



कोड नं.  
Code No. **65/1/1**

रोल नं.  
Roll No. 

--	--	--	--	--	--	--



परीक्षार्थी कोड को उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर अवश्य लिखें।

Candidates must write the Code on the title page of the answer-book.

नोट	NOTE
(I) कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में मुद्रित पृष्ठ <b>15</b> हैं।	(I) Please check that this question paper contains <b>15</b> printed pages.
(II) प्रश्न-पत्र में दाहिने हाथ की ओर दिए गए कोड नम्बर को छात्र उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर लिखें।	(II) Code number given on the right hand side of the question paper should be written on the title page of the answer-book by the candidate.
(III) कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में <b>36</b> प्रश्न हैं।	(III) Please check that this question paper contains <b>36</b> questions.
(IV) कृपया प्रश्न का उत्तर लिखना शुरू करने से पहले, उत्तर-पुस्तिका में प्रश्न का क्रमांक अवश्य लिखें।	(IV) Please write down the Serial Number of the question in the answer-book before attempting it.
(V) इस प्रश्न-पत्र को पढ़ने के लिए 15 मिनट का समय दिया गया है। प्रश्न-पत्र का वितरण पूर्वाह्न में 10.15 बजे किया जाएगा। 10.15 बजे से 10.30 बजे तक छात्र केवल प्रश्न-पत्र को पढ़ेंगे और इस अवधि के दौरान वे उत्तर-पुस्तिका पर कोई उत्तर नहीं लिखेंगे।	(V) 15 minute time has been allotted to read this question paper. The question paper will be distributed at 10.15 a.m. From 10.15 a.m. to 10.30 a.m., the students will read the question paper only and will not write any answer on the answer-book during this period.

## गणित



## MATHEMATICS

निर्धारित समय : 3 घण्टे

अधिकतम अंक : 80

Time allowed : 3 hours

Maximum Marks : 80



## सामान्य निर्देशः

निम्नलिखित निर्देशों को बहुत सावधानी से पढ़िए और उनका सख्ती से पालन कीजिए :

- (i) यह प्रश्न-पत्र चार खण्डों में विभाजित किया गया है – क, ख, ग एवं घ / इस प्रश्न-पत्र में 36 प्रश्न हैं / सभी प्रश्न अनिवार्य हैं ।
- (ii) खण्ड क में प्रश्न संख्या 1 से 20 तक 20 प्रश्न हैं एवं प्रत्येक प्रश्न 1 अंक का है ।
- (iii) खण्ड ख में प्रश्न संख्या 21 से 26 तक 6 प्रश्न हैं एवं प्रत्येक प्रश्न 2 अंकों का है ।
- (iv) खण्ड ग में प्रश्न संख्या 27 से 32 तक 6 प्रश्न हैं एवं प्रत्येक प्रश्न 4 अंकों का है ।
- (v) खण्ड घ में प्रश्न संख्या 33 से 36 तक 4 प्रश्न हैं एवं प्रत्येक प्रश्न 6 अंकों का है ।
- (vi) प्रश्न-पत्र में समग्र पर कोई विकल्प नहीं है । तथापि एक-एक अंक वाले तीन प्रश्नों में, दो-दो अंकों वाले दो प्रश्नों में, चार-चार अंकों वाले दो प्रश्नों में और छः-छः अंकों वाले दो प्रश्नों में आंतरिक विकल्प दिए गए हैं । ऐसे प्रश्नों में से केवल एक ही विकल्प का उत्तर लिखिए ।
- (vii) इसके अतिरिक्त, आवश्यकतानुसार, प्रत्येक खण्ड और प्रश्न के साथ यथोचित निर्देश दिए गए हैं ।
- (viii) केलकुलेटरों के प्रयोग की अनुमति नहीं है ।

### खण्ड क

प्रश्न संख्या 1 से 20 तक प्रत्येक प्रश्न 1 अंक का है ।

प्रश्न संख्या 1 से 10 तक बहुविकल्पीय प्रश्न हैं । सही विकल्प चुनिए ।

1. यदि  $A$  कोटि 3 का एक वर्ग आव्यूह है तथा  $|A| = 5$  है, तो  $|2A'|$  का मान होगा

- (A) -10
- (B) 10
- (C) -40
- (D) 40

2. यदि  $A$  एक वर्ग आव्यूह है तथा  $A^2 = A$  हो, तो  $(I - A)^3 + A$  बराबर है

- (A) I
- (B) 0
- (C) I - A
- (D) I + A

3.  $\tan^{-1}(\tan \frac{3\pi}{5})$  का मुख्य मान है

- (A)  $\frac{2\pi}{5}$
- (B)  $-\frac{2\pi}{5}$
- (C)  $\frac{3\pi}{5}$
- (D)  $-\frac{3\pi}{5}$

**General Instructions :**

Read the following instructions very carefully and strictly follow them :

- (i) This question paper comprises **four** Sections A, B, C and D. This question paper carries **36** questions. All questions are compulsory.
- (ii) **Section A – Questions no. 1 to 20** comprises of **20** questions of **1 mark** each.
- (iii) **Section B – Questions no. 21 to 26** comprises of **6** questions of **2 marks** each.
- (iv) **Section C – Questions no. 27 to 32** comprises of **6** questions of **4 marks** each.
- (v) **Section D – Questions no. 33 to 36** comprises of **4** questions of **6 marks** each.
- (vi) There is no overall choice in the question paper. However, an internal choice has been provided in 3 questions of one mark, 2 questions of two marks, 2 questions of four marks and 2 questions of six marks. Only one of the choices in such questions have to be attempted.
- (vii) In addition to this, separate instructions are given with each section and question, wherever necessary.
- (viii) Use of calculators is **not** permitted.

**SECTION A**

Question numbers 1 to 20 carry 1 mark each.

Question numbers 1 to 10 are multiple choice type questions. Select the correct option.

1. If A is a square matrix of order 3 and  $|A| = 5$ , then the value of  $|2A'|$  is
  - (A) -10
  - (B) 10
  - (C) -40
  - (D) 40
2. If A is a square matrix such that  $A^2 = A$ , then  $(I - A)^3 + A$  is equal to
  - (A) I
  - (B) 0
  - (C)  $I - A$
  - (D)  $I + A$
3. The principal value of  $\tan^{-1}(\tan \frac{3\pi}{5})$  is
  - (A)  $\frac{2\pi}{5}$
  - (B)  $\frac{-2\pi}{5}$
  - (C)  $\frac{3\pi}{5}$
  - (D)  $\frac{-3\pi}{5}$



4. यदि सदिश  $\vec{a} = \hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k}$  का सदिश  $\vec{b} = 2\hat{i} + \lambda\hat{k}$  पर प्रक्षेप शून्य है, तो  $\lambda$  का मान होगा
- (A) 0  
 (B) 1  
 (C)  $-\frac{2}{3}$   
 (D)  $-\frac{3}{2}$
5. समतल  $z = 0$  के लंबवत् तथा बिन्दु  $(-1, 5, 4)$  से गुज़रने वाली रेखा का सदिश समीकरण होगा
- (A)  $\vec{r} = -\hat{i} + 5\hat{j} + 4\hat{k} + \lambda(\hat{i} + \hat{j})$   
 (B)  $\vec{r} = -\hat{i} + 5\hat{j} + (4 + \lambda)\hat{k}$   
 (C)  $\vec{r} = \hat{i} - 5\hat{j} - 4\hat{k} + \lambda\hat{k}$   
 (D)  $\vec{r} = \lambda\hat{k}$
6. कोटि 2 वाले अवकल समीकरण के विशेष हल में स्वेच्छ अचरों की संख्या होगी
- (A) 0  
 (B) 1  
 (C) 2  
 (D) 3
7.  $\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \sec^2 x dx$  बराबर है
- (A) -1  
 (B) 0  
 (C) 1  
 (D) 2



4. If the projection of  $\vec{a} = \hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k}$  on  $\vec{b} = 2\hat{i} + \lambda\hat{k}$  is zero, then the value of  $\lambda$  is
- (A) 0
  - (B) 1
  - (C)  $\frac{-2}{3}$
  - (D)  $\frac{-3}{2}$
5. The vector equation of the line passing through the point  $(-1, 5, 4)$  and perpendicular to the plane  $z = 0$  is
- (A)  $\vec{r} = -\hat{i} + 5\hat{j} + 4\hat{k} + \lambda(\hat{i} + \hat{j})$
  - (B)  $\vec{r} = -\hat{i} + 5\hat{j} + (4 + \lambda)\hat{k}$
  - (C)  $\vec{r} = \hat{i} - 5\hat{j} - 4\hat{k} + \lambda\hat{k}$
  - (D)  $\vec{r} = \lambda\hat{k}$
6. The number of arbitrary constants in the particular solution of a differential equation of second order is (are)
- (A) 0
  - (B) 1
  - (C) 2
  - (D) 3
7.  $\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \sec^2 x \, dx$  is equal to
- (A) -1
  - (B) 0
  - (C) 1
  - (D) 2



8. बिन्दु  $(4, -7, 3)$  से y-अक्ष पर डाले गए लम्ब की लम्बाई होगी
- 3 इकाई
  - 4 इकाई
  - 5 इकाई
  - 7 इकाई
9. यदि A और B दो स्वतंत्र घटनाएँ हैं, जहाँ  $P(A) = \frac{1}{3}$  व  $P(B) = \frac{1}{4}$  है, तो  $P(B' | A)$  बराबर है
- $\frac{1}{4}$
  - $\frac{1}{3}$
  - $\frac{3}{4}$
  - 1
10. रैखिक असमिकाओं के निकाय से नियत सुसंगत क्षेत्र के कोनीय बिंदु  $(0, 0), (4, 0), (2, 4)$  तथा  $(0, 5)$  हैं। यदि  $z = ax + by$ , जहाँ  $a, b > 0$  का अधिकतम मान बिन्दुओं  $(2, 4)$  तथा  $(4, 0)$  दोनों पर हो, तो
- $a = 2b$
  - $2a = b$
  - $a = b$
  - $3a = b$

प्रश्न संख्या 11 से 15 तक के सभी प्रश्नों के खाली स्थान भरिए।

11. यदि समस्त  $a_1, a_2 \in A$  के लिए  $(a_1, a_2) \in R$  से  $(a_2, a_1) \in R$  प्राप्त हो, तो समुच्चय A पर परिभाषित संबंध R कहलाता है \_\_\_\_\_।
12.  $f(x) = [x]$ ,  $0 < x < 2$  द्वारा परिभाषित महत्तम पूर्णांक फलन  $x = _____$  पर अवकलनीय नहीं होता है।
13. यदि आव्यूह A की कोटि  $3 \times 2$  है, तो आव्यूह A' की कोटि होगी \_\_\_\_\_।

अथवा

एक वर्ग आव्यूह A विषम-सममित आव्यूह होगा, यदि \_\_\_\_\_।



8. The length of the perpendicular drawn from the point  $(4, -7, 3)$  on the  $y$ -axis is  
 (A) 3 units  
 (B) 4 units  
 (C) 5 units  
 (D) 7 units
9. If A and B are two independent events with  $P(A) = \frac{1}{3}$  and  $P(B) = \frac{1}{4}$ , then  $P(B' | A)$  is equal to  
 (A)  $\frac{1}{4}$   
 (B)  $\frac{1}{3}$   
 (C)  $\frac{3}{4}$   
 (D) 1
10. The corner points of the feasible region determined by the system of linear inequalities are  $(0, 0)$ ,  $(4, 0)$ ,  $(2, 4)$  and  $(0, 5)$ . If the maximum value of  $z = ax + by$ , where  $a, b > 0$  occurs at both  $(2, 4)$  and  $(4, 0)$ , then  
 (A)  $a = 2b$   
 (B)  $2a = b$   
 (C)  $a = b$   
 (D)  $3a = b$

Fill in the blanks in question numbers 11 to 15.

11. A relation R in a set A is called \_\_\_\_\_, if  $(a_1, a_2) \in R$  implies  $(a_2, a_1) \in R$ , for all  $a_1, a_2 \in A$ .
12. The greatest integer function defined by  $f(x) = [x]$ ,  $0 < x < 2$  is not differentiable at  $x = _____$ .
13. If A is a matrix of order  $3 \times 2$ , then the order of the matrix  $A'$  is \_\_\_\_\_.

### OR

A square matrix A is said to be skew-symmetric, if \_\_\_\_\_.



14. वक्र  $y^2 = 8x$  के मूल-बिन्दु पर अभिलंब का समीकरण है \_\_\_\_\_।

अथवा

एक वृत्त की त्रिज्या समान रूप से  $3 \text{ cm/s}$  की दर से बढ़ रही है। उस क्षण पर जबकि वृत्त की त्रिज्या  $2 \text{ cm}$  है, वृत्त के क्षेत्रफल में \_\_\_\_\_  $\text{cm}^2/\text{s}$  की दर से बढ़ोतरी होगी।

15. दो बिन्दुओं A तथा B के स्थिति सदिश क्रमशः  $\vec{OA} = 2\hat{i} - \hat{j} - \hat{k}$  और  $\vec{OB} = 2\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}$  हैं। बिन्दु P, जो रेखाखण्ड AB को  $2 : 1$  के अनुपात में विभाजित करता है, का स्थिति सदिश है \_\_\_\_\_।

प्रश्न संख्या 16 से 20 अति संक्षिप्त उत्तर वाले प्रश्न हैं।

16. यदि  $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & 3 \\ 3 & 3 & 5 \end{bmatrix}$  है, तो  $A(\text{adj } A)$  ज्ञात कीजिए।

17. ज्ञात कीजिए :

$$\int x^4 \log x \, dx$$

अथवा

ज्ञात कीजिए :

$$\int \frac{2x}{\sqrt[3]{x^2 + 1}} \, dx$$

18. मान ज्ञात कीजिए :

$$\int_1^3 |2x - 1| \, dx$$

19. ताश की 52 पत्तों वाली अच्छी प्रकार से फेटी गई गड्ढी में से यादृच्छ्या तथा बिना प्रतिस्थापना के एक-एक कर के दो पत्ते निकाले गए। एक पत्ता लाल तथा दूसरा काले रंग का आने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

20. ज्ञात कीजिए :

$$\int \frac{dx}{\sqrt{9 - 4x^2}}$$



14. The equation of the normal to the curve  $y^2 = 8x$  at the origin is \_\_\_\_\_.

**OR**

The radius of a circle is increasing at the uniform rate of 3 cm/sec. At the instant when the radius of the circle is 2 cm, its area increases at the rate of \_\_\_\_\_  $\text{cm}^2/\text{s}$ .

15. The position vectors of two points A and B are  $\vec{OA} = 2\hat{i} - \hat{j} - \hat{k}$  and  $\vec{OB} = 2\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}$ , respectively. The position vector of a point P which divides the line segment joining A and B in the ratio 2 : 1 is \_\_\_\_\_.

*Question numbers 16 to 20 are very short answer type questions.*

16. If  $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & 3 \\ 3 & 3 & 5 \end{bmatrix}$ , then find  $A(\text{adj } A)$ .

17. Find :

$$\int x^4 \log x \, dx$$

**OR**

Find :

$$\int \frac{2x}{\sqrt[3]{x^2 + 1}} \, dx$$

18. Evaluate :

$$\int_1^3 |2x - 1| \, dx$$

19. Two cards are drawn at random and one-by-one without replacement from a well-shuffled pack of 52 playing cards. Find the probability that one card is red and the other is black.

20. Find :

$$\int \frac{dx}{\sqrt{9 - 4x^2}}$$



## खण्ड ख

प्रश्न संख्या 21 से 26 तक प्रत्येक प्रश्न 2 अंकों का है।

- 21.** सिद्ध कीजिए कि :

$$\sin^{-1}(2x \sqrt{1-x^2}) = 2 \cos^{-1} x, \quad \frac{1}{\sqrt{2}} \leq x \leq 1.$$

**अथवा**

$f : R_+ \rightarrow (7, \infty)$ ,  $f(x) = 16x^2 + 24x + 7$  द्वारा परिभाषित एकीकी और आच्छादक फलन पर विचार कीजिए, जहाँ  $R_+$  सभी धनात्मक वास्तविक संख्याओं का समुच्चय है। फलन  $f$  का प्रतिलोम फलन ज्ञात कीजिए।

- 22.** यदि  $x = at^2$ ,  $y = 2at$  हो, तो  $\frac{d^2y}{dx^2}$  ज्ञात कीजिए।

- 23.** वक्र  $y = x^3 - 3x^2 - 4x$  के वे बिन्दु ज्ञात कीजिए जिन पर स्पर्श-रेखाएँ, रेखा  $4x + y - 3 = 0$  के समांतर हैं।

- 24.** एक मात्रक सदिश ज्ञात कीजिए जो प्रत्येक सदिश  $\vec{a}$  और  $\vec{b}$  के लम्बवत् हो, जहाँ  $\vec{a} = 5\hat{i} + 6\hat{j} - 2\hat{k}$  और  $\vec{b} = 7\hat{i} + 6\hat{j} + 2\hat{k}$ .

**अथवा**

उस समांतर षट्फलक का आयतन ज्ञात कीजिए जिसकी संलग्न भुजाएँ  $2\vec{a}$ ,  $-\vec{b}$  तथा  $3\vec{c}$  द्वारा निरूपित हैं, जहाँ

$$\vec{a} = \hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k},$$

$$\vec{b} = 3\hat{i} + 4\hat{j} - 5\hat{k} \text{ तथा}$$

$$\vec{c} = 2\hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k} \text{ हैं।}$$

- 25.**  $k$  का वह मान ज्ञात कीजिए जिसके लिए रेखाएँ  $x = -y = kz$  तथा  $x - 2 = 2y + 1 = -z + 1$  एक-दूसरे पर लम्ब हैं।

- 26.** एक व्यस्त चौराहे  $X$  पर, हरी बत्ती मिलने की प्रायिकता 30% है। इस चौराहे  $X$  पर तीन में से लगातार दो दिन हरी बत्ती के मिलने की प्रायिकता क्या है?

**SECTION B**

Question numbers 21 to 26 carry 2 marks each.

- 21.** Prove that  $\sin^{-1}(2x \sqrt{1-x^2}) = 2 \cos^{-1} x$ ,  $\frac{1}{\sqrt{2}} \leq x \leq 1$ .

**OR**

Consider a bijective function  $f: R_+ \rightarrow (7, \infty)$  given by  $f(x) = 16x^2 + 24x + 7$ , where  $R_+$  is the set of all positive real numbers. Find the inverse function of  $f$ .

- 22.** If  $x = at^2$ ,  $y = 2at$ , then find  $\frac{d^2y}{dx^2}$ .

- 23.** Find the points on the curve  $y = x^3 - 3x^2 - 4x$  at which the tangent lines are parallel to the line  $4x + y - 3 = 0$ .

- 24.** Find a unit vector perpendicular to each of the vectors  $\vec{a}$  and  $\vec{b}$  where  $\vec{a} = 5\hat{i} + 6\hat{j} - 2\hat{k}$  and  $\vec{b} = 7\hat{i} + 6\hat{j} + 2\hat{k}$ .

**OR**

Find the volume of the parallelopiped whose adjacent edges are represented by  $2\vec{a}$ ,  $-\vec{b}$  and  $3\vec{c}$ , where

$$\vec{a} = \hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k},$$

$$\vec{b} = 3\hat{i} + 4\hat{j} - 5\hat{k}, \text{ and}$$

$$\vec{c} = 2\hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k}.$$

- 25.** Find the value of  $k$  so that the lines  $x = -y = kz$  and  $x - 2 = 2y + 1 = -z + 1$  are perpendicular to each other.

- 26.** The probability of finding a green signal on a busy crossing X is 30%. What is the probability of finding a green signal on X on two consecutive days out of three?



## खण्ड ग

प्रश्न संख्या 27 से 32 तक प्रत्येक प्रश्न 4 अंकों का है।

27. माना  $N$  प्राकृत संख्याओं का समुच्चय है। संबंध  $R, N \times N$  पर “ $(a, b) R (c, d)$  यदि और केवल यदि  $ad = bc$ , सभी  $a, b, c, d \in N$  के लिए” द्वारा परिभाषित है। दिखाइए कि संबंध  $R$  एक तुल्यता संबंध है।
28. यदि  $y = e^{x^2 \cos x} + (\cos x)^x$  है, तो  $\frac{dy}{dx}$  ज्ञात कीजिए।
29. ज्ञात कीजिए :

$$\int \sec^3 x \, dx$$

30. अवकल समीकरण  $y e^y \, dx = (y^3 + 2x e^y) \, dy$  का व्यापक हल ज्ञात कीजिए।

### अथवा

अवकल समीकरण  $x \frac{dy}{dx} = y - x \tan\left(\frac{y}{x}\right)$ , जहाँ  $x = 1$  पर  $y = \frac{\pi}{4}$  है, का विशिष्ट हल ज्ञात कीजिए।

31. एक फर्नीचर व्यापारी अपनी धनराशि को मेज़ों या कुर्सियों या दोनों के संयोजनों में निवेश करता है। निवेश के लिए उसके पास ₹ 50,000 हैं और उसके पास अधिकतम 35 वस्तुओं को रखने के लिए स्थान उपलब्ध है। एक कुर्सी का क्रय मूल्य ₹ 1,000 व एक मेज़ का क्रय मूल्य ₹ 2,000 है। इस व्यापारी को एक कुर्सी बेचकर ₹ 150 व एक मेज़ को बेचकर ₹ 250 का लाभ अर्जित होता है। उपर्युक्त समस्या के लिए अधिकतम लाभ अर्जित करने के लिए एक रैखिक प्रोग्रामन समस्या बनाइए और आलेखीय विधि से समस्या को हल कीजिए।
32. दो थैले I और II दिए गए हैं। थैले I में 3 लाल तथा 5 काली गेंदें हैं जबकि थैले II में 4 लाल तथा 3 काली गेंदें हैं। थैले I से थैले II में एक गेंद यादृच्छया स्थानांतरित की जाती है और तत्पश्चात् थैले II में से एक गेंद यादृच्छया निकाली जाती है। यदि यह निकाली गई गेंद काली गेंद है, तो स्थानांतरित की गई गेंद के काले रंग के होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

### अथवा

एक कलश में 5 लाल, 2 सफेद तथा 3 काली गेंदें हैं। एक-एक करके, बिना प्रतिस्थापना के, इस कलश से 3 गेंदें यादृच्छया निकाली जाती हैं। सफेद गेंदों की संख्या का प्रायिकता बंटन ज्ञात कीजिए। निकाली गई सफेद गेंदों की संख्या का माध्य व प्रसरण भी ज्ञात कीजिए।

**SECTION C**

*Question numbers 27 to 32 carry 4 marks each.*

27. Let  $N$  be the set of natural numbers and  $R$  be the relation on  $N \times N$  defined by  $(a, b) R (c, d)$  iff  $ad = bc$  for all  $a, b, c, d \in N$ . Show that  $R$  is an equivalence relation.

28. If  $y = e^{x^2 \cos x} + (\cos x)^x$ , then find  $\frac{dy}{dx}$ .

29. Find :

$$\int \sec^3 x \, dx$$

30. Find the general solution of the differential equation

$$y e^y \, dx = (y^3 + 2x e^y) \, dy.$$

**OR**

Find the particular solution of the differential equation

$$x \frac{dy}{dx} = y - x \tan\left(\frac{y}{x}\right), \text{ given that } y = \frac{\pi}{4} \text{ at } x = 1.$$

31. A furniture trader deals in only two items — chairs and tables. He has ₹ 50,000 to invest and a space to store at most 35 items. A chair costs him ₹ 1,000 and a table costs him ₹ 2,000. The trader earns a profit of ₹ 150 and ₹ 250 on a chair and table, respectively. Formulate the above problem as an LPP to maximise the profit and solve it graphically.
32. There are two bags, I and II. Bag I contains 3 red and 5 black balls and Bag II contains 4 red and 3 black balls. One ball is transferred randomly from Bag I to Bag II and then a ball is drawn randomly from Bag II. If the ball so drawn is found to be black in colour, then find the probability that the transferred ball is also black.

**OR**

An urn contains 5 red, 2 white and 3 black balls. Three balls are drawn, one-by-one, at random without replacement. Find the probability distribution of the number of white balls. Also, find the mean and the variance of the number of white balls drawn.



### खण्ड घ

प्रश्न संख्या 33 से 36 तक प्रत्येक प्रश्न 6 अंकों का है।

33. यदि  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 3 & 2 & -2 \\ 2 & -1 & 1 \end{bmatrix}$  है, तो  $A^{-1}$  ज्ञात कीजिए और इसका प्रयोग करके

निम्नलिखित समीकरण निकाय का हल ज्ञात कीजिए :

$$x + 2y - 3z = 6$$

$$3x + 2y - 2z = 3$$

$$2x - y + z = 2$$

#### अथवा

सारणिकों के गुणधर्मों का प्रयोग करके, सिद्ध कीजिए कि

$$\left| \begin{array}{ccc} (b+c)^2 & a^2 & bc \\ (c+a)^2 & b^2 & ca \\ (a+b)^2 & c^2 & ab \end{array} \right| = (a-b)(b-c)(c-a)(a+b+c)(a^2+b^2+c^2)$$

34. समाकलन विधि से, त्रिभुज जिसके शीर्ष  $(2, -2), (4, 5)$  तथा  $(6, 2)$  हैं, से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।
35. दिखाइए कि त्रिज्या  $r$  व ऊँचाई  $h$  के लम्ब-वृत्तीय शंकु के अन्तर्गत अधिकतम आयतन के लम्ब-वृत्तीय बेलन की ऊँचाई, शंकु की ऊँचाई की एक-तिहाई है और बेलन का अधिकतम आयतन, शंकु के आयतन का  $\frac{4}{9}$ वाँ भाग है।
36. उस समतल का समीकरण ज्ञात कीजिए, जिसमें बिन्दु  $A(2, 1, -1)$  स्थित है तथा जो समतलों  $2x + y - z = 3$  और  $x + 2y + z = 2$  की प्रतिच्छेदन रेखा के लम्बवत् है। प्राप्त समतल व  $y$ -अक्ष के बीच का कोण भी ज्ञात कीजिए।

#### अथवा

रेखा  $\vec{r} = (3\hat{i} - 2\hat{j} + 6\hat{k}) + \lambda(2\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k})$  तथा समतल  $\vec{r} \cdot (\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}) = 6$  के प्रतिच्छेदन बिन्दु  $Q$  की बिन्दु  $P(-2, -4, 7)$  से दूरी ज्ञात कीजिए। रेखा  $PQ$  का सदिश समीकरण भी लिखिए।

**SECTION D**

Question numbers 33 to 36 carry 6 marks each.

33. If  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 3 & 2 & -2 \\ 2 & -1 & 1 \end{bmatrix}$ , then find  $A^{-1}$  and use it to solve the following system of the equations :

$$x + 2y - 3z = 6$$

$$3x + 2y - 2z = 3$$

$$2x - y + z = 2$$

**OR**

Using properties of determinants, prove that

$$\begin{vmatrix} (b+c)^2 & a^2 & bc \\ (c+a)^2 & b^2 & ca \\ (a+b)^2 & c^2 & ab \end{vmatrix} = (a-b)(b-c)(c-a)(a+b+c)(a^2+b^2+c^2).$$

34. Using integration, find the area of the region bounded by the triangle whose vertices are  $(2, -2)$ ,  $(4, 5)$  and  $(6, 2)$ .
35. Show that the height of the right circular cylinder of greatest volume which can be inscribed in a right circular cone of height  $h$  and radius  $r$  is one-third of the height of the cone, and the greatest volume of the cylinder is  $\frac{4}{9}$  times the volume of the cone.
36. Find the equation of the plane that contains the point  $A(2, 1, -1)$  and is perpendicular to the line of intersection of the planes  $2x + y - z = 3$  and  $x + 2y + z = 2$ . Also find the angle between the plane thus obtained and the  $y$ -axis.

**OR**

Find the distance of the point  $P(-2, -4, 7)$  from the point of intersection  $Q$  of the line  $\vec{r} = (3\hat{i} - 2\hat{j} + 6\hat{k}) + \lambda(2\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k})$  and the plane  $\vec{r} \cdot (\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}) = 6$ . Also write the vector equation of the line  $PQ$ .



कोड नं.  
Code No. **65/1/2**

रोल नं.  
Roll No. 

--	--	--	--	--	--	--



परीक्षार्थी कोड को उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर अवश्य लिखें।

Candidates must write the Code on the title page of the answer-book.

नोट	NOTE
(I) कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में मुद्रित पृष्ठ <b>15</b> हैं।	(I) Please check that this question paper contains <b>15</b> printed pages.
(II) प्रश्न-पत्र में दाहिने हाथ की ओर दिए गए कोड नम्बर को छात्र उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर लिखें।	(II) Code number given on the right hand side of the question paper should be written on the title page of the answer-book by the candidate.
(III) कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में <b>36</b> प्रश्न हैं।	(III) Please check that this question paper contains <b>36</b> questions.
(IV) कृपया प्रश्न का उत्तर लिखना शुरू करने से पहले, उत्तर-पुस्तिका में प्रश्न का क्रमांक अवश्य लिखें।	(IV) Please write down the Serial Number of the question in the answer-book before attempting it.
(V) इस प्रश्न-पत्र को पढ़ने के लिए 15 मिनट का समय दिया गया है। प्रश्न-पत्र का वितरण पूर्वाह्न में 10.15 बजे किया जाएगा। 10.15 बजे से 10.30 बजे तक छात्र केवल प्रश्न-पत्र को पढ़ेंगे और इस अवधि के दौरान वे उत्तर-पुस्तिका पर कोई उत्तर नहीं लिखेंगे।	(V) 15 minute time has been allotted to read this question paper. The question paper will be distributed at 10.15 a.m. From 10.15 a.m. to 10.30 a.m., the students will read the question paper only and will not write any answer on the answer-book during this period.

## गणित



## MATHEMATICS

निर्धारित समय : 3 घण्टे

अधिकतम अंक : 80

Time allowed : 3 hours

Maximum Marks : 80



## सामान्य निर्देशः

निम्नलिखित निर्देशों को बहुत सावधानी से पढ़िए और उनका सख्ती से पालन कीजिए :

- (i) यह प्रश्न-पत्र चार खण्डों में विभाजित किया गया है – क, ख, ग एवं घ / इस प्रश्न-पत्र में 36 प्रश्न हैं / सभी प्रश्न अनिवार्य हैं ।
- (ii) खण्ड क में प्रश्न संख्या 1 से 20 तक 20 प्रश्न हैं एवं प्रत्येक प्रश्न 1 अंक का है ।
- (iii) खण्ड ख में प्रश्न संख्या 21 से 26 तक 6 प्रश्न हैं एवं प्रत्येक प्रश्न 2 अंकों का है ।
- (iv) खण्ड ग में प्रश्न संख्या 27 से 32 तक 6 प्रश्न हैं एवं प्रत्येक प्रश्न 4 अंकों का है ।
- (v) खण्ड घ में प्रश्न संख्या 33 से 36 तक 4 प्रश्न हैं एवं प्रत्येक प्रश्न 6 अंकों का है ।
- (vi) प्रश्न-पत्र में समग्र पर कोई विकल्प नहीं है । तथापि एक-एक अंक वाले तीन प्रश्नों में, दो-दो अंकों वाले दो प्रश्नों में, चार-चार अंकों वाले दो प्रश्नों में और छः-छः अंकों वाले दो प्रश्नों में आंतरिक विकल्प दिए गए हैं । ऐसे प्रश्नों में से केवल एक ही विकल्प का उत्तर लिखिए ।
- (vii) इसके अतिरिक्त, आवश्यकतानुसार, प्रत्येक खण्ड और प्रश्न के साथ यथोचित निर्देश दिए गए हैं ।
- (viii) केलकुलेटरों के प्रयोग की अनुमति नहीं है ।

### खण्ड क

प्रश्न संख्या 1 से 20 तक प्रत्येक प्रश्न 1 अंक का है ।

प्रश्न संख्या 1 से 10 तक बहुविकल्पीय प्रश्न हैं / सही विकल्प चुनिए ।

1. यदि A एक  $3 \times 3$  आव्यूह है और  $|A| = -2$  है, तो  $|A(\text{adj } A)|$  का मान होगा
  - (A) -2
  - (B) 2
  - (C) -8
  - (D) 8
2. कोटि 2 वाले अवकल समीकरण के विशेष हल में स्वेच्छ अचरों की संख्या होगी
  - (A) 0
  - (B) 1
  - (C) 2
  - (D) 3
3.  $\cos^{-1}(\cos \frac{13\pi}{6})$  का मुख्य मान है
  - (A)  $\frac{13\pi}{6}$
  - (B)  $\frac{\pi}{2}$
  - (C)  $\frac{\pi}{3}$
  - (D)  $\frac{\pi}{6}$

**General Instructions :**

Read the following instructions very carefully and strictly follow them :

- (i) This question paper comprises **four** Sections A, B, C and D. This question paper carries **36** questions. All questions are compulsory.
- (ii) **Section A – Questions no. 1 to 20** comprises of **20** questions of **1 mark** each.
- (iii) **Section B – Questions no. 21 to 26** comprises of **6** questions of **2 marks** each.
- (iv) **Section C – Questions no. 27 to 32** comprises of **6** questions of **4 marks** each.
- (v) **Section D – Questions no. 33 to 36** comprises of **4** questions of **6 marks** each.
- (vi) There is no overall choice in the question paper. However, an internal choice has been provided in 3 questions of one mark, 2 questions of two marks, 2 questions of four marks and 2 questions of six marks. Only one of the choices in such questions have to be attempted.
- (vii) In addition to this, separate instructions are given with each section and question, wherever necessary.
- (viii) Use of calculators is **not** permitted.

**SECTION A**

Question numbers 1 to 20 carry 1 mark each.

Question numbers 1 to 10 are multiple choice type questions. Select the correct option.

1. If A is a  $3 \times 3$  matrix and  $|A| = -2$ , then value of  $|A(\text{adj } A)|$  is
  - (A) -2
  - (B) 2
  - (C) -8
  - (D) 8
2. The number of arbitrary constants in the particular solution of a differential equation of second order is (are)
  - (A) 0
  - (B) 1
  - (C) 2
  - (D) 3
3. The principal value of  $\cos^{-1}(\cos \frac{13\pi}{6})$  is
  - (A)  $\frac{13\pi}{6}$
  - (B)  $\frac{\pi}{2}$
  - (C)  $\frac{\pi}{3}$
  - (D)  $\frac{\pi}{6}$



4. ऐखिक असमिकाओं के निकाय से नियत सुसंगत क्षेत्र के कोनीय बिंदु  $(0, 0)$ ,  $(4, 0)$ ,  $(2, 4)$  तथा  $(0, 5)$  हैं। यदि  $z = ax + by$ , जहाँ  $a, b > 0$  का अधिकतम मान बिन्दुओं  $(2, 4)$  तथा  $(4, 0)$  दोनों पर हो, तो
- (A)  $a = 2b$
  - (B)  $2a = b$
  - (C)  $a = b$
  - (D)  $3a = b$
5. यदि  $A$  और  $B$  दो स्वतंत्र घटनाएँ हैं, जहाँ  $P(A) = \frac{1}{3}$  व  $P(B) = \frac{1}{4}$  है, तो  $P(B' | A)$  बराबर है
- (A)  $\frac{1}{4}$
  - (B)  $\frac{1}{3}$
  - (C)  $\frac{3}{4}$
  - (D) 1
6. यदि  $A$  एक वर्ग आव्यूह है तथा  $A^2 = A$  हो, तो  $(I - A)^3 + A$  बराबर है
- (A)  $I$
  - (B) 0
  - (C)  $I - A$
  - (D)  $I + A$
7.  $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{x^2} \sin\left(\frac{1}{x}\right) dx$ , जहाँ  $x \neq 0$ , बराबर है
- (A) -2
  - (B) 0
  - (C) 1
  - (D)  $\pi$



4. The corner points of the feasible region determined by the system of linear inequalities are  $(0, 0)$ ,  $(4, 0)$ ,  $(2, 4)$  and  $(0, 5)$ . If the maximum value of  $z = ax + by$ , where  $a, b > 0$  occurs at both  $(2, 4)$  and  $(4, 0)$ , then
- (A)  $a = 2b$
  - (B)  $2a = b$
  - (C)  $a = b$
  - (D)  $3a = b$
5. If A and B are two independent events with  $P(A) = \frac{1}{3}$  and  $P(B) = \frac{1}{4}$ , then  $P(B' | A)$  is equal to
- (A)  $\frac{1}{4}$
  - (B)  $\frac{1}{3}$
  - (C)  $\frac{3}{4}$
  - (D) 1
6. If A is a square matrix such that  $A^2 = A$ , then  $(I - A)^3 + A$  is equal to
- (A) I
  - (B) 0
  - (C)  $I - A$
  - (D)  $I + A$
7.  $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{x^2} \sin\left(\frac{1}{x}\right) dx$ , where  $x \neq 0$ , is equal to
- (A) -2
  - (B) 0
  - (C) 1
  - (D)  $\pi$



8. बिन्दु  $(2, -1, 5)$  का समतल  $\vec{r} \cdot \hat{i} = 0$  में प्रतिबिम्ब होगा  
 (A)  $(-2, -1, 5)$   
 (B)  $(2, 1, -5)$   
 (C)  $(-2, 1, -5)$   
 (D)  $(2, 0, 0)$
9. यदि सदिश  $\vec{a} = \hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k}$  का सदिश  $\vec{b} = 2\hat{i} + \lambda\hat{k}$  पर प्रक्षेप शून्य है, तो  $\lambda$  का मान होगा  
 (A) 0  
 (B) 1  
 (C)  $\frac{-2}{3}$   
 (D)  $\frac{-3}{2}$
10. समतल  $z = 0$  के लंबवत् तथा बिन्दु  $(-1, 5, 4)$  से गुज़रने वाली रेखा का सदिश समीकरण होगा  
 (A)  $\vec{r} = -\hat{i} + 5\hat{j} + 4\hat{k} + \lambda(\hat{i} + \hat{j})$   
 (B)  $\vec{r} = -\hat{i} + 5\hat{j} + (4 + \lambda)\hat{k}$   
 (C)  $\vec{r} = \hat{i} - 5\hat{j} - 4\hat{k} + \lambda\hat{k}$   
 (D)  $\vec{r} = \lambda\hat{k}$

प्रश्न संख्या 11 से 15 तक के सभी प्रश्नों के खाली स्थान भरिए।

11. दो बिन्दुओं A तथा B के स्थिति सदिश क्रमशः  $\vec{OA} = 2\hat{i} - \hat{j} - \hat{k}$  और  $\vec{OB} = 2\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}$  हैं। बिन्दु P, जो रेखाखण्ड AB को 2 : 1 के अनुपात में विभाजित करता है, का स्थिति सदिश है \_\_\_\_\_।
12. वक्र  $y^2 = 8x$  के मूल-बिन्दु पर अभिलंब का समीकरण है \_\_\_\_\_।

अथवा

एक वृत्त की त्रिज्या समान रूप से 3 cm/s की दर से बढ़ रही है। उस क्षण पर जबकि वृत्त की त्रिज्या 2 cm है, वृत्त के क्षेत्रफल में \_\_\_\_\_ cm<sup>2</sup>/s की दर से बढ़ोतरी होगी।



8. The image of the point  $(2, -1, 5)$  in the plane  $\vec{r} \cdot \hat{i} = 0$  is  
 (A)  $(-2, -1, 5)$   
 (B)  $(2, 1, -5)$   
 (C)  $(-2, 1, -5)$   
 (D)  $(2, 0, 0)$
9. If the projection of  $\vec{a} = \hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k}$  on  $\vec{b} = 2\hat{i} + \lambda\hat{k}$  is zero, then the value of  $\lambda$  is  
 (A) 0  
 (B) 1  
 (C)  $\frac{-2}{3}$   
 (D)  $\frac{-3}{2}$
10. The vector equation of the line passing through the point  $(-1, 5, 4)$  and perpendicular to the plane  $z = 0$  is  
 (A)  $\vec{r} = -\hat{i} + 5\hat{j} + 4\hat{k} + \lambda(\hat{i} + \hat{j})$   
 (B)  $\vec{r} = -\hat{i} + 5\hat{j} + (4 + \lambda)\hat{k}$   
 (C)  $\vec{r} = \hat{i} - 5\hat{j} - 4\hat{k} + \lambda\hat{k}$   
 (D)  $\vec{r} = \lambda\hat{k}$

Fill in the blanks in question numbers 11 to 15.

11. The position vectors of two points A and B are  $\vec{OA} = 2\hat{i} - \hat{j} - \hat{k}$  and  $\vec{OB} = 2\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}$ , respectively. The position vector of a point P which divides the line segment joining A and B in the ratio  $2 : 1$  is \_\_\_\_\_ .
12. The equation of the normal to the curve  $y^2 = 8x$  at the origin is \_\_\_\_\_ .

### OR

The radius of a circle is increasing at the uniform rate of 3 cm/sec. At the instant when the radius of the circle is 2 cm, its area increases at the rate of \_\_\_\_\_  $\text{cm}^2/\text{s}$ .



13. आव्यूह समीकरण  $\begin{bmatrix} 4 & -2 \\ 5 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$  में प्रारंभिक स्तंभ संक्रिया  $C_2 \rightarrow C_2 - 3C_1$  के प्रयोग से समीकरण के दार्यों ओर होगा \_\_\_\_\_।

**अथवा**

एक वर्ग आव्यूह A सममित आव्यूह होगा यदि \_\_\_\_\_।

14. यदि समस्त  $a_1, a_2 \in A$  के लिए  $(a_1, a_2) \in R$  से  $(a_2, a_1) \in R$  प्राप्त हो, तो समुच्चय A पर परिभाषित संबंध R कहलाता है \_\_\_\_\_।
15.  $f(x) = [x]$ ,  $0 < x < 2$  द्वारा परिभाषित महत्तम पूर्णांक फलन  $x = _____$  पर अवकलनीय नहीं होता है।

प्रश्न संख्या 16 से 20 अति संक्षिप्त उत्तर वाले प्रश्न हैं।

16. यदि A कोटि 3 का एक व्युत्क्रमणीय वर्ग आव्यूह है तथा  $A^2 = 2A$  हो, तो  $|A|$  का मान ज्ञात कीजिए।
17. ताश की 52 पत्तों वाली अच्छी प्रकार से फेटी गई गड्ढी में से यादृच्छ्या तथा बिना प्रतिस्थापना के एक-एक कर के दो पत्ते निकाले गए। एक पत्ता लाल तथा दूसरा काले रंग का आने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

18. मान ज्ञात कीजिए :

$$\int_{1}^{3} |2x - 1| dx$$

19. ज्ञात कीजिए :

$$\int \frac{dx}{\sqrt{9 - 4x^2}}$$

20. ज्ञात कीजिए :

$$\int x^4 \log x dx$$

**अथवा**

ज्ञात कीजिए :

$$\int \frac{2x}{\sqrt[3]{x^2 + 1}} dx$$



- 13.** On applying elementary column operation  $C_2 \rightarrow C_2 - 3C_1$  in the matrix equation  $\begin{bmatrix} 4 & -2 \\ 5 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$ , the RHS (Right Hand Side) of the equation becomes \_\_\_\_\_.

**OR**

A square matrix A is said to be symmetric if \_\_\_\_\_.

- 14.** A relation R in a set A is called \_\_\_\_\_, if  $(a_1, a_2) \in R$  implies  $(a_2, a_1) \in R$ , for all  $a_1, a_2 \in A$ .
- 15.** The greatest integer function defined by  $f(x) = [x]$ ,  $0 < x < 2$  is not differentiable at  $x =$  \_\_\_\_\_.

*Question numbers 16 to 20 are very short answer type questions.*

- 16.** If A is a non-singular square matrix of order 3 and  $A^2 = 2A$ , then find the value of  $|A|$ .
- 17.** Two cards are drawn at random and one-by-one without replacement from a well-shuffled pack of 52 playing cards. Find the probability that one card is red and the other is black.

- 18.** Evaluate :

$$\int_{1}^{3} |2x - 1| dx$$

- 19.** Find :

$$\int \frac{dx}{\sqrt{9 - 4x^2}}$$

- 20.** Find :

$$\int x^4 \log x dx$$

**OR**

Find :

$$\int \frac{2x}{\sqrt[3]{x^2 + 1}} dx$$



## ਖੱਡ ਖ

ਪ੍ਰਸ਼ਨ ਸੰਖਿਆ 21 ਸੇ 26 ਤਕ ਪ੍ਰਤੀਕ ਪ੍ਰਸ਼ਨ 2 ਅੰਕਾਂ ਕਾ ਹੈ ।

- 21.** ਏਕ ਮਾਤਰਕ ਸਦਿਸ਼ ਜਾਤ ਕੀਜਿਏ ਜੋ ਪ੍ਰਤੀਕ ਸਦਿਸ਼  $\vec{a}$  ਅਤੇ  $\vec{b}$  ਦੇ ਲਾਭਵਤ੍ ਹੋ, ਜਹਾਂ  
 $\vec{a} = 5\hat{i} + 6\hat{j} - 2\hat{k}$  ਅਤੇ  $\vec{b} = 7\hat{i} + 6\hat{j} + 2\hat{k}$ .

