# Tahun Baru 2025: Tahun Matematika yang Menyenangkan!

#### Sahid

Departemen Pendidikan Matematika FMPIA UNY <u>sahid@uny.ac.id, sahidyk@gmail.com</u>

#### Selamat datang di tahun 2025!

Sudah tentu, tahun 2025 adalah tahun setelah 2024, atau 2025=2024+1, namun secara matematis, hal ini dapat ditulis dalam bentuk yang lebih menarik dan mungkin Anda anggap mengada-ada!

$$2025 = \frac{2024^2 - 1}{2024 - 1}. (1)$$

Hal tersebut bukanlah mengada-ada! Anda yang pernah belajar di SMP seharusnya tahu bahwa

$$a^{2} - b^{2} = (a+b)(a-b), (2)$$

dan (1) adalah salah satu aplikasi rumus (2).

Tahun 2025, ternyata merupakan tahun dengan angka (bilangan) yang memiliki banyak sifat menarik dan menyenangkan untuk diteliti dan dieksplor. Berikut ini disajikan sebagian dari sifat-sifat menarik yang dapat diungkap dari bilangan 2025. Anda, pembaca dipersilakan untuk melakukan penyelidikan dan eksplorasi lebih lanjut. Artikel ini pun terinspirasi oleh tulisan Srinivasa Raghava K., yang berjudul *New Year: Fun And Fascinating Mathematical Expressions Of '2025'* dan dimuat di dalam Web https://swarajyamag.com/science/new-year-fun-and-fascinating-mathematical-expressions-of-2025 pada tanggal 1 Januari 2025, dan artikel di Web **Math1089**, yang berjudul *Mathematical Beauties of the Happy New Year 2025* (https://math1089.in/2024/12/24/mathematical-beauties-of-the-happy-new-year-2025/).

## Tahun 2025 merupakan kuadrat sempurna!

$$2025 = 45^2 \tag{3}$$

Tahun 2025 merupakan tahun kuadrat sempurna, yakni kuadrat 45. Ini adalah tahun kuadrat pertama setelah tahun 1936, yang merupakan kuadrat 44. Tahun kuadrat berikutnya adalah 2116, yang merupakan kuadrat 46 dan terjadi 91 tahun yang akan datang. Berikut adalah contoh pengecekan kuadrat tersebut dengan salah satu software matematika.

>45^2
2025
>44^2
1936
>46^2
2116

#### Apakah hubungan tahun 2025 dan bilangan 45?

Selain 2025 merupakan kuadrat 45, apakah hubungan keduanya? Perhatikan bilangan 45 merupakan jumlah nilai dua angka pertama dan nilai dua angka terakhir pada 2025, yakni

$$45 = 20 + 25, (4)$$

sehingga

$$2025 = (20 + 25)^2. (5)$$

Fakta menarik ini menunjukkan bahwa bilangan 45 merupakan salah satu bilangan Kaprekar (https://en.wikipedia.org/wiki/D.\_R.\_Kaprekar), nama yang berasal dari nama seorang matematikawan India (1905-1986). Apakah bilangan **Kaprekar** ? Suatu bilangan Kaprekar adalah bilangan bulat positif yang memiliki sifat apabila dikuadratkan hasilnya dapat dipisah menjadi dua bilangan asli yang jumlahnya sama dengan bilangan positif tersebut. Berikut adalah beberapa contoh lain bilangan Kaprekar:

Menariknya lagi, ternyata sifat yang analog sifat bilangan Kapretar di atas berlaku juga untuk perpangkatan 3, 4, 5, dan 6. Perhatikan fakta unik berikut ini. Dalam kasus ini, dan juga pada kasus-kasus berikutnya, termasuk penjumlahan adalah penjumlahan dengan bilangan negatif (pengurangan).

$$(20+25)^{3} = 91125 = (9+11+25)^{3}$$

$$(20+25)^{4} = 4100625 = (4+10+06+25)^{4}$$

$$(20+25)^{5} = 184528125 = (18-45-2+81-2-5)^{5}$$

$$(20+25)^{6} = 8303765625 = (8-30+37-6+5+6+25)^{6}$$
(6)

Cobalah Anda selidiki untuk perpangkatan yang lebih tinggi!

