baik.** Mohon Bapak/Ibu memberikan keterangan atau catatan terkait masing-masing aspek yang dinilai.

Aspek	**Nilai**				**Keterangan**
	1	**2**	**3**	**4**	
A. Materi/Konsep					
1. Kebenaran/keakuratan materi					
2. Ketercakupan materi					
3. Kesesuaian materi dengan standar kompetensi dan kompetensi dasar					
4. Keruntutuan penyajian materi					
B. Aspek Konstruksi					
1. Kejelasan dan kekomunikatifan bahasa yang digunakan					
2. Kejelasan tujuan pembelajaran setiap bab maupun tujuan setiap kegiatan					
3. Keberadaan dan kejelasan identitas *student's book*					
4. Kejelasan petunjuk dan langkah-langkah setiap kegiatan dalam *student's book*					
5. Pengintegrasian ICT dalam student's book ini membantu siswa mengeksplorasi konsep-konsep geometri					
C. Aspek Didaktis					
1. Ketersediaan aktivitas atau tugas yang memfasilitas siswa untuk mengeksplorasi konsep-konsep geometri					
2. Ketersediaan aktivitas atau tugas yang mendorong siswa untuk berinteraksi secara aktif dalam kegiatan pembelajaran					
3. Ketersediaan contoh soal dan soal latihan yang memfasilitasi					

siswa untuk memperluas pemahamannya dan mengembangkan kemampuan pemecahan masalah matematis					
D. Aspek Teknis					
1. Kesesuaian jenis dan ukuran huruf					
2. Kesesuaian dan ketepatan ukuran penempatan gambar, tabel, diagram, atau ilustrasi					
3. Kemenarikan tampilan atau penyajian					

B. Penilaian Umum

Mohon Bapak/Ibu memberikan penilaian umum terhadap *student's book* ini dengan cara membubuhkan tanda centang (√) pada bagian berikut.

(.....) Dapat digunakan tanpa revisi

(.....) Dapat digunkan dengan revisi kecil *)

(.....) Dapat digunakan dengan revisi besar *)

(.....) Tidak dapat digunakan

C. Komentar atau Saran Umum

Yogyakarta, ... 2013

Penilai

(.......................................)