### ਅਥਵਾ

ਤਥਾ ਸਮਾਂਤਰ ਬਟ੍ਟਫਲਕ ਕਾ ਆਧਤਨ ਜਾਤ ਕੀਜਿਏ ਜਿਸਕੀ ਸੰਲਗਨ ਭੁਜਾਏਂ  $2\vec{a}$ ,  $-\vec{b}$  ਤਥਾ  $3\vec{c}$   
ਦ੍ਰਾਗ ਨਿਰੂਪਿਤ ਹੈਂ, ਜਹਾਂ

$$\begin{aligned}\vec{a} &= \hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}, \\ \vec{b} &= 3\hat{i} + 4\hat{j} - 5\hat{k} \text{ ਤਥਾ} \\ \vec{c} &= 2\hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k} \text{ ਹੈਂ।}\end{aligned}$$

- 22.** ਅੰਤਰਾਲ  $[0, \pi]$  ਮੌਜੂਦ ਫਲਨ  $f(x) = \sin 2x$  ਪਰ ਰੋਲੇ ਕਾ ਪ੍ਰਮੇਯ ਲਾਗੂ ਹੈ ਯਾ ਨਹੀਂ ਜਾਂਚ ਕੀਜਿਏ ।  
ਅਤ: ਵੇ ਬਿਨ੍ਦੁ ਭੀ ਜਾਤ ਕੀਜਿਏ ਜਹਾਂ ਸਪੰਸ਼-ਰੇਖਾ  $x$ -ਅਕਸ ਦੇ ਸਮਾਂਤਰ ਹੈ ।

- 23.**  $x$  ਦੇ ਮਾਨ ਜਾਤ ਕੀਜਿਏ ਜਿਨਕੇ ਲਿਏ ਫਲਨ  $f(x) = 2 + 3x - x^3$  ਹਾਸਮਾਨ ਹੈ ।

- 24.** ਏਕ ਵਾਲੀ ਚੌਰਾਹੇ  $X$  ਪਰ, ਹਰੀ ਬੱਤੀ ਮਿਲਨੇ ਦੀ ਪ੍ਰਾਧਿਕਤਾ 30% ਹੈ । ਇਸ ਚੌਰਾਹੇ  $X$  ਪਰ ਤੀਨ ਮੌਜੂਦੀਆਂ ਦੇ ਲਾਗਤਾਰ ਦੋ ਦਿਨ ਹਰੀ ਬੱਤੀ ਦੀ ਮਿਲਨੇ ਦੀ ਪ੍ਰਾਧਿਕਤਾ ਕਿਵੇਂ ਹੈ ?

- 25.** ਸਿਦ्ध ਕੀਜਿਏ ਕਿ :

$$\sin^{-1}(2x \sqrt{1-x^2}) = 2 \cos^{-1} x, \quad \frac{1}{\sqrt{2}} \leq x \leq 1.$$

### ਅਥਵਾ

$f : R_+ \rightarrow (7, \infty)$ ,  $f(x) = 16x^2 + 24x + 7$  ਦ੍ਰਾਗ ਪਰਿਭਾਸ਼ਿਤ ਏਕੈਕੀ ਅਤੇ ਆਚਾਦਕ ਫਲਨ  
ਪਰ ਵਿਚਾਰ ਕੀਜਿਏ, ਜਹਾਂ  $R_+$  ਸਭੀ ਧਨਾਤਮਕ ਵਾਸਤਵਿਕ ਸੰਖਿਆਓਂ ਦੀ ਸਮੁੱਚ੍ਚ ਹੈ । ਫਲਨ  $f$  ਦੀ ਪ੍ਰਤਿਲੋਮ ਫਲਨ ਜਾਤ ਕੀਜਿਏ ।

- 26.**  $k$  ਦੀ ਵਹ ਮਾਨ ਜਾਤ ਕੀਜਿਏ ਜਿਸਕੇ ਲਿਏ ਰੇਖਾਏਂ  $x = -y = kz$  ਤਥਾ  
 $x - 2 = 2y + 1 = -z + 1$  ਏਕ-ਦੂਸਰੇ ਪਰ ਲਾਭਵਤ੍ ਹੈਂ ।

**SECTION B**

Question numbers 21 to 26 carry 2 marks each.

- 21.** Find a unit vector perpendicular to each of the vectors  $\vec{a}$  and  $\vec{b}$  where

$$\vec{a} = 5\hat{i} + 6\hat{j} - 2\hat{k} \text{ and } \vec{b} = 7\hat{i} + 6\hat{j} + 2\hat{k}.$$

**OR**

Find the volume of the parallelopiped whose adjacent edges are represented by  $2\vec{a}$ ,  $-\vec{b}$  and  $3\vec{c}$ , where

$$\vec{a} = \hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k},$$

$$\vec{b} = 3\hat{i} + 4\hat{j} - 5\hat{k}, \text{ and}$$

$$\vec{c} = 2\hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k}.$$

- 22.** Examine the applicability of Rolle's theorem for the function  $f(x) = \sin 2x$  in  $[0, \pi]$ . Hence find the points where the tangent is parallel to x-axis.

- 23.** Find the values of  $x$  for which the function  $f(x) = 2 + 3x - x^3$  is decreasing.

- 24.** The probability of finding a green signal on a busy crossing X is 30%. What is the probability of finding a green signal on X on two consecutive days out of three?

- 25.** Prove that  $\sin^{-1}(2x\sqrt{1-x^2}) = 2\cos^{-1}x$ ,  $\frac{1}{\sqrt{2}} \leq x \leq 1$ .

**OR**

Consider a bijective function  $f : R_+ \rightarrow (7, \infty)$  given by  $f(x) = 16x^2 + 24x + 7$ , where  $R_+$  is the set of all positive real numbers. Find the inverse function of  $f$ .

- 26.** Find the value of  $k$  so that the lines  $x = -y = kz$  and  $x - 2 = 2y + 1 = -z + 1$  are perpendicular to each other.



## खण्ड ग

प्रश्न संख्या 27 से 32 तक प्रत्येक प्रश्न 4 अंकों का है।

27. एक फर्नीचर व्यापारी अपनी धनराशि को मेज़ों या कुर्सियों या दोनों के संयोजनों में निवेश करता है। निवेश के लिए उसके पास ₹ 50,000 हैं और उसके पास अधिकतम 35 वस्तुओं को रखने के लिए स्थान उपलब्ध है। एक कुर्सी का क्रय मूल्य ₹ 1,000 व एक मेज़ का क्रय मूल्य ₹ 2,000 है। इस व्यापारी को एक कुर्सी बेचकर ₹ 150 व एक मेज़ को बेचकर ₹ 250 का लाभ अर्जित होता है। उपर्युक्त समस्या के लिए अधिकतम लाभ अर्जित करने के लिए एक रैखिक प्रोग्राम समस्या बनाइए और आलेखीय विधि से समस्या को हल कीजिए।
28. यदि  $x = a \sec^3 \theta$ ,  $y = a \tan^3 \theta$  है, तो  $\theta = \frac{\pi}{4}$  पर  $\frac{d^2y}{dx^2}$  ज्ञात कीजिए।
29. ज्ञात कीजिए :

$$\int \frac{2x+1}{\sqrt{3+2x-x^2}} dx$$

30. दो थैले I और II दिए गए हैं। थैले I में 3 लाल तथा 5 काली गेंदें हैं जबकि थैले II में 4 लाल तथा 3 काली गेंदें हैं। थैले I से थैले II में एक गेंद यादृच्छ्या स्थानांतरित की जाती है और तत्पश्चात् थैले II में से एक गेंद यादृच्छ्या निकाली जाती है। यदि यह निकाली गई गेंद काली गेंद है, तो स्थानांतरित की गई गेंद के काले रंग के होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

### अथवा

एक कलश में 5 लाल, 2 सफेद तथा 3 काली गेंदें हैं। एक-एक करके, बिना प्रतिस्थापना के, इस कलश से 3 गेंदें यादृच्छ्या निकाली जाती हैं। सफेद गेंदों की संख्या का प्रायिकता बंटन ज्ञात कीजिए। निकाली गई सफेद गेंदों की संख्या का माध्य व प्रसरण भी ज्ञात कीजिए।

31. अवकल समीकरण  $y e^y dx = (y^3 + 2x e^y) dy$  का व्यापक हल ज्ञात कीजिए।

### अथवा

अवकल समीकरण  $x \frac{dy}{dx} = y - x \tan\left(\frac{y}{x}\right)$ , जहाँ  $x = 1$  पर  $y = \frac{\pi}{4}$  है, का विशिष्ट हल ज्ञात कीजिए।

32. माना N प्राकृत संख्याओं का समुच्चय है। संबंध R,  $N \times N$  पर “(a, b) R (c, d) यदि और केवल यदि  $ad = bc$ , सभी  $a, b, c, d \in N$  के लिए” द्वारा परिभाषित है। दिखाइए कि संबंध R एक तुल्यता संबंध है।

**SECTION C**

*Question numbers 27 to 32 carry 4 marks each.*

- 27.** A furniture trader deals in only two items — chairs and tables. He has ₹ 50,000 to invest and a space to store at most 35 items. A chair costs him ₹ 1,000 and a table costs him ₹ 2,000. The trader earns a profit of ₹ 150 and ₹ 250 on a chair and table, respectively. Formulate the above problem as an LPP to maximise the profit and solve it graphically.

- 28.** If  $x = a \sec^3 \theta$ ,  $y = a \tan^3 \theta$ , then find  $\frac{d^2y}{dx^2}$  at  $\theta = \frac{\pi}{4}$ .

- 29.** Find :

$$\int \frac{2x+1}{\sqrt{3+2x-x^2}} dx$$

- 30.** There are two bags, I and II. Bag I contains 3 red and 5 black balls and Bag II contains 4 red and 3 black balls. One ball is transferred randomly from Bag I to Bag II and then a ball is drawn randomly from Bag II. If the ball so drawn is found to be black in colour, then find the probability that the transferred ball is also black.

**OR**

An urn contains 5 red, 2 white and 3 black balls. Three balls are drawn, one-by-one, at random without replacement. Find the probability distribution of the number of white balls. Also, find the mean and the variance of the number of white balls drawn.

- 31.** Find the general solution of the differential equation

$$y e^y dx = (y^3 + 2x e^y) dy.$$

**OR**

Find the particular solution of the differential equation

$$x \frac{dy}{dx} = y - x \tan\left(\frac{y}{x}\right), \text{ given that } y = \frac{\pi}{4} \text{ at } x = 1.$$

- 32.** Let  $N$  be the set of natural numbers and  $R$  be the relation on  $N \times N$  defined by  $(a, b) R (c, d)$  iff  $ad = bc$  for all  $a, b, c, d \in N$ . Show that  $R$  is an equivalence relation.



## खण्ड घ

प्रश्न संख्या 33 से 36 तक प्रत्येक प्रश्न 6 अंकों का है।

33. दिखाइए कि त्रिज्या  $r$  व ऊँचाई  $h$  के लम्ब-वृत्तीय शंकु के अन्तर्गत अधिकतम आयतन के लम्ब-वृत्तीय बेलन की ऊँचाई, शंकु की ऊँचाई की एक-तिहाई है और बेलन का अधिकतम आयतन, शंकु के आयतन का  $\frac{4}{9}$ वाँ भाग है।
34. समाकलन विधि से, क्षेत्र  $\{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 9, x + y \geq 3\}$  का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।
35. उस समतल का समीकरण ज्ञात कीजिए, जिसमें बिन्दु  $A(2, 1, -1)$  स्थित है तथा जो समतलों  $2x + y - z = 3$  और  $x + 2y + z = 2$  की प्रतिच्छेदन रेखा के लम्बवत् है। प्राप्त समतल व  $y$ -अक्ष के बीच का कोण भी ज्ञात कीजिए।

### अथवा

रेखा  $\vec{r} = (3\hat{i} - 2\hat{j} + 6\hat{k}) + \lambda(2\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k})$  तथा समतल  $\vec{r} \cdot (\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}) = 6$  के प्रतिच्छेदन बिन्दु  $Q$  की बिन्दु  $P(-2, -4, 7)$  से दूरी ज्ञात कीजिए। रेखा  $PQ$  का सदिश समीकरण भी लिखिए।

36. यदि  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 3 & 2 & -2 \\ 2 & -1 & 1 \end{bmatrix}$  है, तो  $A^{-1}$  ज्ञात कीजिए और इसका प्रयोग करके

निम्नलिखित समीकरण निकाय का हल ज्ञात कीजिए :

$$x + 2y - 3z = 6$$

$$3x + 2y - 2z = 3$$

$$2x - y + z = 2$$

### अथवा

सारणिकों के गुणधर्मों का प्रयोग करके, सिद्ध कीजिए कि

$$\begin{vmatrix} (b+c)^2 & a^2 & bc \\ (c+a)^2 & b^2 & ca \\ (a+b)^2 & c^2 & ab \end{vmatrix} = (a-b)(b-c)(c-a)(a+b+c)(a^2 + b^2 + c^2)$$



## SECTION D

*Question numbers 33 to 36 carry 6 marks each.*

33. Show that the height of the right circular cylinder of greatest volume which can be inscribed in a right circular cone of height  $h$  and radius  $r$  is one-third of the height of the cone, and the greatest volume of the cylinder is  $\frac{4}{9}$  times the volume of the cone.
34. Using integration, find the area of the region  $\{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 9, x + y \geq 3\}$ .
35. Find the equation of the plane that contains the point  $A(2, 1, -1)$  and is perpendicular to the line of intersection of the planes  $2x + y - z = 3$  and  $x + 2y + z = 2$ . Also find the angle between the plane thus obtained and the  $y$ -axis.

**OR**

Find the distance of the point  $P(-2, -4, 7)$  from the point of intersection  $Q$  of the line  $\vec{r} = (3\hat{i} - 2\hat{j} + 6\hat{k}) + \lambda(2\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k})$  and the plane  $\vec{r} \cdot (\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}) = 6$ . Also write the vector equation of the line  $PQ$ .

36. If  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 3 & 2 & -2 \\ 2 & -1 & 1 \end{bmatrix}$ , then find  $A^{-1}$  and use it to solve the following system of the equations :

$$x + 2y - 3z = 6$$

$$3x + 2y - 2z = 3$$

$$2x - y + z = 2$$

**OR**

Using properties of determinants, prove that

$$\begin{vmatrix} (b+c)^2 & a^2 & bc \\ (c+a)^2 & b^2 & ca \\ (a+b)^2 & c^2 & ab \end{vmatrix} = (a-b)(b-c)(c-a)(a+b+c)(a^2+b^2+c^2).$$



कोड नं.  
Code No. **65/1/3**

रोल नं.  
Roll No. 

--	--	--	--	--	--	--



परीक्षार्थी कोड को उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर अवश्य लिखें।

Candidates must write the Code on the title page of the answer-book.

नोट	NOTE
(I) कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में मुद्रित पृष्ठ <b>15</b> हैं।	(I) Please check that this question paper contains <b>15</b> printed pages.
(II) प्रश्न-पत्र में दाहिने हाथ की ओर दिए गए कोड नम्बर को छात्र उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर लिखें।	(II) Code number given on the right hand side of the question paper should be written on the title page of the answer-book by the candidate.
(III) कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में <b>36</b> प्रश्न हैं।	(III) Please check that this question paper contains <b>36</b> questions.
(IV) कृपया प्रश्न का उत्तर लिखना शुरू करने से पहले, उत्तर-पुस्तिका में प्रश्न का क्रमांक अवश्य लिखें।	(IV) Please write down the Serial Number of the question in the answer-book before attempting it.
(V) इस प्रश्न-पत्र को पढ़ने के लिए 15 मिनट का समय दिया गया है। प्रश्न-पत्र का वितरण पूर्वाह्न में 10.15 बजे किया जाएगा। 10.15 बजे से 10.30 बजे तक छात्र केवल प्रश्न-पत्र को पढ़ेंगे और इस अवधि के दौरान वे उत्तर-पुस्तिका पर कोई उत्तर नहीं लिखेंगे।	(V) 15 minute time has been allotted to read this question paper. The question paper will be distributed at 10.15 a.m. From 10.15 a.m. to 10.30 a.m., the students will read the question paper only and will not write any answer on the answer-book during this period.

## गणित



## MATHEMATICS

निर्धारित समय : 3 घण्टे

अधिकतम अंक : 80

Time allowed : 3 hours

Maximum Marks : 80



## सामान्य निर्देशः

निम्नलिखित निर्देशों को बहुत सावधानी से पढ़िए और उनका सख्ती से पालन कीजिए :

- (i) यह प्रश्न-पत्र चार खण्डों में विभाजित किया गया है – क, ख, ग एवं घ / इस प्रश्न-पत्र में 36 प्रश्न हैं / सभी प्रश्न अनिवार्य हैं ।
- (ii) खण्ड क में प्रश्न संख्या 1 से 20 तक 20 प्रश्न हैं एवं प्रत्येक प्रश्न 1 अंक का है ।
- (iii) खण्ड ख में प्रश्न संख्या 21 से 26 तक 6 प्रश्न हैं एवं प्रत्येक प्रश्न 2 अंकों का है ।
- (iv) खण्ड ग में प्रश्न संख्या 27 से 32 तक 6 प्रश्न हैं एवं प्रत्येक प्रश्न 4 अंकों का है ।
- (v) खण्ड घ में प्रश्न संख्या 33 से 36 तक 4 प्रश्न हैं एवं प्रत्येक प्रश्न 6 अंकों का है ।
- (vi) प्रश्न-पत्र में समग्र पर कोई विकल्प नहीं है । तथापि एक-एक अंक वाले तीन प्रश्नों में, दो-दो अंकों वाले दो प्रश्नों में, चार-चार अंकों वाले दो प्रश्नों में और छः-छः अंकों वाले दो प्रश्नों में आंतरिक विकल्प दिए गए हैं । ऐसे प्रश्नों में से केवल एक ही विकल्प का उत्तर लिखिए ।
- (vii) इसके अतिरिक्त, आवश्यकतानुसार, प्रत्येक खण्ड और प्रश्न के साथ यथोचित निर्देश दिए गए हैं ।
- (viii) केलकुलेटरों के प्रयोग की अनुमति नहीं है ।

### खण्ड क

प्रश्न संख्या 1 से 20 तक प्रत्येक प्रश्न 1 अंक का है ।

प्रश्न संख्या 1 से 10 तक बहुविकल्पीय प्रश्न हैं । सही विकल्प चुनिए ।

1. आव्यूह  $\begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 \\ \lambda & 0 & 7 \\ -1 & 1 & 4 \end{bmatrix}$  अव्युत्क्रमणीय होगा, यदि

- (A)  $\lambda = -1$
- (B)  $\lambda = 0$
- (C)  $\lambda = 1$
- (D)  $\lambda \in \mathbb{R} - \{1\}$

2. कोटि 2 वाले अवकल समीकरण के विशेष हल में स्वेच्छ अचरों की संख्या होगी

- (A) 0
- (B) 1
- (C) 2
- (D) 3

**General Instructions :**

Read the following instructions very carefully and strictly follow them :

- (i) This question paper comprises **four** Sections A, B, C and D. This question paper carries **36** questions. All questions are compulsory.
- (ii) **Section A – Questions no. 1 to 20** comprises of **20** questions of **1 mark** each.
- (iii) **Section B – Questions no. 21 to 26** comprises of **6** questions of **2 marks** each.
- (iv) **Section C – Questions no. 27 to 32** comprises of **6** questions of **4 marks** each.
- (v) **Section D – Questions no. 33 to 36** comprises of **4** questions of **6 marks** each.
- (vi) There is no overall choice in the question paper. However, an internal choice has been provided in 3 questions of one mark, 2 questions of two marks, 2 questions of four marks and 2 questions of six marks. Only one of the choices in such questions have to be attempted.
- (vii) In addition to this, separate instructions are given with each section and question, wherever necessary.
- (viii) Use of calculators is **not** permitted.

**SECTION A**

Question numbers 1 to 20 carry 1 mark each.

Question numbers 1 to 10 are multiple choice type questions. Select the correct option.

1. The matrix  $\begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 \\ \lambda & 0 & 7 \\ -1 & 1 & 4 \end{bmatrix}$  is not invertible for

- (A)  $\lambda = -1$
- (B)  $\lambda = 0$
- (C)  $\lambda = 1$
- (D)  $\lambda \in \mathbb{R} - \{1\}$

2. The number of arbitrary constants in the particular solution of a differential equation of second order is (are)

- (A) 0
- (B) 1
- (C) 2
- (D) 3



3.  $\tan^{-1}(\tan \frac{7\pi}{6})$  का मान है

- (A)  $\frac{\pi}{6}$
- (B)  $\frac{\pi}{2}$
- (C)  $\frac{\pi}{3}$
- (D)  $\frac{7\pi}{6}$

4. रेखिक असमिकाओं के निकाय से नियत सुसंगत क्षेत्र के कोनीय बिंदु  $(0, 0)$ ,  $(4, 0)$ ,  $(2, 4)$  तथा  $(0, 5)$  हैं। यदि  $z = ax + by$ , जहाँ  $a, b > 0$  का अधिकतम मान बिन्दुओं  $(2, 4)$  तथा  $(4, 0)$  दोनों पर हो, तो

- (A)  $a = 2b$
- (B)  $2a = b$
- (C)  $a = b$
- (D)  $3a = b$

5. यदि  $A$  और  $B$  दो स्वतंत्र घटनाएँ हैं, जहाँ  $P(A) = \frac{1}{3}$  व  $P(B) = \frac{1}{4}$  है, तो  $P(B'|A)$  बराबर है

- (A)  $\frac{1}{4}$
- (B)  $\frac{1}{3}$
- (C)  $\frac{3}{4}$
- (D) 1

6. यदि  $A$  एक वर्ग आव्यूह है तथा  $A^2 = A$  हो, तो  $(I - A)^3 + A$  बराबर है

- (A) I
- (B) 0
- (C)  $I - A$
- (D)  $I + A$



3. The value of  $\tan^{-1}(\tan \frac{7\pi}{6})$  is
- (A)  $\frac{\pi}{6}$
  - (B)  $\frac{\pi}{2}$
  - (C)  $\frac{\pi}{3}$
  - (D)  $\frac{7\pi}{6}$
4. The corner points of the feasible region determined by the system of linear inequalities are  $(0, 0)$ ,  $(4, 0)$ ,  $(2, 4)$  and  $(0, 5)$ . If the maximum value of  $z = ax + by$ , where  $a, b > 0$  occurs at both  $(2, 4)$  and  $(4, 0)$ , then
- (A)  $a = 2b$
  - (B)  $2a = b$
  - (C)  $a = b$
  - (D)  $3a = b$
5. If A and B are two independent events with  $P(A) = \frac{1}{3}$  and  $P(B) = \frac{1}{4}$ , then  $P(B' | A)$  is equal to
- (A)  $\frac{1}{4}$
  - (B)  $\frac{1}{3}$
  - (C)  $\frac{3}{4}$
  - (D) 1
6. If A is a square matrix such that  $A^2 = A$ , then  $(I - A)^3 + A$  is equal to
- (A) I
  - (B) 0
  - (C)  $I - A$
  - (D)  $I + A$



7.  $\int_1^e \frac{\log x}{x} dx$  बराबर है
- (A)  $\frac{e^2}{2}$   
 (B) 1  
 (C)  $\frac{1}{2}$   
 (D)  $-\infty$
8. बिन्दुओं (-1, 3, 2) तथा (5, 0, 6) को मिलाने वाले रेखाखण्ड पर बिन्दु P स्थित है। यदि P का x-निर्देशांक 2 हो, तो इसका z-निर्देशांक होगा
- (A) -1  
 (B) 4  
 (C)  $\frac{3}{2}$   
 (D) 8
9. यदि सदिश  $\vec{a} = \hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k}$  का सदिश  $\vec{b} = 2\hat{i} + \lambda\hat{k}$  पर प्रक्षेप शून्य है, तो  $\lambda$  का मान होगा
- (A) 0  
 (B) 1  
 (C)  $\frac{-2}{3}$   
 (D)  $\frac{-3}{2}$
10. समतल  $z = 0$  के लंबवत् तथा बिन्दु (-1, 5, 4) से गुज़रने वाली रेखा का सदिश समीकरण होगा
- (A)  $\vec{r} = -\hat{i} + 5\hat{j} + 4\hat{k} + \lambda(\hat{i} + \hat{j})$   
 (B)  $\vec{r} = -\hat{i} + 5\hat{j} + (4 + \lambda)\hat{k}$   
 (C)  $\vec{r} = \hat{i} - 5\hat{j} - 4\hat{k} + \lambda\hat{k}$   
 (D)  $\vec{r} = \lambda\hat{k}$



7.  $\int_1^e \frac{\log x}{x} dx$  is equal to

(A)  $\frac{e^2}{2}$

(B) 1

(C)  $\frac{1}{2}$

(D)  $-\infty$

8. A point P lies on the line segment joining the points  $(-1, 3, 2)$  and  $(5, 0, 6)$ . If x-coordinate of P is 2, then its z-coordinate is

(A) -1

(B) 4

(C)  $\frac{3}{2}$

(D) 8

9. If the projection of  $\vec{a} = \hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k}$  on  $\vec{b} = 2\hat{i} + \lambda\hat{k}$  is zero, then the value of  $\lambda$  is

(A) 0

(B) 1

(C)  $\frac{-2}{3}$

(D)  $\frac{-3}{2}$

10. The vector equation of the line passing through the point  $(-1, 5, 4)$  and perpendicular to the plane  $z = 0$  is

(A)  $\vec{r} = -\hat{i} + 5\hat{j} + 4\hat{k} + \lambda(\hat{i} + \hat{j})$

(B)  $\vec{r} = -\hat{i} + 5\hat{j} + (4 + \lambda)\hat{k}$

(C)  $\vec{r} = \hat{i} - 5\hat{j} - 4\hat{k} + \lambda\hat{k}$

(D)  $\vec{r} = \lambda\hat{k}$



प्रश्न संख्या 11 से 15 तक के सभी प्रश्नों के खाली स्थान भरिए ।

11. दो बिन्दुओं A तथा B के स्थिति सदिश क्रमशः  $\vec{OA} = 2\hat{i} - \hat{j} - \hat{k}$  और  $\vec{OB} = 2\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}$  हैं । बिन्दु P, जो रेखाखण्ड AB को 2 : 1 के अनुपात में विभाजित करता है, का स्थिति सदिश है \_\_\_\_\_ ।
12. वक्र  $y^2 = 8x$  के मूल-बिन्दु पर अभिलंब का समीकरण है \_\_\_\_\_ ।

**अथवा**

एक वृत्त की त्रिज्या समान रूप से 3 cm/s की दर से बढ़ रही है । उस क्षण पर जबकि वृत्त की त्रिज्या 2 cm है, वृत्त के क्षेत्रफल में \_\_\_\_\_ cm<sup>2</sup>/s की दर से बढ़ोतरी होगी ।

13. यदि A कोटि 3 का एक वर्ग आव्यूह है और  $A_{ij}$  अवयव  $a_{ij}$  का सहखण्ड है, तो  $a_{21}A_{11} + a_{22}A_{12} + a_{23}A_{13}$  का मान होगा \_\_\_\_\_ ।

**अथवा**

यदि एक आव्यूह A सममित तथा विषम सममित दोनों ही है, तो A एक \_\_\_\_\_ है ।

14. यदि समस्त  $a_1, a_2 \in A$  के लिए  $(a_1, a_2) \in R$  से  $(a_2, a_1) \in R$  प्राप्त हो, तो समुच्चय A पर परिभाषित संबंध R कहलाता है \_\_\_\_\_ ।
15.  $f(x) = [x]$ ,  $0 < x < 2$  द्वारा परिभाषित महत्तम पूर्णांक फलन x = \_\_\_\_\_ पर अवकलनीय नहीं होता है ।

प्रश्न संख्या 16 से 20 अति संक्षिप्त उत्तर वाले प्रश्न हैं ।

16. यदि A कोटि 3 का एक वर्ग आव्यूह है तथा  $|A| = 2$  हो, तो  $|-AA'|$  का मान ज्ञात कीजिए ।
17. ताश की 52 पत्तों वाली अच्छी प्रकार से फेंटी गई गड्ढी में से यादृच्छ्या तथा बिना प्रतिस्थापना के एक-एक कर के दो पत्ते निकाले गए । एक पत्ता लाल तथा दूसरा काले रंग का आने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए ।

18. मान ज्ञात कीजिए :

$$\int_{1}^{3} |2x - 1| dx$$

19. ज्ञात कीजिए :

$$\int \frac{dx}{\sqrt{9 - 4x^2}}$$



Fill in the blanks in question numbers 11 to 15.

11. The position vectors of two points A and B are  $\vec{OA} = 2\hat{i} - \hat{j} - \hat{k}$  and  $\vec{OB} = 2\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}$ , respectively. The position vector of a point P which divides the line segment joining A and B in the ratio 2 : 1 is \_\_\_\_\_.
12. The equation of the normal to the curve  $y^2 = 8x$  at the origin is \_\_\_\_\_.

**OR**

The radius of a circle is increasing at the uniform rate of 3 cm/sec. At the instant when the radius of the circle is 2 cm, its area increases at the rate of \_\_\_\_\_  $\text{cm}^2/\text{s}$ .

13. If A is a square matrix of order 3 and  $A_{ij}$  is the cofactor of the element  $a_{ij}$ , then value of  $a_{21}A_{11} + a_{22}A_{12} + a_{23}A_{13}$  is \_\_\_\_\_.

**OR**

If the matrix A is both symmetric and skew symmetric, then A is a \_\_\_\_\_.

14. A relation R in a set A is called \_\_\_\_\_, if  $(a_1, a_2) \in R$  implies  $(a_2, a_1) \in R$ , for all  $a_1, a_2 \in A$ .
15. The greatest integer function defined by  $f(x) = [x]$ ,  $0 < x < 2$  is not differentiable at  $x =$  \_\_\_\_\_.

Question numbers 16 to 20 are very short answer type questions.

16. If A is a square matrix of order 3 and  $|A| = 2$ , then find the value of  $|-AA'|$ .
17. Two cards are drawn at random and one-by-one without replacement from a well-shuffled pack of 52 playing cards. Find the probability that one card is red and the other is black.
18. Evaluate :

$$\int_{1}^{3} |2x - 1| dx$$

19. Find :

$$\int \frac{dx}{\sqrt{9 - 4x^2}}$$



20. ज्ञात कीजिए :

$$\int x^4 \log x \, dx$$

अथवा

ज्ञात कीजिए :

$$\int \frac{2x}{\sqrt[3]{x^2 + 1}} \, dx$$

**खण्ड ख**

प्रश्न संख्या 21 से 26 तक प्रत्येक प्रश्न 2 अंकों का है।

21. एक मात्रक सदिश ज्ञात कीजिए जो प्रत्येक सदिश  $\vec{a}$  और  $\vec{b}$  के लम्बवत् हो, जहाँ  $\vec{a} = 5\hat{i} + 6\hat{j} - 2\hat{k}$  और  $\vec{b} = 7\hat{i} + 6\hat{j} + 2\hat{k}$ .

अथवा

उस समांतर षट्फलक का आयतन ज्ञात कीजिए जिसकी संलग्न भुजाएँ  $2\vec{a}$ ,  $-\vec{b}$  तथा  $3\vec{c}$  द्वारा निरूपित हैं, जहाँ

$$\vec{a} = \hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k},$$

$$\vec{b} = 3\hat{i} + 4\hat{j} - 5\hat{k} \text{ तथा}$$

$$\vec{c} = 2\hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k} \text{ हैं।}$$

22. यदि  $f(x) = \sqrt{\tan \sqrt{x}}$  हो, तो  $f' \left( \frac{\pi^2}{16} \right)$  ज्ञात कीजिए।

23. अवकल का प्रयोग करके,  $\sqrt{253}$  का सन्निकट मान दशमलव के दो स्थानों तक ज्ञात कीजिए।

24. एक व्यस्त चौराहे X पर, हरी बत्ती मिलने की प्रायिकता 30% है। इस चौराहे X पर तीन में से लगातार दो दिन हरी बत्ती के मिलने की प्रायिकता क्या है?

25. सिद्ध कीजिए कि :

$$\sin^{-1}(2x \sqrt{1-x^2}) = 2 \cos^{-1} x, \quad \frac{1}{\sqrt{2}} \leq x \leq 1.$$

अथवा

$f : R_+ \rightarrow (7, \infty)$ ,  $f(x) = 16x^2 + 24x + 7$  द्वारा परिभाषित एकैकी और आच्छादक फलन पर विचार कीजिए, जहाँ  $R_+$  सभी धनात्मक वास्तविक संख्याओं का समुच्चय है। फलन f का प्रतिलिपि फलन ज्ञात कीजिए।

26. k का वह मान ज्ञात कीजिए जिसके लिए रेखाएँ  $x = -y = kz$  तथा  $x - 2 = 2y + 1 = -z + 1$  एक-दूसरे पर लम्ब हैं।



**20.** Find :

$$\int x^4 \log x \, dx$$

**OR**

Find :

$$\int \frac{2x}{\sqrt[3]{x^2 + 1}} \, dx$$

## SECTION B

*Question numbers 21 to 26 carry 2 marks each.*

**21.** Find a unit vector perpendicular to each of the vectors  $\vec{a}$  and  $\vec{b}$  where

$$\vec{a} = 5\hat{i} + 6\hat{j} - 2\hat{k} \text{ and } \vec{b} = 7\hat{i} + 6\hat{j} + 2\hat{k}.$$

**OR**

Find the volume of the parallelopiped whose adjacent edges are represented by  $2\vec{a}$ ,  $-\vec{b}$  and  $3\vec{c}$ , where

$$\vec{a} = \hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k},$$

$$\vec{b} = 3\hat{i} + 4\hat{j} - 5\hat{k}, \text{ and}$$

$$\vec{c} = 2\hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k}.$$

**22.** If  $f(x) = \sqrt{\tan \sqrt{x}}$ , then find  $f' \left( \frac{\pi^2}{16} \right)$ .

**23.** Using differentials, find the approximate value of  $\sqrt{25.3}$  up to two places of decimals.

**24.** The probability of finding a green signal on a busy crossing X is 30%. What is the probability of finding a green signal on X on two consecutive days out of three?

**25.** Prove that  $\sin^{-1}(2x \sqrt{1-x^2}) = 2 \cos^{-1} x$ ,  $\frac{1}{\sqrt{2}} \leq x \leq 1$ .

**OR**

Consider a bijective function  $f : R_+ \rightarrow (7, \infty)$  given by  $f(x) = 16x^2 + 24x + 7$ , where  $R_+$  is the set of all positive real numbers. Find the inverse function of  $f$ .

**26.** Find the value of  $k$  so that the lines  $x = -y = kz$  and  $x - 2 = 2y + 1 = -z + 1$  are perpendicular to each other.



## खण्ड ग

प्रश्न संख्या 27 से 32 तक प्रत्येक प्रश्न 4 अंकों का है।

27. एक फर्नीचर व्यापारी अपनी धनराशि को मेज़ों या कुर्सियों या दोनों के संयोजनों में निवेश करता है। निवेश के लिए उसके पास ₹ 50,000 हैं और उसके पास अधिकतम 35 वस्तुओं को रखने के लिए स्थान उपलब्ध है। एक कुर्सी का क्रय मूल्य ₹ 1,000 व एक मेज़ का क्रय मूल्य ₹ 2,000 है। इस व्यापारी को एक कुर्सी बेचकर ₹ 150 व एक मेज़ को बेचकर ₹ 250 का लाभ अर्जित होता है। उपर्युक्त समस्या के लिए अधिकतम लाभ अर्जित करने के लिए एक रैखिक प्रोग्राम समस्या बनाइए और आलेखीय विधि से समस्या को हल कीजिए।
28. यदि  $x = a(\theta - \sin \theta)$ ,  $y = a(1 - \cos \theta)$ ,  $a > 0$  है, तो  $\theta = \frac{\pi}{3}$  पर  $\frac{d^2y}{dx^2}$  ज्ञात कीजिए।

29. योगफल की सीमा के रूप में  $\int_1^3 e^x dx$  का मान ज्ञात कीजिए।

30. दो थैले I और II दिए गए हैं। थैले I में 3 लाल तथा 5 काली गेंदें हैं जबकि थैले II में 4 लाल तथा 3 काली गेंदें हैं। थैले I से थैले II में एक गेंद यादृच्छ्या स्थानांतरित की जाती है और तत्पश्चात् थैले II में से एक गेंद यादृच्छ्या निकाली जाती है। यदि यह निकाली गई गेंद काली गेंद है, तो स्थानांतरित की गई गेंद के काले रंग के होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

### अथवा

एक कलश में 5 लाल, 2 सफेद तथा 3 काली गेंदें हैं। एक-एक करके, बिना प्रतिस्थापना के, इस कलश से 3 गेंदें यादृच्छ्या निकाली जाती हैं। सफेद गेंदों की संख्या का प्रायिकता बंटन ज्ञात कीजिए। निकाली गई सफेद गेंदों की संख्या का माध्य व प्रसरण भी ज्ञात कीजिए।

31. अवकल समीकरण  $y e^y dx = (y^3 + 2x e^y) dy$  का व्यापक हल ज्ञात कीजिए।

### अथवा

अवकल समीकरण  $x \frac{dy}{dx} = y - x \tan\left(\frac{y}{x}\right)$ , जहाँ  $x = 1$  पर  $y = \frac{\pi}{4}$  है, का विशिष्ट हल ज्ञात कीजिए।

32. माना  $N$  प्राकृत संख्याओं का समुच्चय है। संबंध  $R, N \times N$  पर “ $(a, b) R (c, d)$  यदि और केवल यदि  $ad = bc$ , सभी  $a, b, c, d \in N$  के लिए” द्वारा परिभाषित है। दिखाइए कि संबंध  $R$  एक तुल्यता संबंध है।



## SECTION C

*Question numbers 27 to 32 carry 4 marks each.*

27. A furniture trader deals in only two items — chairs and tables. He has ₹ 50,000 to invest and a space to store at most 35 items. A chair costs him ₹ 1,000 and a table costs him ₹ 2,000. The trader earns a profit of ₹ 150 and ₹ 250 on a chair and table, respectively. Formulate the above problem as an LPP to maximise the profit and solve it graphically.
28. If  $x = a(\theta - \sin \theta)$ ,  $y = a(1 - \cos \theta)$ ,  $a > 0$ , then find  $\frac{d^2y}{dx^2}$  at  $\theta = \frac{\pi}{3}$ .
29. Evaluate  $\int_1^3 e^x dx$  as limit of the sums.
30. There are two bags, I and II. Bag I contains 3 red and 5 black balls and Bag II contains 4 red and 3 black balls. One ball is transferred randomly from Bag I to Bag II and then a ball is drawn randomly from Bag II. If the ball so drawn is found to be black in colour, then find the probability that the transferred ball is also black.

### OR

An urn contains 5 red, 2 white and 3 black balls. Three balls are drawn, one-by-one, at random without replacement. Find the probability distribution of the number of white balls. Also, find the mean and the variance of the number of white balls drawn.

31. Find the general solution of the differential equation

$$y e^y dx = (y^3 + 2x e^y) dy.$$

### OR

Find the particular solution of the differential equation

$$x \frac{dy}{dx} = y - x \tan\left(\frac{y}{x}\right), \text{ given that } y = \frac{\pi}{4} \text{ at } x = 1.$$

32. Let  $N$  be the set of natural numbers and  $R$  be the relation on  $N \times N$  defined by  $(a, b) R (c, d)$  iff  $ad = bc$  for all  $a, b, c, d \in N$ . Show that  $R$  is an equivalence relation.



## खण्ड घ

प्रश्न संख्या 33 से 36 तक प्रत्येक प्रश्न 6 अंकों का है।

33. दिखाइए कि त्रिज्या  $r$  व ऊँचाई  $h$  के लम्ब-वृत्तीय शंकु के अन्तर्गत अधिकतम आयतन के लम्ब-वृत्तीय बेलन की ऊँचाई, शंकु की ऊँचाई की एक-तिहाई है और बेलन का अधिकतम आयतन, शंकु के आयतन का  $\frac{4}{9}$  वाँ भाग है।
34. समाकलन विधि से परवलय  $y = 3x^2$  तथा रेखा  $3x - y + 6 = 0$  के बीच घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।
35. उस समतल का समीकरण ज्ञात कीजिए, जिसमें बिन्दु  $A(2, 1, -1)$  स्थित है तथा जो समतलों  $2x + y - z = 3$  और  $x + 2y + z = 2$  की प्रतिच्छेदन रेखा के लम्बवत् है। प्राप्त समतल व  $y$ -अक्ष के बीच का कोण भी ज्ञात कीजिए।

### अथवा

रेखा  $\vec{r} = (3\hat{i} - 2\hat{j} + 6\hat{k}) + \lambda(2\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k})$  तथा समतल  $\vec{r} \cdot (\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}) = 6$  के प्रतिच्छेदन बिन्दु  $Q$  की बिन्दु  $P(-2, -4, 7)$  से दूरी ज्ञात कीजिए। रेखा  $PQ$  का सदिश समीकरण भी लिखिए।

36. यदि  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 3 & 2 & -2 \\ 2 & -1 & 1 \end{bmatrix}$  है, तो  $A^{-1}$  ज्ञात कीजिए और इसका प्रयोग करके निम्नलिखित समीकरण निकाय का हल ज्ञात कीजिए :

$$x + 2y - 3z = 6$$

$$3x + 2y - 2z = 3$$

$$2x - y + z = 2$$

### अथवा

सारणिकों के गुणधर्मों का प्रयोग करके, सिद्ध कीजिए कि

$$\begin{vmatrix} (b+c)^2 & a^2 & bc \\ (c+a)^2 & b^2 & ca \\ (a+b)^2 & c^2 & ab \end{vmatrix} = (a-b)(b-c)(c-a)(a+b+c)(a^2+b^2+c^2)$$

**SECTION D**

*Question numbers 33 to 36 carry 6 marks each.*

33. Show that the height of the right circular cylinder of greatest volume which can be inscribed in a right circular cone of height  $h$  and radius  $r$  is one-third of the height of the cone, and the greatest volume of the cylinder is  $\frac{4}{9}$  times the volume of the cone.
34. Using integration, find the area of the region enclosed by the parabola  $y = 3x^2$  and the line  $3x - y + 6 = 0$ .
35. Find the equation of the plane that contains the point  $A(2, 1, -1)$  and is perpendicular to the line of intersection of the planes  $2x + y - z = 3$  and  $x + 2y + z = 2$ . Also find the angle between the plane thus obtained and the  $y$ -axis.

**OR**

Find the distance of the point  $P(-2, -4, 7)$  from the point of intersection  $Q$  of the line  $\vec{r} = (3\hat{i} - 2\hat{j} + 6\hat{k}) + \lambda(2\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k})$  and the plane  $\vec{r} \cdot (\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}) = 6$ . Also write the vector equation of the line  $PQ$ .

36. If  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 3 & 2 & -2 \\ 2 & -1 & 1 \end{bmatrix}$ , then find  $A^{-1}$  and use it to solve the following system of the equations :

$$x + 2y - 3z = 6$$

$$3x + 2y - 2z = 3$$

$$2x - y + z = 2$$

**OR**

Using properties of determinants, prove that

$$\begin{vmatrix} (b+c)^2 & a^2 & bc \\ (c+a)^2 & b^2 & ca \\ (a+b)^2 & c^2 & ab \end{vmatrix} = (a-b)(b-c)(c-a)(a+b+c)(a^2+b^2+c^2).$$



कोड नं.  
Code No. **65/2/1**

रोल नं.  
Roll No. 

--	--	--	--	--	--	--



परीक्षार्थी कोड को उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर अवश्य लिखें।

Candidates must write the Code on the title page of the answer-book.

नोट	NOTE
(I) कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में मुद्रित पृष्ठ <b>15</b> हैं।	(I) Please check that this question paper contains <b>15</b> printed pages.
(II) प्रश्न-पत्र में दाहिने हाथ की ओर दिए गए कोड नम्बर को छात्र उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर लिखें।	(II) Code number given on the right hand side of the question paper should be written on the title page of the answer-book by the candidate.
(III) कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में <b>36</b> प्रश्न हैं।	(III) Please check that this question paper contains <b>36</b> questions.
(IV) कृपया प्रश्न का उत्तर लिखना शुरू करने से पहले, उत्तर-पुस्तिका में प्रश्न का क्रमांक अवश्य लिखें।	(IV) Please write down the Serial Number of the question in the answer-book before attempting it.
(V) इस प्रश्न-पत्र को पढ़ने के लिए 15 मिनट का समय दिया गया है। प्रश्न-पत्र का वितरण पूर्वाह्न में 10.15 बजे किया जाएगा। 10.15 बजे से 10.30 बजे तक छात्र केवल प्रश्न-पत्र को पढ़ेंगे और इस अवधि के दौरान वे उत्तर-पुस्तिका पर कोई उत्तर नहीं लिखेंगे।	(V) 15 minute time has been allotted to read this question paper. The question paper will be distributed at 10.15 a.m. From 10.15 a.m. to 10.30 a.m., the students will read the question paper only and will not write any answer on the answer-book during this period.

## गणित



## MATHEMATICS

निर्धारित समय : 3 घण्टे

अधिकतम अंक : 80

Time allowed : 3 hours

Maximum Marks : 80



### सामान्य निर्देशः

निम्नलिखित निर्देशों को बहुत सावधानी से पढ़िए और उनका सख्ती से पालन कीजिए :

- (i) यह प्रश्न-पत्र चार खण्डों में विभाजित किया गया है – क, ख, ग एवं घ / इस प्रश्न-पत्र में 36 प्रश्न हैं / सभी प्रश्न अनिवार्य हैं ।
- (ii) खण्ड क में प्रश्न संख्या 1 से 20 तक 20 प्रश्न हैं एवं प्रत्येक प्रश्न 1 अंक का है ।
- (iii) खण्ड ख में प्रश्न संख्या 21 से 26 तक 6 प्रश्न हैं एवं प्रत्येक प्रश्न 2 अंकों का है ।
- (iv) खण्ड ग में प्रश्न संख्या 27 से 32 तक 6 प्रश्न हैं एवं प्रत्येक प्रश्न 4 अंकों का है ।
- (v) खण्ड घ में प्रश्न संख्या 33 से 36 तक 4 प्रश्न हैं एवं प्रत्येक प्रश्न 6 अंकों का है ।
- (vi) प्रश्न-पत्र में समग्र पर कोई विकल्प नहीं है । तथापि एक-एक अंक वाले तीन प्रश्नों में, दो-दो अंकों वाले दो प्रश्नों में, चार-चार अंकों वाले दो प्रश्नों में और छः-छः अंकों वाले दो प्रश्नों में आंतरिक विकल्प दिए गए हैं । ऐसे प्रश्नों में से केवल एक ही विकल्प का उत्तर लिखिए ।
- (vii) इसके अतिरिक्त, आवश्यकतानुसार, प्रत्येक खण्ड और प्रश्न के साथ यथोचित निर्देश दिए गए हैं ।
- (viii) केलकुलेटरों के प्रयोग की अनुमति नहीं है ।

### खण्ड क

प्रश्न संख्या 1 से 20 तक प्रत्येक प्रश्न 1 अंक का है ।

प्रश्न संख्या 1 से 10 तक बहुविकल्पीय प्रश्न हैं । सही विकल्प चुनिए ।

1. समुच्चय {1, 2, 3} में R = {(1, 2), (2, 1), (1, 1)} द्वारा प्रदत्त संबंध R

- (A) सममित तथा संक्रामक है, परन्तु स्वतुल्य नहीं है
- (B) स्वतुल्य तथा सममित है, परन्तु संक्रामक नहीं है
- (C) सममित है, परन्तु न ही स्वतुल्य और न ही संक्रामक है
- (D) एक तुल्यता संबंध है

2.  $\tan^{-1} 3 + \tan^{-1} \lambda = \tan^{-1} \left( \frac{3 + \lambda}{1 - 3\lambda} \right)$ ,  $\lambda$  के किन मानों के लिए वैध होगा ?