Bilangan 2025 ternyata juga merupakan jumlah 45 bilangan ganjil pertama:

$$2025 = 1 + 3 + 5 + \dots + 89. \tag{7}$$

Berikut adalah contoh pengecekan dengan suatu software matematika ( **EMT** : **Euler Math Toolbox** ).

$$\sum_{k=1}^{45} (2k-1) = 2025.$$

Bilangan 45 dan 2025 juga memiliki sifat yang sama, yakni, jumlah digit-digitnya sama, yakni 9.

$$45:$$
  $4+5=9$   
 $2025:$   $2+0+2+5=9.$ 

Lantas, ada apa dengan 9?

Bilangan 45 juga merupakan jumlah 9 bilangan asli pertama:

$$45 = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9, (8)$$

sehingga

$$2025 = (1+2+3+4+5+6+7+8+9)^2. (9)$$

Ini artinya bilangan 2025 merupakan kuadrat jumlah 9 bilangan asli pertama yang hanya menggunakan 1 digit.

Bilangan 45 merupakan | bilangan segitiga | ke-9, yakni

$$45 = \frac{9 \times 10}{2},\tag{10}$$

sehingga

$$2025 = \left(\frac{9 \times 10}{2}\right)^2. \tag{11}$$

Ternyata, 2025 merupakan jumlah pangkat tiga bilangan-bilangan 1 sampai 9:

$$2025 = 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + 9^3. \tag{12}$$

Berikut adalah pengecekan dengan menggunakan software EMT.

$$>$$
\$'sum(k^3,k,1,9)=sum(k^3,k,1,9)

$$\sum_{k=1}^{9} k^3 = 2025.$$

Sungguh suatu fakta yang sangat menarik dan indah!

Dari dua fakta sebelumnya, yakni kesamaan (9) dan (12), Anda tentu dapat menyimpulkan bahwa

$$(1+2+3+4+5+6+7+8+9)^2 = 1^3+2^3+3^3+\cdots+9^3 = 2025.$$
 (13)

Apakah hubungan ini berlaku untuk deret bilangan asli yang lain? Tentu, karena faktanya memang untuk setiap bilangan asli n berlaku (teorema Nichomachus):

$$\left(\sum_{k=1}^{n} k\right)^2 = \sum_{k=1}^{n} k^3. \tag{14}$$

Pembaca yang penasaran silakan menyelidiki dan membuktikannya secara induksi matematika.

Masih ada lagi fakta yang menarik terkait bilangan 2025 dan 9, yakni jumlah digit-digit hasil bagi 2025 oleh 9 juga sama dengan 9 (sifat bilangan harshad, suatu kata dari bahasa Sankrit yang berarti "memberikan kesenangan").

$$2+0+2+5=9$$
,  $\frac{2025}{9}=225$ , dan  $2+2+5=9$ . (15)

Hubungan bilangan 9, 45, dan 2025 juga dapat dilihat dari tripel Pythagoras 27, 36, dan 45 yang memiliki selisih 9. Perhatikan

$$27^2 + 36^2 = 45^2 = 2025. (16)$$

>27^2+36^2 2025

Karena 45 sendiri merupakan jumlah dua bilangan kuadrat, yakni

$$45 = 9 + 36 = 3^2 + 6^2$$
,

maka 2025 merupakan kuadrat jumlah kuadrat dua bilangan, yakni

$$2025 = (3^2 + 6^2)^2. (17)$$

## Menggunakan digit o sampai 9 untuk menghasilkan 2025

Selain fakta-fakta menarik di atas, Anda dapat berkreasi dengan menggunakan digit 0 sampai 9 secara berurutan untuk menghasilkan bilangan 2025. Berikut adalah beberapa contoh yang dapat Anda lakukan. Suatu kreativitas yang menarik sekaligus menantang! Dapatkah Anda menghasilkan kreasi lain yang bersifat unik?

$$2025 = 12 \times 3 + 45 \times 6 \times 7 + 89 + 10 \tag{18}$$

$$2025 = 10 + (9 + 8 \times 76 + 54) \times 3 + 2 \times 1 \tag{19}$$

$$2025 = 12 \times 3 + (4+5) \times (6+7) \times (8+9) \tag{20}$$

$$2025 = 98 + 76 + 5^4 \times 3 + 2 \times 1 \tag{21}$$

$$2025 = (-1-2) \times (3+4!) \times (5-6-7-8-9) \tag{22}$$

$$2025 = -9 \times (8+7) + 6! \times (5+4-3-2-1) \tag{23}$$

$$2025 = \{(-9+8+7)^2 - 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1\}^2$$
 (24)

$$2025 = \{-1 - 2 + 3^2 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9\}^2 \tag{25}$$

$$2025 = -9 + (8+7)^3 - (6+5)^3 - 4 - 3 - 2 - 1$$
 (26)

$$2025 = -1 + 2 \times (3^3 + 4^3) \times (5 + 6) + 7 + 8 + 9. \tag{27}$$

Berikut adalah pengecekan kebenaran perhitungan-perhitungan di atas dengan software matematika.

>12\*3+45\*6\*7+89+10

```
2025
>10+(9+8*76+54)*3+2*1
 2025
>12*3+(4+5)*(6+7)*(8+9)
 2025
>9*8+76+5^4*3+2*1
 2025
>(-1-2)*(3+4!)*(5-6-7-8-9)
 2025
> -9*(8+7)+6!*(5+4-3-2-1)
>((-9+8+7)^2-6+5+4+3+2+1)^2
 2025
>(-1-2+3^2+4+5+6+7+8+9)^2
 2025
> -9+(8+7)^3-(6+5)^3-4-3-2-1
> -1+2*(3^3+4^3)*(5+6)+7+8+9
 2025
```

Cobalah Anda melakukan kreativitas yang serupa untuk menghasilkan bilangan 2025! Asyik dan menantang, bukan?

Bilangan 2025 juga dapat dinyatakan sebagai operasi digit-digitnya yang ditulis sesuai urutannya.

$$2025 = (202 \times 5) \times 2 + 0 \times 2 + 5 \tag{28}$$

$$2025 = (20 \times 25) \times (2 + 0 \times 2 \times 5)^2 + 0 \times 2 \times 5 + 2 \times 0 + 25$$
(29)

Berikut ini adalah kreasi untuk menghasilkan bilangan 2025 dengan hanya menggunakan digit-digit yang sama. Sebuah kreativitas yang menarik dan menantang juga!

$$2025 = (1+1)^{11} - 11 - 11 - 1 \tag{30}$$

$$2025 = \left(2 \times 22 + \frac{2}{2}\right)^2 \tag{31}$$

$$2025 = 3 \times (3 \times (3+3)^3 + 3^3) \tag{32}$$

$$2025 = \left(44 + \frac{4}{4}\right)^{\frac{4+4}{4}} \tag{33}$$

$$2025 = 5 \times (5 \times (5 \times 5 + 55) + 5) \tag{34}$$

$$2025 = 6 \times 6 \times 6 \times 6 + \left(\frac{6 \times 6}{6+6}\right)^6 \tag{35}$$

$$2025 = \left(7 + 7 + \frac{7}{7}\right) \times \left[\left(\frac{7+7}{7}\right)^7 + 7\right] \tag{36}$$

$$2025 = 88 \times (8 + 8 + 8 - \frac{8}{8}) + \frac{8}{8} \tag{37}$$

$$2025 = 9 \times ((9+9) \times (9+9) - 99). \tag{38}$$

Berikut ini adalah pengecekan kebenaran perhitungan-perhitungan di atas menggunakan software matematika.

```
>(1+1)^(11)-11-11-1
2025
>3*(3*(3*3)^3+3^3)
2025
>5*(5*(5*5+55)+5)
2025
>6*6*6*6+(6*6/(6+6))^6
2025
>(7+7+7/7)*(((7+7)/7)^7+7)
2025
>88*(8+8+8-8/8)+8/8
2025
>9*((9+9)*(9+9)-99)
2025
```

Jika Anda ingin mendapatkan hiburan dari matematika, lakukan kreativitas yang serupa untuk menghasilkan bilangan 2025! Apakah Anda merasa puas dan terhibur?