- (A)  $\lambda \in \left( -\frac{1}{3}, \frac{1}{3} \right)$
- (B)  $\lambda > \frac{1}{3}$
- (C)  $\lambda < \frac{1}{3}$
- (D)  $\lambda$  के सभी वास्तविक मान

**General Instructions :**

Read the following instructions very carefully and strictly follow them :

- (i) This question paper comprises **four** Sections A, B, C and D. This question paper carries **36** questions. All questions are compulsory.
- (ii) **Section A** – Questions no. **1** to **20** comprises of **20** questions of **1** mark each.
- (iii) **Section B** – Questions no. **21** to **26** comprises of **6** questions of **2** marks each.
- (iv) **Section C** – Questions no. **27** to **32** comprises of **6** questions of **4** marks each.
- (v) **Section D** – Questions no. **33** to **36** comprises of **4** questions of **6** marks each.
- (vi) There is no overall choice in the question paper. However, an internal choice has been provided in 3 questions of one mark, 2 questions of two marks, 2 questions of four marks and 2 questions of six marks. Only one of the choices in such questions have to be attempted.
- (vii) In addition to this, separate instructions are given with each section and question, wherever necessary.
- (viii) Use of calculators is **not** permitted.

**SECTION A**

Question numbers 1 to 20 carry 1 mark each.

Question numbers 1 to 10 are multiple choice type questions. Select the correct option.

1. The relation R in the set {1, 2, 3} given by  $R = \{(1, 2), (2, 1), (1, 1)\}$  is
  - (A) symmetric and transitive, but not reflexive
  - (B) reflexive and symmetric, but not transitive
  - (C) symmetric, but neither reflexive nor transitive
  - (D) an equivalence relation
2.  $\tan^{-1} 3 + \tan^{-1} \lambda = \tan^{-1} \left( \frac{3 + \lambda}{1 - 3\lambda} \right)$  is valid for what values of  $\lambda$  ?
  - (A)  $\lambda \in \left( -\frac{1}{3}, \frac{1}{3} \right)$
  - (B)  $\lambda > \frac{1}{3}$
  - (C)  $\lambda < \frac{1}{3}$
  - (D) All real values of  $\lambda$



3. यदि  $A$  कोटि 3 का एक व्युत्क्रमणीय वर्ग आव्यूह है और  $A^2 = 3A$  है, तो  $|A|$  का मान होगा
- 3
  - 3
  - 9
  - 27
4.  $f(x) = -|x - 1|$  द्वारा प्रदत्त फलन  $f: R \rightarrow R$
- $x = 1$  पर संतत व अवकलनीय है।
  - $x = 1$  पर संतत नहीं है, परन्तु अवकलनीय है।
  - $x = 1$  पर संतत है, परन्तु अवकलनीय नहीं है।
  - $x = 1$  पर न संतत है और न ही अवकलनीय है।
5. माना समुच्चय  $A = \{1, 3, 5\}$  है।  $A$  में (1, 3) को अंतर्विष्ट करने वाले तुल्यता संबंधों की संख्या होगी
- 1
  - 2
  - 3
  - 4
6. अन्तराल, जिसमें  $f(x) = x^2 e^{-x}$  द्वारा प्रदत्त फलन  $f$  निरन्तर वर्धमान है, है
- $(-\infty, \infty)$
  - $(-\infty, 0)$
  - $(2, \infty)$
  - $(0, 2)$
7. यदि  $|\vec{a}| = 4$  तथा  $-3 \leq \lambda \leq 2$  है, तो  $|\lambda \vec{a}|$  का मान जिस अन्तराल में है, वह है
- $[0, 12]$
  - $[2, 3]$
  - $[8, 12]$
  - $[-12, 8]$
8. सदिश  $3\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}$ ,  $2\hat{i} + \hat{j} + 3\hat{k}$  और  $\hat{i} + \lambda\hat{j} - \hat{k}$  समतलीय होंगे, यदि  $\lambda$  का मान है
- 2
  - 0
  - 2
  - कोई भी वास्तविक संख्या



3. If A is a non-singular square matrix of order 3 such that  $A^2 = 3A$ , then value of  $|A|$  is  
 (A) -3  
 (B) 3  
 (C) 9  
 (D) 27
4. The function  $f : R \rightarrow R$  given by  $f(x) = -|x - 1|$  is  
 (A) continuous as well as differentiable at  $x = 1$   
 (B) not continuous but differentiable at  $x = 1$   
 (C) continuous but not differentiable at  $x = 1$   
 (D) neither continuous nor differentiable at  $x = 1$
5. Let  $A = \{1, 3, 5\}$ . Then the number of equivalence relations in A containing (1, 3) is  
 (A) 1  
 (B) 2  
 (C) 3  
 (D) 4
6. The interval in which the function  $f$  given by  $f(x) = x^2 e^{-x}$  is strictly increasing, is  
 (A)  $(-\infty, \infty)$   
 (B)  $(-\infty, 0)$   
 (C)  $(2, \infty)$   
 (D)  $(0, 2)$
7. If  $|\vec{a}| = 4$  and  $-3 \leq \lambda \leq 2$ , then  $|\lambda \vec{a}|$  lies in  
 (A)  $[0, 12]$   
 (B)  $[2, 3]$   
 (C)  $[8, 12]$   
 (D)  $[-12, 8]$
8. The vectors  $3\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}$ ,  $2\hat{i} + \hat{j} + 3\hat{k}$  and  $\hat{i} + \lambda\hat{j} - \hat{k}$  are coplanar if value of  $\lambda$  is  
 (A) -2  
 (B) 0  
 (C) 2  
 (D) Any real number



9. त्रिभुज जिसके शीर्ष O, A तथा B हैं, जहाँ  $\vec{OA} = \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$  और  $\vec{OB} = -3\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$ , का क्षेत्रफल होगा
- (A)  $3\sqrt{5}$  वर्ग इकाई  
 (B)  $5\sqrt{5}$  वर्ग इकाई  
 (C)  $6\sqrt{5}$  वर्ग इकाई  
 (D) 4 वर्ग इकाई
10. y-अक्ष पर बिन्दु (2, -3, 4) से डाले गए लम्ब के पाद के निर्देशांक हैं
- (A) (2, 3, 4)  
 (B) (-2, -3, -4)  
 (C) (0, -3, 0)  
 (D) (2, 0, 4)

प्रश्न संख्या 11 से 15 तक के प्रश्नों के खाली स्थान भरिए।

11. फलन  $y = \sec^{-1} x$  की मुख्य मानीय शाखा का परिसर है \_\_\_\_\_।

अथवा

$$\cos^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right) \text{ का मुख्य मान है } \underline{\hspace{2cm}} \text{।}$$

12. आव्यूह  $A = \begin{bmatrix} 0 & a & 1 \\ -1 & b & 1 \\ -1 & c & 0 \end{bmatrix}$  को विषम-सममित आव्यूह मानते हुए,  $(a + b + c)^2$  का मान है \_\_\_\_\_।

13. समांतर समतलों  $2x + y - 2z - 6 = 0$  व  $4x + 2y - 4z = 0$  के बीच की दूरी \_\_\_\_\_ इकाई है।

अथवा

यदि मूल-बिन्दु से एक समतल पर डाले गए लम्ब का पाद P(1, 0, -3) है, तो उस समतल का कार्तीय समीकरण है \_\_\_\_\_।



9. The area of a triangle formed by vertices O, A and B, where  $\vec{OA} = \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$  and  $\vec{OB} = -3\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$  is
- (A)  $3\sqrt{5}$  sq. units  
 (B)  $5\sqrt{5}$  sq. units  
 (C)  $6\sqrt{5}$  sq. units  
 (D) 4 sq. units
10. The coordinates of the foot of the perpendicular drawn from the point  $(2, -3, 4)$  on the y-axis is
- (A)  $(2, 3, 4)$   
 (B)  $(-2, -3, -4)$   
 (C)  $(0, -3, 0)$   
 (D)  $(2, 0, 4)$

Fill in the blanks in question numbers 11 to 15.

11. The range of the principal value branch of the function  $y = \sec^{-1} x$  is \_\_\_\_\_.

**OR**

The principal value of  $\cos^{-1} \left(-\frac{1}{2}\right)$  is \_\_\_\_\_.

12. Given a skew-symmetric matrix  $A = \begin{bmatrix} 0 & a & 1 \\ -1 & b & 1 \\ -1 & c & 0 \end{bmatrix}$ , the value of  $(a + b + c)^2$  is \_\_\_\_\_.

13. The distance between parallel planes  $2x + y - 2z - 6 = 0$  and  $4x + 2y - 4z = 0$  is \_\_\_\_\_ units.

**OR**

If P(1, 0, -3) is the foot of the perpendicular from the origin to the plane, then the cartesian equation of the plane is \_\_\_\_\_.



14. यदि एक वृत्त की त्रिज्या  $0.5 \text{ cm/s}$  की दर से बढ़ रही है, तो इसकी परिधि की वृद्धि दर है  
\_\_\_\_\_ ।

15. एक रैखिक प्रोग्रामन समस्या के सुसंगत क्षेत्र के कोनीय बिन्दु  $(0, 0), (0, 8), (2, 7), (5, 4)$   
तथा  $(6, 0)$  हैं । अधिकतम लाभ  $P = 3x + 2y$  \_\_\_\_\_ पर होगा ।

प्रश्न संख्या 16 से 20 अति संक्षिप्त उत्तर वाले प्रश्न हैं ।

16.  $x^2$  के सापेक्ष,  $\sec^2(x^2)$  का अवकलन कीजिए ।

### अथवा

यदि  $y = f(x^2)$  और  $f'(x) = e^{\sqrt{x}}$  है, तो  $\frac{dy}{dx}$  ज्ञात कीजिए ।

17.  $k$  का मान ज्ञात कीजिए जिसके लिए निम्न फलन  $x = 1$  पर संतत है :

$$f(x) = \begin{cases} kx^2 + 5 & \text{यदि } x \leq 1 \\ 2 & \text{यदि } x > 1 \end{cases}$$

18. मान ज्ञात कीजिए :

$$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} x \cos^2 x \, dx$$

19. अवकल समीकरण  $e^{y-x} \frac{dy}{dx} = 1$  का व्यापक हल ज्ञात कीजिए ।

20. रेखा  $\frac{x-1}{3} = \frac{y+4}{7} = \frac{z+4}{2}$  जहाँ  $xy$ -तल को काटती है, उस बिन्दु के निर्देशांक ज्ञात कीजिए ।



14. If the radius of the circle is increasing at the rate of 0.5 cm/s, then the rate of increase of its circumference is \_\_\_\_\_.
15. The corner points of the feasible region of an LPP are (0, 0), (0, 8), (2, 7), (5, 4) and (6, 0). The maximum profit  $P = 3x + 2y$  occurs at the point \_\_\_\_\_.

*Question numbers 16 to 20 are very short answer type questions.*

16. Differentiate  $\sec^2(x^2)$  with respect to  $x^2$ .

**OR**

If  $y = f(x^2)$  and  $f'(x) = e^{\sqrt{x}}$ , then find  $\frac{dy}{dx}$ .

17. Find the value of  $k$ , so that the function  $f(x) = \begin{cases} kx^2 + 5 & \text{if } x \leq 1 \\ 2 & \text{if } x > 1 \end{cases}$  is continuous at  $x = 1$ .

18. Evaluate :

$$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} x \cos^2 x \, dx$$

19. Find the general solution of the differential equation  $e^{y-x} \frac{dy}{dx} = 1$ .

20. Find the coordinates of the point where the line  $\frac{x-1}{3} = \frac{y+4}{7} = \frac{z+4}{2}$  cuts the xy-plane.



## खण्ड ख

प्रश्न संख्या 21 से 26 तक प्रत्येक प्रश्न 2 अंकों का है।

21. यदि  $A = \begin{bmatrix} -3 & 2 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$  तथा  $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$  हो, तो अदिश  $k$  का मान ज्ञात कीजिए, जिसके लिए  $A^2 + I = kA$  है।

22. यदि  $f(x) = \sqrt{\frac{\sec x - 1}{\sec x + 1}}$  है, तो  $f'(\frac{\pi}{3})$  ज्ञात कीजिए।

**अथवा**

यदि  $f(x) = (\tan x)^{\tan x}$  है, तो  $f'(x)$  ज्ञात कीजिए।

23. ज्ञात कीजिए :

$$\int \frac{\tan^3 x}{\cos^3 x} dx$$

24.  $3\sqrt{3}$  इकाई के परिमाण का सदिश  $\vec{r}$  ज्ञात कीजिए जिसका तीनों अक्षों पर झुकाव एकसमान है।

**अथवा**

दो मात्रक सदिशों  $\vec{a}$  और  $\vec{b}$ , जिनके लिए  $\sqrt{3}\vec{a} - \vec{b}$  भी एक मात्रक सदिश है, के बीच का कोण ज्ञात कीजिए।

25. रेखा  $\vec{r} = 2\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k} + \lambda(3\hat{i} + 4\hat{j} + 2\hat{k})$  तथा समतल  $\vec{r} \cdot (\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}) = 5$  का प्रतिच्छेदन बिन्दु ज्ञात कीजिए।

26. एक बटुए में 3 चाँदी व 6 ताँबे के सिक्के हैं और दूसरे बटुए में 4 चाँदी व 3 ताँबे के सिक्के हैं। यदि किसी एक बटुए से यादृच्छया एक सिक्का निकाला जाता है, तो इस सिक्के के चाँदी का सिक्का होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

## खण्ड ग

प्रश्न संख्या 27 से 32 तक प्रत्येक प्रश्न 4 अंकों का है।

27. जाँच कीजिए कि क्या प्राकृत संख्याओं के समुच्चय  $N$  पर निम्न संबंध  $R$   

$$R = \{(a, b) : b \text{ भाज्य है } a \text{ से}\}$$

स्वतुल्य, सममित या संक्रामक है। यह भी ज्ञात कीजिए, क्या संबंध  $R$  एक तुल्यता संबंध है।

**अथवा**

सिद्ध कीजिए कि  $\tan^{-1} \frac{1}{4} + \tan^{-1} \frac{2}{9} = \frac{1}{2} \sin^{-1} \left( \frac{4}{5} \right)$ .

**SECTION B**

Question numbers 21 to 26 carry 2 marks each.

21. If  $A = \begin{bmatrix} -3 & 2 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$  and  $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ , find scalar  $k$  so that  $A^2 + I = kA$ .

22. If  $f(x) = \sqrt{\frac{\sec x - 1}{\sec x + 1}}$ , find  $f'(\frac{\pi}{3})$ .

**OR**

Find  $f'(x)$  if  $f(x) = (\tan x)^{\tan x}$ .

23. Find :

$$\int \frac{\tan^3 x}{\cos^3 x} dx$$

24. Find a vector  $\vec{r}$  equally inclined to the three axes and whose magnitude is  $3\sqrt{3}$  units.

**OR**

Find the angle between unit vectors  $\vec{a}$  and  $\vec{b}$  so that  $\sqrt{3}\vec{a} - \vec{b}$  is also a unit vector.

25. Find the points of intersection of the line  $\vec{r} = 2\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k} + \lambda(3\hat{i} + 4\hat{j} + 2\hat{k})$  and the plane  $\vec{r} \cdot (\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}) = 5$ .

26. A purse contains 3 silver and 6 copper coins and a second purse contains 4 silver and 3 copper coins. If a coin is drawn at random from one of the two purses, find the probability that it is a silver coin.

**SECTION C**

Question numbers 27 to 32 carry 4 marks each.

27. Check whether the relation  $R$  in the set  $N$  of natural numbers given by

$$R = \{(a, b) : a \text{ is divisor of } b\}$$

is reflexive, symmetric or transitive. Also determine whether  $R$  is an equivalence relation.

**OR**

Prove that  $\tan^{-1} \frac{1}{4} + \tan^{-1} \frac{2}{9} = \frac{1}{2} \sin^{-1} \left( \frac{4}{5} \right)$ .



28. यदि  $\tan^{-1} \left( \frac{y}{x} \right) = \log \sqrt{x^2 + y^2}$  है, तो सिद्ध कीजिए कि  $\frac{dy}{dx} = \frac{x+y}{x-y}$ .

**अथवा**

यदि  $y = e^{a \cos^{-1} x}$ ,  $-1 < x < 1$  है, तो दर्शाइए कि

$$(1 - x^2) \frac{d^2y}{dx^2} - x \frac{dy}{dx} - a^2y = 0$$

29. ज्ञात कीजिए :

$$\int \frac{x^3 + 1}{x^3 - x} dx$$

30. निम्नलिखित अवकल समीकरण का हल ज्ञात कीजिए :

$$\left(1 + e^{y/x}\right) dy + e^{y/x} \left(1 - \frac{y}{x}\right) dx = 0 \quad (x \neq 0)$$

31. रेखाओं

$$\vec{r} = 2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k} + \lambda(3\hat{i} - 2\hat{j} + 5\hat{k})$$

$$\vec{r} = 3\hat{i} + 2\hat{j} - 4\hat{k} + \mu(4\hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k})$$

के बीच की न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए।

32. एक कुटीर उद्योग निर्माता पेडेस्टल लैंप और लकड़ी के शेड बनाता है। दोनों के उत्पादन में मशीन-समय व कारीगर-समय चाहिए। प्रत्येक की 1 इकाई के उत्पादन में लगने वाले घंटों की संख्या व संगत लाभ निम्नलिखित तालिका में दिया गया है :

वस्तु	मशीन-समय	कारीगर-समय	लाभ (₹ में)
पेडेस्टल लैंप	1.5 घंटे	3 घंटे	30
लकड़ी का शेड	3 घंटे	1 घंटा	20

फैक्टरी के पास प्रतिदिन अधिक-से-अधिक 42 घंटों का मशीन-समय व 24 घंटों का कारीगर-समय उपलब्ध है।

यह मानते हुए कि उत्पादित इकाइयाँ सभी बिक जाती हैं, अधिकतम लाभ कमाने हेतु, फैक्टरी उत्पादन की प्रतिदिन कैसी योजना बनाए? एक रैखिक प्रोग्राम समस्या बनाइए तथा आलेख विधि द्वारा हल कीजिए।



28. If  $\tan^{-1} \left( \frac{y}{x} \right) = \log \sqrt{x^2 + y^2}$ , prove that  $\frac{dy}{dx} = \frac{x+y}{x-y}$ .

**OR**

If  $y = e^{a \cos^{-1} x}$ ,  $-1 < x < 1$ , then show that

$$(1 - x^2) \frac{d^2y}{dx^2} - x \frac{dy}{dx} - a^2y = 0$$

29. Find :

$$\int \frac{x^3 + 1}{x^3 - x} dx$$

30. Solve the following differential equation :

$$(1 + e^{y/x}) dy + e^{y/x} \left( 1 - \frac{y}{x} \right) dx = 0 \quad (x \neq 0).$$

31. Find the shortest distance between the lines

$$\vec{r} = 2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k} + \lambda(3\hat{i} - 2\hat{j} + 5\hat{k})$$

$$\vec{r} = 3\hat{i} + 2\hat{j} - 4\hat{k} + \mu(4\hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k})$$

32. A cottage industry manufactures pedestal lamps and wooden shades. Both the products require machine time as well as craftsman time in the making. The number of hour(s) required for producing 1 unit of each and the corresponding profit is given in the following table :

Item	Machine Time	Craftsman time	Profit (in ₹)
Pedestal lamp	1.5 hours	3 hours	30
Wooden shades	3 hours	1 hour	20

In a day, the factory has availability of not more than 42 hours of machine time and 24 hours of craftsman time.

Assuming that all items manufactured are sold, how should the manufacturer schedule his daily production in order to maximise the profit ? Formulate it as an LPP and solve it graphically.



## खण्ड घ

प्रश्न संख्या 33 से 36 तक प्रत्येक प्रश्न 6 अंकों का है।

33. यदि  $A = \begin{bmatrix} 5 & -1 & 4 \\ 2 & 3 & 5 \\ 5 & -2 & 6 \end{bmatrix}$  है, तो  $A^{-1}$  ज्ञात कीजिए तथा इसका प्रयोग करके निम्नलिखित

समीकरण निकाय का हल ज्ञात कीजिए :

$$\begin{aligned} 5x - y + 4z &= 5 \\ 2x + 3y + 5z &= 2 \\ 5x - 2y + 6z &= -1 \end{aligned}$$

**अथवा**

यदि  $x, y, z$  विभिन्न हों और  $\begin{vmatrix} x & x^2 & 1+x^3 \\ y & y^2 & 1+y^3 \\ z & z^2 & 1+z^3 \end{vmatrix} = 0$  है, तो सारणिकों के गुणधर्मों का

प्रयोग करके दर्शाइए कि  $1 + xyz = 0$ .

34.  $125\pi \text{ cm}^3$  आयतन वाले सभी ऊपर से खुले लम्ब-वृत्तीय बेलनाकार डिब्बों में से न्यूनतम पृष्ठीय क्षेत्रफल वाले डिब्बे की विमाएँ ज्ञात कीजिए।
35. समाकलन विधि से  $x$ -अक्ष के ऊपर तथा वृत्त  $x^2 + y^2 = 8x$  एवं परवलय  $y^2 = 4x$  के मध्यवर्ती क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

**अथवा**

समाकलन विधि से, एक ऐसे त्रिभुज ABC का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसके शीर्षों के निर्देशांक A(2, 0), B(4, 5) तथा C(6, 3) हैं।

36. दो पासों को युग्मत 4 बार उछाला जाता है। यदि यादृच्छिक चर X, द्विकों की संख्या को व्यक्त करता है, तो X का प्रायिकता बंटन ज्ञात कीजिए। अतः द्विकों की संख्या (X) का माध्य भी ज्ञात कीजिए।

**SECTION D**

*Question numbers 33 to 36 carry 6 marks each.*

33. If  $A = \begin{bmatrix} 5 & -1 & 4 \\ 2 & 3 & 5 \\ 5 & -2 & 6 \end{bmatrix}$ , find  $A^{-1}$  and use it to solve the following system of equations :

$$\begin{aligned} 5x - y + 4z &= 5 \\ 2x + 3y + 5z &= 2 \\ 5x - 2y + 6z &= -1 \end{aligned}$$

**OR**

If  $x, y, z$  are different and  $\begin{vmatrix} x & x^2 & 1+x^3 \\ y & y^2 & 1+y^3 \\ z & z^2 & 1+z^3 \end{vmatrix} = 0$ , then using properties of determinants show that  $1 + xyz = 0$ .

34. Amongst all open (from the top) right circular cylindrical boxes of volume  $125\pi \text{ cm}^3$ , find the dimensions of the box which has the least surface area.
35. Using integration, find the area lying above x-axis and included between the circle  $x^2 + y^2 = 8x$  and inside the parabola  $y^2 = 4x$ .

**OR**

Using the method of integration, find the area of the triangle ABC, coordinates of whose vertices are A(2, 0), B(4, 5) and C(6, 3).

36. Find the probability distribution of the random variable X, which denotes the number of doublets in four throws of a pair of dice. Hence, find the mean of the number of doublets (X).



कोड नं.  
Code No. **65/2/2**

रोल नं.  
Roll No. 

--	--	--	--	--	--	--



परीक्षार्थी कोड को उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर अवश्य लिखें।

Candidates must write the Code on the title page of the answer-book.

नोट	NOTE
(I) कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में मुद्रित पृष्ठ 15 हैं।	(I) Please check that this question paper contains <b>15</b> printed pages.
(II) प्रश्न-पत्र में दाहिने हाथ की ओर दिए गए कोड नम्बर को छात्र उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर लिखें।	(II) Code number given on the right hand side of the question paper should be written on the title page of the answer-book by the candidate.
(III) कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में 36 प्रश्न हैं।	(III) Please check that this question paper contains <b>36</b> questions.
(IV) कृपया प्रश्न का उत्तर लिखना शुरू करने से पहले, उत्तर-पुस्तिका में प्रश्न का क्रमांक अवश्य लिखें।	(IV) Please write down the Serial Number of the question in the answer-book before attempting it.
(V) इस प्रश्न-पत्र को पढ़ने के लिए 15 मिनट का समय दिया गया है। प्रश्न-पत्र का वितरण पूर्वाह्न में 10.15 बजे किया जाएगा। 10.15 बजे से 10.30 बजे तक छात्र केवल प्रश्न-पत्र को पढ़ेंगे और इस अवधि के दौरान वे उत्तर-पुस्तिका पर कोई उत्तर नहीं लिखेंगे।	(V) 15 minute time has been allotted to read this question paper. The question paper will be distributed at 10.15 a.m. From 10.15 a.m. to 10.30 a.m., the students will read the question paper only and will not write any answer on the answer-book during this period.

## गणित



## MATHEMATICS

निर्धारित समय : 3 घण्टे

अधिकतम अंक : 80

Time allowed : 3 hours

Maximum Marks : 80



## सामान्य निर्देशः

निम्नलिखित निर्देशों को बहुत सावधानी से पढ़िए और उनका सख्ती से पालन कीजिए :

- (i) यह प्रश्न-पत्र चार खण्डों में विभाजित किया गया है – क, ख, ग एवं घ / इस प्रश्न-पत्र में 36 प्रश्न हैं / सभी प्रश्न अनिवार्य हैं ।
- (ii) खण्ड क में प्रश्न संख्या 1 से 20 तक 20 प्रश्न हैं एवं प्रत्येक प्रश्न 1 अंक का है ।
- (iii) खण्ड ख में प्रश्न संख्या 21 से 26 तक 6 प्रश्न हैं एवं प्रत्येक प्रश्न 2 अंकों का है ।
- (iv) खण्ड ग में प्रश्न संख्या 27 से 32 तक 6 प्रश्न हैं एवं प्रत्येक प्रश्न 4 अंकों का है ।
- (v) खण्ड घ में प्रश्न संख्या 33 से 36 तक 4 प्रश्न हैं एवं प्रत्येक प्रश्न 6 अंकों का है ।
- (vi) प्रश्न-पत्र में समग्र पर कोई विकल्प नहीं है । तथापि एक-एक अंक वाले तीन प्रश्नों में, दो-दो अंकों वाले दो प्रश्नों में, चार-चार अंकों वाले दो प्रश्नों में और छः-छः अंकों वाले दो प्रश्नों में आंतरिक विकल्प दिए गए हैं । ऐसे प्रश्नों में से केवल एक ही विकल्प का उत्तर लिखिए ।
- (vii) इसके अतिरिक्त, आवश्यकतानुसार, प्रत्येक खण्ड और प्रश्न के साथ यथोचित निर्देश दिए गए हैं ।
- (viii) केलकुलेटरों के प्रयोग की अनुमति नहीं है ।

### खण्ड क

प्रश्न संख्या 1 से 20 तक प्रत्येक प्रश्न 1 अंक का है ।

प्रश्न संख्या 1 से 10 तक बहुविकल्पीय प्रश्न हैं । सही विकल्प चुनिए ।

1. त्रिभुज जिसके शीर्ष O, A तथा B हैं, जहाँ  $\vec{OA} = \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$  और  $\vec{OB} = -3\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$ , का क्षेत्रफल होगा
  - (A)  $3\sqrt{5}$  वर्ग इकाई
  - (B)  $5\sqrt{5}$  वर्ग इकाई
  - (C)  $6\sqrt{5}$  वर्ग इकाई
  - (D) 4 वर्ग इकाई
2. यदि  $\cos \left( \sin^{-1} \frac{2}{\sqrt{5}} + \cos^{-1} x \right) = 0$  है, तो x बराबर है
  - (A)  $\frac{1}{\sqrt{5}}$
  - (B)  $-\frac{2}{\sqrt{5}}$
  - (C)  $\frac{2}{\sqrt{5}}$
  - (D) 1

**General Instructions :**

Read the following instructions very carefully and strictly follow them :

- (i) This question paper comprises **four** Sections A, B, C and D. This question paper carries **36** questions. All questions are compulsory.
- (ii) **Section A** – Questions no. **1** to **20** comprises of **20** questions of **1** mark each.
- (iii) **Section B** – Questions no. **21** to **26** comprises of **6** questions of **2** marks each.
- (iv) **Section C** – Questions no. **27** to **32** comprises of **6** questions of **4** marks each.
- (v) **Section D** – Questions no. **33** to **36** comprises of **4** questions of **6** marks each.
- (vi) There is no overall choice in the question paper. However, an internal choice has been provided in 3 questions of one mark, 2 questions of two marks, 2 questions of four marks and 2 questions of six marks. Only one of the choices in such questions have to be attempted.
- (vii) In addition to this, separate instructions are given with each section and question, wherever necessary.
- (viii) Use of calculators is **not** permitted.

**SECTION A**

Question numbers 1 to 20 carry 1 mark each.

Question numbers 1 to 10 are multiple choice type questions. Select the correct option.

1. The area of a triangle formed by vertices O, A and B, where  $\vec{OA} = \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$  and  $\vec{OB} = -3\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$  is
  - (A)  $3\sqrt{5}$  sq. units
  - (B)  $5\sqrt{5}$  sq. units
  - (C)  $6\sqrt{5}$  sq. units
  - (D) 4 sq. units
2. If  $\cos \left( \sin^{-1} \frac{2}{\sqrt{5}} + \cos^{-1} x \right) = 0$ , then x is equal to
  - (A)  $\frac{1}{\sqrt{5}}$
  - (B)  $-\frac{2}{\sqrt{5}}$
  - (C)  $\frac{2}{\sqrt{5}}$
  - (D) 1



3. अन्तराल, जिसमें  $f(x) = x^2 e^{-x}$  द्वारा प्रदत्त फलन  $f$  निरन्तर वर्धमान है, है
- $(-\infty, \infty)$
  - $(-\infty, 0)$
  - $(2, \infty)$
  - $(0, 2)$
4. फलन  $f(x) = \frac{x-1}{x(x^2-1)}$  असंतत है
- केवल एक बिन्दु पर
  - केवल दो बिन्दुओं पर
  - केवल तीन बिन्दुओं पर
  - किसी बिन्दु पर नहीं
5.  $f(x) = \cos x$  द्वारा परिभाषित फलन  $f: R \rightarrow [-1, 1]$  है
- एकैकी तथा आच्छादक दोनों
  - एकैकी नहीं, पर आच्छादक
  - एकैकी, पर आच्छादक नहीं
  - न तो एकैकी और न ही आच्छादक
6.  $y$ -अक्ष पर बिन्दु  $(2, -3, 4)$  से डाले गए लम्ब के पाद के निर्देशांक हैं
- $(2, 3, 4)$
  - $(-2, -3, -4)$
  - $(0, -3, 0)$
  - $(2, 0, 4)$
7. समुच्चय  $\{1, 2, 3\}$  में  $R = \{(1, 2), (2, 1), (1, 1)\}$  द्वारा प्रदत्त संबंध  $R$
- सममित तथा संक्रामक है, परन्तु स्वतुल्य नहीं है
  - स्वतुल्य तथा सममित है, परन्तु संक्रामक नहीं है
  - सममित है, परन्तु न ही स्वतुल्य और न ही संक्रामक है
  - एक तुल्यता संबंध है
8. सदिशों  $\hat{i} - \hat{j}$  तथा  $\hat{j} - \hat{k}$  के बीच का कोण है
- $-\frac{\pi}{3}$
  - 0
  - $\frac{\pi}{3}$
  - $\frac{2\pi}{3}$



3. The interval in which the function  $f$  given by  $f(x) = x^2 e^{-x}$  is strictly increasing, is  
 (A)  $(-\infty, \infty)$   
 (B)  $(-\infty, 0)$   
 (C)  $(2, \infty)$   
 (D)  $(0, 2)$
4. The function  $f(x) = \frac{x-1}{x(x^2-1)}$  is discontinuous at  
 (A) exactly one point  
 (B) exactly two points  
 (C) exactly three points  
 (D) no point
5. The function  $f : R \rightarrow [-1, 1]$  defined by  $f(x) = \cos x$  is  
 (A) both one-one and onto  
 (B) not one-one, but onto  
 (C) one-one, but not onto  
 (D) neither one-one, nor onto
6. The coordinates of the foot of the perpendicular drawn from the point  $(2, -3, 4)$  on the  $y$ -axis is  
 (A)  $(2, 3, 4)$   
 (B)  $(-2, -3, -4)$   
 (C)  $(0, -3, 0)$   
 (D)  $(2, 0, 4)$
7. The relation  $R$  in the set  $\{1, 2, 3\}$  given by  $R = \{(1, 2), (2, 1), (1, 1)\}$  is  
 (A) symmetric and transitive, but not reflexive  
 (B) reflexive and symmetric, but not transitive  
 (C) symmetric, but neither reflexive nor transitive  
 (D) an equivalence relation
8. The angle between the vectors  $\hat{i} - \hat{j}$  and  $\hat{j} - \hat{k}$  is  
 (A)  $-\frac{\pi}{3}$   
 (B)  $0$   
 (C)  $\frac{\pi}{3}$   
 (D)  $\frac{2\pi}{3}$



9. यदि A कोटि 3 का एक व्युत्क्रमणीय वर्ग आव्यूह है और  $A^2 = 3A$  है, तो  $|A|$  का मान होगा  
 (A) -3  
 (B) 3  
 (C) 9  
 (D) 27
10. यदि  $|\vec{a}| = 4$  तथा  $-3 \leq \lambda \leq 2$  है, तो  $|\lambda \vec{a}|$  का मान जिस अन्तराल में है, वह है  
 (A) [0, 12]  
 (B) [2, 3]  
 (C) [8, 12]  
 (D) [-12, 8]

प्रश्न संख्या 11 से 15 तक के प्रश्नों के खाली स्थान भरिए।

11. यदि एक वृत्त की त्रिज्या  $0.5 \text{ cm/s}$  की दर से बढ़ रही है, तो इसकी परिधि की वृद्धि दर है \_\_\_\_\_।
12. यदि  $\begin{vmatrix} 2x & -9 \\ -2 & x \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -4 & 8 \\ 1 & -2 \end{vmatrix}$  है, तो x का मान है \_\_\_\_\_।
13. एक रैखिक प्रोग्रामन समस्या के सुसंगत क्षेत्र के कोनीय बिन्दु  $(0, 0), (0, 8), (2, 7), (5, 4)$  तथा  $(6, 0)$  हैं। अधिकतम लाभ  $P = 3x + 2y$  बिन्दु \_\_\_\_\_ पर होगा।
14. फलन  $y = \sec^{-1} x$  की मुख्य मानीय शाखा का परिसर है \_\_\_\_\_।

### अथवा

$$\cos^{-1} \left( -\frac{1}{2} \right) \text{ का मुख्य मान है } _____।$$



9. If A is a non-singular square matrix of order 3 such that  $A^2 = 3A$ , then value of  $|A|$  is
- (A) -3  
 (B) 3  
 (C) 9  
 (D) 27
10. If  $|\vec{a}| = 4$  and  $-3 \leq \lambda \leq 2$ , then  $|\lambda \vec{a}|$  lies in
- (A) [0, 12]  
 (B) [2, 3]  
 (C) [8, 12]  
 (D) [-12, 8]

*Fill in the blanks in question numbers 11 to 15.*

11. If the radius of the circle is increasing at the rate of 0.5 cm/s, then the rate of increase of its circumference is \_\_\_\_\_.
12. If  $\begin{vmatrix} 2x & -9 \\ -2 & x \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -4 & 8 \\ 1 & -2 \end{vmatrix}$ , then value of x is \_\_\_\_\_.
13. The corner points of the feasible region of an LPP are (0, 0), (0, 8), (2, 7), (5, 4) and (6, 0). The maximum profit  $P = 3x + 2y$  occurs at the point \_\_\_\_\_.
14. The range of the principal value branch of the function  $y = \sec^{-1} x$  is \_\_\_\_\_.

**OR**

The principal value of  $\cos^{-1} \left( -\frac{1}{2} \right)$  is \_\_\_\_\_.



- 15.** समांतर समतलों  $2x + y - 2z - 6 = 0$  व  $4x + 2y - 4z = 0$  के बीच की दूरी  
इकाई है ।

**अथवा**

यदि मूल-बिन्दु से एक समतल पर डाले गए लम्ब का पाद  $P(1, 0, -3)$  है, तो उस समतल का कार्तीय समीकरण है \_\_\_\_\_ ।

प्रश्न संख्या 16 से 20 अति संक्षिप्त उत्तर वाले प्रश्न हैं ।

- 16.** मान ज्ञात कीजिए :

$$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} x \cos^2 x \, dx$$

- 17.** रेखा  $\frac{x-1}{3} = \frac{y+4}{7} = \frac{z+4}{2}$  जहाँ xy-तल को काटती है, उस बिन्दु के निर्देशांक ज्ञात कीजिए ।

- 18.** k का मान ज्ञात कीजिए जिसके लिए निम्न फलन  $x = 1$  पर संतत है :

$$f(x) = \begin{cases} kx^2 + 5 & \text{यदि } x \leq 1 \\ 2 & \text{यदि } x > 1 \end{cases}$$

- 19.** निम्नलिखित अवकल समीकरण का समाकलन गुणक ज्ञात कीजिए :

$$x \frac{dy}{dx} = 2x^2 + y$$

- 20.**  $x^2$  के सापेक्ष,  $\sec^2(x^2)$  का अवकलन कीजिए ।

**अथवा**

यदि  $y = f(x^2)$  और  $f'(x) = e^{\sqrt{x}}$  है, तो  $\frac{dy}{dx}$  ज्ञात कीजिए ।



- 15.** The distance between parallel planes  $2x + y - 2z - 6 = 0$  and  $4x + 2y - 4z = 0$  is \_\_\_\_\_ units.

**OR**

If  $P(1, 0, -3)$  is the foot of the perpendicular from the origin to the plane, then the cartesian equation of the plane is \_\_\_\_\_.

*Question numbers 16 to 20 are very short answer type questions.*

- 16.** Evaluate :

$$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} x \cos^2 x \, dx$$

- 17.** Find the coordinates of the point where the line  $\frac{x-1}{3} = \frac{y+4}{7} = \frac{z+4}{2}$  cuts the  $xy$ -plane.

- 18.** Find the value of  $k$ , so that the function  $f(x) = \begin{cases} kx^2 + 5 & \text{if } x \leq 1 \\ 2 & \text{if } x > 1 \end{cases}$  is continuous at  $x = 1$ .

- 19.** Find the integrating factor of the differential equation

$$x \frac{dy}{dx} = 2x^2 + y$$

- 20.** Differentiate  $\sec^2(x^2)$  with respect to  $x^2$ .

**OR**

If  $y = f(x^2)$  and  $f'(x) = e^{\sqrt{x}}$ , then find  $\frac{dy}{dx}$ .



## खण्ड ख

प्रश्न संख्या 21 से 26 तक प्रत्येक प्रश्न 2 अंकों का है।

21.  $3\sqrt{3}$  इकाई के परिमाण का सदिश  $\vec{r}$  ज्ञात कीजिए जिसका तीनों अक्षों पर झुकाव एकसमान है।

**अथवा**

दो मात्रक सदिशों  $\vec{a}$  और  $\vec{b}$ , जिनके लिए  $\sqrt{3}\vec{a} - \vec{b}$  भी एक मात्रक सदिश है, के बीच का कोण ज्ञात कीजिए।

22. यदि  $A = \begin{bmatrix} -3 & 2 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$  तथा  $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$  हो, तो अदिश  $k$  का मान ज्ञात कीजिए, जिसके लिए  $A^2 + I = kA$  है।

23. यदि  $f(x) = \sqrt{\frac{\sec x - 1}{\sec x + 1}}$  है, तो  $f'\left(\frac{\pi}{3}\right)$  ज्ञात कीजिए।

**अथवा**

यदि  $f(x) = (\tan x)^{\tan x}$  है, तो  $f'(x)$  ज्ञात कीजिए।

24. ज्ञात कीजिए :

$$\int \frac{\tan^3 x}{\cos^3 x} dx$$

25. दिखाइए कि रेखा  $\frac{x-5}{3} = y = 2 - z$ , समतल  $x - 5y - 2z = 1$  में स्थित है।

26. एक न्याय्य पासा दो बार उछाला गया। छह आने की संख्या का प्रायिकता बंटन ज्ञात कीजिए। छह आने की संख्या का माध्य भी ज्ञात कीजिए।

## खण्ड ग

प्रश्न संख्या 27 से 32 तक प्रत्येक प्रश्न 4 अंकों का है।

27. निम्नलिखित अवकल समीकरण का हल ज्ञात कीजिए :

$$\left(1 + e^{y/x}\right) dy + e^{y/x} \left(1 - \frac{y}{x}\right) dx = 0 \quad (x \neq 0)$$

**SECTION B**

*Question numbers 21 to 26 carry 2 marks each.*

- 21.** Find a vector  $\vec{r}$  equally inclined to the three axes and whose magnitude is  $3\sqrt{3}$  units.

**OR**

Find the angle between unit vectors  $\vec{a}$  and  $\vec{b}$  so that  $\sqrt{3}\vec{a} - \vec{b}$  is also a unit vector.

- 22.** If  $A = \begin{bmatrix} -3 & 2 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$  and  $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ , find scalar  $k$  so that  $A^2 + I = kA$ .

- 23.** If  $f(x) = \sqrt{\frac{\sec x - 1}{\sec x + 1}}$ , find  $f'\left(\frac{\pi}{3}\right)$ .

**OR**

Find  $f'(x)$  if  $f(x) = (\tan x)^{\tan x}$ .

- 24.** Find :

$$\int \frac{\tan^3 x}{\cos^3 x} dx$$

- 25.** Show that the plane  $x - 5y - 2z = 1$  contains the line  $\frac{x-5}{3} = y = 2 - z$ .

- 26.** A fair dice is thrown two times. Find the probability distribution of the number of sixes. Also determine the mean of the number of sixes.

**SECTION C**

*Question numbers 27 to 32 carry 4 marks each.*

- 27.** Solve the following differential equation :

$$(1 + e^{y/x}) dy + e^{y/x} \left(1 - \frac{y}{x}\right) dx = 0 \quad (x \neq 0).$$



28. एक कुटीर उद्योग निर्माता पेडेस्टल लैंप और लकड़ी के शेड बनाता है। दोनों के उत्पादन में मशीन-समय व कारीगर-समय चाहिए। प्रत्येक की 1 इकाई के उत्पादन में लगने वाले घंटों की संख्या व संगत लाभ निम्नलिखित तालिका में दिया गया है :

वस्तु	मशीन-समय	कारीगर-समय	लाभ (₹ में)
पेडेस्टल लैंप	1.5 घंटे	3 घंटे	30
लकड़ी का शेड	3 घंटे	1 घंटा	20

फैक्टरी के पास प्रतिदिन अधिक-से-अधिक 42 घंटों का मशीन-समय व 24 घंटों का कारीगर-समय उपलब्ध है।

यह मानते हुए कि उत्पादित इकाइयाँ सभी बिक जाती हैं, अधिकतम लाभ कमाने हेतु, फैक्टरी उत्पादन की प्रतिदिन कैसी योजना बनाए? एक रैखिक प्रोग्रामन समस्या बनाइए तथा आलेख विधि द्वारा हल कीजिए।

29. मान ज्ञात कीजिए :

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x \tan^{-1}(\sin x) dx$$

30. जाँच कीजिए कि क्या प्राकृत संख्याओं के समुच्चय N पर निम्न संबंध R

$$R = \{(a, b) : b \text{ भाज्य है } a \text{ से}\}$$

स्वतुल्य, सममित या संक्रामक है। यह भी ज्ञात कीजिए, क्या संबंध R एक तुल्यता संबंध है।  
अथवा

सिद्ध कीजिए कि  $\tan^{-1} \frac{1}{4} + \tan^{-1} \frac{2}{9} = \frac{1}{2} \sin^{-1} \left( \frac{4}{5} \right)$ .

31. बिन्दुओं (1, 0, -2) और (3, -1, 0) से गुज़रने वाले व समतल  $2x - y + z = 8$  के लम्बवत् समतल का समीकरण ज्ञात कीजिए। इस प्रकार प्राप्त समतल की मूल-बिन्दु से दूरी भी ज्ञात कीजिए।

32. यदि  $\tan^{-1} \left( \frac{y}{x} \right) = \log \sqrt{x^2 + y^2}$  है, तो सिद्ध कीजिए कि  $\frac{dy}{dx} = \frac{x+y}{x-y}$ .

अथवा

यदि  $y = e^{a \cos^{-1} x}$ ,  $-1 < x < 1$  है, तो दर्शाइए कि

$$(1 - x^2) \frac{d^2y}{dx^2} - x \frac{dy}{dx} - a^2y = 0$$



- 28.** A cottage industry manufactures pedestal lamps and wooden shades. Both the products require machine time as well as craftsman time in the making. The number of hour(s) required for producing 1 unit of each and the corresponding profit is given in the following table :

Item	Machine Time	Craftsman time	Profit (in ₹)
Pedestal lamp	1.5 hours	3 hours	30
Wooden shades	3 hours	1 hour	20

In a day, the factory has availability of not more than 42 hours of machine time and 24 hours of craftsman time.

Assuming that all items manufactured are sold, how should the manufacturer schedule his daily production in order to maximise the profit ? Formulate it as an LPP and solve it graphically.

- 29.** Evaluate :

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x \tan^{-1}(\sin x) dx$$

- 30.** Check whether the relation R in the set N of natural numbers given by

$$R = \{(a, b) : a \text{ is divisor of } b\}$$

is reflexive, symmetric or transitive. Also determine whether R is an equivalence relation.

**OR**

$$\text{Prove that } \tan^{-1} \frac{1}{4} + \tan^{-1} \frac{2}{9} = \frac{1}{2} \sin^{-1} \left( \frac{4}{5} \right).$$

- 31.** Find the equation of the plane passing through the points (1, 0, -2), (3, -1, 0) and perpendicular to the plane  $2x - y + z = 8$ . Also find the distance of the plane thus obtained from the origin.

- 32.** If  $\tan^{-1} \left( \frac{y}{x} \right) = \log \sqrt{x^2 + y^2}$ , prove that  $\frac{dy}{dx} = \frac{x+y}{x-y}$ .

**OR**

If  $y = e^{ax} \cos^{-1} x$ ,  $-1 < x < 1$ , then show that

$$(1-x^2) \frac{d^2y}{dx^2} - x \frac{dy}{dx} - a^2y = 0$$



## खण्ड घ

प्रश्न संख्या 33 से 36 तक प्रत्येक प्रश्न 6 अंकों का है।

33.  $125\pi \text{ cm}^3$  आयतन वाले सभी ऊपर से खुले लम्ब-वृत्तीय बेलनाकार डिब्बों में से न्यूनतम पृष्ठीय क्षेत्रफल वाले डिब्बे की विमाएँ ज्ञात कीजिए।
34. समाकलन विधि से  $x$ -अक्ष के ऊपर तथा वृत्त  $x^2 + y^2 = 8x$  एवं परवलय  $y^2 = 4x$  के मध्यवर्ती क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

### अथवा

समाकलन विधि से, एक ऐसे त्रिभुज ABC का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसके शीर्षों के निर्देशांक A(2, 0), B(4, 5) तथा C(6, 3) हैं।

35. यदि  $A = \begin{bmatrix} 5 & -1 & 4 \\ 2 & 3 & 5 \\ 5 & -2 & 6 \end{bmatrix}$  है, तो  $A^{-1}$  ज्ञात कीजिए तथा इसका प्रयोग करके निम्नलिखित

समीकरण निकाय का हल ज्ञात कीजिए :

$$\begin{aligned} 5x - y + 4z &= 5 \\ 2x + 3y + 5z &= 2 \\ 5x - 2y + 6z &= -1 \end{aligned}$$

### अथवा

यदि  $x, y, z$  विभिन्न हों और  $\begin{vmatrix} x & x^2 & 1+x^3 \\ y & y^2 & 1+y^3 \\ z & z^2 & 1+z^3 \end{vmatrix} = 0$  है, तो सारणिकों के गुणधर्मों का

प्रयोग करके दर्शाइए कि  $1 + xyz = 0$ .

36. 52 पत्तों की एक ताश की गड्ढी से एक पत्ता खो जाता है। गड्ढी के बचे हुए पत्तों से, दो पत्ते यादृच्छया एक-एक करके, बिना प्रतिस्थापना के निकाले जाते हैं और पाया जाता है कि दोनों ही पत्ते बादशाह हैं। खोए हुए पत्ते के बादशाह होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

**SECTION D**

*Question numbers 33 to 36 carry 6 marks each.*

33. Amongst all open (from the top) right circular cylindrical boxes of volume  $125\pi \text{ cm}^3$ , find the dimensions of the box which has the least surface area.
34. Using integration, find the area lying above x-axis and included between the circle  $x^2 + y^2 = 8x$  and inside the parabola  $y^2 = 4x$ .

**OR**

Using the method of integration, find the area of the triangle ABC, coordinates of whose vertices are A(2, 0), B(4, 5) and C(6, 3).

35. If  $A = \begin{bmatrix} 5 & -1 & 4 \\ 2 & 3 & 5 \\ 5 & -2 & 6 \end{bmatrix}$ , find  $A^{-1}$  and use it to solve the following system of equations :

$$\begin{aligned} 5x - y + 4z &= 5 \\ 2x + 3y + 5z &= 2 \\ 5x - 2y + 6z &= -1 \end{aligned}$$

**OR**

If x, y, z are different and  $\begin{vmatrix} x & x^2 & 1+x^3 \\ y & y^2 & 1+y^3 \\ z & z^2 & 1+z^3 \end{vmatrix} = 0$ , then using properties of

determinants show that  $1 + xyz = 0$ .

36. A card from a pack of 52 cards is lost. From the remaining cards of the pack, two cards are drawn randomly one-by-one without replacement and are found to be both kings. Find the probability of the lost card being a king.



कोड नं.  
Code No. **65/2/3**

रोल नं.  
Roll No. 

--	--	--	--	--	--	--



परीक्षार्थी कोड को उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर अवश्य लिखें।

Candidates must write the Code on the title page of the answer-book.

नोट	NOTE
(I) कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में मुद्रित पृष्ठ <b>15</b> हैं।	(I) Please check that this question paper contains <b>15</b> printed pages.
(II) प्रश्न-पत्र में दाहिने हाथ की ओर दिए गए कोड नम्बर को छात्र उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर लिखें।	(II) Code number given on the right hand side of the question paper should be written on the title page of the answer-book by the candidate.
(III) कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में <b>36</b> प्रश्न हैं।	(III) Please check that this question paper contains <b>36</b> questions.
(IV) कृपया प्रश्न का उत्तर लिखना शुरू करने से पहले, उत्तर-पुस्तिका में प्रश्न का क्रमांक अवश्य लिखें।	(IV) Please write down the Serial Number of the question in the answer-book before attempting it.
(V) इस प्रश्न-पत्र को पढ़ने के लिए 15 मिनट का समय दिया गया है। प्रश्न-पत्र का वितरण पूर्वाह्न में 10.15 बजे किया जाएगा। 10.15 बजे से 10.30 बजे तक छात्र केवल प्रश्न-पत्र को पढ़ेंगे और इस अवधि के दौरान वे उत्तर-पुस्तिका पर कोई उत्तर नहीं लिखेंगे।	(V) 15 minute time has been allotted to read this question paper. The question paper will be distributed at 10.15 a.m. From 10.15 a.m. to 10.30 a.m., the students will read the question paper only and will not write any answer on the answer-book during this period.

## गणित



## MATHEMATICS

निर्धारित समय : 3 घण्टे

आधिकतम अंक : 80

Time allowed : 3 hours

Maximum Marks : 80



## सामान्य निर्देशः

निम्नलिखित निर्देशों को बहुत सावधानी से पढ़िए और उनका सख्ती से पालन कीजिए :

- (i) यह प्रश्न-पत्र चार खण्डों में विभाजित किया गया है – क, ख, ग एवं घ / इस प्रश्न-पत्र में 36 प्रश्न हैं / सभी प्रश्न अनिवार्य हैं ।
- (ii) खण्ड क में प्रश्न संख्या 1 से 20 तक 20 प्रश्न हैं एवं प्रत्येक प्रश्न 1 अंक का है ।
- (iii) खण्ड ख में प्रश्न संख्या 21 से 26 तक 6 प्रश्न हैं एवं प्रत्येक प्रश्न 2 अंकों का है ।
- (iv) खण्ड ग में प्रश्न संख्या 27 से 32 तक 6 प्रश्न हैं एवं प्रत्येक प्रश्न 4 अंकों का है ।
- (v) खण्ड घ में प्रश्न संख्या 33 से 36 तक 4 प्रश्न हैं एवं प्रत्येक प्रश्न 6 अंकों का है ।
- (vi) प्रश्न-पत्र में समग्र पर कोई विकल्प नहीं है । तथापि एक-एक अंक वाले तीन प्रश्नों में, दो-दो अंकों वाले दो प्रश्नों में, चार-चार अंकों वाले दो प्रश्नों में और छः-छः अंकों वाले दो प्रश्नों में आंतरिक विकल्प दिए गए हैं । ऐसे प्रश्नों में से केवल एक ही विकल्प का उत्तर लिखिए ।
- (vii) इसके अतिरिक्त, आवश्यकतानुसार, प्रत्येक खण्ड और प्रश्न के साथ यथोचित निर्देश दिए गए हैं ।
- (viii) केलकुलेटरों के प्रयोग की अनुमति नहीं है ।

### खण्ड क

प्रश्न संख्या 1 से 20 तक प्रत्येक प्रश्न 1 अंक का है ।

प्रश्न संख्या 1 से 10 तक बहुविकल्पीय प्रश्न हैं । सही विकल्प चुनिए ।

1. त्रिभुज जिसके शीर्ष O, A तथा B हैं, जहाँ  $\vec{OA} = \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$  और  $\vec{OB} = -3\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$ , का क्षेत्रफल होगा
  - (A)  $3\sqrt{5}$  वर्ग इकाई
  - (B)  $5\sqrt{5}$  वर्ग इकाई
  - (C)  $6\sqrt{5}$  वर्ग इकाई
  - (D) 4 वर्ग इकाई
2. फलन  $f(x) = \sin^{-1}(2x)$  का प्रांत है
  - (A)  $[0, 1]$
  - (B)  $[-1, 1]$
  - (C)  $\left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$
  - (D)  $[-2, 2]$

**General Instructions :**

Read the following instructions very carefully and strictly follow them :

- (i) This question paper comprises **four** Sections A, B, C and D. This question paper carries **36** questions. All questions are compulsory.
- (ii) **Section A** – Questions no. **1** to **20** comprises of **20** questions of **1** mark each.
- (iii) **Section B** – Questions no. **21** to **26** comprises of **6** questions of **2** marks each.
- (iv) **Section C** – Questions no. **27** to **32** comprises of **6** questions of **4** marks each.
- (v) **Section D** – Questions no. **33** to **36** comprises of **4** questions of **6** marks each.
- (vi) There is no overall choice in the question paper. However, an internal choice has been provided in 3 questions of one mark, 2 questions of two marks, 2 questions of four marks and 2 questions of six marks. Only one of the choices in such questions have to be attempted.
- (vii) In addition to this, separate instructions are given with each section and question, wherever necessary.
- (viii) Use of calculators is **not** permitted.

**SECTION A**

Question numbers 1 to 20 carry 1 mark each.

Question numbers 1 to 10 are multiple choice type questions. Select the correct option.

1. The area of a triangle formed by vertices O, A and B, where  $\vec{OA} = \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$  and  $\vec{OB} = -3\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$  is
  - (A)  $3\sqrt{5}$  sq. units
  - (B)  $5\sqrt{5}$  sq. units
  - (C)  $6\sqrt{5}$  sq. units
  - (D) 4 sq. units
  
2. The domain of the function  $f(x) = \sin^{-1}(2x)$  is
  - (A)  $[0, 1]$
  - (B)  $[-1, 1]$
  - (C)  $\left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$
  - (D)  $[-2, 2]$



3. अन्तराल, जिसमें  $f(x) = x^2 e^{-x}$  द्वारा प्रदत्त फलन  $f$  निम्नतर वर्धमान है, है

- (A)  $(-\infty, \infty)$
- (B)  $(-\infty, 0)$
- (C)  $(2, \infty)$
- (D)  $(0, 2)$

4. यदि  $f(x) = \begin{cases} x^2 \sin\left(\frac{1}{x}\right) & \text{यदि } x \neq 0 \\ k & \text{यदि } x = 0 \end{cases}$

द्वारा परिभाषित फलन  $f$ ,  $x = 0$  पर संतत है, तो  $k$  का मान है

- (A) 0
- (B)  $\frac{1}{2}$
- (C) 1
- (D) 2

5.  $\frac{1}{x}$  के सापेक्ष  $\log x$  का अवकलज है

- (A)  $-\frac{1}{x^3}$
- (B)  $-\frac{1}{x}$
- (C)  $-x$
- (D)  $\frac{1}{x}$

6.  $y$ -अक्ष पर बिन्दु  $(2, -3, 4)$  से डाले गए लम्ब के पाद के निर्देशांक हैं

- (A)  $(2, 3, 4)$
- (B)  $(-2, -3, -4)$
- (C)  $(0, -3, 0)$
- (D)  $(2, 0, 4)$

7. समुच्चय  $\{1, 2, 3\}$  में  $R = \{(1, 2), (2, 1), (1, 1)\}$  द्वारा प्रदत्त संबंध  $R$

- (A) सममित तथा संक्रामक है, परन्तु स्वतुल्य नहीं है
- (B) स्वतुल्य तथा सममित है, परन्तु संक्रामक नहीं है
- (C) सममित है, परन्तु न ही स्वतुल्य और न ही संक्रामक है
- (D) एक तुल्यता संबंध है



3. The interval in which the function  $f$  given by  $f(x) = x^2 e^{-x}$  is strictly increasing, is

- (A)  $(-\infty, \infty)$
- (B)  $(-\infty, 0)$
- (C)  $(2, \infty)$
- (D)  $(0, 2)$

4. The value of  $k$  so that  $f$  defined by

$$f(x) = \begin{cases} x^2 \sin\left(\frac{1}{x}\right) & \text{if } x \neq 0 \\ k & \text{if } x = 0 \end{cases}$$

is continuous at  $x = 0$  is

- (A) 0
- (B)  $\frac{1}{2}$
- (C) 1
- (D) 2

5. The derivative of  $\log x$  with respect to  $\frac{1}{x}$  is

- (A)  $-\frac{1}{x^3}$
- (B)  $-\frac{1}{x}$
- (C)  $-x$
- (D)  $\frac{1}{x}$

6. The coordinates of the foot of the perpendicular drawn from the point  $(2, -3, 4)$  on the  $y$ -axis is

- (A)  $(2, 3, 4)$
- (B)  $(-2, -3, -4)$
- (C)  $(0, -3, 0)$
- (D)  $(2, 0, 4)$

7. The relation  $R$  in the set  $\{1, 2, 3\}$  given by  $R = \{(1, 2), (2, 1), (1, 1)\}$  is

- (A) symmetric and transitive, but not reflexive
- (B) reflexive and symmetric, but not transitive
- (C) symmetric, but neither reflexive nor transitive
- (D) an equivalence relation



8. यदि  $|\vec{a}| = 3$ ,  $|\vec{b}| = 4$  तथा  $|\vec{a} \times \vec{b}| = 6$  है, तो  $\vec{a} \cdot \vec{b}$  का मान है  
 (A) 12  
 (B) 6  
 (C)  $3\sqrt{3}$   
 (D)  $6\sqrt{3}$
9. यदि A कोटि 3 का एक व्युत्क्रमणीय वर्ग आव्यूह है और  $A^2 = 3A$  है, तो  $|A|$  का मान होगा  
 (A) -3  
 (B) 3  
 (C) 9  
 (D) 27
10. यदि  $|\vec{a}| = 4$  तथा  $-3 \leq \lambda \leq 2$  है, तो  $|\lambda \vec{a}|$  का मान जिस अन्तराल में है, वह है  
 (A) [0, 12]  
 (B) [2, 3]  
 (C) [8, 12]  
 (D) [-12, 8]

प्रश्न संख्या 11 से 15 तक के प्रश्नों के खाली स्थान भरिए।

11. यदि एक वृत्त की त्रिज्या  $0.5 \text{ cm/s}$  की दर से बढ़ रही है, तो इसकी परिधि की वृद्धि दर है  
 \_\_\_\_\_ |

12. यदि  $[3 \ -2 \ 0] \begin{bmatrix} 2 \\ k \\ -5 \end{bmatrix} = O$ , जहाँ O एक शून्य आव्यूह है, तो k का मान है  
 \_\_\_\_\_ |

13. एक रैखिक प्रोग्रामन समस्या के सुसंगत क्षेत्र के कोनीय बिन्दु  $(0, 0), (0, 8), (2, 7), (5, 4)$  तथा  $(6, 0)$  हैं। अधिकतम लाभ  $P = 3x + 2y$  बिन्दु \_\_\_\_\_ पर होगा।

14. फलन  $y = \sec^{-1} x$  की मुख्य मानीय शाखा का परिसर है \_\_\_\_\_।  
 अथवा

$$\cos^{-1} \left( -\frac{1}{2} \right) \text{ का मुख्य मान है } _____ |$$



8. If  $|\vec{a}| = 3$ ,  $|\vec{b}| = 4$  and  $|\vec{a} \times \vec{b}| = 6$ , then the value of  $\vec{a} \cdot \vec{b}$  is  
 (A) 12  
 (B) 6  
 (C)  $3\sqrt{3}$   
 (D)  $6\sqrt{3}$
9. If A is a non-singular square matrix of order 3 such that  $A^2 = 3A$ , then value of  $|A|$  is  
 (A) -3  
 (B) 3  
 (C) 9  
 (D) 27
10. If  $|\vec{a}| = 4$  and  $-3 \leq \lambda \leq 2$ , then  $|\lambda \vec{a}|$  lies in  
 (A)  $[0, 12]$   
 (B)  $[2, 3]$   
 (C)  $[8, 12]$   
 (D)  $[-12, 8]$

Fill in the blanks in question numbers 11 to 15.

11. If the radius of the circle is increasing at the rate of 0.5 cm/s, then the rate of increase of its circumference is \_\_\_\_\_.
12. If  $[3 \ -2 \ 0] \begin{bmatrix} 2 \\ k \\ -5 \end{bmatrix} = O$ , where O is the null matrix, then the value of k is \_\_\_\_\_.
13. The corner points of the feasible region of an LPP are (0, 0), (0, 8), (2, 7), (5, 4) and (6, 0). The maximum profit  $P = 3x + 2y$  occurs at the point \_\_\_\_\_.
14. The range of the principal value branch of the function  $y = \sec^{-1} x$  is \_\_\_\_\_.

**OR**

The principal value of  $\cos^{-1} \left( -\frac{1}{2} \right)$  is \_\_\_\_\_.



- 15.** समांतर समतलों  $2x + y - 2z - 6 = 0$  व  $4x + 2y - 4z = 0$  के बीच की दूरी  
इकाई है ।

**अथवा**

यदि मूल-बिन्दु से एक समतल पर डाले गए लम्ब का पाद  $P(1, 0, -3)$  है, तो उस समतल का कार्तीय समीकरण है \_\_\_\_\_ ।

प्रश्न संख्या 16 से 20 अति संक्षिप्त उत्तर वाले प्रश्न हैं ।

- 16.** मान ज्ञात कीजिए :

$$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} x \cos^2 x \, dx$$

- 17.** रेखा  $\frac{x-1}{3} = \frac{y+4}{7} = \frac{z+4}{2}$  जहाँ  $xy$ -तल को काटती है, उस बिन्दु के निर्देशांक ज्ञात कीजिए ।

- 18.**  $k$  का मान ज्ञात कीजिए जिसके लिए निम्न फलन  $x = 1$  पर संतत है :

$$f(x) = \begin{cases} kx^2 + 5 & \text{यदि } x \leq 1 \\ 2 & \text{यदि } x > 1 \end{cases}$$

- 19.** वक्रों के कुल  $y = mx$  (जहाँ  $m$  एक स्वेच्छ अचर है) को निरूपित करने वाला अवकल समीकरण ज्ञात कीजिए ।

- 20.**  $x^2$  के सापेक्ष,  $\sec^2(x^2)$  का अवकलन कीजिए ।

**अथवा**

यदि  $y = f(x^2)$  और  $f'(x) = e^{\sqrt{x}}$  है, तो  $\frac{dy}{dx}$  ज्ञात कीजिए ।



15. The distance between parallel planes  $2x + y - 2z - 6 = 0$  and  $4x + 2y - 4z = 0$  is \_\_\_\_\_ units.

**OR**

If  $P(1, 0, -3)$  is the foot of the perpendicular from the origin to the plane, then the cartesian equation of the plane is \_\_\_\_\_.

*Question numbers 16 to 20 are very short answer type questions.*

16. Evaluate :

$$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} x \cos^2 x \, dx$$

17. Find the coordinates of the point where the line  $\frac{x-1}{3} = \frac{y+4}{7} = \frac{z+4}{2}$  cuts the  $xy$ -plane.

18. Find the value of  $k$ , so that the function  $f(x) = \begin{cases} kx^2 + 5 & \text{if } x \leq 1 \\ 2 & \text{if } x > 1 \end{cases}$  is continuous at  $x = 1$ .

19. Form the differential equation representing the family of curves  $y = mx$ , where  $m$  is an arbitrary constant.

20. Differentiate  $\sec^2(x^2)$  with respect to  $x^2$ .

**OR**

If  $y = f(x^2)$  and  $f'(x) = e^{\sqrt{x}}$ , then find  $\frac{dy}{dx}$ .



## खण्ड ख

प्रश्न संख्या 21 से 26 तक प्रत्येक प्रश्न 2 अंकों का है।

- 21.**  $3\sqrt{3}$  इकाई के परिमाण का सदिश  $\vec{r}$  ज्ञात कीजिए जिसका तीनों अक्षों पर झुकाव एकसमान है।

**अथवा**

दो मात्रक सदिशों  $\vec{a}$  और  $\vec{b}$ , जिनके लिए  $\sqrt{3} \vec{a} - \vec{b}$  भी एक मात्रक सदिश है, के बीच का कोण ज्ञात कीजिए।

- 22.** यदि  $A = \begin{bmatrix} -3 & 2 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$  तथा  $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$  हो, तो अदिश  $k$  का मान ज्ञात कीजिए, जिसके लिए  $A^2 + I = kA$  है।

- 23.** यदि  $f(x) = \sqrt{\frac{\sec x - 1}{\sec x + 1}}$  है, तो  $f'(\frac{\pi}{3})$  ज्ञात कीजिए।

**अथवा**

यदि  $f(x) = (\tan x)^{\tan x}$  है, तो  $f'(x)$  ज्ञात कीजिए।

- 24.** ज्ञात कीजिए :

$$\int \frac{\tan^3 x}{\cos^3 x} dx$$

- 25.** रेखा  $\vec{r} = 2\hat{i} - 3\hat{j} + \lambda(\hat{k})$  तथा समतल  $\vec{r} \cdot (\hat{j} - \hat{k}) = 7$  के बीच का कोण ज्ञात कीजिए।

- 26.** A और B बारी-बारी से पासों के एक जोड़े को उछालते हैं जब तक कि उनमें से कोई एक पासों पर आए अंकों का योगफल, 6 का गुणज प्राप्त कर खेल को जीत नहीं लेता। यदि A खेल को पहले शुरू करे, तो B के जीतने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

## खण्ड ग

प्रश्न संख्या 27 से 32 तक प्रत्येक प्रश्न 4 अंकों का है।

- 27.** निम्नलिखित अवकल समीकरण का हल ज्ञात कीजिए :

$$(1 + e^{y/x}) dy + e^{y/x} \left(1 - \frac{y}{x}\right) dx = 0 \quad (x \neq 0)$$

**SECTION B**

*Question numbers 21 to 26 carry 2 marks each.*

- 21.** Find a vector  $\vec{r}$  equally inclined to the three axes and whose magnitude is  $3\sqrt{3}$  units.

**OR**

Find the angle between unit vectors  $\vec{a}$  and  $\vec{b}$  so that  $\sqrt{3}\vec{a} - \vec{b}$  is also a unit vector.

- 22.** If  $A = \begin{bmatrix} -3 & 2 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$  and  $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ , find scalar  $k$  so that  $A^2 + I = kA$ .

- 23.** If  $f(x) = \sqrt{\frac{\sec x - 1}{\sec x + 1}}$ , find  $f'\left(\frac{\pi}{3}\right)$ .

**OR**

Find  $f'(x)$  if  $f(x) = (\tan x)^{\tan x}$ .

- 24.** Find :

$$\int \frac{\tan^3 x}{\cos^3 x} dx$$

- 25.** Find the angle between the line  $\vec{r} = 2\hat{i} - 3\hat{j} + \lambda(\hat{k})$  and the plane  $\vec{r} \cdot (\hat{j} - \hat{k}) = 7$ .

- 26.** A and B throw a pair of dice alternately till one of them gets the sum of the numbers as multiples of 6 and wins the game. If A starts first, find the probability of B winning the game.

**SECTION C**

*Question numbers 27 to 32 carry 4 marks each.*

- 27.** Solve the following differential equation :

$$\left(1 + e^{y/x}\right) dy + e^{y/x} \left(1 - \frac{y}{x}\right) dx = 0 \quad (x \neq 0).$$



28. एक कुटीर उद्योग निर्माता पेडेस्टल लैंप और लकड़ी के शेड बनाता है। दोनों के उत्पादन में मशीन-समय व कारीगर-समय चाहिए। प्रत्येक की 1 इकाई के उत्पादन में लगने वाले घंटों की संख्या व संगत लाभ निम्नलिखित तालिका में दिया गया है :

वस्तु	मशीन-समय	कारीगर-समय	लाभ (₹ में)
पेडेस्टल लैंप	1.5 घंटे	3 घंटे	30
लकड़ी का शेड	3 घंटे	1 घंटा	20

फैक्टरी के पास प्रतिदिन अधिक-से-अधिक 42 घंटों का मशीन-समय व 24 घंटों का कारीगर-समय उपलब्ध है।

यह मानते हुए कि उत्पादित इकाइयाँ सभी बिक जाती हैं, अधिकतम लाभ कमाने हेतु, फैक्टरी उत्पादन की प्रतिदिन कैसी योजना बनाए? एक रैखिक प्रोग्रामन समस्या बनाइए तथा आलेख विधि द्वारा हल कीजिए।

29. ज्ञात कीजिए :

$$\int \left( \sqrt{\cot x} + \frac{1}{\sqrt{\cot x}} \right) dx$$

30. जाँच कीजिए कि क्या प्राकृत संख्याओं के समुच्चय N पर निम्न संबंध R

$$R = \{(a, b) : b \text{ भाज्य है } a \text{ से}\}$$

स्वतुल्य, सममित या संक्रामक है। यह भी ज्ञात कीजिए, क्या संबंध R एक तुल्यता संबंध है।  
अथवा

सिद्ध कीजिए कि  $\tan^{-1} \frac{1}{4} + \tan^{-1} \frac{2}{9} = \frac{1}{2} \sin^{-1} \left( \frac{4}{5} \right)$ .

31. समतलों  $x + 2y - 3 = 0$  और  $2x - y + z = 1$  के प्रतिच्छेदन से व मूल-बिन्दु  $(0, 0, 0)$  से गुज़रने वाले समतल का कार्तीय समीकरण ज्ञात कीजिए। समतल का सदिश समीकरण भी लिखिए।

32. यदि  $\tan^{-1} \left( \frac{y}{x} \right) = \log \sqrt{x^2 + y^2}$  है, तो सिद्ध कीजिए कि  $\frac{dy}{dx} = \frac{x+y}{x-y}$ .

अथवा

यदि  $y = e^{a \cos^{-1} x}, -1 < x < 1$  है, तो दर्शाइए कि

$$(1-x^2) \frac{d^2y}{dx^2} - x \frac{dy}{dx} - a^2y = 0$$



- 28.** A cottage industry manufactures pedestal lamps and wooden shades. Both the products require machine time as well as craftsman time in the making. The number of hour(s) required for producing 1 unit of each and the corresponding profit is given in the following table :

Item	Machine Time	Craftsman time	Profit (in ₹)
Pedestal lamp	1.5 hours	3 hours	30
Wooden shades	3 hours	1 hour	20

In a day, the factory has availability of not more than 42 hours of machine time and 24 hours of craftsman time.

Assuming that all items manufactured are sold, how should the manufacturer schedule his daily production in order to maximise the profit ? Formulate it as an LPP and solve it graphically.

- 29.** Find :

$$\int \left( \sqrt{\cot x} + \frac{1}{\sqrt{\cot x}} \right) dx$$

- 30.** Check whether the relation R in the set N of natural numbers given by

$$R = \{(a, b) : a \text{ is divisor of } b\}$$

is reflexive, symmetric or transitive. Also determine whether R is an equivalence relation.

**OR**

$$\text{Prove that } \tan^{-1} \frac{1}{4} + \tan^{-1} \frac{2}{9} = \frac{1}{2} \sin^{-1} \left( \frac{4}{5} \right).$$

- 31.** Find the cartesian equation of the plane passing through the intersection of the planes  $x + 2y - 3 = 0$  and  $2x - y + z = 1$  and the origin i.e.  $(0, 0, 0)$ . Also write the equation of the plane so obtained in vector form.

- 32.** If  $\tan^{-1} \left( \frac{y}{x} \right) = \log \sqrt{x^2 + y^2}$ , prove that  $\frac{dy}{dx} = \frac{x+y}{x-y}$ .

**OR**

If  $y = e^{a \cos^{-1} x}$ ,  $-1 < x < 1$ , then show that

$$(1-x^2) \frac{d^2y}{dx^2} - x \frac{dy}{dx} - a^2y = 0$$



### खण्ड घ

प्रश्न संख्या 33 से 36 तक प्रत्येक प्रश्न 6 अंकों का है।

33.  $125\pi \text{ cm}^3$  आयतन वाले सभी ऊपर से खुले लम्ब-वृत्तीय बेलनाकार डिब्बों में से न्यूनतम पृष्ठीय क्षेत्रफल वाले डिब्बे की विमाएँ ज्ञात कीजिए।
34. समाकलन विधि से  $x$ -अक्ष के ऊपर तथा  $\sqrt{x^2 + y^2} = 8x$  एवं परवलय  $y^2 = 4x$  के मध्यवर्ती क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

#### अथवा

समाकलन विधि से, एक ऐसे त्रिभुज ABC का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसके शीर्षों के निर्देशांक A(2, 0), B(4, 5) तथा C(6, 3) हैं।

35. यदि  $A = \begin{bmatrix} 5 & -1 & 4 \\ 2 & 3 & 5 \\ 5 & -2 & 6 \end{bmatrix}$  है, तो  $A^{-1}$  ज्ञात कीजिए तथा इसका प्रयोग करके निम्नलिखित समीकरण निकाय का हल ज्ञात कीजिए :

$$\begin{aligned} 5x - y + 4z &= 5 \\ 2x + 3y + 5z &= 2 \\ 5x - 2y + 6z &= -1 \end{aligned}$$

#### अथवा

यदि  $x, y, z$  विभिन्न हों और  $\begin{vmatrix} x & x^2 & 1+x^3 \\ y & y^2 & 1+y^3 \\ z & z^2 & 1+z^3 \end{vmatrix} = 0$  है, तो सारणिकों के गुणधर्मों का

प्रयोग करके दर्शाइए कि  $1 + xyz = 0$ .

36. एक असंतत यादृच्छिक चर X का प्रायिकता बंटन निम्नलिखित है :

X	0	1	2	3	4	5
P(X)	$4C^2$	$3C^2$	$2C^2$	$C^2$	C	$2C$

- C का मान ज्ञात कीजिए।
- बंटन का माध्य ज्ञात कीजिए।
- बंटन का प्रसरण ज्ञात कीजिए, दिया गया है कि  $\sum x_i^2 p_i = 14$ .

**SECTION D**

*Question numbers 33 to 36 carry 6 marks each.*

33. Amongst all open (from the top) right circular cylindrical boxes of volume  $125\pi \text{ cm}^3$ , find the dimensions of the box which has the least surface area.
34. Using integration, find the area lying above x-axis and included between the circle  $x^2 + y^2 = 8x$  and inside the parabola  $y^2 = 4x$ .

**OR**

Using the method of integration, find the area of the triangle ABC, coordinates of whose vertices are A(2, 0), B(4, 5) and C(6, 3).

35. If  $A = \begin{bmatrix} 5 & -1 & 4 \\ 2 & 3 & 5 \\ 5 & -2 & 6 \end{bmatrix}$ , find  $A^{-1}$  and use it to solve the following system of equations :

$$\begin{aligned} 5x - y + 4z &= 5 \\ 2x + 3y + 5z &= 2 \\ 5x - 2y + 6z &= -1 \end{aligned}$$

**OR**

If x, y, z are different and  $\begin{vmatrix} x & x^2 & 1+x^3 \\ y & y^2 & 1+y^3 \\ z & z^2 & 1+z^3 \end{vmatrix} = 0$ , then using properties of

determinants show that  $1 + xyz = 0$ .

36. A discrete random variable X has the following probability distribution :

X	0	1	2	3	4	5
P(X)	$4C^2$	$3C^2$	$2C^2$	$C^2$	C	$2C$

- (a) Find the value of C.
- (b) Find the mean of the distribution.
- (c) Given  $\sum x_i^2 p_i = 14$ , find the variance of the distribution.



Series HMJ/3

SET-1

कोड नं.  
Code No. **65/3/1**रोल नं.  
Roll No. 

--	--	--	--	--	--	--



परीक्षार्थी कोड को उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर अवश्य लिखें।

Candidates must write the Code on the title page of the answer-book.

नोट	NOTE
(I) कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में मुद्रित पृष्ठ <b>15</b> हैं।	(I) Please check that this question paper contains <b>15</b> printed pages.
(II) प्रश्न-पत्र में दाहिने हाथ की ओर दिए गए कोड नम्बर को छात्र उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर लिखें।	(II) Code number given on the right hand side of the question paper should be written on the title page of the answer-book by the candidate.
(III) कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में <b>36</b> प्रश्न हैं।	(III) Please check that this question paper contains <b>36</b> questions.
(IV) कृपया प्रश्न का उत्तर लिखना शुरू करने से पहले, उत्तर-पुस्तिका में प्रश्न का क्रमांक अवश्य लिखें।	(IV) Please write down the Serial Number of the question in the answer-book before attempting it.
(V) इस प्रश्न-पत्र को पढ़ने के लिए 15 मिनट का समय दिया गया है। प्रश्न-पत्र का वितरण पूर्वाह्न में 10.15 बजे किया जाएगा। 10.15 बजे से 10.30 बजे तक छात्र केवल प्रश्न-पत्र को पढ़ेंगे और इस अवधि के दौरान वे उत्तर-पुस्तिका पर कोई उत्तर नहीं लिखेंगे।	(V) 15 minute time has been allotted to read this question paper. The question paper will be distributed at 10.15 a.m. From 10.15 a.m. to 10.30 a.m., the students will read the question paper only and will not write any answer on the answer-book during this period.

## गणित



## MATHEMATICS

निर्धारित समय : 3 घण्टे

अधिकतम अंक : 80

Time allowed : 3 hours

Maximum Marks : 80

65/3/1

Downloaded From : <http://cbseportal.com/>Courtesy : P.T.O  
CBSE



## सामान्य निर्देशः

निम्नलिखित निर्देशों को बहुत सावधानी से पढ़िए और उनका सख्ती से पालन कीजिए :

- (i) यह प्रश्न-पत्र चार खण्डों में विभाजित किया गया है – क, ख, ग एवं घ / इस प्रश्न-पत्र में 36 प्रश्न हैं / सभी प्रश्न अनिवार्य हैं ।
- (ii) खण्ड क में प्रश्न संख्या 1 से 20 तक 20 प्रश्न हैं एवं प्रत्येक प्रश्न 1 अंक का है ।
- (iii) खण्ड ख में प्रश्न संख्या 21 से 26 तक 6 प्रश्न हैं एवं प्रत्येक प्रश्न 2 अंकों का है ।
- (iv) खण्ड ग में प्रश्न संख्या 27 से 32 तक 6 प्रश्न हैं एवं प्रत्येक प्रश्न 4 अंकों का है ।
- (v) खण्ड घ में प्रश्न संख्या 33 से 36 तक 4 प्रश्न हैं एवं प्रत्येक प्रश्न 6 अंकों का है ।
- (vi) प्रश्न-पत्र में समग्र पर कोई विकल्प नहीं है । तथापि एक-एक अंक वाले तीन प्रश्नों में, दो-दो अंकों वाले दो प्रश्नों में, चार-चार अंकों वाले दो प्रश्नों में और छः-छः अंकों वाले दो प्रश्नों में आंतरिक विकल्प दिए गए हैं । ऐसे प्रश्नों में से केवल एक ही विकल्प का उत्तर लिखिए ।
- (vii) इसके अतिरिक्त, आवश्यकतानुसार, प्रत्येक खण्ड और प्रश्न के साथ यथोचित निर्देश दिए गए हैं ।
- (viii) केलकुलेटरों के प्रयोग की अनुमति नहीं है ।

## खण्ड क

प्रश्न संख्या 1 से 20 तक प्रत्येक प्रश्न 1 अंक का है ।

प्रश्न संख्या 1 से 10 तक बहुविकल्पीय प्रश्न हैं । सही विकल्प चुनिए ।

1. यदि R से R पर निम्न रूप से प्रदत्त दो फलन f और g परिभाषित हैं,

$$f(x) = |x| + x \text{ और } g(x) = |x| - x$$

तो  $fog(x)$ ,  $x < 0$  के लिए होगा :

- (A)  $4x$
- (B)  $2x$
- (C)  $0$
- (D)  $-4x$

2.  $\cot^{-1}(-\sqrt{3})$  का मुख्य मान है

- (A)  $-\frac{\pi}{6}$
- (B)  $\frac{\pi}{6}$
- (C)  $\frac{2\pi}{3}$
- (D)  $\frac{5\pi}{6}$

**General Instructions :**

Read the following instructions very carefully and strictly follow them :

- (i) This question paper comprises **four** Sections A, B, C and D. This question paper carries **36** questions. All questions are compulsory.
- (ii) **Section A** – Questions no. **1** to **20** comprises of **20** questions of **1** mark each.
- (iii) **Section B** – Questions no. **21** to **26** comprises of **6** questions of **2** marks each.
- (iv) **Section C** – Questions no. **27** to **32** comprises of **6** questions of **4** marks each.
- (v) **Section D** – Questions no. **33** to **36** comprises of **4** questions of **6** marks each.
- (vi) There is no overall choice in the question paper. However, an internal choice has been provided in 3 questions of one mark, 2 questions of two marks, 2 questions of four marks and 2 questions of six marks. Only one of the choices in such questions have to be attempted.
- (vii) In addition to this, separate instructions are given with each section and question, wherever necessary.
- (viii) Use of calculators is **not** permitted.

**SECTION A**

Question numbers 1 to 20 carry 1 mark each.

Question numbers 1 to 10 are multiple choice type questions. Select the correct option.

1. If f and g are two functions from R to R defined as  $f(x) = |x| + x$  and  $g(x) = |x| - x$ , then  $fog(x)$  for  $x < 0$  is
  - (A)  $4x$
  - (B)  $2x$
  - (C)  $0$
  - (D)  $-4x$
2. The principal value of  $\cot^{-1}(-\sqrt{3})$  is
  - (A)  $-\frac{\pi}{6}$
  - (B)  $\frac{\pi}{6}$
  - (C)  $\frac{2\pi}{3}$
  - (D)  $\frac{5\pi}{6}$



3. यदि  $A = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}$  है, तो  $|\text{adj } A|$  का मान है

- (A) 64
- (B) 16
- (C) 0
- (D) -8

4. वक्र  $y = -x^3 + 3x^2 + 12x - 5$  की प्रवणता का अधिकतम मान है

- (A) 15
- (B) 12
- (C) 9
- (D) 0

5.  $\int \frac{e^x(1+x)}{\cos^2(xe^x)} dx$  बराबर है

- (A)  $\tan(xe^x) + c$
- (B)  $\cot(xe^x) + c$
- (C)  $\cot(e^x) + c$
- (D)  $\tan[e^x(1+x)] + c$

6. अवकल समीकरण  $x^2 \frac{d^2y}{dx^2} = \left( x \frac{dy}{dx} - y \right)^3$  की घात है

- (A) 1
- (B) 2
- (C) 3
- (D) 6

7. p का वह मान जिसके लिए  $p(\hat{i} + \hat{j} + \hat{k})$  एक मात्रक सदिश है, है

- (A) 0
- (B)  $\frac{1}{\sqrt{3}}$
- (C) 1
- (D)  $\sqrt{3}$



3. If  $A = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}$ , then the value of  $|\text{adj } A|$  is

(A) 64  
 (B) 16  
 (C) 0  
 (D) -8

4. The maximum value of slope of the curve  $y = -x^3 + 3x^2 + 12x - 5$  is
- (A) 15  
 (B) 12  
 (C) 9  
 (D) 0

5.  $\int \frac{e^x(1+x)}{\cos^2(xe^x)} dx$  is equal to

(A)  $\tan(xe^x) + c$   
 (B)  $\cot(xe^x) + c$   
 (C)  $\cot(e^x) + c$   
 (D)  $\tan[e^x(1+x)] + c$

6. The degree of the differential equation  $x^2 \frac{d^2y}{dx^2} = \left( x \frac{dy}{dx} - y \right)^3$  is
- (A) 1  
 (B) 2  
 (C) 3  
 (D) 6

7. The value of p for which  $p(\hat{i} + \hat{j} + \hat{k})$  is a unit vector is
- (A) 0  
 (B)  $\frac{1}{\sqrt{3}}$   
 (C) 1  
 (D)  $\sqrt{3}$



8. XZ-समतल पर बिन्दु  $(-2, 8, 7)$  से डाले गए लम्ब के पाद के निर्देशांक हैं

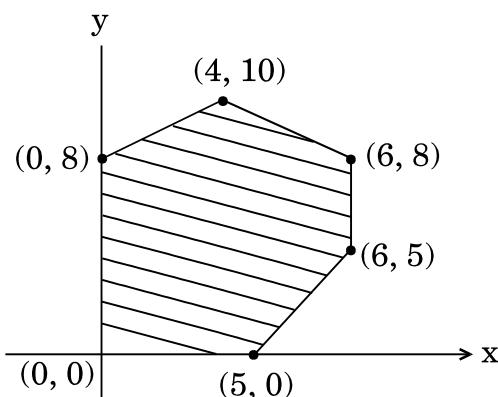
- (A)  $(-2, -8, 7)$
- (B)  $(2, 8, -7)$
- (C)  $(-2, 0, 7)$
- (D)  $(0, 8, 0)$

9. XY-समतल का सदिश समीकरण है

- (A)  $\vec{r} \cdot \hat{k} = 0$
- (B)  $\vec{r} \cdot \hat{j} = 0$
- (C)  $\vec{r} \cdot \hat{i} = 0$
- (D)  $\vec{r} \cdot \vec{n} = 1$

10. एक रैखिक प्रोग्रामन समस्या का सुसंगत क्षेत्र नीचे चित्र में दिखाया गया है :

माना  $z = 3x - 4y$  एक उद्देश्य फलन है।  $z$  का न्यूनतम होगा



- (A)  $(0, 0)$  पर
- (B)  $(0, 8)$  पर
- (C)  $(5, 0)$  पर
- (D)  $(4, 10)$  पर



8. The coordinates of the foot of the perpendicular drawn from the point  $(-2, 8, 7)$  on the XZ-plane is

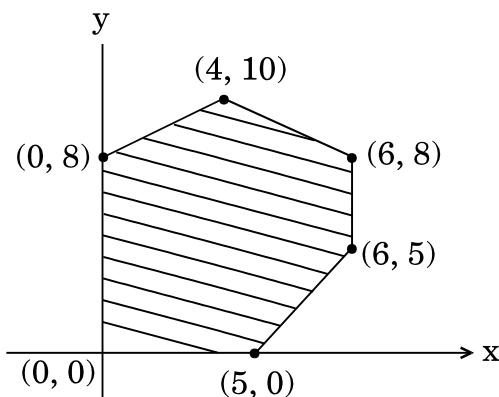
- (A)  $(-2, -8, 7)$
- (B)  $(2, 8, -7)$
- (C)  $(-2, 0, 7)$
- (D)  $(0, 8, 0)$

9. The vector equation of XY-plane is

- (A)  $\vec{r} \cdot \hat{k} = 0$
- (B)  $\vec{r} \cdot \hat{j} = 0$
- (C)  $\vec{r} \cdot \hat{i} = 0$
- (D)  $\vec{r} \cdot \vec{n} = 1$

10. The feasible region for an LPP is shown below :

Let  $z = 3x - 4y$  be the objective function. Minimum of  $z$  occurs at



- (A)  $(0, 0)$
- (B)  $(0, 8)$
- (C)  $(5, 0)$
- (D)  $(4, 10)$



प्रश्न संख्या 11 से 15 तक के सभी प्रश्नों के खाली स्थान भरिए ।

11. यदि  $y = \tan^{-1} x + \cot^{-1} x$ ,  $x \in \mathbb{R}$  है, तो  $\frac{dy}{dx} = \underline{\hspace{2cm}}$ .

### अथवा

यदि  $\cos(xy) = k$ , जहाँ  $k$  एक अचर है तथा  $xy \neq n\pi$ ,  $n \in \mathbb{Z}$  है, तो

$$\frac{dy}{dx} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

12. यदि  $f(x) = \begin{cases} \lambda x, & \text{यदि } x \leq \pi \\ \cos x, & \text{यदि } x > \pi \end{cases}$

द्वारा परिभाषित फलन  $f$ ,  $x = \pi$  पर संतत हो, तो  $\lambda$  का मान होगा  $\underline{\hspace{2cm}}$ ।

13. वक्र  $y = \sec x$  के बिन्दु  $(0, 1)$  पर स्पर्श-रेखा का समीकरण है  $\underline{\hspace{2cm}}$ ।

14. विकर्णों  $2\hat{i}$  तथा  $-3\hat{k}$  वाले समांतर चतुर्भुज का क्षेत्रफल है  $\underline{\hspace{2cm}}$  वर्ग इकाइ ।

### अथवा

$\lambda$  का मान जिसके लिए सदिश  $2\hat{i} - \lambda\hat{j} + \hat{k}$  तथा  $\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$  लांबिक हैं, है  $\underline{\hspace{2cm}}$ ।

15. एक थैले में 3 काली, 4 लाल व 2 हरी गेंदें हैं। यदि तीन गेंदें एक साथ यादृच्छ्या थैले से निकाली गई हैं, तो इन गेंदों के भिन्न-भिन्न रंगों की होने की प्रायिकता होगी  $\underline{\hspace{2cm}}$ ।

प्रश्न संख्या 16 से 20 अति संक्षिप्त उत्तर वाले प्रश्न हैं।

16.  $2 \times 2$  का आव्यूह  $A = [a_{ij}]$  बनाइए, जहाँ अवयव  $a_{ij} = |(i)^2 - j|$  द्वारा प्रदत्त हैं।

17.  $x$  के सापेक्ष,  $\sin^2(\sqrt{x})$  का अवकलन कीजिए।

18. वह अन्तराल ज्ञात कीजिए जिसमें  $f(x) = 7 - 4x - x^2$  द्वारा प्रदत्त फलन  $f$ , निरन्तर वर्धमान है।



Fill in the blanks in question numbers 11 to 15.