## Bilangan 2025 sebagai jumlah bilangan-bilangan asli berturutan atau jumlah perpangkatannya

Tidak semua bilangan (asli) dapat dinyatakan sebagai jumlah dua atau lebih bilangan asli lain yang berturutan. Sebagai contoh adalah 8, karena

$$8 = 1+7=2+6 = 3+5=4+4$$
  
=  $1+2+5 = 1+3+4$ .

Akan tetapi, 2025 dapat dinyatakan sebagai jumlah dua atau lebih bilangan-bilangan asli yang berturutan. Dengan kata lain, 2025 merupakan jumlah deret aritmetika tertentu dengan beda 1. Lihat fakta berikut ini.

$$2025 = 1012 + 1013 \tag{39}$$

$$2025 = 674 + 675 + 676 \tag{40}$$

$$2025 = 403 + 404 + 405 + 406 + 407 \tag{41}$$

$$2025 = 335 + 336 + 337 + 338 + 339 + 340 \tag{42}$$

$$2025 = 221 + 222 + 223 + 224 + 225 + 226 + 227 + 228 + 229 \tag{43}$$

$$2025 = 198 + 199 + 200 + 201 + 202 + 203 + 204 + 205 + 206 + 207 \tag{44}$$

Sebelumnya, seperti ditunjukkan pada kesamaan (7), bahwa 2025 merupakan jumlah 45 suku deret aritmetika dengan beda 2 (deret bilangan ganjil). Dapatkah Anda menemukan deret-deret aritmetika lain yang berjumlah 2025? Ingat, bahwa jumlah n suku pertama deret aritmetika dengan suku pertama n dan beda n badalah

$$S(n) = \frac{n}{2}(2a + (n-1)b). \tag{45}$$

Dengan menetapkan nilai b dan n, Anda mungkin dapat mencari nilai a sedemikian sehingga S(n)=2025. Cobalah! Sebagai contoh, untuk b=3 dan n=2 ternyata diperoleh a=1011, sehingga

$$2025 = 1011 + 1014. \tag{46}$$

Bilangan 2025 juga dapat dinyatakan sebagai jumlah perpangkatan bilangan-bilangan asli berturutan. Seperti sudah ditunjukkan pada (12), 2025 merupakan jumlah perpangkatan 3 bilangan 1 sampai 9. Berikut adalah beberapa contoh jumlah perpangkatan bilangan-bilangan asli berturutan yang menghasilkan nilai 2025.

$$2025 = -1^5 - 2^2 + 3^6 + 4^1 + 5^0 + 6^4 \tag{47}$$

$$2025 = 1^7 + 2^0 + 3^6 + 4^5 + 5^1 + 6^3 + 7^2 \tag{48}$$

$$2025 = 1^7 + 2^8 + 3^6 + 4^0 + 5^4 + 6^1 + 7^3 + 8^2 \tag{49}$$

$$2025 = -1^3 + 2^7 - 3^8 - 4^9 + 5^4 + 6^5 + 7^2 + 8^6 + 9^1$$
 (50)

$$2025 = -1^9 + 2^6 - 3^8 + 4^3 + 5^4 + 6^5 + 7^2 + 8^1 + 9^0.$$
 (51)

Seperti contoh-contoh sebelumnya, agar meyakinkan Anda, berikut kita gunakan salah satu software matematika untuk memeriksa kebenaran hasil-hasil di atas.

```
> -1^5-2^2+3^6+4^1+5^0+6^4
2025
>1^7+2^0+3^6+4^5+5^1+6^3+7^2
2025
>1^7+2^8+3^6+4^0+5^4+6^1+7^3+8^2
2025
> -1^3+2^7-3^8-4^9+5^4+6^5+7^2+8^6+ 9^1
2025
> -1^9+2^6-3^8+4^3+5^4+6^5+7^2+8^1+9^0
2025
```

Cobalah Anda menemukan jumlah perpangkatan lain yang hasilnya 2025.