11. If  $y = \tan^{-1} x + \cot^{-1} x$ ,  $x \in \mathbb{R}$ , then  $\frac{dy}{dx}$  is equal to \_\_\_\_\_.

**OR**

If  $\cos(xy) = k$ , where  $k$  is a constant and  $xy \neq n\pi$ ,  $n \in \mathbb{Z}$ , then  $\frac{dy}{dx}$  is equal to \_\_\_\_\_.

12. The value of  $\lambda$  so that the function  $f$  defined by

$$f(x) = \begin{cases} \lambda x, & \text{if } x \leq \pi \\ \cos x, & \text{if } x > \pi \end{cases}$$

is continuous at  $x = \pi$  is \_\_\_\_\_.

13. The equation of the tangent to the curve  $y = \sec x$  at the point  $(0, 1)$  is \_\_\_\_\_.

14. The area of the parallelogram whose diagonals are  $2\hat{i}$  and  $-3\hat{k}$  is \_\_\_\_\_ square units.

**OR**

The value of  $\lambda$  for which the vectors  $2\hat{i} - \lambda\hat{j} + \hat{k}$  and  $\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$  are orthogonal is \_\_\_\_\_.

15. A bag contains 3 black, 4 red and 2 green balls. If three balls are drawn simultaneously at random, then the probability that the balls are of different colours is \_\_\_\_\_.

Question numbers 16 to 20 are very short answer type questions.

16. Construct a  $2 \times 2$  matrix  $A = [a_{ij}]$  whose elements are given by  $a_{ij} = |(i)^2 - j|$ .

17. Differentiate  $\sin^2(\sqrt{x})$  with respect to  $x$ .

18. Find the interval in which the function  $f$  given by  $f(x) = 7 - 4x - x^2$  is strictly increasing.



**19.** मान ज्ञात कीजिए :

$$\int_{-2}^2 |x| dx$$

अथवा

ज्ञात कीजिए :

$$\int \frac{dx}{9 + 4x^2}$$

**20.** एक अनभिनत सिक्का 4 बार उछाला जाता है। कम-से-कम एक बार चित प्राप्त करने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

### खण्ड ख

प्रश्न संख्या 21 से 26 तक प्रत्येक प्रश्न 2 अंकों का है।

**21.**  $x$  के लिए हल कीजिए :

$$\sin^{-1} 4x + \sin^{-1} 3x = -\frac{\pi}{2}$$

अथवा

$$\tan^{-1}\left(\frac{\cos x}{1 - \sin x}\right), -\frac{3\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2} \text{ को सरलतम रूप में व्यक्त कीजिए।}$$

**22.** आव्यूह  $A = \begin{bmatrix} 4 & -3 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$  को एक सममित आव्यूह तथा एक विषम-सममित आव्यूह के योगफल के रूप में व्यक्त कीजिए।

**23.** यदि  $y^2 \cos\left(\frac{1}{x}\right) = a^2$  है, तो  $\frac{dy}{dx}$  ज्ञात कीजिए।

**24.** दर्शाइए कि किन्हीं दो शून्येतर सदिशों  $\vec{a}$  और  $\vec{b}$  के लिए  $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a} - \vec{b}|$  है, यदि और केवल यदि  $\vec{a}$  और  $\vec{b}$  लम्बवत् सदिश हैं।

अथवा

दर्शाइए कि सदिश  $2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ ,  $3\hat{i} + 7\hat{j} + \hat{k}$  और  $5\hat{i} + 6\hat{j} + 2\hat{k}$  एक समकोण त्रिभुज की भुजाएँ निर्धारित करते हैं।



**19.** Evaluate :

$$\int_{-2}^2 |x| dx$$

**OR**

Find :

$$\int \frac{dx}{9 + 4x^2}$$

- 20.** An unbiased coin is tossed 4 times. Find the probability of getting at least one head.

### SECTION B

*Question numbers 21 to 26 carry 2 marks each.*

- 21.** Solve for x :

$$\sin^{-1} 4x + \sin^{-1} 3x = -\frac{\pi}{2}$$

**OR**

Express  $\tan^{-1}\left(\frac{\cos x}{1 - \sin x}\right)$ ,  $-\frac{3\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$  in the simplest form.

- 22.** Express  $A = \begin{bmatrix} 4 & -3 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$  as a sum of a symmetric and a skew symmetric matrix.

- 23.** If  $y^2 \cos\left(\frac{1}{x}\right) = a^2$ , then find  $\frac{dy}{dx}$ .

- 24.** Show that for any two non-zero vectors  $\vec{a}$  and  $\vec{b}$ ,  
 $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a} - \vec{b}|$  iff  $\vec{a}$  and  $\vec{b}$  are perpendicular vectors.

**OR**

Show that the vectors  $2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ ,  $3\hat{i} + 7\hat{j} + \hat{k}$  and  $5\hat{i} + 6\hat{j} + 2\hat{k}$  form the sides of a right-angled triangle.



25.  $(-1, 1, -8)$  और  $(5, -2, 10)$  से गुज़रने वाली रेखा ZX-तल को जिस बिन्दु पर काटती है, उस बिन्दु के निर्देशांक ज्ञात कीजिए।
26. यदि A और B दो घटनाएँ इस प्रकार हैं कि  $P(A) = 0.4$ ,  $P(B) = 0.3$  तथा  $P(A \cup B) = 0.6$  है, तो  $P(B' \cap A)$  ज्ञात कीजिए।

### खण्ड ग

प्रश्न संख्या 27 से 32 तक प्रत्येक प्रश्न 4 अंकों का है।

27. दर्शाइए कि  $f(x) = \frac{x}{1 + |x|}$ ,  $x \in (-\infty, 0)$  द्वारा परिभाषित फलन  $f : (-\infty, 0) \rightarrow (-1, 0)$  एक एकैकी व आच्छादक फलन है।

अथवा

दर्शाइए कि संबंध R समुच्चय  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  में  $R = \{(a, b) : |a - b| \leq 2\}$  से विभाजित है। एक तुल्यता संबंध है।

28. यदि  $y = x^3 (\cos x)^x + \sin^{-1} \sqrt{x}$  है, तो  $\frac{dy}{dx}$  ज्ञात कीजिए।

29. मान ज्ञात कीजिए :

$$\int_{-1}^{5} (|x| + |x+1| + |x-5|) dx$$

30. अवकल समीकरण  $x^2 y dx - (x^3 + y^3) dy = 0$  का व्यापक हल ज्ञात कीजिए।

31. निम्नलिखित रैखिक प्रोग्रामन समस्या को आलेख विधि से हल कीजिए :

निम्नलिखित व्यवरोधों के अन्तर्गत

$$z = 5x + 7y$$

का न्यूनतमीकरण कीजिए :

$$2x + y \geq 8$$

$$x + 2y \geq 10$$

$$x, y \geq 0$$

32. एक थैले में दो सिक्के हैं – एक अभिनत और दूसरा अनभिनत है। अभिनत सिक्के को उछालने पर चित आने का संयोग 60% है। दोनों में से एक सिक्के को यादृच्छया चुना जाता है और उसे उछाला जाता है। यदि सिक्के पर पट आता है, तो क्या प्रायिकता है कि वह अनभिनत सिक्का है?

अथवा



- 25.** Find the coordinates of the point where the line through  $(-1, 1, -8)$  and  $(5, -2, 10)$  crosses the ZX-plane.
- 26.** If A and B are two events such that  $P(A) = 0.4$ ,  $P(B) = 0.3$  and  $P(A \cup B) = 0.6$ , then find  $P(B' \cap A)$ .

### SECTION C

*Question numbers 27 to 32 carry 4 marks each.*

- 27.** Show that the function  $f : (-\infty, 0) \rightarrow (-1, 0)$  defined by  $f(x) = \frac{x}{1+|x|}$ ,  $x \in (-\infty, 0)$  is one-one and onto.

**OR**

Show that the relation R in the set  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  given by  $R = \{(a, b) : |a - b| \text{ is divisible by } 2\}$  is an equivalence relation.

- 28.** If  $y = x^3 (\cos x)^x + \sin^{-1} \sqrt{x}$ , find  $\frac{dy}{dx}$ .

- 29.** Evaluate :

$$\int_{-1}^{5} (|x| + |x+1| + |x-5|) dx$$

- 30.** Find the general solution of the differential equation

$$x^2y \, dx - (x^3 + y^3) \, dy = 0.$$

- 31.** Solve the following LPP graphically :

Minimise  $z = 5x + 7y$

subject to the constraints

$$2x + y \geq 8$$

$$x + 2y \geq 10$$

$$x, y \geq 0$$

- 32.** A bag contains two coins, one biased and the other unbiased. When tossed, the biased coin has a 60% chance of showing heads. One of the coins is selected at random and on tossing it shows tails. What is the probability it was an unbiased coin ?

**OR**



एक यादृच्छिक चर X का प्रायिकता बंटन, निम्न है :

$$P(X = x) = \begin{cases} 0.1, & \text{यदि } x = 0 \\ kx^2, & \text{यदि } x = 1 \\ kx, & \text{यदि } x = 2 \text{ अथवा } 3 \\ 0, & \text{अन्यथा} \end{cases}$$

जहाँ k एक अचर है ।

ज्ञात कीजिए :

- (a) k का मान
- (b)  $P(x \leq 2)$
- (c) चर X का माध्य

### खण्ड घ

प्रश्न संख्या 33 से 36 तक प्रत्येक प्रश्न 6 अंकों का है ।

33. निम्नलिखित समीकरण निकाय का हल आव्यूह विधि से ज्ञात कीजिए :

$$\begin{aligned} x - y + 2z &= 7 \\ 2x - y + 3z &= 12 \\ 3x + 2y - z &= 5 \end{aligned}$$

अथवा

प्रारम्भिक संक्रियाओं द्वारा निम्नलिखित आव्यूह A का व्युत्क्रम प्राप्त कीजिए, जहाँ

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -3 \\ -1 & -1 & 4 \\ 3 & 0 & 2 \end{bmatrix}.$$

34. वक्र  $9y^2 = x^3$  के बिन्दु ज्ञात कीजिए, जिन पर वक्र पर अभिलंब दोनों अक्षों पर समान खंड बनाता है । अभिलंबों के समीकरण भी ज्ञात कीजिए ।

35. समाकलन विधि से, निम्नलिखित क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए :

$$\{(x, y) : y \leq |x| + 2, y \geq x^2\}$$

अथवा

समाकलन विधि से एक ऐसे त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसके शीर्ष (1, 0), (2, 2) तथा (3, 1) हैं ।

36. दर्शाइए कि रेखाएँ

$$\frac{x-2}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{1} \quad \text{तथा} \quad \frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{4} = \frac{z-4}{2}$$

परस्पर एक-दूसरे को काटती हैं ।

प्रतिच्छेदन बिन्दु के निर्देशांक भी ज्ञात कीजिए । इन दो रेखाओं को अंतर्विष्ट करने वाले समतल का समीकरण भी ज्ञात कीजिए ।



The probability distribution of a random variable X, where k is a constant is given below :

$$P(X = x) = \begin{cases} 0.1, & \text{if } x = 0 \\ kx^2, & \text{if } x = 1 \\ kx, & \text{if } x = 2 \text{ or } 3 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

Determine

- (a) the value of k
- (b)  $P(x \leq 2)$
- (c) Mean of the variable X.

## SECTION D

*Question numbers 33 to 36 carry 6 marks each.*

- 33.** Solve the following system of equations by matrix method :

$$\begin{aligned} x - y + 2z &= 7 \\ 2x - y + 3z &= 12 \\ 3x + 2y - z &= 5 \end{aligned}$$

**OR**

Obtain the inverse of the following matrix using elementary operations :

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -3 \\ -1 & -1 & 4 \\ 3 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

- 34.** Find the points on the curve  $9y^2 = x^3$ , where the normal to the curve makes equal intercepts with both the axes. Also find the equation of the normals.
- 35.** Find the area of the following region using integration :

$$\{(x, y) : y \leq |x| + 2, y \geq x^2\}$$

**OR**

Using integration, find the area of a triangle whose vertices are (1, 0), (2, 2) and (3, 1).

- 36.** Show that the lines

$$\frac{x-2}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{1} \text{ and } \frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{4} = \frac{z-4}{2} \text{ intersect.}$$

Also, find the coordinates of the point of intersection. Find the equation of the plane containing the two lines.



Series HMJ/3

SET-2

कोड नं. 65/3/2  
Code No.रोल नं.  
Roll No. 

--	--	--	--	--	--	--



परीक्षार्थी कोड को उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर अवश्य लिखें।

Candidates must write the Code on the title page of the answer-book.

नोट	NOTE
(I) कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में मुद्रित पृष्ठ 15 हैं।	(I) Please check that this question paper contains 15 printed pages.
(II) प्रश्न-पत्र में दाहिने हाथ की ओर दिए गए कोड नम्बर को छात्र उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर लिखें।	(II) Code number given on the right hand side of the question paper should be written on the title page of the answer-book by the candidate.
(III) कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में 36 प्रश्न हैं।	(III) Please check that this question paper contains 36 questions.
(IV) कृपया प्रश्न का उत्तर लिखना शुरू करने से पहले, उत्तर-पुस्तिका में प्रश्न का क्रमांक अवश्य लिखें।	(IV) Please write down the Serial Number of the question in the answer-book before attempting it.
(V) इस प्रश्न-पत्र को पढ़ने के लिए 15 मिनट का समय दिया गया है। प्रश्न-पत्र का वितरण पूर्वाह्न में 10.15 बजे किया जाएगा। 10.15 बजे से 10.30 बजे तक छात्र केवल प्रश्न-पत्र को पढ़ेंगे और इस अवधि के दौरान वे उत्तर-पुस्तिका पर कोई उत्तर नहीं लिखेंगे।	(V) 15 minute time has been allotted to read this question paper. The question paper will be distributed at 10.15 a.m. From 10.15 a.m. to 10.30 a.m., the students will read the question paper only and will not write any answer on the answer-book during this period.

## गणित



## MATHEMATICS

नियंत्रित समय : 3 घण्टे

अधिकतम अंक : 80

Time allowed : 3 hours

Maximum Marks : 80



## सामान्य निर्देशः

निम्नलिखित निर्देशों को बहुत सावधानी से पढ़िए और उनका सख्ती से पालन कीजिए :

- (i) यह प्रश्न-पत्र चार खण्डों में विभाजित किया गया है – क, ख, ग एवं घ / इस प्रश्न-पत्र में 36 प्रश्न हैं / सभी प्रश्न अनिवार्य हैं ।
- (ii) खण्ड क में प्रश्न संख्या 1 से 20 तक 20 प्रश्न हैं एवं प्रत्येक प्रश्न 1 अंक का है ।
- (iii) खण्ड ख में प्रश्न संख्या 21 से 26 तक 6 प्रश्न हैं एवं प्रत्येक प्रश्न 2 अंकों का है ।
- (iv) खण्ड ग में प्रश्न संख्या 27 से 32 तक 6 प्रश्न हैं एवं प्रत्येक प्रश्न 4 अंकों का है ।
- (v) खण्ड घ में प्रश्न संख्या 33 से 36 तक 4 प्रश्न हैं एवं प्रत्येक प्रश्न 6 अंकों का है ।
- (vi) प्रश्न-पत्र में समग्र पर कोई विकल्प नहीं है । तथापि एक-एक अंक वाले तीन प्रश्नों में, दो-दो अंकों वाले दो प्रश्नों में, चार-चार अंकों वाले दो प्रश्नों में और छः-छः अंकों वाले दो प्रश्नों में आंतरिक विकल्प दिए गए हैं । ऐसे प्रश्नों में से केवल एक ही विकल्प का उत्तर लिखिए ।
- (vii) इसके अतिरिक्त, आवश्यकतानुसार, प्रत्येक खण्ड और प्रश्न के साथ यथोचित निर्देश दिए गए हैं ।
- (viii) केलकुलेटरों के प्रयोग की अनुमति नहीं है ।

## खण्ड क

प्रश्न संख्या 1 से 20 तक प्रत्येक प्रश्न 1 अंक का है ।

प्रश्न संख्या 1 से 10 तक बहुविकल्पीय प्रश्न हैं । सही विकल्प चुनिए ।

1. p का वह मान जिसके लिए  $p(\hat{i} + \hat{j} + \hat{k})$  एक मात्रक सदिश है, है
  - (A) 0
  - (B)  $\frac{1}{\sqrt{3}}$
  - (C) 1
  - (D)  $\sqrt{3}$
2.  $\left( \tan^{-1} \frac{7}{9} + \tan^{-1} \frac{1}{8} \right)$  बराबर है
  - (A)  $\tan^{-1} \left( \frac{65}{72} \right)$
  - (B)  $\tan^{-1} \left( \frac{63}{65} \right)$
  - (C)  $\frac{\pi}{4}$
  - (D)  $\frac{\pi}{2}$

**General Instructions :**

Read the following instructions very carefully and strictly follow them :

- (i) This question paper comprises **four** Sections A, B, C and D. This question paper carries **36** questions. All questions are compulsory.
- (ii) **Section A** – Questions no. **1** to **20** comprises of **20** questions of **1** mark each.
- (iii) **Section B** – Questions no. **21** to **26** comprises of **6** questions of **2** marks each.
- (iv) **Section C** – Questions no. **27** to **32** comprises of **6** questions of **4** marks each.
- (v) **Section D** – Questions no. **33** to **36** comprises of **4** questions of **6** marks each.
- (vi) There is no overall choice in the question paper. However, an internal choice has been provided in 3 questions of one mark, 2 questions of two marks, 2 questions of four marks and 2 questions of six marks. Only one of the choices in such questions have to be attempted.
- (vii) In addition to this, separate instructions are given with each section and question, wherever necessary.
- (viii) Use of calculators is **not** permitted.

**SECTION A**

Question numbers 1 to 20 carry 1 mark each.

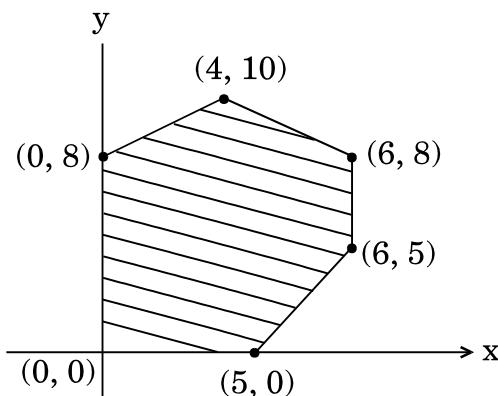
Question numbers 1 to 10 are multiple choice type questions. Select the correct option.

1. The value of p for which  $p(\hat{i} + \hat{j} + \hat{k})$  is a unit vector is
  - (A) 0
  - (B)  $\frac{1}{\sqrt{3}}$
  - (C) 1
  - (D)  $\sqrt{3}$
2.  $\left( \tan^{-1} \frac{7}{9} + \tan^{-1} \frac{1}{8} \right)$  is equal to
  - (A)  $\tan^{-1} \left( \frac{65}{72} \right)$
  - (B)  $\tan^{-1} \left( \frac{63}{65} \right)$
  - (C)  $\frac{\pi}{4}$
  - (D)  $\frac{\pi}{2}$



3. एक रैखिक प्रोग्रामन समस्या का सुसंगत क्षेत्र नीचे चित्र में दिखाया गया है :

माना  $z = 3x - 4y$  एक उद्देश्य फलन है।  $z$  का न्यूनतम होगा



- (A)  $(0, 0)$  पर  
 (B)  $(0, 8)$  पर  
 (C)  $(5, 0)$  पर  
 (D)  $(4, 10)$  पर
4. यदि  $R$  से  $R$  पर निम्न रूप से प्रदत्त दो फलन  $f$  और  $g$  परिभाषित हैं,  
 $f(x) = |x| + x$  और  $g(x) = |x| - x$   
 तो  $fog(x)$ ,  $x < 0$  के लिए होगा :

- (A)  $4x$   
 (B)  $2x$   
 (C)  $0$   
 (D)  $-4x$

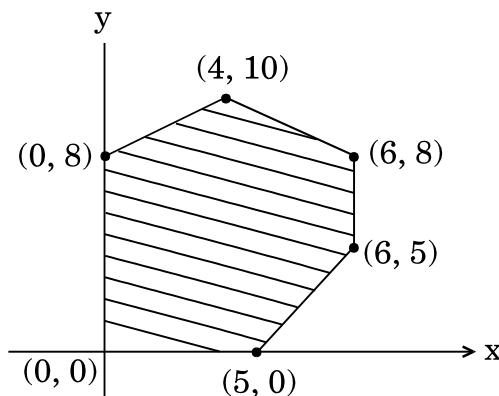
5.  $\int e^x \left( \frac{x \log x + 1}{x} \right) dx$  बराबर है

- (A)  $\log(e^x \log x) + c$   
 (B)  $\frac{e^x}{x} + c$   
 (C)  $x \log x + e^x + c$   
 (D)  $e^x \log x + c$



3. The feasible region for an LPP is shown below :

Let  $z = 3x - 4y$  be the objective function. Minimum of  $z$  occurs at



- (A) (0, 0)
- (B) (0, 8)
- (C) (5, 0)
- (D) (4, 10)

4. If  $f$  and  $g$  are two functions from  $\mathbb{R}$  to  $\mathbb{R}$  defined as  $f(x) = |x| + x$  and  $g(x) = |x| - x$ , then  $fog(x)$  for  $x < 0$  is

- (A)  $4x$
- (B)  $2x$
- (C)  $0$
- (D)  $-4x$

5.  $\int e^x \left( \frac{x \log x + 1}{x} \right) dx$  is equal to

- (A)  $\log(e^x \log x) + c$
- (B)  $\frac{e^x}{x} + c$
- (C)  $x \log x + e^x + c$
- (D)  $e^x \log x + c$



6. अवकल समीकरण  $(x + 3y^2) \frac{dy}{dx} = y$  का समाकलन गुणक है

- (A)  $y$
- (B)  $-y$
- (C)  $\frac{1}{y}$
- (D)  $-\frac{1}{y}$

7. यदि  $A = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}$  है, तो  $|\text{adj } A|$  का मान है

- (A) 64
- (B) 16
- (C) 0
- (D) -8

8. बिन्दु (2, 3, 4) से समतल  $\vec{r} \cdot (3\hat{i} - 6\hat{j} + 2\hat{k}) = -11$  की दूरी है

- (A) 0 इकाई
- (B) 1 इकाई
- (C) 2 इकाई
- (D)  $\frac{15}{7}$  इकाई

9. वक्र  $y = -x^3 + 3x^2 + 12x - 5$  की प्रवणता का अधिकतम मान है

- (A) 15
- (B) 12
- (C) 9
- (D) 0

10. XY-समतल का सदिश समीकरण है

- (A)  $\vec{r} \cdot \hat{k} = 0$
- (B)  $\vec{r} \cdot \hat{j} = 0$
- (C)  $\vec{r} \cdot \hat{i} = 0$
- (D)  $\vec{r} \cdot \vec{n} = 1$



6. The integrating factor of the differential equation  $(x + 3y^2) \frac{dy}{dx} = y$  is

- (A)  $y$
- (B)  $-y$
- (C)  $\frac{1}{y}$
- (D)  $-\frac{1}{y}$

7. If  $A = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}$ , then the value of  $|\text{adj } A|$  is

- (A) 64
- (B) 16
- (C) 0
- (D) -8

8. The distance of the point  $(2, 3, 4)$  from the plane  $\vec{r} \cdot (3\hat{i} - 6\hat{j} + 2\hat{k}) = -11$  is

- (A) 0 unit
- (B) 1 unit
- (C) 2 units
- (D)  $\frac{15}{7}$  units

9. The maximum value of slope of the curve  $y = -x^3 + 3x^2 + 12x - 5$  is

- (A) 15
- (B) 12
- (C) 9
- (D) 0

10. The vector equation of XY-plane is

- (A)  $\vec{r} \cdot \hat{k} = 0$
- (B)  $\vec{r} \cdot \hat{j} = 0$
- (C)  $\vec{r} \cdot \hat{i} = 0$
- (D)  $\vec{r} \cdot \vec{n} = 1$



प्रश्न संख्या 11 से 15 तक के सभी प्रश्नों के खाली स्थान भरिए ।

11. विकर्णों  $2\hat{i}$  तथा  $-3\hat{k}$  वाले समांतर चतुर्भुज का क्षेत्रफल है \_\_\_\_\_ वर्ग इकाई ।

**अथवा**

$\lambda$  का मान जिसके लिए सदिश  $2\hat{i} - \lambda\hat{j} + \hat{k}$  तथा  $\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$  लांबिक हैं, है \_\_\_\_\_ ।

12. एक थैले में 3 काली, 4 लाल व 2 हरी गेंदें हैं । यदि तीन गेंदें एक साथ यादृच्छया थैले से निकाली गई हैं, तो इन गेंदों के भिन्न-भिन्न रंगों की होने की प्रायिकता होगी \_\_\_\_\_ ।

13. अन्तराल  $\left[0, \frac{3\pi}{2}\right]$  में फलन  $f(x) = 2 \sin x$  का निरपेक्ष न्यूनतम मान है \_\_\_\_\_ .

14. यदि  $y = \tan^{-1} x + \cot^{-1} x$ ,  $x \in \mathbb{R}$  है, तो  $\frac{dy}{dx} = _____$ .

**अथवा**

यदि  $\cos(xy) = k$ , जहाँ  $k$  एक अचर है तथा  $xy \neq n\pi$ ,  $n \in \mathbb{Z}$  है, तो

$$\frac{dy}{dx} = _____.$$

15. यदि  $f(x) = \begin{cases} \lambda x, & \text{यदि } x \leq \pi \\ \cos x, & \text{यदि } x > \pi \end{cases}$

द्वारा परिभाषित फलन  $f$ ,  $x = \pi$  पर संतत हो, तो  $\lambda$  का मान होगा \_\_\_\_\_ ।

प्रश्न संख्या 16 से 20 अति संक्षिप्त उत्तर वाले प्रश्न हैं ।

16. मान ज्ञात कीजिए :

$$\int_{-2}^2 |x| dx$$

**अथवा**

ज्ञात कीजिए :

$$\int \frac{dx}{9 + 4x^2}$$

17. वह अन्तराल ज्ञात कीजिए जिसमें  $f(x) = 7 - 4x - x^2$  द्वारा प्रदत्त फलन  $f$ , निरन्तर वर्धमान है ।



Fill in the blanks in question numbers 11 to 15.

11. The area of the parallelogram whose diagonals are  $2\hat{i}$  and  $-3\hat{k}$  is \_\_\_\_\_ square units.

**OR**

The value of  $\lambda$  for which the vectors  $2\hat{i} - \lambda\hat{j} + \hat{k}$  and  $\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$  are orthogonal is \_\_\_\_\_.

12. A bag contains 3 black, 4 red and 2 green balls. If three balls are drawn simultaneously at random, then the probability that the balls are of different colours is \_\_\_\_\_.

13. The absolute minimum value of  $f(x) = 2 \sin x$  in  $\left[0, \frac{3\pi}{2}\right]$  is \_\_\_\_\_.

14. If  $y = \tan^{-1} x + \cot^{-1} x$ ,  $x \in \mathbb{R}$ , then  $\frac{dy}{dx}$  is equal to \_\_\_\_\_.

**OR**

If  $\cos(xy) = k$ , where  $k$  is a constant and  $xy \neq n\pi$ ,  $n \in \mathbb{Z}$ , then  $\frac{dy}{dx}$  is equal to \_\_\_\_\_.

15. The value of  $\lambda$  so that the function  $f$  defined by

$$f(x) = \begin{cases} \lambda x, & \text{if } x \leq \pi \\ \cos x, & \text{if } x > \pi \end{cases}$$

is continuous at  $x = \pi$  is \_\_\_\_\_.

Question numbers 16 to 20 are very short answer type questions.

16. Evaluate :

$$\int_{-2}^2 |x| dx$$

**OR**

Find :

$$\int \frac{dx}{9 + 4x^2}$$

17. Find the interval in which the function  $f$  given by  $f(x) = 7 - 4x - x^2$  is strictly increasing.



18.  $x$  के सापेक्ष,  $\sin^2(\sqrt{x})$  का अवकलन कीजिए।
19.  $2 \times 2$  का आव्यूह  $A = [a_{ij}]$  बनाइए, जहाँ अवयव  $a_{ij} = |(i)^2 - j|$  द्वारा प्रदत्त हैं।
20. एक प्रश्न तीन विद्यार्थियों को हल करने के लिए दिया जाता है, जिनके प्रश्न को हल करने की प्रायिकताएँ क्रमशः  $\frac{1}{3}$ ,  $\frac{1}{4}$  तथा  $\frac{1}{6}$  हैं। यदि ये तीनों, स्वतंत्र रूप से, प्रश्न हल करने का प्रयास करते हैं, तो प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि कम-से-कम एक विद्यार्थी प्रश्न हल कर लेता है।

### खण्ड ख

प्रश्न संख्या 21 से 26 तक प्रत्येक प्रश्न 2 अंकों का है।

21. दर्शाइए कि किन्हीं दो शून्येतर सदिशों  $\vec{a}$  और  $\vec{b}$  के लिए  $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a} - \vec{b}|$  है, यदि और केवल यदि  $\vec{a}$  और  $\vec{b}$  लम्बवत् सदिश हैं।

#### अथवा

दर्शाइए कि सदिश  $2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ ,  $3\hat{i} + 7\hat{j} + \hat{k}$  और  $5\hat{i} + 6\hat{j} + 2\hat{k}$  एक समकोण त्रिभुज की भुजाएँ निर्धारित करते हैं।

22. यदि  $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -4 & 2 \end{bmatrix}$  और  $B^{-1} = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 2 \end{bmatrix}$  है, तो  $(AB)^{-1}$  ज्ञात कीजिए।
23. यदि  $x = a \sec \theta$ ,  $y = b \tan \theta$  है, तो  $\theta = \frac{\pi}{3}$  पर  $\frac{dy}{dx}$  ज्ञात कीजिए।
24. यदि A और B दो घटनाएँ इस प्रकार हैं कि  $P(A) = 0.4$ ,  $P(B) = 0.3$  तथा  $P(A \cup B) = 0.6$  है, तो  $P(B' \cap A)$  ज्ञात कीजिए।
25.  $x$  के लिए हल कीजिए :

$$\sin^{-1} 4x + \sin^{-1} 3x = -\frac{\pi}{2}$$

#### अथवा

$\tan^{-1}\left(\frac{\cos x}{1 - \sin x}\right)$ ,  $-\frac{3\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$  को सरलतम रूप में व्यक्त कीजिए।



- 18.** Differentiate  $\sin^2(\sqrt{x})$  with respect to  $x$ .
- 19.** Construct a  $2 \times 2$  matrix  $A = [a_{ij}]$  whose elements are given by  $a_{ij} = |(i)^2 - j|$ .
- 20.** A problem is given to three students whose probabilities of solving it are  $\frac{1}{3}$ ,  $\frac{1}{4}$  and  $\frac{1}{6}$  respectively. If the events of solving the problem are independent, find the probability that at least one of them solves it.

## SECTION B

*Question numbers 21 to 26 carry 2 marks each.*

- 21.** Show that for any two non-zero vectors  $\vec{a}$  and  $\vec{b}$ ,  
 $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a} - \vec{b}|$  iff  $\vec{a}$  and  $\vec{b}$  are perpendicular vectors.

### OR

Show that the vectors  $2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ ,  $3\hat{i} + 7\hat{j} + \hat{k}$  and  $5\hat{i} + 6\hat{j} + 2\hat{k}$  form the sides of a right-angled triangle.

- 22.** Find  $(AB)^{-1}$  if  $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -4 & 2 \end{bmatrix}$  and  $B^{-1} = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 2 \end{bmatrix}$ .

- 23.** If  $x = a \sec \theta$ ,  $y = b \tan \theta$ , then find  $\frac{dy}{dx}$  at  $\theta = \frac{\pi}{3}$ .

- 24.** If  $A$  and  $B$  are two events such that  $P(A) = 0.4$ ,  $P(B) = 0.3$  and  $P(A \cup B) = 0.6$ , then find  $P(B' \cap A)$ .

- 25.** Solve for  $x$ :

$$\sin^{-1} 4x + \sin^{-1} 3x = -\frac{\pi}{2}$$

### OR

Express  $\tan^{-1}\left(\frac{\cos x}{1 - \sin x}\right)$ ,  $-\frac{3\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$  in the simplest form.



26.  $(-1, 1, -8)$  और  $(5, -2, 10)$  से गुज़रने वाली रेखा ZX-तल को जिस बिन्दु पर काटती है, उस बिन्दु के निर्देशांक ज्ञात कीजिए।

### खण्ड ग

प्रश्न संख्या 27 से 32 तक प्रत्येक प्रश्न 4 अंकों का है।

27. निम्नलिखित रैखिक प्रोग्रामन समस्या को आलेख विधि से हल कीजिए :
- निम्नलिखित व्यवरोधों के अन्तर्गत

$$z = 5x + 7y$$

का न्यूनतमीकरण कीजिए :

$$2x + y \geq 8$$

$$x + 2y \geq 10$$

$$x, y \geq 0$$

28. मान ज्ञात कीजिए :  $\int_{-1}^2 |x^3 - x| dx$

29. एक थैले में दो सिक्के हैं – एक अभिनत और दूसरा अनभिनत है। अभिनत सिक्के को उछालने पर चित आने का संयोग 60% है। दोनों में से एक सिक्के को यादृच्छया चुना जाता है और उसे उछाला जाता है। यदि सिक्के पर पट आता है, तो क्या प्रायिकता है कि वह अनभिनत सिक्का है?

### अथवा

एक यादृच्छिक चर X का प्रायिकता बंटन, निम्न है :

$$P(X = x) = \begin{cases} 0.1, & \text{यदि } x = 0 \\ kx^2, & \text{यदि } x = 1 \\ kx, & \text{यदि } x = 2 \text{ अथवा } 3 \\ 0, & \text{अन्यथा} \end{cases}$$

जहाँ k एक अचर है।

ज्ञात कीजिए :

- (a) k का मान
- (b)  $P(x \leq 2)$
- (c) चर X का माध्य

30. अवकल समीकरण

$$\cos y dx + (1 + e^{-x}) \sin y dy = 0$$

का विशिष्ट हल ज्ञात कीजिए, जब  $x = 0$  पर  $y = \frac{\pi}{4}$  दिया गया है।



- 26.** Find the coordinates of the point where the line through  $(-1, 1, -8)$  and  $(5, -2, 10)$  crosses the ZX-plane.

### SECTION C

*Question numbers 27 to 32 carry 4 marks each.*

- 27.** Solve the following LPP graphically :

$$\text{Minimise } z = 5x + 7y$$

subject to the constraints

$$2x + y \geq 8$$

$$x + 2y \geq 10$$

$$x, y \geq 0$$

- 28.** Evaluate :  $\int_{-1}^2 |x^3 - x| dx$

- 29.** A bag contains two coins, one biased and the other unbiased. When tossed, the biased coin has a 60% chance of showing heads. One of the coins is selected at random and on tossing it shows tails. What is the probability it was an unbiased coin ?

**OR**

The probability distribution of a random variable X, where k is a constant is given below :

$$P(X = x) = \begin{cases} 0.1, & \text{if } x = 0 \\ kx^2, & \text{if } x = 1 \\ kx, & \text{if } x = 2 \text{ or } 3 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

Determine

- (a) the value of k
- (b)  $P(x \leq 2)$
- (c) Mean of the variable X

- 30.** Find the particular solution of the differential equation

$$\cos y dx + (1 + e^{-x}) \sin y dy = 0$$

$$\text{given that } y = \frac{\pi}{4} \text{ when } x = 0.$$



31. दर्शाइए कि  $f(x) = \frac{x}{1+|x|}$ ,  $x \in (-\infty, 0)$  द्वारा परिभाषित फलन  $f : (-\infty, 0) \rightarrow (-1, 0)$  एक एकैकी व आच्छादक फलन है।

**अथवा**

दर्शाइए कि संबंध  $R$  समुच्चय  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  में  $R = \{(a, b) : |a - b|, 2 \text{ से विभाजित है}\}$  एक तुल्यता संबंध है।

32. यदि  $y = x^3 (\cos x)^x + \sin^{-1} \sqrt{x}$  है, तो  $\frac{dy}{dx}$  ज्ञात कीजिए।

**खण्ड घ**

प्रश्न संख्या 33 से 36 तक प्रत्येक प्रश्न 6 अंकों का है।

33. वक्र  $9y^2 = x^3$  के बिन्दु ज्ञात कीजिए, जिन पर वक्र पर अभिलंब दोनों अक्षों पर समान खंड बनाता है। अभिलंबों के समीकरण भी ज्ञात कीजिए।

34. दर्शाइए कि रेखाएँ

$$\frac{x-2}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{1} \text{ तथा } \frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{4} = \frac{z-4}{2}$$

परस्पर एक-दूसरे को काटती हैं।

प्रतिच्छेदन बिन्दु के निर्देशांक भी ज्ञात कीजिए। इन दो रेखाओं को अंतर्विष्ट करने वाले समतल का समीकरण भी ज्ञात कीजिए।

35. समाकलन विधि से, रेखाओं  $x - y = 0$ ,  $3x - y = 0$  तथा  $x + y = 12$  से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

**अथवा**

समाकलन के उपयोग से वृत्त  $x^2 + y^2 = 4$  तथा रेखा  $x + y = 2$  से घिरे लघु क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

36. निम्नलिखित समीकरण निकाय का हल आव्यूह विधि से ज्ञात कीजिए :

$$x - y + 2z = 7$$

$$2x - y + 3z = 12$$

$$3x + 2y - z = 5$$

**अथवा**

प्रारम्भिक संक्रियाओं द्वारा निम्नलिखित आव्यूह  $A$  का व्युत्क्रम प्राप्त कीजिए, जहाँ

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -3 \\ -1 & -1 & 4 \\ 3 & 0 & 2 \end{bmatrix}.$$



31. Show that the function  $f : (-\infty, 0) \rightarrow (-1, 0)$  defined by  $f(x) = \frac{x}{1+|x|}$ ,  $x \in (-\infty, 0)$  is one-one and onto.

**OR**

Show that the relation  $R$  in the set  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  given by  $R = \{(a, b) : |a - b| \text{ is divisible by } 2\}$  is an equivalence relation.

32. If  $y = x^3 (\cos x)^x + \sin^{-1} \sqrt{x}$ , find  $\frac{dy}{dx}$ .

**SECTION D**

*Question numbers 33 to 36 carry 6 marks each.*

33. Find the points on the curve  $9y^2 = x^3$ , where the normal to the curve makes equal intercepts with both the axes. Also find the equation of the normals.

34. Show that the lines

$$\frac{x-2}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{1} \text{ and } \frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{4} = \frac{z-4}{2} \text{ intersect.}$$

Also, find the coordinates of the point of intersection. Find the equation of the plane containing the two lines.

35. Using integration, find the area of the region bounded by the lines  $x - y = 0$ ,  $3x - y = 0$  and  $x + y = 12$ .

**OR**

Using integration, find the smaller area enclosed by the circle  $x^2 + y^2 = 4$  and the line  $x + y = 2$ .

36. Solve the following system of equations by matrix method :

$$x - y + 2z = 7$$

$$2x - y + 3z = 12$$

$$3x + 2y - z = 5$$

**OR**

Obtain the inverse of the following matrix using elementary operations :

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -3 \\ -1 & -1 & 4 \\ 3 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$



Series HMJ/3

SET-3

कोड नं.  
Code No. **65/3/3**रोल नं.  
Roll No. 

--	--	--	--	--	--	--



परीक्षार्थी कोड को उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर अवश्य लिखें।

Candidates must write the Code on the title page of the answer-book.

नोट	NOTE
(I) कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में मुद्रित पृष्ठ <b>15</b> हैं।	(I) Please check that this question paper contains <b>15</b> printed pages.
(II) प्रश्न-पत्र में दाहिने हाथ की ओर दिए गए कोड नम्बर को छात्र उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर लिखें।	(II) Code number given on the right hand side of the question paper should be written on the title page of the answer-book by the candidate.
(III) कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में <b>36</b> प्रश्न हैं।	(III) Please check that this question paper contains <b>36</b> questions.
(IV) कृपया प्रश्न का उत्तर लिखना शुरू करने से पहले, उत्तर-पुस्तिका में प्रश्न का क्रमांक अवश्य लिखें।	(IV) Please write down the Serial Number of the question in the answer-book before attempting it.
(V) इस प्रश्न-पत्र को पढ़ने के लिए 15 मिनट का समय दिया गया है। प्रश्न-पत्र का वितरण पूर्वाह्न में 10.15 बजे किया जाएगा। 10.15 बजे से 10.30 बजे तक छात्र केवल प्रश्न-पत्र को पढ़ेंगे और इस अवधि के दौरान वे उत्तर-पुस्तिका पर कोई उत्तर नहीं लिखेंगे।	(V) 15 minute time has been allotted to read this question paper. The question paper will be distributed at 10.15 a.m. From 10.15 a.m. to 10.30 a.m., the students will read the question paper only and will not write any answer on the answer-book during this period.

## गणित



## MATHEMATICS

निर्धारित समय : 3 घण्टे

अधिकतम अंक : 80

Time allowed : 3 hours

Maximum Marks : 80



## सामान्य निर्देशः

निम्नलिखित निर्देशों को बहुत सावधानी से पढ़िए और उनका सख्ती से पालन कीजिए :

- (i) यह प्रश्न-पत्र चार खण्डों में विभाजित किया गया है – क, ख, ग एवं घ / इस प्रश्न-पत्र में 36 प्रश्न हैं / सभी प्रश्न अनिवार्य हैं ।
- (ii) खण्ड क में प्रश्न संख्या 1 से 20 तक 20 प्रश्न हैं एवं प्रत्येक प्रश्न 1 अंक का है ।
- (iii) खण्ड ख में प्रश्न संख्या 21 से 26 तक 6 प्रश्न हैं एवं प्रत्येक प्रश्न 2 अंकों का है ।
- (iv) खण्ड ग में प्रश्न संख्या 27 से 32 तक 6 प्रश्न हैं एवं प्रत्येक प्रश्न 4 अंकों का है ।
- (v) खण्ड घ में प्रश्न संख्या 33 से 36 तक 4 प्रश्न हैं एवं प्रत्येक प्रश्न 6 अंकों का है ।
- (vi) प्रश्न-पत्र में समग्र पर कोई विकल्प नहीं है । तथापि एक-एक अंक वाले तीन प्रश्नों में, दो-दो अंकों वाले दो प्रश्नों में, चार-चार अंकों वाले दो प्रश्नों में और छः-छः अंकों वाले दो प्रश्नों में आंतरिक विकल्प दिए गए हैं । ऐसे प्रश्नों में से केवल एक ही विकल्प का उत्तर लिखिए ।
- (vii) इसके अतिरिक्त, आवश्यकतानुसार, प्रत्येक खण्ड और प्रश्न के साथ यथोचित निर्देश दिए गए हैं ।
- (viii) केलकुलेटरों के प्रयोग की अनुमति नहीं है ।

## खण्ड क

प्रश्न संख्या 1 से 20 तक प्रत्येक प्रश्न 1 अंक का है ।

प्रश्न संख्या 1 से 10 तक बहुविकल्पीय प्रश्न हैं । सही विकल्प चुनिए ।

1. p का वह मान जिसके लिए  $p(\hat{i} + \hat{j} + \hat{k})$  एक मात्रक सदिश है, है
  - (A) 0
  - (B)  $\frac{1}{\sqrt{3}}$
  - (C) 1
  - (D)  $\sqrt{3}$
2.  $\tan\left(\sin^{-1}\frac{3}{5} + \tan^{-1}\frac{3}{4}\right)$  बराबर है
  - (A)  $\frac{7}{24}$
  - (B)  $\frac{24}{7}$
  - (C)  $\frac{3}{2}$
  - (D)  $\frac{3}{4}$

**General Instructions :**

Read the following instructions very carefully and strictly follow them :

- (i) This question paper comprises **four** Sections A, B, C and D. This question paper carries **36** questions. All questions are compulsory.
- (ii) **Section A** – Questions no. **1** to **20** comprises of **20** questions of **1** mark each.
- (iii) **Section B** – Questions no. **21** to **26** comprises of **6** questions of **2** marks each.
- (iv) **Section C** – Questions no. **27** to **32** comprises of **6** questions of **4** marks each.
- (v) **Section D** – Questions no. **33** to **36** comprises of **4** questions of **6** marks each.
- (vi) There is no overall choice in the question paper. However, an internal choice has been provided in 3 questions of one mark, 2 questions of two marks, 2 questions of four marks and 2 questions of six marks. Only one of the choices in such questions have to be attempted.
- (vii) In addition to this, separate instructions are given with each section and question, wherever necessary.
- (viii) Use of calculators is **not** permitted.

**SECTION A**

Question numbers 1 to 20 carry 1 mark each.

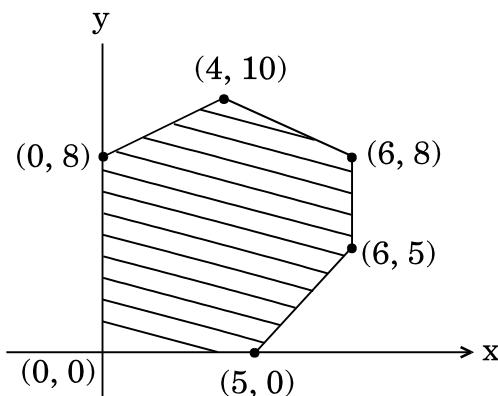
Question numbers 1 to 10 are multiple choice type questions. Select the correct option.

1. The value of p for which  $p(\hat{i} + \hat{j} + \hat{k})$  is a unit vector is
  - (A) 0
  - (B)  $\frac{1}{\sqrt{3}}$
  - (C) 1
  - (D)  $\sqrt{3}$
2.  $\tan\left(\sin^{-1}\frac{3}{5} + \tan^{-1}\frac{3}{4}\right)$  is equal to
  - (A)  $\frac{7}{24}$
  - (B)  $\frac{24}{7}$
  - (C)  $\frac{3}{2}$
  - (D)  $\frac{3}{4}$



3. एक रैखिक प्रोग्रामन समस्या का सुसंगत क्षेत्र नीचे चित्र में दिखाया गया है :

माना  $z = 3x - 4y$  एक उद्देश्य फलन है।  $z$  का न्यूनतम होगा



- (A) (0, 0) पर
- (B) (0, 8) पर
- (C) (5, 0) पर
- (D) (4, 10) पर

4. यदि  $R$  से  $R$  पर निम्न रूप से प्रदत्त दो फलन  $f$  और  $g$  परिभाषित हैं,

$$f(x) = |x| + x \text{ और } g(x) = |x| - x$$

तो  $fog(x)$ ,  $x < 0$  के लिए होगा :

- (A)  $4x$
- (B)  $2x$
- (C)  $0$
- (D)  $-4x$

5.  $\int \frac{1}{x \log x} dx$  बराबर है

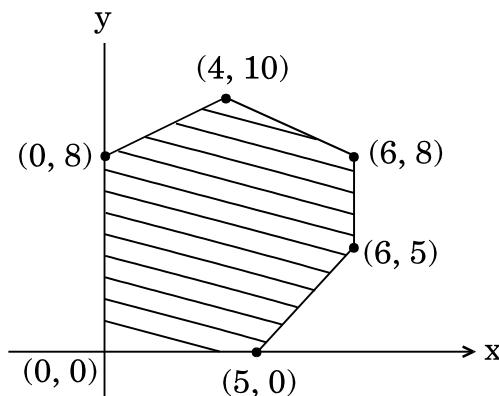
$$(A) \frac{(\log x)^2}{2} + c$$

- (B)  $\log |\log x| + c$
- (C)  $\log |x \log x| + c$
- (D)  $\frac{1}{\log x} + c$



3. The feasible region for an LPP is shown below :

Let  $z = 3x - 4y$  be the objective function. Minimum of  $z$  occurs at



- (A) (0, 0)
- (B) (0, 8)
- (C) (5, 0)
- (D) (4, 10)

4. If  $f$  and  $g$  are two functions from  $\mathbb{R}$  to  $\mathbb{R}$  defined as  $f(x) = |x| + x$  and  $g(x) = |x| - x$ , then  $f \circ g(x)$  for  $x < 0$  is

- (A)  $4x$
- (B)  $2x$
- (C)  $0$
- (D)  $-4x$

5.  $\int \frac{1}{x \log x} dx$  is equal to

- (A)  $\frac{(\log x)^2}{2} + c$
- (B)  $\log |\log x| + c$
- (C)  $\log |x \log x| + c$
- (D)  $\frac{1}{\log x} + c$



6. x-अक्ष को मूल-बिन्दु पर स्पर्श करने वाले वृत्तों के कुल के अवकल समीकरण की कोटि है

- (A) 1
- (B) 2
- (C) 3
- (D) 4

7. यदि  $A = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}$  है, तो  $|\text{adj } A|$  का मान है

- (A) 64
- (B) 16
- (C) 0
- (D) -8

8. YZ-तल में बिन्दु (2, -1, 4) का प्रतिबिम्ब है

- (A) (0, -1, 4)
- (B) (-2, -1, 4)
- (C) (2, 1, -4)
- (D) (2, 0, 4)

9. वक्र  $y = -x^3 + 3x^2 + 12x - 5$  की प्रवणता का अधिकतम मान है

- (A) 15
- (B) 12
- (C) 9
- (D) 0

10. XY-समतल का सदिश समीकरण है

- (A)  $\vec{r} \cdot \hat{k} = 0$
- (B)  $\vec{r} \cdot \hat{j} = 0$
- (C)  $\vec{r} \cdot \hat{i} = 0$
- (D)  $\vec{r} \cdot \vec{n} = 1$



6. The order of the differential equation of the family of circles touching x-axis at the origin is

- (A) 1
- (B) 2
- (C) 3
- (D) 4

7. If  $A = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}$ , then the value of  $|\text{adj } A|$  is

- (A) 64
- (B) 16
- (C) 0
- (D) -8

8. The image of the point  $(2, -1, 4)$  in the YZ-plane is

- (A)  $(0, -1, 4)$
- (B)  $(-2, -1, 4)$
- (C)  $(2, 1, -4)$
- (D)  $(2, 0, 4)$

9. The maximum value of slope of the curve  $y = -x^3 + 3x^2 + 12x - 5$  is

- (A) 15
- (B) 12
- (C) 9
- (D) 0

10. The vector equation of XY-plane is

- (A)  $\vec{r} \cdot \hat{k} = 0$
- (B)  $\vec{r} \cdot \hat{j} = 0$
- (C)  $\vec{r} \cdot \hat{i} = 0$
- (D)  $\vec{r} \cdot \vec{n} = 1$



प्रश्न संख्या 11 से 15 तक के सभी प्रश्नों के खाली स्थान भरिए ।

11. विकणों  $2\hat{i}$  तथा  $-3\hat{k}$  वाले समांतर चतुर्भुज का क्षेत्रफल है \_\_\_\_\_ वर्ग इकाई ।

**अथवा**

$\lambda$  का मान जिसके लिए सदिश  $2\hat{i} - \lambda\hat{j} + \hat{k}$  तथा  $\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$  लांबिक हैं, है \_\_\_\_\_ ।

12. एक थैले में 3 काली, 4 लाल व 2 हरी गेंदें हैं । यदि तीन गेंदें एक साथ यादृच्छया थैले से निकाली गई हैं, तो इन गेंदों के भिन्न-भिन्न रंगों की होने की प्रायिकता होगी \_\_\_\_\_ ।

13. फलन  $f(x) = |x + 3| - 1$  का न्यूनतम मान है \_\_\_\_\_ ।

14. यदि  $y = \tan^{-1} x + \cot^{-1} x$ ,  $x \in \mathbb{R}$  है, तो  $\frac{dy}{dx} = _____$ .

**अथवा**

यदि  $\cos(xy) = k$ , जहाँ  $k$  एक अचर है तथा  $xy \neq n\pi$ ,  $n \in \mathbb{Z}$  है, तो

$$\frac{dy}{dx} = _____.$$

15. यदि  $f(x) = \begin{cases} \lambda x, & \text{यदि } x \leq \pi \\ \cos x, & \text{यदि } x > \pi \end{cases}$

द्वारा परिभाषित फलन  $f$ ,  $x = \pi$  पर संतत हो, तो  $\lambda$  का मान होगा \_\_\_\_\_ ।

प्रश्न संख्या 16 से 20 अति संक्षिप्त उत्तर वाले प्रश्न हैं ।

16. मान ज्ञात कीजिए :

$$\int_{-2}^2 |x| dx$$

**अथवा**

ज्ञात कीजिए :

$$\int \frac{dx}{9 + 4x^2}$$

17. वह अन्तराल ज्ञात कीजिए जिसमें  $f(x) = 7 - 4x - x^2$  द्वारा प्रदत्त फलन  $f$ , निरन्तर वर्धमान है ।



Fill in the blanks in question numbers 11 to 15.

11. The area of the parallelogram whose diagonals are  $2\hat{i}$  and  $-3\hat{k}$  is \_\_\_\_\_ square units.

**OR**

The value of  $\lambda$  for which the vectors  $2\hat{i} - \lambda\hat{j} + \hat{k}$  and  $\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$  are orthogonal is \_\_\_\_\_.

12. A bag contains 3 black, 4 red and 2 green balls. If three balls are drawn simultaneously at random, then the probability that the balls are of different colours is \_\_\_\_\_.
13. The minimum value of the function  $f(x) = |x + 3| - 1$  is \_\_\_\_\_.
14. If  $y = \tan^{-1}x + \cot^{-1}x$ ,  $x \in \mathbb{R}$ , then  $\frac{dy}{dx}$  is equal to \_\_\_\_\_.

**OR**

If  $\cos(xy) = k$ , where  $k$  is a constant and  $xy \neq n\pi$ ,  $n \in \mathbb{Z}$ , then  $\frac{dy}{dx}$  is equal to \_\_\_\_\_.

15. The value of  $\lambda$  so that the function  $f$  defined by

$$f(x) = \begin{cases} \lambda x, & \text{if } x \leq \pi \\ \cos x, & \text{if } x > \pi \end{cases}$$

is continuous at  $x = \pi$  is \_\_\_\_\_.

Question numbers 16 to 20 are very short answer type questions.

16. Evaluate :

$$\int_{-2}^2 |x| dx$$

**OR**

Find :

$$\int \frac{dx}{9 + 4x^2}$$

17. Find the interval in which the function  $f$  given by  $f(x) = 7 - 4x - x^2$  is strictly increasing.



18.  $x$  के सापेक्ष,  $\sin^2(\sqrt{x})$  का अवकलन कीजिए।
19.  $2 \times 2$  का आव्यूह  $A = [a_{ij}]$  बनाइए, जहाँ अवयव  $a_{ij} = |(i)^2 - j|$  द्वारा प्रदत्त हैं।
20. एक काले और एक लाल पासों को एक साथ उछाला गया है। पासों पर प्राप्त संख्याओं का योगफल 9 से अधिक होने की सप्रतिबंध प्रायिकता ज्ञात कीजिए यदि यह ज्ञात हो कि काले पासे पर 5 प्रकट हुआ है।

### खण्ड ख

प्रश्न संख्या 21 से 26 तक प्रत्येक प्रश्न 2 अंकों का है।

21. दर्शाइए कि किन्हीं दो शून्येतर सदिशों  $\vec{a}$  और  $\vec{b}$  के लिए  $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a} - \vec{b}|$  है, यदि और केवल यदि  $\vec{a}$  और  $\vec{b}$  लम्बवत् सदिश हैं।

#### अथवा

दर्शाइए कि सदिश  $2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ ,  $3\hat{i} + 7\hat{j} + \hat{k}$  और  $5\hat{i} + 6\hat{j} + 2\hat{k}$  एक समकोण त्रिभुज की भुजाएँ निर्धारित करते हैं।

22. यदि  $A \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ -1 & 6 \end{bmatrix}$  है, तो आव्यूह A ज्ञात कीजिए।

23. यदि  $y = \tan^{-1} \left[ \frac{x}{\sqrt{a^2 - x^2}} \right]$ ,  $|x| < a$  है, तो  $\frac{dy}{dx}$  ज्ञात कीजिए।

24. यदि A और B दो घटनाएँ इस प्रकार हैं कि  $P(A) = 0.4$ ,  $P(B) = 0.3$  तथा  $P(A \cup B) = 0.6$  है, तो  $P(B' \cap A)$  ज्ञात कीजिए।

25. x के लिए हल कीजिए :

$$\sin^{-1} 4x + \sin^{-1} 3x = -\frac{\pi}{2}$$

#### अथवा

$\tan^{-1} \left( \frac{\cos x}{1 - \sin x} \right)$ ,  $-\frac{3\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$  को सरलतम रूप में व्यक्त कीजिए।

26.  $(-1, 1, -8)$  और  $(5, -2, 10)$  से गुज़रने वाली रेखा ZX-तल को जिस बिन्दु पर काटती है, उस बिन्दु के निर्देशांक ज्ञात कीजिए।



18. Differentiate  $\sin^2(\sqrt{x})$  with respect to x.
19. Construct a  $2 \times 2$  matrix  $A = [a_{ij}]$  whose elements are given by  $a_{ij} = |(i)^2 - j|$ .
20. A black die and a red die are rolled together. Find the conditional probability of obtaining a sum greater than 9 given that the black die resulted in a 5.

### SECTION B

*Question numbers 21 to 26 carry 2 marks each.*

21. Show that for any two non-zero vectors  $\vec{a}$  and  $\vec{b}$ ,  
 $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a} - \vec{b}|$  iff  $\vec{a}$  and  $\vec{b}$  are perpendicular vectors.

**OR**

Show that the vectors  $2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ ,  $3\hat{i} + 7\hat{j} + \hat{k}$  and  $5\hat{i} + 6\hat{j} + 2\hat{k}$  form the sides of a right-angled triangle.

22. Find the matrix A such that  $A \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ -1 & 6 \end{bmatrix}$ .

23. If  $y = \tan^{-1} \left[ \frac{x}{\sqrt{a^2 - x^2}} \right]$ ,  $|x| < a$ , then find  $\frac{dy}{dx}$ .

24. If A and B are two events such that  $P(A) = 0.4$ ,  $P(B) = 0.3$  and  $P(A \cup B) = 0.6$ , then find  $P(B' \cap A)$ .

25. Solve for x :

$$\sin^{-1} 4x + \sin^{-1} 3x = -\frac{\pi}{2}$$

**OR**

Express  $\tan^{-1} \left( \frac{\cos x}{1 - \sin x} \right)$ ,  $-\frac{3\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$  in the simplest form.

26. Find the coordinates of the point where the line through  $(-1, 1, -8)$  and  $(5, -2, 10)$  crosses the ZX-plane.



## खण्ड ग

प्रश्न संख्या 27 से 32 तक प्रत्येक प्रश्न 4 अंकों का है।

- 27.** निम्नलिखित ऐंग्रेजी प्रोग्रामन समस्या को आलेख विधि से हल कीजिए :

निम्नलिखित व्यवरोधों के अन्तर्गत

$$z = 5x + 7y$$

का न्यूनतमीकरण कीजिए :

$$2x + y \geq 8$$

$$x + 2y \geq 10$$

$$x, y \geq 0$$

- 28.** मान ज्ञात कीजिए :  $\int_{-1}^{3/2} |x \sin \pi x| dx$

- 29.** एक थैले में दो सिक्के हैं – एक अभिनत और दूसरा अनभिनत है। अभिनत सिक्के को उछालने पर चित आने का संयोग 60% है। दोनों में से एक सिक्के को यादृच्छया चुना जाता है और उसे उछाला जाता है। यदि सिक्के पर पट आता है, तो क्या प्रायिकता है कि वह अनभिनत सिक्का है?

### अथवा

एक यादृच्छिक चर X का प्रायिकता बंटन, निम्न है :

$$P(X = x) = \begin{cases} 0.1, & \text{यदि } x = 0 \\ kx^2, & \text{यदि } x = 1 \\ kx, & \text{यदि } x = 2 \text{ अथवा } 3 \\ 0, & \text{अन्यथा} \end{cases}$$

जहाँ k एक अचर है।

ज्ञात कीजिए :

- (a) k का मान
- (b)  $P(X \leq 2)$
- (c) बंटन का माध्य

- 30.** अवकल समीकरण

$$\frac{dy}{dx} + y \sec x = \tan x, \text{ जहाँ } x \in \left[ 0, \frac{\pi}{2} \right)$$

का विशिष्ट हल ज्ञात कीजिए, जब  $x = \frac{\pi}{4}$  के लिए  $y = 1$  दिया गया है।

**SECTION C**

*Question numbers 27 to 32 carry 4 marks each.*

- 27.** Solve the following LPP graphically :

$$\text{Minimise } z = 5x + 7y$$

subject to the constraints

$$2x + y \geq 8$$

$$x + 2y \geq 10$$

$$x, y \geq 0$$

- 28.** Evaluate :  $\int_{-1}^{3/2} |x \sin \pi x| dx$

- 29.** A bag contains two coins, one biased and the other unbiased. When tossed, the biased coin has a 60% chance of showing heads. One of the coins is selected at random and on tossing it shows tails. What is the probability it was an unbiased coin ?

**OR**

The probability distribution of a random variable X, where k is a constant is given below :

$$P(X = x) = \begin{cases} 0.1, & \text{if } x = 0 \\ kx^2, & \text{if } x = 1 \\ kx, & \text{if } x = 2 \text{ or } 3 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

Determine

- (a) the value of k
- (b)  $P(X \leq 2)$
- (c) Mean of the distribution.

- 30.** Find the particular solution of the differential equation

$$\frac{dy}{dx} + y \sec x = \tan x, \text{ where } x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$$

given that  $y = 1$ , when  $x = \frac{\pi}{4}$ .



31. दर्शाइए कि  $f(x) = \frac{x}{1 + |x|}$ ,  $x \in (-\infty, 0)$  द्वारा परिभाषित फलन  $f : (-\infty, 0) \rightarrow (-1, 0)$

एक एकैकी व आच्छादक फलन है।

#### अथवा

दर्शाइए कि संबंध  $R$  समुच्चय  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  में  $R = \{(a, b) : |a - b|, 2$  से विभाजित है} एक तुल्यता संबंध है।

32. यदि  $y = x^3 (\cos x)^x + \sin^{-1} \sqrt{x}$  है, तो  $\frac{dy}{dx}$  ज्ञात कीजिए।

#### खण्ड घ

प्रश्न संख्या 33 से 36 तक प्रत्येक प्रश्न 6 अंकों का है।

33. वक्र  $9y^2 = x^3$  के बिन्दु ज्ञात कीजिए, जिन पर वक्र पर अभिलंब दोनों अक्षों पर समान खंड बनाता है। अभिलंबों के समीकरण भी ज्ञात कीजिए।

34. दर्शाइए कि रेखाएँ

$$\frac{x-2}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{1} \text{ तथा } \frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{4} = \frac{z-4}{2}$$

परस्पर एक-दूसरे को काटती हैं।

प्रतिच्छेदन बिन्दु के निर्देशांक भी ज्ञात कीजिए। इन दो रेखाओं को अंतर्विष्ट करने वाले समतल का समीकरण भी ज्ञात कीजिए।

35. समाकलन विधि से, परवलय  $y^2 = 4ax$  और उसके नाभिलंब से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

#### अथवा

समाकलन विधि से, वक्रों  $(x - 1)^2 + y^2 = 1$  एवं  $x^2 + y^2 = 1$  से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

36. निम्नलिखित समीकरण निकाय का हल आव्यूह विधि से ज्ञात कीजिए :

$$x - y + 2z = 7$$

$$2x - y + 3z = 12$$

$$3x + 2y - z = 5$$

#### अथवा

प्रारम्भिक संक्रियाओं द्वारा निम्नलिखित आव्यूह  $A$  का व्युत्क्रम प्राप्त कीजिए, जहाँ

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -3 \\ -1 & -1 & 4 \\ 3 & 0 & 2 \end{bmatrix}.$$



31. Show that the function  $f : (-\infty, 0) \rightarrow (-1, 0)$  defined by  $f(x) = \frac{x}{1+|x|}$ ,  $x \in (-\infty, 0)$  is one-one and onto.

**OR**

Show that the relation  $R$  in the set  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  given by  $R = \{(a, b) : |a - b| \text{ is divisible by } 2\}$  is an equivalence relation.

32. If  $y = x^3 (\cos x)^x + \sin^{-1} \sqrt{x}$ , find  $\frac{dy}{dx}$ .

**SECTION D**

*Question numbers 33 to 36 carry 6 marks each.*

33. Find the points on the curve  $9y^2 = x^3$ , where the normal to the curve makes equal intercepts with both the axes. Also find the equation of the normals.

34. Show that the lines

$$\frac{x-2}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{1} \text{ and } \frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{4} = \frac{z-4}{2} \text{ intersect.}$$

Also, find the coordinates of the point of intersection. Find the equation of the plane containing the two lines.

35. Using integration, find the area of the parabola  $y^2 = 4ax$  bounded by its latus rectum.

**OR**

Using integration, find the area of the region bounded by the curves  $(x-1)^2 + y^2 = 1$  and  $x^2 + y^2 = 1$ .

36. Solve the following system of equations by matrix method :

$$x - y + 2z = 7$$

$$2x - y + 3z = 12$$

$$3x + 2y - z = 5$$

**OR**

Obtain the inverse of the following matrix using elementary operations :

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -3 \\ -1 & -1 & 4 \\ 3 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$



Series : HMJ/4

रोल नं.

--	--	--	--	--	--	--

Roll No.



SET - 1

कोड नं.

Code No. 65/4/1

परीक्षार्थी कोड को उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर अवश्य लिखें।

Candidates must write the Code on the title page of the answer-book.

## नोट

- (I) कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में मुद्रित पृष्ठ 15 हैं।
- (II) प्रश्न-पत्र में दाहिने हाथ की ओर दिए गए कोड नम्बर को छात्र उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर लिखें।
- (III) कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में 36 प्रश्न हैं।
- (IV) कृपया प्रश्न का उत्तर लिखना शुरू करने से पहले, प्रश्न का क्रमांक अवश्य लिखें।
- (V) इस प्रश्न-पत्र को पढ़ने के लिए 15 मिनट का समय दिया गया है। प्रश्न-पत्र का वितरण पूर्वाह्न में 10.15 बजे किया जाएगा। 10.15 बजे से 10.30 बजे तक छात्र केवल प्रश्न-पत्र को पढ़ेंगे और इस अवधि के दौरान वे उत्तर-पुस्तिका में कोई उत्तर नहीं लिखेंगे।

## NOTE

- (I) Please check that this question paper contains 15 printed pages.
- (II) Code number given on the right hand side of the question paper should be written on the title page of the answer-book by the candidate.
- (III) Please check that this question paper contains 36 questions.
- (IV) Please write down the Serial Number of the question in the answer-book before attempting it.
- (V) 15 minute time has been allotted to read this question paper. The question paper will be distributed at 10.15 a.m. From 10.15 a.m. to 10.30 a.m., the students will read the question paper only and will not write any answer on the answer-book during this period.

गणित



## MATHEMATICS

नियमित समय: 3 घण्टे

Time allowed : 3 hours

अधिकतम अंक : 80

Maximum Marks : 80

.65/4/1.

333A

1

P.T.O.



### सामान्य निर्देश :

निम्नलिखित निर्देशों को बहुत सावधानी से पढ़िए और उनका पालन कीजिए :

(i) प्रश्न-पत्र चार खंडों में विभाजित किया गया है – क, ख, ग एवं घ।

इस प्रश्न-पत्र में कुल 36 प्रश्न हैं। सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।

(ii) खंड-क में प्रश्न संख्या 1 से 20 तक 20 प्रश्न हैं एवं प्रत्येक प्रश्न एक अंक का है।

(iii) खंड-ख में प्रश्न संख्या 21 से 26 तक 6 प्रश्न हैं एवं प्रत्येक प्रश्न दो अंकों का है।

(iv) खंड-ग में प्रश्न संख्या 27 से 32 तक 6 प्रश्न हैं एवं प्रत्येक प्रश्न चार अंकों का है।

(v) खंड-घ में प्रश्न संख्या 33 से 36 तक 4 प्रश्न हैं एवं प्रत्येक प्रश्न छः अंकों का है।

(vi) प्रश्न-पत्र में समग्र पर कोई विकल्प नहीं है। तथापि एक-एक अंक वाले तीन प्रश्नों में, दो-दो अंकों वाले दो प्रश्नों में, चार-चार अंकों वाले दो प्रश्नों में और छः-छः अंकों वाले दो प्रश्नों में आंतरिक विकल्प दिए गए हैं। ऐसे प्रश्नों में केवल एक ही विकल्प का उत्तर लिखिए।

(vii) इसके अतिरिक्त, आवश्यकतानुसार, प्रत्येक खंड और प्रश्न के साथ यथोचित निर्देश दिए गए हैं।

(viii) कैलकुलेटरों के प्रयोग की अनुमति नहीं है।

### खंड – क

प्रश्न संख्या 1 से 10 तक सभी बहुविकल्पी प्रश्न हैं। सही विकल्प चुनिए। प्रत्येक प्रश्न 1 अंक का है।

1.  $\sin^{-1} \left( \cos \frac{3\pi}{5} \right)$  का मान है :

(a)  $\frac{\pi}{10}$

(b)  $\frac{3\pi}{5}$

(c)  $\frac{-\pi}{10}$

(d)  $\frac{-3\pi}{5}$



### **General Instructions :**

Read the following instructions very carefully and strictly follow them :

- (i) *This question paper comprises four sections – A, B, C and D.*  
*This question paper carries 36 questions. All questions are compulsory.*
- (ii) **Section A** – Question no. 1 to 20 comprises of 20 questions of one mark each.
- (iii) **Section B** – Question no. 21 to 26 comprises of 6 questions of two marks each.
- (iv) **Section C** – Question no. 27 to 32 comprises of 6 questions of four marks each.
- (v) **Section D** – Question no. 33 to 36 comprises of 4 questions of six marks each.
- (vi) *There is no overall choice in the question paper. However, an internal choice has been provided in 3 questions of one mark, 2 questions of two marks, 2 questions of four marks and 2 questions of six marks. Only one of the choices in such questions have to be attempted.*
- (vii) *In addition to this, separate instructions are given with each section and question, wherever necessary.*
- (viii) *Use of calculators is not permitted.*

### **Section – A**

Question numbers 1 to 10 are multiple choice questions of 1 mark each.  
Select the correct option :

1. The value of  $\sin^{-1}\left(\cos \frac{3\pi}{5}\right)$  is
 

(a) $\frac{\pi}{10}$	(b) $\frac{3\pi}{5}$	(c) $\frac{-\pi}{10}$	(d) $\frac{-3\pi}{5}$
----------------------	----------------------	-----------------------	-----------------------






.65/4/1.



2. If  $A = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 4 \end{bmatrix}$ ,  $B = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix}$ ,  $X = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$  and  $Y = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix}$ , then  $AB + XY$  equals  
 (a) [28]      (b) [24]      (c) 28      (d) 24
3. If  $\begin{vmatrix} 2 & 3 & 2 \\ x & x & x \\ 4 & 9 & 1 \end{vmatrix} + 3 = 0$ , then the value of  $x$  is  
 (a) 3      (b) 0      (c) -1      (d) 1
4.  $\int_0^{\pi/8} \tan^2(2x) dx$  is equal to  
 (a)  $\frac{4-\pi}{8}$       (b)  $\frac{4+\pi}{8}$       (c)  $\frac{4-\pi}{4}$       (d)  $\frac{4-\pi}{2}$
5. If  $\vec{a} \cdot \vec{b} = \frac{1}{2} |\vec{a}| |\vec{b}|$ , then the angle between  $\vec{a}$  and  $\vec{b}$  is  
 (a)  $0^\circ$       (b)  $30^\circ$       (c)  $60^\circ$       (d)  $90^\circ$
6. The two lines  $x = ay + b$ ,  $z = cy + d$ ; and  $x = a'y + b'$ ,  $z = c'y + d'$  are perpendicular to each other, if  
 (a)  $\frac{a}{a'} + \frac{c}{c'} = 1$       (b)  $\frac{a}{a'} + \frac{c}{c'} = -1$       (c)  $aa' + cc' = 1$       (d)  $aa' + cc' = -1$
7. The two planes  $x - 2y + 4z = 10$  and  $18x + 17y + kz = 50$  are perpendicular, if  $k$  is equal to  
 (a) -4      (b) 4      (c) 2      (d) -2
8. In an LPP, if the objective function  $z = ax + by$  has the same maximum value on two corner points of the feasible region, then the number of points at which  $z_{\max}$  occurs is  
 (a) 0      (b) 2      (c) finite      (d) infinite

.65/4/1.

5

P.T.O.



9. समुच्चय { 1,2,3,4,5 } से दो संख्याएँ a तथा b ( $a \neq b$ ) यादृच्छ्या चुनी जाती हैं।  $\frac{a}{b}$  एक पूर्णांक होने की प्रायिकता होगी :

(a)  $\frac{1}{3}$       (b)  $\frac{1}{4}$       (c)  $\frac{1}{2}$       (d)  $\frac{3}{5}$

10. एक थैले में 3 सफेद, 4 काली व 2 लाल गेंदें हैं। यदि 2 गेंदें यादृच्छया बिना प्रतिस्थापना के निकाली जाती हैं, तो इन दोनों गेंदों के सफेद होने की प्रायिकता होगी :

(a)  $\frac{1}{18}$       (b)  $\frac{1}{36}$       (c)  $\frac{1}{12}$       (d)  $\frac{1}{24}$

प्रश्न 11 से 15 के सभी प्रश्नों में खाली स्थान पर सही शब्द/वाक्य भरिये :

11. यदि  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = (3 - x^3)^{1/3}$  द्वारा प्रदत्त है, तो  $f \circ f(x) =$  \_\_\_\_\_

12. यदि  $\begin{bmatrix} x+y & 7 \\ 9 & x-y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 7 \\ 9 & 4 \end{bmatrix}$  है, तो  $x \cdot y =$  \_\_\_\_\_

13.  $f(x) = |x| - |x+1|$  द्वारा परिभाषित फलन  $f$  के असांत्यता बिन्दुओं की संख्या \_\_\_\_\_ है।

14. वक्र  $y = x^3 - x$  के बिंदु (2, 6) पर स्पर्श रेखा की प्रवणता है \_\_\_\_\_.

अथवा

वृत्त के क्षेत्रफल के परिवर्तन की दर, इसकी त्रिज्या  $r$  के सापेक्ष, जबकि  $r = 3$  सेमी है, है \_\_\_\_\_.

15. यदि  $\vec{a}$  एक शून्येतर सदिश है, तो  $(\hat{\vec{a}} \cdot \hat{i}) \hat{i} + (\hat{\vec{a}} \cdot \hat{j}) \hat{j} + (\hat{\vec{a}} \cdot \hat{k}) \hat{k}$  बराबर है \_\_\_\_\_.

अथवा

सदिश  $\hat{i} + \hat{j}$  पर सदिश  $\hat{i} - \hat{j}$  का प्रक्षेप है

65/4/1



9. From the set { 1,2,3,4,5 }, two numbers a and b ( $a \neq b$ ) are chosen at random. The probability that  $\frac{a}{b}$  is an integer is :
- (a)  $\frac{1}{3}$       (b)  $\frac{1}{4}$       (c)  $\frac{1}{2}$       (d)  $\frac{3}{5}$
10. A bag contains 3 white, 4 black and 2 red balls. If 2 balls are drawn at random (without replacement), then the probability that both the balls are white is
- (a)  $\frac{1}{18}$       (b)  $\frac{1}{36}$       (c)  $\frac{1}{12}$       (d)  $\frac{1}{24}$

In Q. Nos. 11 to 15, fill in the blanks with correct word / sentence :

11. If  $f: R \rightarrow R$  be given by  $f(x) = (3 - x^3)^{1/3}$ , then  $f \circ f(x) = \underline{\hspace{2cm}}$
12. If  $\begin{bmatrix} x+y & 7 \\ 9 & x-y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 7 \\ 9 & 4 \end{bmatrix}$ , then  $x \cdot y = \underline{\hspace{2cm}}$
13. The number of points of discontinuity of  $f$  defined by  $f(x) = |x| - |x + 1|$  is  $\underline{\hspace{2cm}}$ .
14. The slope of the tangent to the curve  $y = x^3 - x$  at the point (2, 6) is  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

### OR

The rate of change of the area of a circle with respect to its radius r, when  $r = 3$  cm, is  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

15. If  $\vec{a}$  is a non-zero vector, then  $(\vec{a} \cdot \hat{i}) \hat{i} + (\vec{a} \cdot \hat{j}) \hat{j} + (\vec{a} \cdot \hat{k}) \hat{k}$  equals  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

### OR

The projection of the vector  $\hat{i} - \hat{j}$  on the vector  $\hat{i} + \hat{j}$  is  $\underline{\hspace{2cm}}$ .



प्रश्न 16 से 20 तक सभी लघु उत्तरीय प्रश्न हैं।

16. यदि  $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$  है, तो  $\text{adj } A$  ज्ञात कीजिए।

17. ज्ञात कीजिए  $\int \frac{2^{x+1} - 5^{x-1}}{10^x} dx$

18. मान ज्ञात कीजिए :  $\int_0^{2\pi} |\sin x| dx$

19. यदि  $\int_0^a \frac{dx}{1 + 4x^2} = \frac{\pi}{8}$  है, तो 'a' का मान ज्ञात कीजिए।

अथवा

ज्ञात कीजिए :  $\int \frac{dx}{\sqrt{x+x}}$

20. दर्शाइए कि फलन  $y = ax + 2a^2$ , अवकल समीकरण  $2\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 + x\left(\frac{dy}{dx}\right) - y = 0$  का एक हल है।

### खंड – ख

प्रश्न संख्या 21 से 26 तक प्रत्येक प्रश्न 2 अंक का है।

21. जाँच कीजिए कि क्या समुच्चय  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  में  $R = \{(x, y) : y, x \text{ से भाज्य है}\}$  द्वारा परिभाषित संबंध R (i) सममित है (ii) संक्रामक है।

अथवा

सिद्ध कीजिए कि :

$$\frac{9\pi}{8} - \frac{9}{4} \sin^{-1}\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{9}{4} \sin^{-1}\left(\frac{2\sqrt{2}}{3}\right)$$

.65/4/1.



Q. **16 to 20** are very short answer questions.

16. Find adj A, if  $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$

17. Find  $\int \frac{2^{x+1} - 5^{x-1}}{10^x} dx$

18. Evaluate  $\int_0^{2\pi} |\sin x| dx$

19. If  $\int_0^a \frac{dx}{1 + 4x^2} = \frac{\pi}{8}$ , then find the value of a.

**OR**

Find  $\int \frac{dx}{\sqrt{x+x}}$

20. Show that the function  $y = ax + 2a^2$  is a solution of the differential equation  
 $2\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 + x\left(\frac{dy}{dx}\right) - y = 0.$

### Section – B

Q. Nos. **21 to 26** carry **2** marks each.

21. Check if the relation R on the set  $A = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6 \}$  defined as  
 $R = \{ (x, y) : y \text{ is divisible by } x \}$  is (i) symmetric (ii) transitive

**OR**

Prove that :

$$\frac{9\pi}{8} - \frac{9}{4} \sin^{-1}\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{9}{4} \sin^{-1}\left(\frac{2\sqrt{2}}{3}\right)$$

.65/4/1.

9

P.T.O.



22.  $\theta = \frac{\pi}{3}$  पर  $\frac{dy}{dx}$  का मान ज्ञात कीजिए, यदि  $x = \cos \theta - \cos 2\theta$ ,  $y = \sin \theta - \sin 2\theta$ .

23. दर्शाइए कि फलन  $f$  जो  $f(x) = (x - 1) e^x + 1$ , द्वारा परिभाषित है : सभी  $x > 0$  के लिए वर्धमान फलन है।

24. यदि  $|\vec{a}| = 2|\vec{b}|$  तथा  $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot (\vec{a} - \vec{b}) = 12$  है, तो  $|\vec{a}|$  तथा  $|\vec{b}|$  ज्ञात कीजिए।

अथवा

सदिश  $\vec{a} = 4\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k}$  तथा  $\vec{b} = 2\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}$  में से प्रत्येक के लम्बवत् मात्रक सदिश ज्ञात कीजिए।

25. उस समतल का समीकरण ज्ञात कीजिए जो  $y$ -अक्ष पर 3 अंतःखंड काटता है और  $xz$  – समतल के समान्तर है।

26. यदि  $P(A) = \frac{3}{10}$ ,  $P(B) = \frac{2}{5}$  तथा  $P(A \cup B) = \frac{3}{5}$  हो, तो  $[P(B/A) + P(A/B)]$  ज्ञात कीजिए।

खंड – ग

प्रश्न संख्या 27 से 32 तक प्रत्येक प्रश्न 4 अंक का है।

27. सिद्ध कीजिए कि समुच्चय  $Z$  में  $R = \{(x, y) : (x - y) \text{ भाज्य है } 5 \text{ से }\}$  द्वारा परिभाषित संबंध  $R$ , एक तुल्यता संबंध है।

28. यदि  $y = \sin^{-1} \left( \frac{\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}}{2} \right)$  है, तो दर्शाइए कि  $\frac{dy}{dx} = \frac{-1}{2\sqrt{1-x^2}}$

अथवा

अन्तराल  $\left[ -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right]$  पर परिभाषित फलन  $f(x) = e^x \cos x$  के लिए रोले प्रमेय को सत्यापित कीजिए।



22. Find the value of  $\frac{dy}{dx}$  at  $\theta = \frac{\pi}{3}$ , if  $x = \cos \theta - \cos 2\theta$ ,  $y = \sin \theta - \sin 2\theta$ .
23. Show that the function  $f$  defined by  $f(x) = (x - 1) e^x + 1$  is an increasing function for all  $x > 0$ .
24. Find  $|\vec{a}|$  and  $|\vec{b}|$ , if  $|\vec{a}| = 2|\vec{b}|$  and  $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot (\vec{a} - \vec{b}) = 12$ .

**OR**

Find the unit vector perpendicular to each of the vectors  $\vec{a} = 4\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k}$  and  $\vec{b} = 2\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}$ .

25. Find the equation of the plane with intercept 3 on the y-axis and parallel to  $xz$ -plane.
26. Find  $[P(B/A) + P(A/B)]$ , if  $P(A) = \frac{3}{10}$ ,  $P(B) = \frac{2}{5}$  and  $P(A \cup B) = \frac{3}{5}$ .

### Section – C

- Q. Nos. **27** to **32** carry **4** marks each.
27. Prove that the relation  $R$  on  $Z$ , defined by  $R \{(x, y) : (x - y) \text{ is divisible by } 5\}$  is an equivalence relation.
28. If  $y = \sin^{-1} \left( \frac{\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}}{2} \right)$ , then show that  $\frac{dy}{dx} = \frac{-1}{2\sqrt{1-x^2}}$

**OR**

Verify the Rolle's Theorem for the function  $f(x) = e^x \cos x$  in  $\left[ -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right]$



29. मान ज्ञात कीजिए :  $\int_0^{\pi} \frac{x \sin x}{1 + \cos^2 x} dx.$

30. निम्न अवकल समीकरण के लिए प्रदत्त प्रतिबंध को संतुष्ट करने वाला विशिष्ट हल ज्ञात कीजिए :

$$(x + 1) \frac{dy}{dx} = 2e^{-y} + 1; y = 0 \text{ यदि } x = 0$$

31. एक निर्माणकर्ता के कारखाने में तीन मशीनें I, II तथा III लगी हैं। मशीनें I और II अधिकतम 12 घंटे तक चलाए जाने की क्षमता रखती है। जबकि मशीन III को प्रतिदिन कम से कम 5 घंटे चलना चाहिए। निर्माणकर्ता केवल दो प्रकार के सामान M और N का उत्पादन करता है, जिनमें प्रत्येक के उत्पादन में तीनों मशीनों की आवश्यकता होती है। M और N के प्रत्येक उत्पाद के एक नग उत्पादन में तीनों मशीनों के संगत लगे समय (घंटों में) निम्नलिखित सारणी में दिए हैं :

उत्पाद	मशीन पर लगा समय (घंटों में)		
	I	II	III
M	1	2	1
N	2	1	1.25

वह उत्पाद M पर ₹ 600 प्रति नग और उत्पाद N पर ₹ 400 प्रति नग की दर से लाभ कमाता है। मानते हुए कि उसके सभी उत्पाद बिक जाते हैं, जिनका उत्पादन किया गया है, ज्ञात कीजिए कि प्रत्येक उत्पाद के कितने नगों का उत्पादन किया जाए, जिससे लाभ का अधिकतमीकरण हो? अधिकतम लाभ क्या होगा?

32. एक सिक्का समसर्वय संतुलित नहीं है जिसमें चित प्रकट होने की संभावना पट प्रकट होने की संभावना की तीन गुनी है। यदि सिक्का दो बार उछाला जाता है तो पटों की संख्या का प्रायिकता बंटन ज्ञात कीजिए। अतः पटों की संख्या का माध्य ज्ञात कीजिए।

### अथवा

माना 100 पुरुषों में 5 तथा 1000 महिलाओं में 25 अच्छे वक्ता हैं। यह मानते हुए कि पुरुषों की संख्या महिलाओं की संख्या के बराबर है, एक अच्छे वक्ता के चुने जाने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।



29. Evaluate :  $\int_0^{\pi} \frac{x \sin x}{1 + \cos^2 x} dx.$
30. For the differential equation given below, find a particular solution satisfying the given condition
- $$(x + 1) \frac{dy}{dx} = 2e^{-y} + 1 ; y = 0 \text{ when } x = 0.$$
31. A manufacturer has three machines I, II and III installed in his factory. Machine I and II are capable of being operated for atmost 12 hours whereas machine III must be operated for atleast 5 hours a day. He produces only two items M and N each requiring the use of all the three machines.

The number of hours required for producing 1 unit of M and N on three machines are given in the following table :

Items	Number of hours required on machines		
	I	II	III
M	1	2	1
N	2	1	1.25

He makes a profit of ₹ 600 and ₹ 400 on one unit of items M and N respectively. How many units of each item should he produce so as to maximize his profit assuming that he can sell all the items that he produced. What will be the maximum profit ?

32. A coin is biased so that the head is three times as likely to occur as tail. If the coin is tossed twice, find the probability distribution of number of tails. Hence find the mean of the number of tails.

**OR**

Suppose that 5 men out of 100 and 25 women out of 1000 are good orators. Assuming that there are equal number of men and women, find the probability of choosing a good orator.



## खंड – घ

प्रश्न संख्या 33 से 36 तक प्रत्येक प्रश्न 6 अंक का है।

33. सारणिकों के गुणधर्मों के प्रयोग द्वारा सिद्ध कीजिए कि :

$$\begin{vmatrix} a-b & b+c & a \\ b-c & c+a & b \\ c-a & a+b & c \end{vmatrix} = a^3 + b^3 + c^3 - 3abc.$$

अथवा

यदि  $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 2 & 0 & -1 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$  है, तो दर्शाइए कि  $A^3 - 4A^2 - 3A + 11I = O$  अतः  $A^{-1}$  ज्ञात कीजिए।

34. वे अन्तराल ज्ञात कीजिए जिनमें फलन  $f(x) = (x-1)^3 (x-2)^2$  (क) निरंतर वर्धमान है (ख) निरंतर ह्रासमान हैं।

अथवा

36 सेमी परिमाप की उस आयत की विमाएँ ज्ञात कीजिए, जिसको एक भुजा के गिर्द घुमाने से अधिकतम आयतन प्राप्त होता है। इस अधिकतम आयतन को भी ज्ञात कीजिए।

35. प्रथम चतुर्थांश के उस क्षेत्र का क्षेत्रफल, समाकलन विधि से, ज्ञात कीजिए, जो  $x$  – अक्ष, रेखा  $y = x$  तथा वृत्त  $x^2 + y^2 = 32$  से घिरा है।

36. दर्शाइए कि रेखाएँ  $\vec{r} = \vec{a} + \lambda \vec{b}$  तथा  $\vec{r} = \vec{b} + \mu \vec{a}$  समतलीय हैं। यह भी दिखाइए कि इन रेखाओं को अंतर्विष्ट करने वाले समतल का समीकरण  $\vec{r} \cdot (\vec{a} \times \vec{b}) = 0$  है।



## Section – D

Q. Nos. **33** to **36** carry **6** marks each.

33. Using properties of determinants prove that :

$$\begin{vmatrix} a-b & b+c & a \\ b-c & c+a & b \\ c-a & a+b & c \end{vmatrix} = a^3 + b^3 + c^3 - 3abc.$$

**OR**

If  $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 2 & 0 & -1 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$ , then show that  $A^3 - 4A^2 - 3A + 11I = O$ . Hence find  $A^{-1}$ .

34. Find the intervals on which the function  $f(x) = (x-1)^3(x-2)^2$  is (a) strictly increasing (b) strictly decreasing.

**OR**

Find the dimensions of the rectangle of perimeter 36 cm which will sweep out a volume as large as possible, when revolved about one of its side. Also, find the maximum volume.

35. Find the area of the region lying in the first quadrant and enclosed by the  $x$  – axis, the line  $y = x$  and the circle  $x^2 + y^2 = 32$ .
36. Show that the lines  $\vec{r} = \vec{a} + \lambda\vec{b}$  and  $\vec{r} = \vec{b} + \mu\vec{a}$  are coplanar and the plane containing them is given by  $\vec{r} \cdot (\vec{a} \times \vec{b}) = 0$ .
-



.65/4/1.

16



Series : HMJ/4

रोल नं.

Roll No.

--	--	--	--	--	--	--



SET – 2

कोड नं.

Code No.

65/4/2

परीक्षार्थी कोड को उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर अवश्य लिखें।

Candidates must write the Code on the title page of the answer-book.

नोट	NOTE
(I) कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में मुद्रित पृष्ठ 15 हैं।	(I) Please check that this question paper contains 15 printed pages.
(II) प्रश्न-पत्र में दाहिने हाथ की ओर दिए गए कोड नम्बर को छात्र उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर लिखें।	(II) Code number given on the right hand side of the question paper should be written on the title page of the answer-book by the candidate.
(III) कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में 36 प्रश्न हैं।	(III) Please check that this question paper contains 36 questions.
(IV) कृपया प्रश्न का उत्तर लिखना शुरू करने से पहले, प्रश्न का क्रमांक अवश्य लिखें।	(IV) Please write down the Serial Number of the question in the answer-book before attempting it.
(V) इस प्रश्न-पत्र को पढ़ने के लिए 15 मिनट का समय दिया गया है। प्रश्न-पत्र का वितरण पूर्वाह्न में 10.15 बजे किया जाएगा। 10.15 बजे से 10.30 बजे तक छात्र केवल प्रश्न-पत्र को पढ़ेंगे और इस अवधि के दौरान वे उत्तर-पुस्तिका में कोई उत्तर नहीं लिखेंगे।	(V) 15 minute time has been allotted to read this question paper. The question paper will be distributed at 10.15 a.m. From 10.15 a.m. to 10.30 a.m., the students will read the question paper only and will not write any answer on the answer-book during this period.

गणित



## MATHEMATICS

निर्धारित समय : 3 घण्टे

अधिकतम अंक : 80

Time allowed : 3 hours

Maximum Marks : 80

.65/4/2.

333B

1

P.T.O.