Bilangan 2025 ternyata juga merupakan jumlah berpangkatan 2 dengan pangkat dari 0 sampai 10, dikurangi 22 (Perhatikan kemunculan angka 2).

$$2025 = 2^{0} + 2^{1} + 2^{2} + 2^{3} + 2^{4} + 2^{5} + 2^{6} + 2^{7} + 2^{8} + 2^{9} + 2^{10} - 22.$$
 (52)

>\$'sum(2^k,k,0,10)-22=sum(2^k,k,0,10)-22

$$\sum_{k=0}^{10} 2^k - 22 = 2025.$$

Di bagian awal tulisan ini sudah ditunjukkan bahwa 2025 merupakan kuadrat suatu bilangan segitiga, yakni 45. Timbul pertanyaan, apakah 2025 dapat dinyatakan sebagai jumlah dua atau lebih bilangan-bilangan segitiga yang berurutan? Anda mungkin bertanya, apakah bilangan segitiga? Ini tidak lain adalah bilangan asli yang dapat ditulis dalam bentuk

$$\frac{n(n+1)}{2}$$
,  $n=1, 2, 3, \ldots$ , (53)

yakni

$$1, 3, 6, 10, 15, 21, \ldots$$

Jadi, pertanyaannya adalah untuk n dan m berapakah akan berlaku

$$\sum_{k=m}^{n} \frac{k(k+1)}{2} = 2025? \tag{54}$$

Secara khusus, selain sudah ditunjukkan hubungannya dengan teorema Pythagoras pada (16), 2025 juga dapat dinyatakan sebagai jumlah kuadrat lebih dari dua bilangan asli.

Bilangan 2025 sebagai jumlah tiga bilangan kuadrat:

$$2025 = 40^2 + 20^2 + 5^2. (55)$$

Bilangan 2025 sebagai jumlah tujuh bilangan kuadrat:

$$2025 = 2^2 + 4^2 + 6^2 + 7^2 + 8^2 + 16^2 + 24^2 + 32^2.$$
 (56)

>2^2+4^2+6^2+7^2+8^2+16^2+24^2+32^2 2025

Dapatkah Anda menemukan empat, lima, enam, delapan, dan seterusnya bilangan-bilangan kuadrat lain yang berjumlah 2025? Lakukan eksplorasi dengan bantuan software matematika, seperti EMT.

## Tahun 2025 dan bujur sangkar ajaib

Ternyata, bilangan 2025 juga memiliki sifat yang terdapat di dalam beberapa bujur sangkar ajaib. Apa itu bujur sangkar ajaib? Ini adalah susunan beberapa bilangan (asli) berbeda dalam bentuk persegi yang memiliki sifat jumlah bilangan-bilangan pada masing-masing baris, kolom, dan diagonal sama (unik/ajaib). Dalam bujur sangkar ajaib tidak boleh satu bilangan muncul dua kali.

Berikut adalah contoh bujur sangkar ajaib berukuran  $3 \times 3$  dan  $4 \times 4$ .

Jumlah setiap baris, kolom, dan diagonal selalu sama, yakni 15. Silakan Anda periksa!

Perhatikan, jumlah setiap baris, kolom, dan diagonal selalu sama, yakni 34.

Dapatkah Anda menyusun suatu bujur sangkar ajaib dengan jumlah unik 2025? Ini adalah wahana yang menantang dan mengasyikkan sebagai rekreasi yang memberikan kepuasan! Berikut adalah sebagian contoh bujur sangkar ajaib dengan beberapa ukuran yang memiliki jumlah unik 2025, sebagai inspirasi Anda.

#### Bujur sangkar ajaib berukuran $3 \times 3$ berjumlah 2025

Silakan Anda periksa bahwa jumlah bilangan-bilangan pada setiap baris, kolom, dan diagonal sama dengan 2025.