सामान्य निर्देश :

निम्नलिखित निर्देशों को बहुत सावधानी से पढ़िए और उनका पालन कीजिए :

- (i) प्रश्न-पत्र चार खंडों में विभाजित किया गया है – क, ख, ग एवं घ।

इस प्रश्न-पत्र में कुल 36 प्रश्न हैं। सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।

(ii) खंड-क में प्रश्न संख्या 1 से 20 तक 20 प्रश्न हैं एवं प्रत्येक प्रश्न एक अंक का है।

(iii) खंड-ख में प्रश्न संख्या 21 से 26 तक 6 प्रश्न हैं एवं प्रत्येक प्रश्न दो अंकों का है।

(iv) खंड-ग में प्रश्न संख्या 27 से 32 तक 6 प्रश्न हैं एवं प्रत्येक प्रश्न चार अंकों का है।

(v) खंड-घ में प्रश्न संख्या 33 से 36 तक 4 प्रश्न हैं एवं प्रत्येक प्रश्न छः अंकों का है।

(vi) प्रश्न-पत्र में समग्र पर कोई विकल्प नहीं है। तथापि एक-एक अंक वाले तीन प्रश्नों में, दो-दो अंकों वाले दो प्रश्नों में, चार-चार अंकों वाले दो प्रश्नों में और छः-छः अंकों वाले दो प्रश्नों में आंतरिक विकल्प दिए गए हैं। ऐसे प्रश्नों में केवल एक ही विकल्प का उत्तर लिखिए।

(vii) इसके अतिरिक्त, आवश्यकतानुसार, प्रत्येक खंड और प्रश्न के साथ यथोचित निर्देश दिए गए हैं।

(viii) कैलकुलेटरों के प्रयोग की अनुमति नहीं है।

खंड - क

प्रश्न संख्या 1 से 10 तक सभी बहविकल्पी प्रश्न हैं। सही विकल्प चुनिए। प्रत्येक प्रश्न 1 अंक का है।



### **General Instructions :**

**Read the following instructions very carefully and strictly follow them :**

- (i) This question paper comprises **four** sections – A, B, C and D.  
This question paper carries **36** questions. All questions are compulsory.
  - (ii) **Section A** – Question no. **1** to **20** comprises of **20** questions of **one** mark each.
  - (iii) **Section B** – Question no. **21** to **26** comprises of **6** questions of **two** marks each.
  - (iv) **Section C** – Question no. **27** to **32** comprises of **6** questions of **four** marks each.
  - (v) **Section D** – Question no. **33** to **36** comprises of **4** questions of **six** marks each.
  - (vi) There is no overall choice in the question paper. However, an internal choice has been provided in 3 questions of one mark, 2 questions of two marks, 2 questions of four marks and 2 questions of six marks. Only one of the choices in such questions have to be attempted.
  - (vii) In addition to this, separate instructions are given with each section and question, wherever necessary.
  - (viii) Use of calculators is not permitted.

## **Section – A**

Question numbers **1** to **10** are multiple choice questions of **1** mark each.

Select the correct option :



.65/4/2.



3.  $\sin^{-1}\left(\cos \frac{3\pi}{5}\right)$  का मान है :
- (a)  $\frac{\pi}{10}$       (b)  $\frac{3\pi}{5}$       (c)  $\frac{-\pi}{10}$       (d)  $\frac{-3\pi}{5}$
4. समुच्चय { 1,2,3,4,5 } से दो संख्याएँ a तथा b ( $a \neq b$ ) यादृच्छया चुनी जाती हैं।  $\frac{a}{b}$  एक पूर्णांक होने की प्रायिकता होगी :
- (a)  $\frac{1}{3}$       (b)  $\frac{1}{4}$       (c)  $\frac{1}{2}$       (d)  $\frac{3}{5}$
5.  $\int_0^{\pi/8} \tan^2(2x)$  बराबर है :
- (a)  $\frac{4-\pi}{8}$       (b)  $\frac{4+\pi}{8}$       (c)  $\frac{4-\pi}{4}$       (d)  $\frac{4-\pi}{2}$
6. दो रेखाएँ  $x = ay + b$ ,  $z = cy + d$  तथा  $x = a'y + b'$ ,  $z = c'y + d'$  परस्पर लम्बवत् हैं, यदि
- (a)  $\frac{a}{a'} + \frac{c}{c'} = 1$       (b)  $\frac{a}{a'} + \frac{c}{c'} = -1$       (c)  $aa' + cc' = 1$       (d)  $aa' + cc' = -1$
7. एक रैखिक प्रोग्रामन समस्या में, यदि उद्देश्य फलन  $z = ax + by$  का अधिकतम मान सुसंगत क्षेत्र के दो कोनीय बिन्दुओं पर समान है, तो फलन का अधिकतम मान, जिन बिन्दुओं पर समान होगा उनकी संख्या होगी :
- (a) 0      (b) 2      (c) सीमित      (d) असीमित
8. माना  $A = \begin{bmatrix} 200 & 50 \\ 10 & 2 \end{bmatrix}$  और  $B = \begin{bmatrix} 50 & 40 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$  है, तो  $|AB|$  बराबर है
- (a) 460      (b) 2000      (c) 3000      (d) -7000
9. माना  $\vec{a} = \hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k}$ । यदि सदिश  $\vec{b}$  के लिए  $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{b}|^2$  तथा  $|\vec{a} - \vec{b}| = \sqrt{7}$  है, तो  $|\vec{b}|$  बराबर है :
- (a) 7      (b) 14      (c)  $\sqrt{7}$       (d) 21



3. The value of  $\sin^{-1} \left( \cos \frac{3\pi}{5} \right)$  is  
 (a)  $\frac{\pi}{10}$       (b)  $\frac{3\pi}{5}$       (c)  $\frac{-\pi}{10}$       (d)  $\frac{-3\pi}{5}$
4. From the set { 1,2,3,4,5 }, two numbers a and b ( $a \neq b$ ) are chosen at random. The probability that  $\frac{a}{b}$  is an integer is :  
 (a)  $\frac{1}{3}$       (b)  $\frac{1}{4}$       (c)  $\frac{1}{2}$       (d)  $\frac{3}{5}$
5.  $\int_0^{\pi/8} \tan^2(2x) dx$  is equal to  
 (a)  $\frac{4-\pi}{8}$       (b)  $\frac{4+\pi}{8}$       (c)  $\frac{4-\pi}{4}$       (d)  $\frac{4-\pi}{2}$
6. The two lines  $x = ay + b$ ,  $z = cy + d$ ; and  $x = a'y + b'$ ,  $z = c'y + d'$  are perpendicular to each other, if  
 (a)  $\frac{a}{a'} + \frac{c}{c'} = 1$       (b)  $\frac{a}{a'} + \frac{c}{c'} = -1$       (c)  $aa' + cc' = 1$       (d)  $aa' + cc' = -1$
7. In an LPP, if the objective function  $z = ax + by$  has the same maximum value on two corner points of the feasible region, then the number of points at which  $z_{\max}$  occurs is  
 (a) 0      (b) 2      (c) finite      (d) infinite
8. Let  $A = \begin{bmatrix} 200 & 50 \\ 10 & 2 \end{bmatrix}$  and  $B = \begin{bmatrix} 50 & 40 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ , then  $|AB|$  is equal to  
 (a) 460      (b) 2000      (c) 3000      (d) -7000
9. Let  $\vec{a} = \hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k}$ . If  $\vec{b}$  is a vector such that  $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{b}|^2$  and  $|\vec{a} - \vec{b}| = \sqrt{7}$ , then  $|\vec{b}|$  equals  
 (a) 7      (b) 14      (c)  $\sqrt{7}$       (d) 21

**.65/4/2.**

**5**

**P.T.O.**



10. तीन पाँसे एक साथ फेंके गए। तीनों संख्याओं का योगफल 5 आने की प्रायिकता होगी :

(a)  $\frac{5}{216}$

(b)  $\frac{1}{6}$

(c)  $\frac{1}{36}$

(d)  $\frac{1}{49}$

प्रश्न 11 से 15 के सभी प्रश्नों में खाली स्थान पर सही शब्द/वाक्य भरिये :

11. यदि  $\vec{a}$  एक शून्येतर सदिश है, तो  $(\vec{a} \cdot \hat{i}) \hat{i} + (\vec{a} \cdot \hat{j}) \hat{j} + (\vec{a} \cdot \hat{k}) \hat{k}$  बराबर है \_\_\_\_\_.

**अथवा**

सदिश  $\hat{i} + \hat{j}$  पर सदिश  $\hat{i} - \hat{j}$  का प्रक्षेप है \_\_\_\_\_.

12. यदि  $\begin{bmatrix} x+y & 7 \\ 9 & x-y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 7 \\ 9 & 4 \end{bmatrix}$  है, तो  $x \cdot y =$  \_\_\_\_\_

13. वक्र  $y = x^3 - x$  के बिंदु (2, 6) पर स्पर्श रेखा की प्रवणता है \_\_\_\_\_.

**अथवा**

वृत्त के क्षेत्रफल के परिवर्तन की दर, इसकी त्रिज्या  $r$  के सापेक्ष, जबकि  $r = 3$  सेमी है, है \_\_\_\_\_.

14. यदि  $f : R \rightarrow R$ ,  $f(x) = (3 - x^3)^{1/3}$  द्वारा प्रदत्त है, तो  $f \circ f (x) =$  \_\_\_\_\_

15. यदि  $f(x) = 2|x| + 3|\sin x| + 6$  है, तो  $x = 0$  पर  $f(x)$  का दाँड़ पक्ष का अवकलज होगा \_\_\_\_\_।

प्रश्न 16 से 20 तक सभी लघु उत्तरीय प्रश्न हैं।

16. मान ज्ञात कीजिए :  $\int_0^{2\pi} |\sin x| dx$

17. यदि  $\int_0^a \frac{dx}{1+4x^2} = \frac{\pi}{8}$  है, तो 'a' का मान ज्ञात कीजिए।

**अथवा**

ज्ञात कीजिए :  $\int \frac{dx}{\sqrt{x+x}}$

.65/4/2.



10. Three dice are thrown simultaneously. The probability of obtaining a total score of 5 is

(a)  $\frac{5}{216}$

(b)  $\frac{1}{6}$

(c)  $\frac{1}{36}$

(d)  $\frac{1}{49}$

In Q. Nos. 11 to 15, fill in the blanks with correct word/sentence :

11. If  $\vec{a}$  is a non-zero vector, then  $(\vec{a} \cdot \hat{i}) \hat{i} + (\vec{a} \cdot \hat{j}) \hat{j} + (\vec{a} \cdot \hat{k}) \hat{k}$  equals \_\_\_\_\_.

**OR**

The projection of the vector  $\hat{i} - \hat{j}$  on the vector  $\hat{i} + \hat{j}$  is \_\_\_\_\_.

12. If  $\begin{bmatrix} x+y & 7 \\ 9 & x-y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 7 \\ 9 & 4 \end{bmatrix}$ , then  $x \cdot y =$  \_\_\_\_\_

13. The slope of the tangent to the curve  $y = x^3 - x$  at the point (2, 6) is \_\_\_\_\_.

**OR**

The rate of change of the area of a circle with respect to its radius  $r$ , when  $r = 3$  cm, is \_\_\_\_\_.

14. If  $f : R \rightarrow R$  be given by  $f(x) = (3 - x^3)^{1/3}$ , then  $f \circ f(x) =$  \_\_\_\_\_

15. If  $f(x) = 2|x| + 3|\sin x| + 6$ , then the right hand derivative of  $f(x)$  at  $x = 0$  is \_\_\_\_\_.

Q Nos. 16 to 20 are very short answer type questions.

16. Evaluate  $\int_0^{2\pi} |\sin x| dx$

17. If  $\int_0^a \frac{dx}{1+4x^2} = \frac{\pi}{8}$ , then find the value of  $a$ .

**OR**

Find  $\int \frac{dx}{\sqrt{x+x}}$

.65/4/2.



18. दर्शाइए कि फलन  $y = ax + 2a^2$ , अवकल समीकरण  $2\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 + x\left(\frac{dy}{dx}\right) - y = 0$  का एक हल है।

19. ज्ञात कीजिए :  $\int \sin^5 \left(\frac{x}{2}\right) \cdot \cos \left(\frac{x}{2}\right) dx$

20. यदि  $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$  है, तो  $A^3$  ज्ञात कीजिए।

### खंड – ख

प्रश्न संख्या 21 से 26 तक प्रत्येक प्रश्न 2 अंक का है।

21. जाँच कीजिए कि क्या समुच्चय  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  में  $R = \{(x, y) : y, x \text{ से भाज्य है}\}$  द्वारा परिभाषित संबंध  $R$  (i) सममित है (ii) संक्रामक है।

### अथवा

सिद्ध कीजिए कि :

$$\frac{9\pi}{8} - \frac{9}{4} \sin^{-1} \left( \frac{1}{3} \right) = \frac{9}{4} \sin^{-1} \left( \frac{2\sqrt{2}}{3} \right)$$

22. यदि  $|\vec{a}| = 2|\vec{b}|$  तथा  $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot (\vec{a} - \vec{b}) = 12$  है, तो  $|\vec{a}|$  तथा  $|\vec{b}|$  ज्ञात कीजिए।

### अथवा

सदिश  $\vec{a} = 4\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k}$  तथा  $\vec{b} = 2\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}$  में से प्रत्येक के लम्बवत् मात्रक सदिश ज्ञात कीजिए।

23. यदि  $P(A) = \frac{3}{10}$ ,  $P(B) = \frac{2}{5}$  तथा  $P(A \cup B) = \frac{3}{5}$  हो, तो  $[P(B/A) + P(A/B)]$  ज्ञात कीजिए।

24. दर्शाइए कि फलन  $f$  जो  $f(x) = (x - 1) e^x + 1$ , द्वारा परिभाषित है : सभी  $x > 0$  के लिए वर्धमान फलन है।

.65/4/2.



18. Show that the function  $y = ax + 2a^2$  is a solution of the differential equation

$$2\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 + x\left(\frac{dy}{dx}\right) - y = 0.$$

19. Find  $\int \sin^5 \left(\frac{x}{2}\right) \cdot \cos \left(\frac{x}{2}\right) dx$

20. If  $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ , then find  $A^3$ .

### Section – B

Q. Nos. 21 to 26 carry 2 marks each.

21. Check if the relation  $R$  on the set  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  defined as  $R = \{(x, y) : y \text{ is divisible by } x\}$  is (i) symmetric (ii) transitive

**OR**

Prove that :

$$\frac{9\pi}{8} - \frac{9}{4} \sin^{-1} \left( \frac{1}{3} \right) = \frac{9}{4} \sin^{-1} \left( \frac{2\sqrt{2}}{3} \right)$$

22. Find  $|\vec{a}|$  and  $|\vec{b}|$ , if  $|\vec{a}| = 2|\vec{b}|$  and  $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot (\vec{a} - \vec{b}) = 12$ .

**OR**

Find the unit vector perpendicular to each of the vectors  $\vec{a} = 4\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k}$  and  $\vec{b} = 2\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}$ .

23. Find  $[P(B/A) + P(A/B)]$ , if  $P(A) = \frac{3}{10}$ ,  $P(B) = \frac{2}{5}$  and  $P(A \cup B) = \frac{3}{5}$ .

24. Show that the function  $f$  defined by  $f(x) = (x - 1)e^x + 1$  is an increasing function for all  $x > 0$ .

.65/4/2.

9

P.T.O.



25.  $\log x$  के सापेक्ष  $x^{\log x}$  का अवकलज ज्ञात कीजिए।
26. समान्तर समतलों  $2x + y + 2z = 8$  तथा  $4x + 2y + 4z + 5 = 0$  के बीच की दूरी ज्ञात कीजिए।

### खंड – ग

प्रश्न संख्या 27 से 32 तक प्रत्येक प्रश्न 4 अंक का है।

27. एक सिक्का समसर्वय संतुलित नहीं है जिसमें चित प्रकट होने की संभावना पट प्रकट होने की संभावना की तीन गुनी है। यदि सिक्का दो बार उछाला जाता है तो पटों की संख्या का प्रायिकता बंटन ज्ञात कीजिए। अतः पटों की संख्या का माध्य ज्ञात कीजिए।

#### अथवा

माना 100 पुरुषों में 5 तथा 1000 महिलाओं में 25 अच्छे वक्ता हैं। यह मानते हुए कि पुरुषों की संख्या महिलाओं की संख्या के बराबर है, एक अच्छे वक्ता के चुने जाने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

28. एक निर्माणकर्ता के कारखाने में तीन मशीनें I, II तथा III लगी हैं। मशीनें I और II अधिकतम 12 घंटे तक चलाए जाने की क्षमता रखती है। जबकि मशीन III को प्रतिदिन कम से कम 5 घंटे चलना चाहिए। निर्माणकर्ता केवल दो प्रकार के सामान M और N का उत्पादन करता है, जिनमें प्रत्येक के उत्पादन में तीनों मशीनों की आवश्यकता होती है। M और N के प्रत्येक उत्पाद के एक नग उत्पादन में तीनों मशीनों के संगत लगे समय (घंटों में) निम्नलिखित सारणी में दिए हैं :

उत्पाद	मशीन पर लगा समय (घंटों में)		
	I	II	III
M	1	2	1
N	2	1	1.25

वह उत्पाद M पर ₹ 600 प्रति नग और उत्पाद N पर ₹ 400 प्रति नग की दर से लाभ कमाता है। मानते हुए कि उसके सभी उत्पाद बिक जाते हैं, जिनका उत्पादन किया गया है, ज्ञात कीजिए कि प्रत्येक उत्पाद के कितने नगों का उत्पादन किया जाए, जिससे लाभ का अधिकतमीकरण हो ? अधिकतम लाभ क्या होगा ?



25. Find the derivative of  $x^{\log x}$  w.r.t.  $\log x$ .
26. Find the distance between the parallel planes  $2x + y + 2z = 8$  and  $4x + 2y + 4z + 5 = 0$

### Section – C

Q. Nos. 27 to 32 carry 4 marks each.

27. A coin is biased so that the head is three times as likely to occur as tail. If the coin is tossed twice, find the probability distribution of number of tails. Hence find the mean of the number of tails.

**OR**

Suppose that 5 men out of 100 and 25 women out of 1000 are good orators. Assuming that there are equal number of men and women, find the probability of choosing a good orator.

28. A manufacturer has three machines I, II and III installed in his factory. Machine I and II are capable of being operated for atmost 12 hours whereas machine III must be operated for atleast 5 hours a day. He produces only two items M and N each requiring the use of all the three machines.

The number of hours required for producing 1 unit of M and N on three machines are given in the following table :

Items	Number of hours required on machines		
	I	II	III
M	1	2	1
N	2	1	1.25

He makes a profit of ₹ 600 and ₹ 400 on one unit of items M and N respectively. How many units of each item should he produce so as to maximize his profit assuming that he can sell all the items that he produced. What will be the maximum profit ?

.65/4/2.

11

P.T.O.



29. यदि  $y = \sin^{-1} \left( \frac{\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}}{2} \right)$  है, तो दर्शाइए कि  $\frac{dy}{dx} = \frac{-1}{2\sqrt{1-x^2}}$

अथवा

अन्तराल  $\left[ -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right]$  पर परिभाषित फलन  $f(x) = e^x \cos x$  के लिए रोले प्रमेय को सत्यापित कीजिए।

30. निम्न अवकल समीकरण के लिए प्रदत्त प्रतिबंध को संतुष्ट करने वाला विशिष्ट हल ज्ञात कीजिए :

$$(x+1) \frac{dy}{dx} = 2e^{-y} + 1; y=0 \text{ यदि } x=0$$

31. दर्शाइए कि  $f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$ ,  $\forall x \in \mathbb{R}$  द्वारा परिभाषित फलन  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  न तो एकैकी है और न ही आच्छादक है।

32. मान ज्ञात कीजिए :  $\int_{-1}^2 |x^3 - x| dx$

खंड – घ

प्रश्न संख्या 33 से 36 तक प्रत्येक प्रश्न 6 अंक का है।

33. दर्शाइए कि रेखाएं  $\vec{r} = \vec{a} + \lambda \vec{b}$  तथा  $\vec{r} = \vec{b} + \mu \vec{a}$  समतलीय हैं। यह भी दिखाइए कि इन रेखाओं को अंतर्विष्ट करने वाले समतल का समीकरण  $\vec{r} \cdot (\vec{a} \times \vec{b}) = 0$  है।

34. सारणिकों के गुणधर्मों के प्रयोग द्वारा सिद्ध कीजिए कि :

$$\begin{vmatrix} a-b & b+c & a \\ b-c & c+a & b \\ c-a & a+b & c \end{vmatrix} = a^3 + b^3 + c^3 - 3abc.$$

अथवा

यदि  $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 2 & 0 & -1 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$  है, तो दर्शाइए कि  $A^3 - 4A^2 - 3A + 11I = O$  अतः  $A^{-1}$  ज्ञात कीजिए।



29. If  $y = \sin^{-1} \left( \frac{\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}}{2} \right)$ , then show that  $\frac{dy}{dx} = \frac{-1}{2\sqrt{1-x^2}}$

**OR**

Verify the Rolle's Theorem for the function  $f(x) = e^x \cos x$  in  $\left[ -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right]$

30. For the differential equation given below, find a particular solution satisfying the given condition

$$(x+1) \frac{dy}{dx} = 2e^{-y} + 1 ; y = 0 \text{ when } x = 0.$$

31. Show that the function  $f : R \rightarrow R$  defined by  $f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$ ,  $\forall x \in R$  is neither one-one nor onto.

32. Evaluate :  $\int_{-1}^2 |x^3 - x| dx$

### Section - D

Q. Nos. 33 to 36 carry 6 marks each.

33. Show that the lines  $\vec{r} = \vec{a} + \lambda \vec{b}$  and  $\vec{r} = \vec{b} + \mu \vec{a}$  are coplanar and the plane containing them is given by  $\vec{r} \cdot (\vec{a} \times \vec{b}) = 0$ .

34. Using properties of determinates prove that :

$$\begin{vmatrix} a-b & b+c & a \\ b-c & c+a & b \\ c-a & a+b & c \end{vmatrix} = a^3 + b^3 + c^3 - 3abc.$$

**OR**

If  $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 2 & 0 & -1 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$ , then show that  $A^3 - 4A^2 - 3A + 11I = O$ . Hence find  $A^{-1}$ .



35. वे अन्तराल ज्ञात कीजिए जिनमें फलन  $f(x) = (x - 1)^3 (x - 2)^2$  (क) निरंतर वर्धमान है (ख) निरंतर ह्रासमान हैं।

**अथवा**

36 सेमी परिमाप की उस आयत की विमाएँ ज्ञात कीजिए, जिसको एक भुजा के गिर्द घुमाने से अधिकतम आयतन प्राप्त होता है। इस अधिकतम आयतन को भी ज्ञात कीजिए।

36. समाकलन के प्रयोग से, क्षेत्र  $\{(x, y) : 0 \leq y \leq x^2, 0 \leq y \leq x, 0 \leq x \leq 2\}$  का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।
-



35. Find the intervals on which the function  $f(x) = (x - 1)^3 (x - 2)^2$  is (a) strictly increasing (b) strictly decreasing.

**OR**

Find the dimensions of the rectangle of perimeter 36 cm which will sweep out a volume as large as possible, when revolved about one of its side. Also, find the maximum volume.

36. Using integration find the area of the region :

$$\{(x, y) : 0 \leq y \leq x^2, 0 \leq y \leq x, 0 \leq x \leq 2\}$$

---





Series : HMJ/4

रोल नं.

--	--	--	--	--	--	--

Roll No.



SET - 3

कोड नं.

Code No. 65/4/3

परीक्षार्थी कोड को उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर अवश्य लिखें।

Candidates must write the Code on the title page of the answer-book.

## नोट

- (I) कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में मुद्रित पृष्ठ 15 हैं।
- (II) प्रश्न-पत्र में दाहिने हाथ की ओर दिए गए कोड नम्बर को छात्र उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर लिखें।
- (III) कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में 36 प्रश्न हैं।
- (IV) कृपया प्रश्न का उत्तर लिखना शुरू करने से पहले, प्रश्न का क्रमांक अवश्य लिखें।
- (V) इस प्रश्न-पत्र को पढ़ने के लिए 15 मिनट का समय दिया गया है। प्रश्न-पत्र का वितरण पूर्वाह्न में 10.15 बजे किया जाएगा। 10.15 बजे से 10.30 बजे तक छात्र केवल प्रश्न-पत्र को पढ़ेंगे और इस अवधि के दौरान वे उत्तर-पुस्तिका में कोई उत्तर नहीं लिखेंगे।

## NOTE

- (I) Please check that this question paper contains 15 printed pages.
- (II) Code number given on the right hand side of the question paper should be written on the title page of the answer-book by the candidate.
- (III) Please check that this question paper contains 36 questions.
- (IV) Please write down the Serial Number of the question in the answer-book before attempting it.
- (V) 15 minute time has been allotted to read this question paper. The question paper will be distributed at 10.15 a.m. From 10.15 a.m. to 10.30 a.m., the students will read the question paper only and will not write any answer on the answer-book during this period.

गणित



## MATHEMATICS

निर्धारित समय : 3 घण्टे

अधिकतम अंक : 80

Time allowed : 3 hours

Maximum Marks : 80

.65/4/3.

333C

1

P.T.O.



### सामान्य निर्देश :

निम्नलिखित निर्देशों को बहुत सावधानी से पढ़िए और उनका पालन कीजिए :

(i) प्रश्न-पत्र चार खंडों में विभाजित किया गया है – क, ख, ग एवं घ।

इस प्रश्न-पत्र में कुल 36 प्रश्न हैं। सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।

(ii) खंड-क में प्रश्न संख्या 1 से 20 तक 20 प्रश्न हैं एवं प्रत्येक प्रश्न एक अंक का है।

(iii) खंड-ख में प्रश्न संख्या 21 से 26 तक 6 प्रश्न हैं एवं प्रत्येक प्रश्न दो अंकों का है।

(iv) खंड-ग में प्रश्न संख्या 27 से 32 तक 6 प्रश्न हैं एवं प्रत्येक प्रश्न चार अंकों का है।

(v) खंड-घ में प्रश्न संख्या 33 से 36 तक 4 प्रश्न हैं एवं प्रत्येक प्रश्न छः अंकों का है।

(vi) प्रश्न-पत्र में समग्र पर कोई विकल्प नहीं है। तथापि एक-एक अंक वाले तीन प्रश्नों में, दो-दो अंकों वाले दो प्रश्नों में, चार-चार अंकों वाले दो प्रश्नों में और छः-छः अंकों वाले दो प्रश्नों में आंतरिक विकल्प दिए गए हैं। ऐसे प्रश्नों में केवल एक ही विकल्प का उत्तर लिखिए।

(vii) इसके अतिरिक्त, आवश्यकतानुसार, प्रत्येक खंड और प्रश्न के साथ यथोचित निर्देश दिए गए हैं।

(viii) कैलकुलेटरों के प्रयोग की अनुमति नहीं है।

### खंड – क

प्रश्न संख्या 1 से 10 तक सभी बहुविकल्पी प्रश्न हैं। सही विकल्प चुनिए। प्रत्येक प्रश्न 1 अंक का है।

1. दो रेखाएँ  $x = ay + b$ ,  $z = cy + d$  तथा  $x = a'y + b'$ ,  $z = c'y + d'$  परस्पर लम्बवत् हैं, यदि

$$(a) \frac{a}{a'} + \frac{c}{c'} = 1 \quad (b) \frac{a}{a'} + \frac{c}{c'} = -1 \quad (c) aa' + cc' = 1 \quad (d) aa' + cc' = -1$$

2. यदि  $\begin{vmatrix} 2 & 3 & 2 \\ x & x & x \\ 4 & 9 & 1 \end{vmatrix} + 3 = 0$  है, तो  $x$  का मान होगा :

$$(a) 3 \quad (b) 0 \quad (c) -1 \quad (d) 1$$

.65/4/3.



### General Instructions :

Read the following instructions very carefully and strictly follow them :

- (i) *This question paper comprises four sections – A, B, C and D.*  
*This question paper carries 36 questions. All questions are compulsory.*
- (ii) **Section A** – Question no. 1 to 20 comprises of 20 questions of one mark each.
- (iii) **Section B** – Question no. 21 to 26 comprises of 6 questions of two marks each.
- (iv) **Section C** – Question no. 27 to 32 comprises of 6 questions of four marks each.
- (v) **Section D** – Question no. 33 to 36 comprises of 4 questions of six marks each.
- (vi) *There is no overall choice in the question paper. However, an internal choice has been provided in 3 questions of one mark, 2 questions of two marks, 2 questions of four marks and 2 questions of six marks. Only one of the choices in such questions have to be attempted.*
- (vii) *In addition to this, separate instructions are given with each section and question, wherever necessary.*
- (viii) *Use of calculators is not permitted.*

### Section – A

Question numbers 1 to 10 are multiple choice questions of 1 mark each.  
You have to select the correct choice :

1. The two lines  $x = ay + b$ ,  $z = cy + d$ ; and  $x = a'y + b'$ ,  $z = c'y + d'$  are perpendicular to each other, if
 

<input type="radio"/> (a) $\frac{a}{a'} + \frac{c}{c'} = 1$	<input type="radio"/> (b) $\frac{a}{a'} + \frac{c}{c'} = -1$	<input type="radio"/> (c) $aa' + cc' = 1$	<input type="radio"/> (d) $aa' + cc' = -1$
---	--	---	--
2. If 
$$\begin{vmatrix} 2 & 3 & 2 \\ x & x & x \\ 4 & 9 & 1 \end{vmatrix} + 3 = 0$$
, then the value of  $x$  is
 

<input type="radio"/> (a) 3	<input type="radio"/> (b) 0	<input type="radio"/> (c) -1	<input type="radio"/> (d) 1
-----------------------------	-----------------------------	------------------------------	-----------------------------



3. एक रैखिक प्रोग्रामन समस्या में, यदि उद्देश्य फलन  $z = ax + by$  का अधिकतम मान सुसंगत क्षेत्र के दो कोनीय बिन्दुओं पर समान है, तो फलन का अधिकतम मान, जिन बिन्दुओं पर समान होगा उनकी संख्या होगी :

(a) 0                          (b) 2                          (c) सीमित                          (d) असीमित

4. समुच्चय  $\{1, 2, 3, 4, 5\}$  से दो संख्याएँ  $a$  तथा  $b$  ( $a \neq b$ ) यादृच्छया चुनी जाती हैं।  $\frac{a}{b}$  एक पूर्णांक होने की प्रायिकता होगी :

(a)  $\frac{1}{3}$                           (b)  $\frac{1}{4}$                           (c)  $\frac{1}{2}$                           (d)  $\frac{3}{5}$

5.  $\int_0^{\pi/8} \tan^2(2x)$  बराबर है :

(a)  $\frac{4-\pi}{8}$                           (b)  $\frac{4+\pi}{8}$                           (c)  $\frac{4-\pi}{4}$                           (d)  $\frac{4-\pi}{2}$

6. यदि  $\vec{a} \cdot \vec{b} = \frac{1}{2} |\vec{a}| |\vec{b}|$  है, तो  $\vec{a}$  और  $\vec{b}$  के बीच का कोण है :

(a)  $0^\circ$                           (b)  $30^\circ$                           (c)  $60^\circ$                           (d)  $90^\circ$

7. एक थैले में 3 सफेद, 4 काली व 2 लाल गेंदें हैं। यदि 2 गेंदें यादृच्छया बिना प्रतिस्थापना के निकाली जाती हैं, तो इन दोनों गेंदों के सफेद होने की प्रायिकता होगी :

(a)  $\frac{1}{18}$                           (b)  $\frac{1}{36}$                           (c)  $\frac{1}{12}$                           (d)  $\frac{1}{24}$

8.  $\tan^{-1} \left[ \frac{1}{2} \cos^{-1} \left( \frac{\sqrt{5}}{3} \right) \right]$  का मान है :

(a)  $\frac{3+\sqrt{5}}{2}$                           (b)  $\frac{3-\sqrt{5}}{2}$                           (c)  $\frac{-3+\sqrt{5}}{2}$                           (d)  $\frac{-3-\sqrt{5}}{2}$



3. In an LPP, if the objective function  $z = ax + by$  has the same maximum value on two corner points of the feasible region, then the number of points at which  $z_{\max}$  occurs is  
 (a) 0                      (b) 2                      (c) finite                      (d) infinite
4. From the set  $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ , two numbers  $a$  and  $b$  ( $a \neq b$ ) are chosen at random. The probability that  $\frac{a}{b}$  is an integer is :  
 (a)  $\frac{1}{3}$                       (b)  $\frac{1}{4}$                       (c)  $\frac{1}{2}$                       (d)  $\frac{3}{5}$
5.  $\int_0^{\pi/8} \tan^2(2x) dx$  is equal to  
 (a)  $\frac{4-\pi}{8}$                       (b)  $\frac{4+\pi}{8}$                       (c)  $\frac{4-\pi}{4}$                       (d)  $\frac{4-\pi}{2}$
6. If  $\vec{a} \cdot \vec{b} = \frac{1}{2} |\vec{a}| |\vec{b}|$ , then the angle between  $\vec{a}$  and  $\vec{b}$  is  
 (a)  $0^\circ$                       (b)  $30^\circ$                       (c)  $60^\circ$                       (d)  $90^\circ$
7. A bag contains 3 white, 4 black and 2 red balls. If 2 balls are drawn at random (without replacement), then the probability that both the balls are white is  
 (a)  $\frac{1}{18}$                       (b)  $\frac{1}{36}$                       (c)  $\frac{1}{12}$                       (d)  $\frac{1}{24}$
8. The value of  $\tan^{-1} \left[ \frac{1}{2} \cos^{-1} \left( \frac{\sqrt{5}}{3} \right) \right]$  is  
 (a)  $\frac{3+\sqrt{5}}{2}$                       (b)  $\frac{3-\sqrt{5}}{2}$                       (c)  $\frac{-3+\sqrt{5}}{2}$                       (d)  $\frac{-3-\sqrt{5}}{2}$



9. यदि  $A = \begin{bmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & a & 0 \\ 0 & 0 & a \end{bmatrix}$  है, तो  $\det(\text{adj } A)$  बराबर है :

(a)  $a^{27}$       (b)  $a^9$       (c)  $a^6$       (d)  $a^2$

10. समतल जो रेखा  $\frac{x-2}{3} = \frac{y-3}{4} = \frac{z-4}{5}$  के समान्तर है, है :
- (a)  $2x + 3y + 4z = 0$   
 (b)  $3x + 4y - 5z = 7$   
 (c)  $2x + y - 2z = 0$   
 (d)  $x - y + z = 2$

प्रश्न 11 से 15 के सभी प्रश्नों में खाली स्थान पर सही शब्द/वाक्य भरिये :

11. वक्र  $y = x^3 - x$  के बिंदु (2, 6) पर स्पर्श रेखा की प्रवणता है \_\_\_\_\_.

अथवा

वृत्त के क्षेत्रफल के परिवर्तन की दर, इसकी त्रिज्या  $r$  के सापेक्ष, जबकि  $r = 3$  सेमी है, है \_\_\_\_\_.

12. यदि  $f : R \rightarrow R$ ,  $f(x) = (3 - x^3)^{1/3}$  द्वारा प्रदत्त है, तो  $f \circ f(x) = \dots$

13. यदि  $\vec{a}$  एक शून्येतर सदिश है, तो  $(\vec{a} \cdot \hat{i}) \hat{i} + (\vec{a} \cdot \hat{j}) \hat{j} + (\vec{a} \cdot \hat{k}) \hat{k}$  बराबर है \_\_\_\_\_.

अथवा

सदिश  $\hat{i} + \hat{j}$  पर सदिश  $\hat{i} - \hat{j}$  का प्रक्षेप है \_\_\_\_\_.

14. यदि  $\begin{bmatrix} x+y & 7 \\ 9 & x-y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 7 \\ 9 & 4 \end{bmatrix}$  है, तो  $x \cdot y = \dots$

15. यदि  $f(x) = x|x|$ , तो  $f'(x) = \dots$ .

प्रश्न 16 से 20 तक सभी लघु उत्तरीय प्रश्न हैं।

16. दर्शाइए कि फलन  $y = ax + 2a^2$ , अवकल समीकरण  $2\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 + x\left(\frac{dy}{dx}\right) - y = 0$  का एक हल है।

17. यदि  $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$  है, तो  $\text{adj } A$  ज्ञात कीजिए।

.65/4/3.



9. If  $A = \begin{bmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & a & 0 \\ 0 & 0 & a \end{bmatrix}$ , then  $\det(\text{adj } A)$  equals  
 (a)  $a^{27}$       (b)  $a^9$       (c)  $a^6$       (d)  $a^2$
10. The line  $\frac{x-2}{3} = \frac{y-3}{4} = \frac{z-4}{5}$  is parallel to the plane  
 (a)  $2x + 3y + 4z = 0$   
 (b)  $3x + 4y - 5z = 7$   
 (c)  $2x + y - 2z = 0$   
 (d)  $x - y + z = 2$

In Q. Nos. 11 to 15, fill in the blanks with correct word / sentence :

11. The slope of the tangent to the curve  $y = x^3 - x$  at the point (2, 6) is \_\_\_\_\_.

**OR**

The rate of change of the area of a circle with respect to its radius  $r$ , when  $r = 3$  cm, is \_\_\_\_\_.

12. If  $f : R \rightarrow R$  be given by  $f(x) = (3 - x^3)^{1/3}$ , then  $f \circ f(x) = \underline{\hspace{2cm}}$

13. If  $\vec{a}$  is a non-zero vector, then  $(\vec{a} \cdot \hat{i}) \hat{i} + (\vec{a} \cdot \hat{j}) \hat{j} + (\vec{a} \cdot \hat{k}) \hat{k}$  equals \_\_\_\_\_.

**OR**

The projection of the vector  $\hat{i} - \hat{j}$  on the vector  $\hat{i} + \hat{j}$  is \_\_\_\_\_.

14. If  $\begin{bmatrix} x+y & 7 \\ 9 & x-y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 7 \\ 9 & 4 \end{bmatrix}$ , then  $x \cdot y = \underline{\hspace{2cm}}$

15. If  $f(x) = x |x|$ , then  $f'(x) = \underline{\hspace{2cm}}$ .

Q. Nos. 16 to 20 are very short answer type questions.

16. Show that the function  $y = ax + 2a^2$  is a solution of the differential equation  $2\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 + x\left(\frac{dy}{dx}\right) - y = 0$ .

17. Find  $\text{adj } A$ , if  $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$



18. यदि  $\int_0^a \frac{dx}{1+4x^2} = \frac{\pi}{8}$  है, तो 'a' का मान ज्ञात कीजिए।

**अथवा**

ज्ञात कीजिए :  $\int \frac{dx}{\sqrt{x+x}}$

19. ज्ञात कीजिए :  $\int \frac{1}{x(1+x^2)} dx$

20. यदि  $[x]$  महत्तम पूर्णांक फलन है, तो  $\int_0^{3/2} [x^2] dx$  ज्ञात कीजिए।

### खंड – ख

प्रश्न संख्या 21 से 26 तक प्रत्येक प्रश्न 2 अंक का है।

21. यदि  $|\vec{a}| = 2|\vec{b}|$  तथा  $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot (\vec{a} - \vec{b}) = 12$  है, तो  $|\vec{a}|$  तथा  $|\vec{b}|$  ज्ञात कीजिए।

**अथवा**

सदिश  $\vec{a} = 4\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k}$  तथा  $\vec{b} = 2\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}$  में से प्रत्येक के लम्बवत् मात्रक सदिश ज्ञात कीजिए।

22.  $\theta = \frac{\pi}{3}$  पर  $\frac{dy}{dx}$  का मान ज्ञात कीजिए, यदि  $x = \cos \theta - \cos 2\theta, y = \sin \theta - \sin 2\theta$ .

23. उस समतल का समीकरण ज्ञात कीजिए जो y-अक्ष पर 3 अंतःखंड काटता है और xz – समतल के समान्तर है।

24. जाँच कीजिए कि क्या समुच्चय  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  में  $R = \{(x, y) : y, x \text{ से भाज्य है}\}$  द्वारा परिभाषित संबंध R (i) सममित है (ii) संक्रामक है।

**अथवा**

सिद्ध कीजिए कि :

$$\frac{9\pi}{8} - \frac{9}{4} \sin^{-1} \left( \frac{1}{3} \right) = \frac{9}{4} \sin^{-1} \left( \frac{2\sqrt{2}}{3} \right)$$

25. दर्शाइए कि फलन  $f(x) = \frac{x}{3} + \frac{3}{x}$ , अन्तराल  $(-3, 0) \cup (0, 3)$  में हासमान है।

.65/4/3.



18. If  $\int_0^a \frac{dx}{1+4x^2} = \frac{\pi}{8}$ , then find the value of a.

**OR**

$$\text{Find } \int \frac{dx}{\sqrt{x+x}}$$

19. Find  $\int \frac{1}{x(1+x^2)} dx$

20. If  $[x]$  denotes the greatest integer function, then find  $\int_0^{3/2} [x^2] dx$

### Section – B

Q. Nos. 21 to 26 carry 2 marks each.

21. Find  $|\vec{a}|$  and  $|\vec{b}|$ , if  $|\vec{a}| = 2|\vec{b}|$  and  $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot (\vec{a} - \vec{b}) = 12$ .

**OR**

Find the unit vector perpendicular to each of the vectors  $\vec{a} = 4\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k}$  and  $\vec{b} = 2\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}$ .

22. Find the value of  $\frac{dy}{dx}$  at  $\theta = \frac{\pi}{3}$ , if  $x = \cos \theta - \cos 2\theta$ ,  $y = \sin \theta - \sin 2\theta$ .

23. Find the equation of the plane with intercept 3 on the y-axis and parallel to  $xz$  – plane.

24. Check if the relation R on the set  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  defined as  $R = \{(x, y) : y \text{ is divisible by } x\}$  is (i) symmetric (ii) transitive

**OR**

Prove that :

$$\frac{9\pi}{8} - \frac{9}{4} \sin^{-1}\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{9}{4} \sin^{-1}\left(\frac{2\sqrt{2}}{3}\right)$$

25. Show that the function  $f(x) = \frac{x}{3} + \frac{3}{x}$  decreases in the intervals  $(-3, 0) \cup (0, 3)$ .

.65/4/3.

9

P.T.O.



26. पहली 50 प्राकृत संख्याओं में यादृच्छता तीन विभिन्न संख्याएँ निकाली जाती हैं। प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि यह तीनों संख्याएँ 2 और 3 दोनों से विभाजित हों।

### खंड – ग

प्रश्न संख्या 27 से 32 तक प्रत्येक प्रश्न 4 अंक का है।

27. एक निर्माणकर्ता के कारखाने में तीन मशीनें I, II तथा III लगी हैं। मशीनें I और II अधिकतम 12 घंटे तक चलाए जाने की क्षमता रखती है। जबकि मशीन III को प्रतिदिन कम से कम 5 घंटे चलना चाहिए। निर्माणकर्ता केवल दो प्रकार के सामान M और N का उत्पादन करता है, जिनमें प्रत्येक के उत्पादन में तीनों मशीनों की आवश्यकता होती है। M और N के प्रत्येक उत्पाद के एक नग उत्पादन में तीनों मशीनों के संगत लगे समय (घंटों में) निम्नलिखित सारणी में दिए हैं :

उत्पाद	मशीन पर लगा समय (घंटों में)		
	I	II	III
M	1	2	1
N	2	1	1.25

वह उत्पाद M पर ₹ 600 प्रति नग और उत्पाद N पर ₹ 400 प्रति नग की दर से लाभ कमाता है। मानते हुए कि उसके सभी उत्पाद बिक जाते हैं, जिनका उत्पादन किया गया है, ज्ञात कीजिए कि प्रत्येक उत्पाद के कितने नगों का उत्पादन किया जाए, जिससे लाभ का अधिकतमीकरण हो ? अधिकतम लाभ क्या होगा ?

28. सिद्ध कीजिए कि समुच्चय Z में  $R = \{(x, y) : (x - y) \text{ भाज्य है } 5 \text{ से }\}$  द्वारा परिभाषित संबंध R, एक तुल्यता संबंध है।
29. एक सिक्का समसर्वय संतुलित नहीं है जिसमें चित प्रकट होने की संभावना पट प्रकट होने की संभावना की तीन गुनी है। यदि सिक्का दो बार उछाला जाता है तो पटों की संख्या का प्रायिकता बंटन ज्ञात कीजिए। अतः पटों की संख्या का माध्य ज्ञात कीजिए।

### अथवा

माना 100 पुरुषों में 5 तथा 1000 महिलाओं में 25 अच्छे वक्ता हैं। यह मानते हुए कि पुरुषों की संख्या महिलाओं की संख्या के बराबर है, एक अच्छे वक्ता के चुने जाने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।



26. Three distinct numbers are chosen randomly from the first 50 natural numbers. Find the probability that all the three numbers are divisible by both 2 and 3.

### Section – C

Q. Nos. 27 to 32 carry 4 marks each.

27. A manufacturer has three machines I, II and III installed in his factory. Machine I and II are capable of being operated for atmost 12 hours whereas machine III must be operated for atleast 5 hours a day. He produces only two items M and N each requiring the use of all the three machines.

The number of hours required for producing 1 unit of M and N on three machines are given in the following table :

Items	Number of hours required on machines		
	I	II	III
M	1	2	1
N	2	1	1.25

He makes a profit of ₹ 600 and ₹ 400 on one unit of items M and N respectively. How many units of each item should he produce so as to maximize his profit assuming that he can sell all the items that he produced. What will be the maximum profit ?

28. Prove that the relation R on Z, defined by  $R \{(x, y) : (x - y) \text{ is divisible by } 5\}$  is an equivalence relation.
29. A coin is biased so that the head is three times as likely to occur as tail. If the coin is tossed twice, find the probability distribution of number of tails. Hence find the mean of the number of tails.

**OR**

Suppose that 5 men out of 100 and 25 women out of 1000 are good orators. Assuming that there are equal number of men and women, find the probability of choosing a good orator.