#### Bujur sangkar ajaib berukuran 4 imes 4 berjumlah 2025

505	508	514	498
513	499	504	509
500	516	506	503
507	502	501	515

#### Bujur sangkar ajaib berukuran 5 imes 5 berjumlah 2025

410	417	394	401	403
396	398	405	412	414
407	409	416	393	400
413	395	402	404	411
399	406	408	415	397

#### Bujur sangkar ajaib berukuran $6 \times 6$ berjumlah 2025

354	320	325	345	338	343
322	351	326	340	342	344
350	328	321	341	346	339
327	347	352	336	329	334
349	324	353	331	333	335
323	355	348	332	337	330

Dapatkah Anda menemukan suatu pola di dalam setiap bujur sangkar ajaib? Misalnya, pola bilangan yang diperlukan, pola penempatan bilangan-bilangan tersebut? Pola merupakan salah satu aspek menarik dan rekreatif di dalam matematika. Contoh-contoh di atas diharapkan dapat memberikan inspirasi kepada Anda, pembaca untuk melakukan eksplorasi dan penyelidikan lebih lanjut terkait dengan sifat-sifat bilangan 2025 di dalam bujur sangkar ajaib.

#### Penutup

Artikel ini telah menunjukkan kepada Anda beberapa, sebagian sifat-sifat menarik bilangan 2025, yang kebetulan merupakan angka tahun ini yang baru saja hadir.

Contoh-contoh eksplorasi yang disajikan dapat dijadikan bahan pengayaan di dalam pembelajaran matematika oleh guru, baik di tingkat SMP maupun SMA, bahkan sekolah dasar. Berikut adalah beberapa topik di dalam matematika yang dapat diperkaya dengan eksplorasi sifat-sifat bilangan 2025 (atau mungkin juga bilangan unik lain).

- 1. Pembelajaran aritmetika (berhitung): memberikan pengayaan berbagai operasi hitung yang tidak rutin untuk meningkatkan keterampilan berhitung siswa.
- 2. Pembelajaran aljabar: penerapan beberapa sifat aljabar untuk mempermudah perhitungan.
- 3. Pembelajaran geometri: segitiga siku-siku dan teorema Pythagoras.
- 4. Pembelajaran pola bilangan dan barisan bilangan yang dilengkapi dengan contohcontoh yang non-rutin.
- 5. dll.

Yang tidak kalah penting adalah menjadikan matematika sebagai pelajaran yang menarik, menyenangkan, mengasyikkan, sekaligus menantang kreativitas siswa. Membuat pelajaran matematika menarik dan menyenangkan tidak hanya dapat dilakukan dengan memanfaatkan media (atau multimedia) visual atau hal-hal yang bersifat fisik, tetapi juga dapat dilakukan melalui materi matematika itu sendiri, terutama yang bersifat pengayaan, seperti sudah dicontohkan di atas.

Semoga tulisan sederhana ini memberikan manfaat bagi Anda, pembaca, dan memberikan sumbangan bagi pendidikan matematika.

## Daftar Rujukan

- 1. Math1089 (2024, December 24). *Mathematical Beauties of the Happy New Year 2025*. Retrieved January 1, 2025, from https://math1089.in/2024/12/24/mathematical-beauties-of-the-happy-new-year-2025/.
- 2. Sloane, N.J.A (2025, January 1). *The Online Encyclopedia of Integer Sequences.* The OEIS Foundation Inc. http://oeisf.org/.
- 3. Srinivasa Raghava K. (2025, Jan 01) *New Year: Fun And Fascinating Mathematical Expressions Of '2025'*. Retrieved January 1, 2025, from https://swarajyamag.com/science/new-year-fun-and-fascinating-mathematical-expressions-of-2025.
- 4. Wikipedia contributors. (2024, November 8). Squared triangular number. In *Wikipedia, The Free Encyclopedia*. Retrieved January 1, 2025, from https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Squared triangular number&oldid=1256112779.

5. Wikipedia contributors. (2024, November 11). D. R. Kaprekar. In *Wikipedia, The Free Encyclopedia*. Retrieved January 1, 2025, from https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=D.\_R.\_Kaprekar&oldid=1256679320.