30. यदि  $y = \sin^{-1} \left( \frac{\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}}{2} \right)$  है, तो दर्शाइए कि  $\frac{dy}{dx} = \frac{-1}{2\sqrt{1-x^2}}$

**अथवा**

अन्तराल  $\left[ -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right]$  पर परिभाषित फलन  $f(x) = e^x \cos x$  के लिए रोले प्रमेय को सत्यापित कीजिए।

31. मान ज्ञात कीजिए :  $\int_0^1 \sqrt{3-2x-x^2} dx$

32. अवकल समीकरण  $\frac{dy}{dx} + \frac{1}{x} = \frac{e^y}{x}$  का व्यापक हल ज्ञात कीजिए।

### खंड – घ

प्रश्न संख्या 33 से 36 तक प्रत्येक प्रश्न 6 अंक का है।

33. प्रथम चतुर्थांश के उस क्षेत्र का क्षेत्रफल, समाकलन विधि से, ज्ञात कीजिए, जो  $x$  – अक्ष, रेखा  $y = x$  तथा वृत्त  $x^2 + y^2 = 32$  से घिरा है।

34. सारणिकों के गुणधर्मों के प्रयोग द्वारा सिद्ध कीजिए कि :

$$\begin{vmatrix} a-b & b+c & a \\ b-c & c+a & b \\ c-a & a+b & c \end{vmatrix} = a^3 + b^3 + c^3 - 3abc.$$

**अथवा**

यदि  $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 2 & 0 & -1 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$  है, तो दर्शाइए कि  $A^3 - 4A^2 - 3A + 11I = O$  अतः  $A^{-1}$  ज्ञात कीजिए।



30. If  $y = \sin^{-1} \left( \frac{\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}}{2} \right)$ , then show that  $\frac{dy}{dx} = \frac{-1}{2\sqrt{1-x^2}}$

**OR**

Verify the Rolle's Theorem for the function  $f(x) = e^x \cos x$  in  $\left[ -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right]$

31. Evaluate  $\int_0^1 \sqrt{3-2x-x^2} dx$

32. Find the general solution of the differential equation  $\frac{dy}{dx} + \frac{1}{x} = \frac{e^y}{x}$ .

### Section – D

Q. Nos. 33 to 36 carry 6 marks each.

33. Find the area of the region lying in the first quadrant and enclosed by the  $x$  – axis, the line  $y = x$  and the circle  $x^2 + y^2 = 32$ .
34. Using properties of determinates prove that :

$$\begin{vmatrix} a-b & b+c & a \\ b-c & c+a & b \\ c-a & a+b & c \end{vmatrix} = a^3 + b^3 + c^3 - 3abc.$$

**OR**

If  $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 2 & 0 & -1 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$ , then show that  $A^3 - 4A^2 - 3A + 11I = O$ . Hence find  $A^{-1}$ .



35. वे अन्तराल ज्ञात कीजिए जिनमें फलन  $f(x) = (x - 1)^3 (x - 2)^2$  (क) निरंतर वर्धमान है (ख) निरंतर ह्रासमान हैं।

### अथवा

36 सेमी परिमाप की उस आयत की विमाएँ ज्ञात कीजिए, जिसको एक भुजा के गिर्द घुमाने से अधिकतम आयतन प्राप्त होता है। इस अधिकतम आयतन को भी ज्ञात कीजिए।

36. समतल  $x - 2y = 0$  में बिन्दु  $(-1, 3, 4)$  का प्रतिबिम्ब ज्ञात कीजिए।
-



35. Find the intervals on which the function  $f(x) = (x - 1)^3 (x - 2)^2$  is (a) strictly increasing (b) strictly decreasing.

OR

Find the dimensions of the rectangle of perimeter 36 cm which will sweep out a volume as large as possible, when revolved about one of its side. Also, find the maximum volume.

36. Find the image of the point  $(-1, 3, 4)$  in the plane  $x - 2y = 0$ .
-





Series : HMJ/5

SET - 1

कोड नं.

Code No. **65/5/1**

रोल नं.

--	--	--	--	--	--	--

Roll No.



परीक्षार्थी कोड को उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर अवश्य लिखें।

Candidates must write the Code on the title page of the answer-book.

नोट	NOTE
(I) कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में मुद्रित पृष्ठ 15 हैं।	(I) Please check that this question paper contains 15 printed pages.
(II) प्रश्न-पत्र में दाहिने हाथ की ओर दिए गए कोड नम्बर को छात्र उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर लिखें।	(II) Code number given on the right hand side of the question paper should be written on the title page of the answer-book by the candidate.
(III) कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में 36 प्रश्न हैं।	(III) Please check that this question paper contains 36 questions.
(IV) कृपया प्रश्न का उत्तर लिखना शुरू करने से पहले, प्रश्न का क्रमांक अवश्य लिखें।	(IV) Please write down the Serial Number of the question in the answer-book before attempting it.
(V) इस प्रश्न-पत्र को पढ़ने के लिए 15 मिनट का समय दिया गया है। प्रश्न-पत्र का वितरण पूर्वाह्न में 10.15 बजे किया जाएगा। 10.15 बजे से 10.30 बजे तक छात्र केवल प्रश्न-पत्र को पढ़ेंगे और इस अवधि के दौरान वे उत्तर-पुस्तिका में कोई उत्तर नहीं लिखेंगे।	(V) 15 minute time has been allotted to read this question paper. The question paper will be distributed at 10.15 a.m. From 10.15 a.m. to 10.30 a.m., the students will read the question paper only and will not write any answer on the answer-book during this period.

गणित

**MATHEMATICS**

निर्धारित समय: 3 घण्टे

Time allowed : 3 hours

अधिकतम अंक : 80

Maximum Marks : 80

**.65/5/1.****334A**



### सामान्य निर्देश :

निम्नलिखित निर्देशों को बहुत सावधानी से पढ़िए और उनका अनुपालन कीजिए :

- (i) प्रश्न-पत्र चार खंडों में विभाजित किया गया है – क, ख, ग एवं घ / इस प्रश्नपत्र में 36 प्रश्न हैं / सभी प्रश्न अनिवार्य हैं ।
- (ii) खण्ड-क में प्रश्न संख्या 1 से 20 तक 20 प्रश्न हैं एवं प्रत्येक प्रश्न एक अंक का है ।
- (iii) खण्ड-ख में प्रश्न संख्या 21 से 26 तक 6 प्रश्न हैं एवं प्रत्येक प्रश्न दो अंकों का है ।
- (iv) खण्ड-ग में प्रश्न संख्या 27 से 32 तक 6 प्रश्न हैं एवं प्रत्येक प्रश्न चार अंकों का है ।
- (v) खण्ड-घ में प्रश्न संख्या 33 से 36 तक 4 प्रश्न हैं एवं प्रत्येक प्रश्न छः अंकों का है ।
- (vi) प्रश्न-पत्र में समग्र पर कोई विकल्प नहीं है । तथापि एक-एक अंक वाले तीन प्रश्नों में, दो-दो अंकों वाले दो प्रश्नों में, चार-चार अंकों वाले दो प्रश्नों में और छः-छः अंकों वाले दो प्रश्नों में आंतरिक विकल्प दिए गए हैं । ऐसे प्रश्नों में केवल एक ही विकल्प का उत्तर लिखिए ।
- (vii) इसके अतिरिक्त, आवश्यकतानुसार, प्रत्येक खण्ड और प्रश्न के साथ यथोचित निर्देश दिए गए हैं ।
- (viii) कैलकुलेटरों के प्रयोग की अनुमति नहीं है ।

### खण्ड – क

प्रश्न 1 से 10 तक के सभी प्रश्न बहुविकल्पी हैं । सही विकल्प चुनिए :

1. यदि एक वर्ग आव्यूह A की कोटि 3 है और  $A \text{ (adj } A) = 10 I$  है, तो  $|\text{adj } A|$  होगा
 

(a) 1	(b) 10	(c) 100	(d) 101
-------	--------	---------	---------
2. यदि A एक  $3 \times 3$  आव्यूह है और  $|A| = 8$  है, तो  $|3A|$  बराबर है
 

(a) 8	(b) 24	(c) 72	(d) 216
-------	--------	--------	---------



### General Instructions :

Read the following instructions very carefully and strictly follow them :

- (i) *This question paper comprises four sections – A, B, C and D.*  
*This question paper carries 36 questions. All questions are compulsory.*
- (ii) **Section A** – Question no. 1 to 20 comprises of 20 questions of one mark each.
- (iii) **Section B** – Question no. 21 to 26 comprises of 6 questions of two marks each.
- (iv) **Section C** – Question no. 27 to 32 comprises of 6 questions of four marks each.
- (v) **Section D** – Question no. 33 to 36 comprises of 4 questions of six marks each.
- (vi) *There is no overall choice in the question paper. However, an internal choice has been provided in 3 questions of one mark, 2 questions of two marks, 2 questions of four marks and 2 questions of six marks. Only one of the choices in such questions have to be attempted.*
- (vii) *In addition to this, separate instructions are given with each section and question, wherever necessary.*
- (viii) *Use of calculators is not permitted.*

### Section – A

Question numbers 1 to 10 are multiple choice questions. Select the correct option :

1. If A is a square matrix of order 3, such that  $A(\text{adj } A) = 10 I$ , then  $|\text{adj } A|$  is equal to
  - (a) 1
  - (b) 10
  - (c) 100
  - (d) 101
2. If A is a  $3 \times 3$  matrix such that  $|A| = 8$ , then  $|3A|$  equals.
  - (a) 8
  - (b) 24
  - (c) 72
  - (d) 216



3. यदि  $y = Ae^{5x} + Be^{-5x}$  हो, तो  $\frac{d^2y}{dx^2}$  बराबर है  
 (a) 25 y                         (b) 5 y                                 (c) - 25 y                         (d) 15 y
4.  $\int x^2 e^{x^3} dx$  बराबर है  
 (a)  $\frac{1}{3} e^{x^3} + C$                          (b)  $\frac{1}{3} e^{x^4} + C$                                  (c)  $\frac{1}{2} e^{x^3} + C$                          (d)  $\frac{1}{2} e^{x^2} + C$
5. यदि  $\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$  तीन परस्पर लंबवत मात्रक सदिश हैं, तो  
 (a)  $\hat{i} \cdot \hat{j} = 1$                                  (b)  $\hat{i} \times \hat{j} = 1$    (c)  $\hat{i} \cdot \hat{k} = 0$    (d)  $\hat{i} \times \hat{k} = 0$
6. ABCD एक समचतुर्भुज है जिसके विकर्ण E पर परस्पर काटते हैं।  
 तब  $\vec{EA} + \vec{EB} + \vec{EC} + \vec{ED}$  बराबर है।  
 (a)  $\vec{0}$    (b)  $\vec{AD}$    (c)  $2\vec{BC}$    (d)  $2\vec{AD}$
7. रेखाएँ  $\frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{1} = \frac{4-z}{k}$  तथा  $\frac{x-1}{k} = \frac{y-4}{2} = \frac{z-5}{-2}$  परस्पर लंबवत् हैं, यदि k का मान है  
 (a)  $-\frac{2}{3}$    (b)  $\frac{2}{3}$    (c) - 2   (d) 2
8. असमिका  $2x + 3y > 6$  का आलेख होता है :  
 (a) अर्धतल जिसमें मूल बिन्दु स्थित है।  
 (b) अर्धतल जिसमें मूल बिन्दु स्थित नहीं है, और रेखा  $2x + 3y = 6$  के बिन्दु भी सम्मिलित नहीं है।  
 (c) पूर्ण XOX-tल, जिसमें रेखा  $2x + 3y = 6$  के बिन्दु सम्मिलित नहीं है।  
 (d) पूर्ण XOX-tल
9. ताश के 52 पत्तों की एक गड्ढी से एक पत्ता, यादृच्छया निकाला जाता है। यदि यह पत्ता बेगम है, तो इसके हुक्म का पत्ता होने की प्रायिकता होगी  
 (a)  $\frac{1}{3}$    (b)  $\frac{4}{13}$    (c)  $\frac{1}{4}$    (d)  $\frac{1}{2}$

.65/5/1.



3. If  $y = Ae^{5x} + Be^{-5x}$ , then  $\frac{d^2y}{dx^2}$  is equal to  
 (a) 25 y      (b) 5 y      (c) -25 y      (d) 15 y
4.  $\int x^2 e^{x^3} dx$  equals  
 (a)  $\frac{1}{3} e^{x^3} + C$       (b)  $\frac{1}{3} e^{x^4} + C$       (c)  $\frac{1}{2} e^{x^3} + C$       (d)  $\frac{1}{2} e^{x^2} + C$
5. If  $\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$  are unit vectors along three mutually perpendicular directions, then  
 (a)  $\hat{i} \cdot \hat{j} = 1$       (b)  $\hat{i} \times \hat{j} = 1$       (c)  $\hat{i} \cdot \hat{k} = 0$       (d)  $\hat{i} \times \hat{k} = 0$
6. ABCD is a rhombus whose diagonals intersect at E. Then  $\vec{EA} + \vec{EB} + \vec{EC} + \vec{ED}$  equals  
 (a)  $\vec{0}$       (b)  $\vec{AD}$       (c)  $2\vec{BC}$       (d)  $2\vec{AD}$
7. The lines  $\frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{1} = \frac{4-z}{k}$  and  $\frac{x-1}{k} = \frac{y-4}{2} = \frac{z-5}{-2}$  are mutually perpendicular if the value of k is  
 (a)  $-\frac{2}{3}$       (b)  $\frac{2}{3}$       (c) -2      (d) 2
8. The graph of the inequality  $2x + 3y > 6$  is  
 (a) half plane that contains the origin.  
 (b) half plane that neither contains the origin nor the points of the line  $2x + 3y = 6$ .  
 (c) whole XOX – plane excluding the points on the line  $2x + 3y = 6$ .  
 (d) entire XOX plane.
9. A card is picked at random from a pack of 52 playing cards. Given that the picked card is a queen, the probability of this card to be a card of spade is  
 (a)  $\frac{1}{3}$       (b)  $\frac{4}{13}$       (c)  $\frac{1}{4}$       (d)  $\frac{1}{2}$

.65/5/1.

5

P.T.O.



10. एक पासा एक बार उछाला गया। माना घटना जहाँ पासे की संख्या 3 से अधिक है, को A तथा घटना जहाँ पासे की संख्या 5 से कम है, को B से प्रकट किया गया है। तब  $P(A \cup B)$  है
- (a)  $\frac{2}{5}$                               (b)  $\frac{3}{5}$                               (c) 0                              (d) 1

प्रश्न 11 से 15 में, खाली स्थान भरने हैं

11. समुच्चय A पर परिभाषित एक संबंध \_\_\_\_\_ संबंध कहलाता है, यदि A का प्रत्येक अवयव स्वयं से संबंधित है।

12. यदि  $A + B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$  तथा  $A - 2B = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$  हो, तो आव्यूह  $A = \text{_____}$  है।

13. फलन  $f(x) = ax + \frac{b}{x}$  ( $a > 0, b > 0, x > 0$ ) का न्यूनतम मान है \_\_\_\_\_.

14. अवकल समीकरण  $x \frac{dy}{dx} + 2y = x^2$  का समाकलन गुणक है \_\_\_\_\_.

अथवा

$$\text{अवकल समीकरण } 1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 = x \text{ की घात } \text{_____ है।}$$

15. बिन्दुओं  $(3, 4, -7)$  तथा  $(1, -1, 6)$  से गुजरने वाली रेखा का सदिश समीकरण है \_\_\_\_\_.

अथवा

न्यूनतम दूरी रेखा दोनों विषमतलीय रेखाओं पर \_\_\_\_\_ होती है।

प्रश्न 16 से 20 तक के सभी प्रश्न लघु उत्तरीय प्रश्न हैं

16. मान ज्ञात कीजिए  $\sin^{-1} \left[ \sin \left( -\frac{17\pi}{8} \right) \right]$ .



10. A die is thrown once. Let A be the event that the number obtained is greater than 3. Let B be the event that the number obtained is less than 5. Then  $P(A \cup B)$  is

(a)  $\frac{2}{5}$

(b)  $\frac{3}{5}$

(c) 0

(d) 1

Fill in the blanks in Questions from 11 to 15.

11. A relation in a set A is called \_\_\_\_\_ relation, if each element of A is related to itself.

12. If  $A + B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$  and  $A - 2B = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ , then  $A = \text{_____}$ .

13. The least value of the function  $f(x) = ax + \frac{b}{x}$  ( $a > 0, b > 0, x > 0$ ) is \_\_\_\_\_.

14. The integrating factor of the differential equation  $x \frac{dy}{dx} + 2y = x^2$  is \_\_\_\_\_.

**OR**

The degree of the differential equation  $1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 = x$  is \_\_\_\_\_.

15. The vector equation of a line which passes through the points  $(3, 4, -7)$  and  $(1, -1, 6)$  is \_\_\_\_\_.

**OR**

The line of shortest distance between two skew lines is \_\_\_\_\_ to both the lines.

Q. Nos. 16 to 20 are of very short answer type questions.

16. Find the value of  $\sin^{-1} \left[ \sin \left( -\frac{17\pi}{8} \right) \right]$ .

.65/5/1.

7

P.T.O.



17. आव्यूह  $A = \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$  के लिए  $A^{-1}$  लिखिए।

18. यदि फलन  $f$ , जो निम्न रूप से परिभाषित है,  $x = 3$  पर संतत है, तो  $k$  का मान ज्ञात कीजिए

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 9}{x - 3}, & x \neq 3 \\ k, & x = 3 \end{cases}$$

19. यदि  $f(x) = x^4 - 10$  है, तो  $f(2.1)$  का सन्निकट मान ज्ञात कीजिए।

**अथवा**

वक्र  $y = 2 \sin^2(3x)$  के बिन्दु  $x = \frac{\pi}{6}$  पर स्पर्श रेखा की ढाल ज्ञात कीजिए।

20. मान ज्ञात कीजिए  $\int\limits_1^4 |x - 5| dx$

### खण्ड – ख

प्रश्न संख्या 21 से 26 तक प्रत्येक प्रश्न के 2 अंक हैं।

21. यदि  $f(x) = \frac{4x + 3}{6x - 4}$ ,  $x \neq \frac{2}{3}$  हो, तो दर्शाइए कि सभी  $x \neq \frac{2}{3}$  के लिए  $(fof)(x) = x$ ,  $f$  का प्रतिलोम भी लिखिए।

**अथवा**

जाँच कीजिए कि क्या  $\mathbb{R}$  में  $R = \{(a, b) : a < b\}$  द्वारा परिभाषित संबंध (i) सममित है, (ii) संक्रामक है।

22. ज्ञात कीजिए  $\int \frac{x}{x^2 + 3x + 2} dx$

23. यदि  $x = a \cos \theta$ ;  $y = b \sin \theta$  हो, तो  $\frac{d^2y}{dx^2}$  ज्ञात कीजिए।

**अथवा**

$e^{\cos x}$  के सापेक्ष  $\sin^2 x$  का अवकलज ज्ञात कीजिए।

.65/5/1.



17. For  $A = \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$  write  $A^{-1}$ .

18. If the function  $f$  defined as

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 9}{x - 3}, & x \neq 3 \\ k, & x = 3 \end{cases}$$

is continuous at  $x = 3$ , find the value of  $k$ .

19. If  $f(x) = x^4 - 10$ , then find the approximate value of  $f(2.1)$ .

**OR**

Find the slope of the tangent to the curve  $y = 2 \sin^2(3x)$  at  $x = \frac{\pi}{6}$ .

20. Find the value of  $\int_1^4 |x - 5| dx$ .

### Section – B

Q. Nos. **21** to **26** carry **2** marks each.

21. If  $f(x) = \frac{4x + 3}{6x - 4}$ ,  $x \neq \frac{2}{3}$ , then show that  $(f \circ f)(x) = x$ , for all  $x \neq \frac{2}{3}$ . Also, write inverse of  $f$ .

**OR**

Check if the relation  $R$  in the set  $\mathbb{R}$  of real numbers defined as  $R = \{(a, b) : a < b\}$  is (i) symmetric, (ii) transitive

22. Find  $\int \frac{x}{x^2 + 3x + 2} dx$ .

23. If  $x = a \cos \theta$ ;  $y = b \sin \theta$ , then find  $\frac{d^2y}{dx^2}$ .

**OR**

Find the differential of  $\sin^2 x$  w.r.t.  $e^{\cos x}$ .

.65/5/1.

9

P.T.O.



24. मान ज्ञात कीजिए  $\int\limits_1^2 \left[ \frac{1}{x} - \frac{1}{2x^2} \right] e^{2x} dx$

25. मान ज्ञात कीजिए  $\int\limits_0^1 x(1-x)^n dx$

26. A और B दो स्वतंत्र घटनाएँ हैं, जहाँ  $P(A) = 0.3$  तथा  $P(B) = 0.6$ ,  $P(A' \cap B')$  ज्ञात कीजिए।

### खण्ड – ग

प्रश्न संख्या 27 से 32 तक प्रत्येक प्रश्न के 4 अंक हैं।

27.  $x$  के लिए हल कीजिए :  $\sin^{-1}(1-x) - 2 \sin^{-1}(x) = \frac{\pi}{2}$

28. यदि  $y = (\log x)^x + x^{\log x}$  है, तो  $\frac{dy}{dx}$  ज्ञात कीजिए।

29. अवकल समीकरण हल कीजिए।

$$x \sin\left(\frac{y}{x}\right) \frac{dy}{dx} + x - y \sin\left(\frac{y}{x}\right) = 0$$

दिया गया है  $x = 1$  जब  $y = \frac{\pi}{2}$

30. यदि सदिश  $\vec{a} = \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$  तथा  $\vec{b} = 2\hat{i} + 4\hat{j} - 5\hat{k}$  एक समांतर चतुर्भुज की दो संलग्न भुजाओं को निरूपित करते हों, तो चतुर्भुज के विकर्णों के समांतर मात्रक सदिश ज्ञात कीजिए।

### अथवा

सदिशों का प्रयोग करके, त्रिभुज ABC जिसके शीर्ष A (1, 2, 3), B(2, -1, 4) तथा C (4, 5, -1), का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

.65/5/1.

10



24. Evaluate  $\int_1^2 \left[ \frac{1}{x} - \frac{1}{2x^2} \right] e^{2x} dx.$

25. Find the value of  $\int_0^1 x(1-x)^n dx.$

26. Given two independent events A and B such that  $P(A) = 0.3$  and  $P(B) = 0.6$ , find  $P(A' \cap B')$

### Section – C

Q. Nos. 27 to 32 carry 4 marks each.

27. Solve for  $x$  :  $\sin^{-1}(1-x) - 2 \sin^{-1}(x) = \frac{\pi}{2}$ .

28. If  $y = (\log x)^x + x^{\log x}$ , then find  $\frac{dy}{dx}$ .

29. Solve the differential equation :

$$x \sin\left(\frac{y}{x}\right) \frac{dy}{dx} + x - y \sin\left(\frac{y}{x}\right) = 0$$

Given that  $x = 1$  when  $y = \frac{\pi}{2}$ .

30. If  $\vec{a} = \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$  and  $\vec{b} = 2\hat{i} + 4\hat{j} - 5\hat{k}$  represent two adjacent sides of a parallelogram, find unit vectors parallel to the diagonals of the parallelogram.

**OR**

Using vectors, find the area of the triangle ABC with vertices A (1, 2, 3), B(2, -1, 4) and C (4, 5, -1).

.65/5/1.

11

P.T.O.



31. एक कम्पनी प्लाइवुड के दो प्रकार के अनूठे स्मृति चिह्न का निर्माण करती है। A प्रकार के प्रति स्मृति चिह्न के निर्माण में 5 मिनट काटने व 10 मिनट जोड़ने में लगते हैं। B प्रकार के प्रति स्मृति चिह्न के लिए 8 मिनट काटने व 8 मिनट जोड़ने में लगते हैं। दिया गया है कि काटने के लिए कुल समय 3 घंटे 20 मिनट तथा जोड़ने के लिए 4 घंटे उपलब्ध हैं। प्रत्येक A प्रकार के स्मृति चिह्न पर ₹ 100 और प्रत्येक B प्रकार के स्मृति चिह्न पर ₹ 120 का लाभ होता है। ज्ञात कीजिए कि लाभ के अधिकतमीकरण के लिए प्रत्येक प्रकार के कितने-कितने स्मृति चिह्नों को कम्पनी द्वारा निर्माण करना चाहिए। ऐखिक प्रोग्रामन समस्या बनाकर इसे ग्राफ द्वारा हल कीजिए।
32. सात ताजे सेबों में तीन खराब सेब मिला दिए जाते हैं। इसके बाद तीन सेब उत्तरोत्तर प्रतिस्थापना के साथ निकाले जाते हैं। खराब सेबों की संख्या का प्रायिकता बंटन ज्ञात कीजिए। खराब सेबों की संख्या का माध्य ज्ञात कीजिए।

#### अथवा

दुकान X में एकसमान दिखने वाले 30 डिब्बे A प्रकार के धी के व 40 डिब्बे B प्रकार के धी के बेचने के लिए रखे गए हैं। जबकि दुकान Y में, एकसमान दिखने वाले 50 डिब्बे A प्रकार के धी के व 60 डिब्बे B प्रकार के धी के रखे गये हैं। यादृच्छता एक डिब्बा किसी एक दुकान से खरीदा जाता है और पाया जाता है कि यह डिब्बा B प्रकार के धी का है। प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि यह डिब्बा दुकान Y का है।

#### खण्ड – घ

प्रश्न संख्या 33 से 36 तक प्रत्येक प्रश्न के 6 अंक हैं।

33. बिन्दु (1, 1, 1) से गुजरने वाली और निम्न दोनों रेखाओं

$$\frac{x+2}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+1}{4}, \quad \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{4}$$

के लम्बवत रेखा का सदिश तथा कार्तीय समीकरण ज्ञात कीजिए। दी गई रेखाओं के बीच का कोण भी ज्ञात कीजिए।



31. A company manufactures two types of novelty souvenirs made of plywood. Souvenirs of type A requires 5 minutes each for cutting and 10 minutes each for assembling. Souvenirs of type B require 8 minutes each for cutting and 8 minutes each for assembling. Given that total time for cutting is 3 hours 20 minutes and for assembling 4 hours. The profit for type A souvenir is ₹ 100 each and for type B souvenir, profit is ₹ 120 each. How many souvenirs of each type should the company manufacture in order to maximize the profit ? Formulate the problem as an LPP and solve it graphically.
32. Three rotten apples are mixed with seven fresh apples. Find the probability distribution of the number of rotten apples, if three apples are drawn one by one with replacement. Find the mean of the number of rotten apples.

### OR

In a shop X, 30 tins of ghee of type A and 40 tins of ghee of type B which look alike, are kept for sale. While in shop Y, similar 50 tins of ghee of type A and 60 tins of ghee of type B are there. One tin of ghee is purchased from one of the randomly selected shop and is found to be of type B. Find the probability that it is purchased from shop Y.

### Section – D

**Q. 33 to 36,** carry **6** marks each.

33. Find the vector and cartesian equations of the line which is perpendicular to the lines with equations

$$\frac{x+2}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+1}{4} \text{ and } \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{4}$$

and passes through the point (1, 1, 1). Also find the angle between the given lines.

.65/5/1.

13

P.T.O.



34. समाकलन के प्रयोग से दो वृत्तों  $x^2 + y^2 = 9$  एवं  $(x - 3)^2 + y^2 = 9$  के मध्यवर्ती क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

**अथवा**

योग की सीमा के रूप में निम्न समाकलन का मान ज्ञात कीजिए :

$$\int_1^4 (x^2 - x) \, dx$$

35.  $(ax + by)$  का न्यूनतम मान ज्ञात कीजिए, जहाँ  $x y = c^2$

36. यदि  $a, b, c$  गुणोत्तर श्रेढ़ी के क्रमशः  $p, q, r$  वें पद हैं, तो सिद्ध कीजिए कि

$$\begin{vmatrix} \log a & p & 1 \\ \log b & q & 1 \\ \log c & r & 1 \end{vmatrix} = 0$$

**अथवा**

यदि  $A = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 5 \\ 3 & 2 & -4 \\ 1 & 1 & -2 \end{bmatrix}$  है, तो  $A^{-1}$  ज्ञात कीजिए।

$A^{-1}$  का प्रयोग करके, निम्न समीकरण निकाय का हल ज्ञात कीजिए।

$$2x - 3y + 5z = 11$$

$$3x + 2y - 4z = -5$$

$$x + y - 2z = -3$$



34. Using integration find the area of the region bounded between the two circles  $x^2 + y^2 = 9$  and  $(x - 3)^2 + y^2 = 9$ .

**OR**

Evaluate the following integral as the limit of sums  $\int_1^4 (x^2 - x) dx$ .

35. Find the minimum value of  $(ax + by)$ , where  $xy = c^2$ .
36. If  $a, b, c$  are  $p^{\text{th}}$ ,  $q^{\text{th}}$  and  $r^{\text{th}}$  terms respectively of a G.P, then prove that

$$\begin{vmatrix} \log a & p & 1 \\ \log b & q & 1 \\ \log c & r & 1 \end{vmatrix} = 0$$

**OR**

If  $A = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 5 \\ 3 & 2 & -4 \\ 1 & 1 & -2 \end{bmatrix}$ , then find  $A^{-1}$ .

Using  $A^{-1}$ , solve the following system of equations :

$$2x - 3y + 5z = 11$$

$$3x + 2y - 4z = -5$$

$$x + y - 2z = -3$$



.65/5/1.

16



Series : HMJ/5

SET – 2

कोड नं.

Code No. 65/5/2

रोल नं.

--	--	--	--	--	--	--

Roll No.



परीक्षार्थी कोड को उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर अवश्य लिखें।

Candidates must write the Code on the title page of the answer-book.

नोट	NOTE
(I) कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में मुद्रित पृष्ठ 15 हैं।	(I) Please check that this question paper contains 15 printed pages.
(II) प्रश्न-पत्र में दाहिने हाथ की ओर दिए गए कोड नम्बर को छात्र उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर लिखें।	(II) Code number given on the right hand side of the question paper should be written on the title page of the answer-book by the candidate.
(III) कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में 36 प्रश्न हैं।	(III) Please check that this question paper contains 36 questions.
(IV) कृपया प्रश्न का उत्तर लिखना शुरू करने से पहले, प्रश्न का क्रमांक अवश्य लिखें।	(IV) Please write down the Serial Number of the question in the answer-book before attempting it.
(V) इस प्रश्न-पत्र को पढ़ने के लिए 15 मिनट का समय दिया गया है। प्रश्न-पत्र का वितरण पूर्वाह्न में 10.15 बजे किया जाएगा। 10.15 बजे से 10.30 बजे तक छात्र केवल प्रश्न-पत्र को पढ़ेंगे और इस अवधि के दौरान वे उत्तर-पुस्तिका में कोई उत्तर नहीं लिखेंगे।	(V) 15 minute time has been allotted to read this question paper. The question paper will be distributed at 10.15 a.m. From 10.15 a.m. to 10.30 a.m., the students will read the question paper only and will not write any answer on the answer-book during this period.

गणित



## MATHEMATICS

निर्धारित समय : 3 घण्टे

Time allowed : 3 hours

अधिकतम अंक : 80

Maximum Marks : 80

.65/5/2.

334B



### सामान्य निर्देश :

निम्नलिखित निर्देशों को बहुत सावधानी से पढ़िए और उनका अनुपालन कीजिए :

- (i) प्रश्न-पत्र चार खंडों में विभाजित किया गया है – क, ख, ग एवं घ। इस प्रश्नपत्र में 36 प्रश्न हैं। सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।
- (ii) खण्ड-क में प्रश्न संख्या 1 से 20 तक 20 प्रश्न हैं एवं प्रत्येक प्रश्न एक अंक का है।
- (iii) खण्ड-ख में प्रश्न संख्या 21 से 26 तक 6 प्रश्न हैं एवं प्रत्येक प्रश्न दो अंकों का है।
- (iv) खण्ड-ग में प्रश्न संख्या 27 से 32 तक 6 प्रश्न हैं एवं प्रत्येक प्रश्न चार अंकों का है।
- (v) खण्ड-घ में प्रश्न संख्या 33 से 36 तक 4 प्रश्न हैं एवं प्रत्येक प्रश्न छः अंकों का है।
- (vi) प्रश्न-पत्र में समग्र पर कोई विकल्प नहीं है। तथापि एक-एक अंक वाले तीन प्रश्नों में, दो-दो अंकों वाले दो प्रश्नों में, चार-चार अंकों वाले दो प्रश्नों में और छः-छः अंकों वाले दो प्रश्नों में आंतरिक विकल्प दिए गए हैं। ऐसे प्रश्नों में केवल एक ही विकल्प का उत्तर लिखिए।
- (vii) इसके अतिरिक्त, आवश्यकतानुसार, प्रत्येक खण्ड और प्रश्न के साथ यथोचित निर्देश दिए गए हैं।
- (viii) कैलकुलेटरों के प्रयोग की अनुमति नहीं है।

### खण्ड – क

प्रश्न संख्या 1 से 10 तक के सभी प्रश्न बहुविकल्पी हैं। सही विकल्प चुनिए :

1. यदि  $[x \ 1] \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 0 \end{bmatrix} = O$  है, तो  $x$  का मान होगा
  - (a) 0
  - (b) -2
  - (c) -1
  - (d) 2
2.  $\int 4^x 3^x dx$  बराबर है
 

(a) $\frac{12^x}{\log 12} + C$	(b) $\frac{4^x}{\log 4} + C$
(c) $\left( \frac{4^x \cdot 3^x}{\log 4 \cdot \log 3} \right) + C$	(d) $\frac{3^x}{\log 3} + C$



### General Instructions :

Read the following instructions very carefully and strictly follow them :

- (i) *This question paper comprises four sections – A, B, C and D.*  
*This question paper carries 36 questions. All questions are compulsory.*
- (ii) *Section A – Question no. 1 to 20 comprises of 20 questions of one mark each.*
- (iii) *Section B – Question no. 21 to 26 comprises of 6 questions of two marks each.*
- (iv) *Section C – Question no. 27 to 32 comprises of 6 questions of four marks each.*
- (v) *Section D – Question no. 33 to 36 comprises of 4 questions of six marks each.*
- (vi) *There is no overall choice in the question paper. However, an internal choice has been provided in 3 questions of one mark, 2 questions of two marks, 2 questions of four marks and 2 questions of six marks. Only one of the choices in such questions have to be attempted.*
- (vii) *In addition to this, separate instructions are given with each section and question, wherever necessary.*
- (viii) *Use of calculators is not permitted.*

### Section – A

Question numbers **1** to **10** are multiple choice questions. Select the correct option :

1. If  $[x \ 1] \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 0 \end{bmatrix} = O$ , then  $x$  equals
 

(a) 0	(b) -2	(c) -1	(d) 2
-------	--------	--------	-------
2.  $\int 4^x 3^x dx$  equals
 

(a) $\frac{12^x}{\log 12} + C$	(b) $\frac{4^x}{\log 4} + C$
(c) $\left(\frac{4^x \cdot 3^x}{\log 4 \cdot \log 3}\right) + C$	(d) $\frac{3^x}{\log 3} + C$



3. संख्याओं 1 से 60 में से कोई एक संख्या यादृच्छया निकाली जाती है। इस संख्या का 2 या 5 का गुणज होने की प्रायिकता है।
- (a)  $\frac{2}{5}$  (b)  $\frac{3}{5}$  (c)  $\frac{7}{10}$  (d)  $\frac{9}{10}$
4. ABCD एक समचतुर्भुज है जिसके विकर्ण E पर परस्पर काटते हैं।  
तब  $\vec{EA} + \vec{EB} + \vec{EC} + \vec{ED}$  बराबर है।
- (a)  $\vec{0}$  (b)  $\vec{AD}$  (c)  $2\vec{BC}$  (d)  $2\vec{AD}$
5. यदि एक वर्ग आव्यूह A की कोटि 3 है और  $A (\text{adj } A) = 10 I$  है, तो  $|\text{adj } A|$  होगा
- (a) 1 (b) 10 (c) 100 (d) 101
6. ताश के 52 पत्तों की एक गड्ढी से एक पत्ता, यादृच्छया निकाला जाता है। यदि यह पत्ता बेगम है, तो इसके हुकुम का पत्ता होने की प्रायिकता होगी
- (a)  $\frac{1}{3}$  (b)  $\frac{4}{13}$  (c)  $\frac{1}{4}$  (d)  $\frac{1}{2}$
7. यदि  $\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$  तीन परस्पर लंबवत् मात्रक सदिश हैं, तो
- (a)  $\hat{i} \cdot \hat{j} = 1$  (b)  $\hat{i} \times \hat{j} = 1$  (c)  $\hat{i} \cdot \hat{k} = 0$  (d)  $\hat{i} \times \hat{k} = 0$
8. असमिका  $2x + 3y > 6$  का आलेख होता है :
- (a) अर्धतल जिसमें मूल बिन्दु स्थित है।  
 (b) अर्धतल जिसमें मूल बिन्दु स्थित नहीं है, और रेखा  $2x + 3y = 6$  के बिन्दु भी सम्मिलित नहीं है।  
 (c) पूर्ण XOX-tल, जिसमें रेखा  $2x + 3y = 6$  के बिन्दु सम्मिलित नहीं है।  
 (d) पूर्ण XOX-tल
9. रेखाएँ  $\frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{1} = \frac{4-z}{k}$  तथा  $\frac{x-1}{k} = \frac{y-4}{2} = \frac{z-5}{-2}$  परस्पर लंबवत् हैं, यदि k का मान है
- (a)  $-\frac{2}{3}$  (b)  $\frac{2}{3}$  (c)  $-2$  (d) 2

.65/5/2.



3. A number is chosen randomly from numbers 1 to 60. The probability that the chosen number is a multiple of 2 or 5 is  
 (a)  $\frac{2}{5}$       (b)  $\frac{3}{5}$       (c)  $\frac{7}{10}$       (d)  $\frac{9}{10}$
4. ABCD is a rhombus whose diagonals intersect at E. Then  $\vec{EA} + \vec{EB} + \vec{EC} + \vec{ED}$  equals  
 (a)  $\vec{0}$       (b)  $\vec{AD}$       (c)  $2\vec{BC}$       (d)  $2\vec{AD}$
5. If A is a square matrix of order 3, such that  $A(\text{adj } A) = 10 I$ , then  $|\text{adj } A|$  is equal to  
 (a) 1      (b) 10      (c) 100      (d) 101
6. A card is picked at random from a pack of 52 playing cards. Given that the picked card is a queen, the probability of this card to be a card of spade is  
 (a)  $\frac{1}{3}$       (b)  $\frac{4}{13}$       (c)  $\frac{1}{4}$       (d)  $\frac{1}{2}$
7. If  $\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$  are unit vectors along three mutually perpendicular directions, then  
 (a)  $\hat{i} \cdot \hat{j} = 1$       (b)  $\hat{i} \times \hat{j} = 1$       (c)  $\hat{i} \cdot \hat{k} = 0$       (d)  $\hat{i} \times \hat{k} = 0$
8. The graph of the inequality  $2x + 3y > 6$  is  
 (a) half plane that contains the origin.  
 (b) half plane that neither contains the origin nor the points of the line  $2x + 3y = 6$ .  
 (c) whole XOX – plane excluding the points on the line  $2x + 3y = 6$ .  
 (d) entire XOX plane.
9. The lines  $\frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{1} = \frac{4-z}{k}$  and  $\frac{x-1}{k} = \frac{y-4}{2} = \frac{z-5}{-2}$  are mutually perpendicular if the value of k is  
 (a)  $-\frac{2}{3}$       (b)  $\frac{2}{3}$       (c) -2      (d) 2

**.65/5/2.**

**5**

**P.T.O.**



10. यदि  $y = Ae^{5x} + Be^{-5x}$  हो, तो  $\frac{d^2y}{dx^2}$  बराबर है  
 (a) 25 y      (b) 5 y      (c) -25 y      (d) 15 y

प्रश्न 11 से 15 में, खाली स्थान भरने हैं

11. समुच्चय A पर परिभाषित एक संबंध \_\_\_\_\_ संबंध कहलाता है यदि  $a_1, a_2, a_3 \in A$  के लिए  $(a_1, a_2) \in R$  तथा  $(a_2, a_3) \in R$  से  $(a_1, a_3) \in R$  प्राप्त हो।

12. अवकल समीकरण  $x \frac{dy}{dx} + 2y = x^2$  का समाकलन गुणक है \_\_\_\_\_.

अथवा

$$\text{अवकल समीकरण } 1 + \left( \frac{dy}{dx} \right)^2 = x \text{ की घात } \text{ है।}$$

13. बिन्दुओं (3, 4, -7) तथा (1, -1, 6) से गुजरने वाली रेखा का सदिश समीकरण है \_\_\_\_\_.

अथवा

न्यूनतम दूरी रेखा दोनों विषमतलीय रेखाओं पर \_\_\_\_\_ होती है।

14. यदि  $A + B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$  तथा  $A - 2B = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$  हो, तो आव्यूह  $A = \text{_____}$  है।

15. फलन  $f(x) = ax + \frac{b}{x}$  ( $a > 0, b > 0, x > 0$ ) का न्यूनतम मान है \_\_\_\_\_.

प्रश्न 16 से 20 तक के सभी प्रश्न लघु उत्तरीय प्रश्न हैं

16. मान ज्ञात कीजिए :  $\sin \left[ \frac{\pi}{3} - \sin^{-1} \left( -\frac{1}{2} \right) \right]$ .

17. अवकल का प्रयोग करके,  $\sqrt{36.6}$  का दशमलव के 2 स्थानों तक सन्तिकट मान ज्ञात कीजिए।

अथवा

वक्र  $y = 2 \cos^2(3x)$  के बिंदु  $x = \frac{\pi}{6}$  पर स्पर्श रेखा की ढाल ज्ञात कीजिए।

.65/5/2.



10. If  $y = Ae^{5x} + Be^{-5x}$ , then  $\frac{d^2y}{dx^2}$  is equal to  
 (a) 25 y      (b) 5 y      (c) -25 y      (d) 15 y

Fill in the blanks in Questions from 11 to 15.

11. A relation R on a set A is called \_\_\_\_\_, if  $(a_1, a_2) \in R$  and  $(a_2, a_3) \in R$  implies that  $(a_1, a_3) \in R$ , for  $a_1, a_2, a_3 \in A$ .
12. The integrating factor of the differential equation  $x \frac{dy}{dx} + 2y = x^2$  is \_\_\_\_\_.

**OR**

The degree of the differential equation  $1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 = x$  is \_\_\_\_\_.

13. The vector equation of a line which passes through the points (3, 4, -7) and (1, -1, 6) is \_\_\_\_\_.

**OR**

The line of shortest distance between two skew lines is \_\_\_\_\_ to both the lines.

14. If  $A + B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$  and  $A - 2B = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ , then  $A =$  \_\_\_\_\_.

15. The least value of the function  $f(x) = ax + \frac{b}{x}$  ( $a > 0, b > 0, x > 0$ ) is \_\_\_\_\_.

Q. Nos. 16 to 20 are of very short answer type questions.

16. Evaluate :  $\sin\left[\frac{\pi}{3} - \sin^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right)\right]$ .

17. Using differential, find the approximate value of  $\sqrt{36.6}$  upto 2 decimal places.

**OR**

Find the slope of tangent to the curve  $y = 2 \cos^2(3x)$  at  $x = \frac{\pi}{6}$ .



18. मान ज्ञात कीजिए  $\int_1^4 |x - 5| dx$

19. यदि फलन  $f$ , जो निम्न रूप से परिभाषित है,  $x = 3$  पर संतत है, तो  $k$  का मान ज्ञात कीजिए

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 9}{x - 3}, & x \neq 3 \\ k, & x = 3 \end{cases}$$

20. आव्यूह  $A = \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$  के लिए  $A^{-1}$  लिखिए।

### खण्ड – ख

प्रश्न संख्या 21 से 26 तक प्रत्येक प्रश्न के 2 अंक हैं।

21. ज्ञात कीजिए :  $\int \frac{x + 1}{x(1 - 2x)} dx$

22. मान ज्ञात कीजिए :  $\int \frac{x \sin^{-1}(x^2)}{\sqrt{1 - x^4}} dx$

23. मान ज्ञात कीजिए  $\int_0^1 x(1 - x)^n dx$

24. यदि  $x = a \cos \theta$ ;  $y = b \sin \theta$  हो, तो  $\frac{d^2y}{dx^2}$  ज्ञात कीजिए।

### अथवा

$e^{\cos x}$  के सापेक्ष  $\sin^2 x$  का अवकलज ज्ञात कीजिए।

25. A और B दो स्वतंत्र घटनाएँ हैं, जहाँ  $P(A) = 0.3$  तथा  $P(B) = 0.6$ ,  $P(A' \cap B')$  ज्ञात कीजिए।

.65/5/2.



18. Find the value of  $\int_1^4 |x - 5| dx$ .

19. If the function  $f$  defined as

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 9}{x - 3}, & x \neq 3 \\ k, & x = 3 \end{cases}$$

is continuous at  $x = 3$ , find  $k$ .

20. For  $A = \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$  write  $A^{-1}$ .

### Section – B

Q. Nos. 21 to 26 carry 2 marks each.

21. Find  $\int \frac{x+1}{x(1-2x)} dx$ .

22. Evaluate  $\int \frac{x \sin^{-1}(x^2)}{\sqrt{1-x^4}} dx$ .

23. Find the value of  $\int_0^1 x(1-x)^n dx$ .

24. If  $x = a \cos \theta$ ;  $y = b \sin \theta$ , then find  $\frac{d^2y}{dx^2}$ .

**OR**

Find the differential of  $\sin^2 x$  w.r.t.  $e^{\cos x}$ .

25. Given two independent events  $A$  and  $B$  such that  $P(A) = 0.3$  and  $P(B) = 0.6$ , find  $P(A' \cap B')$

.65/5/2.

9

P.T.O.



26. यदि  $f(x) = \frac{4x+3}{6x-4}$ ,  $x \neq \frac{2}{3}$  हो, तो दर्शाइए कि सभी  $x \neq \frac{2}{3}$  के लिए  $(f \circ f)(x) = x$ ,  $f$  का प्रतिलोम भी लिखिए।

**अथवा**

जाँच कीजिए कि क्या  $\mathbb{R}$  में  $R = \{(a, b) : a < b\}$  द्वारा परिभाषित संबंध (i) सममित है, (ii) संक्रामक है।

### खण्ड – ग

प्रश्न संख्या 27 से 32 तक प्रत्येक प्रश्न के 4 अंक हैं।

27. सिद्ध कीजिए कि  $\tan \left[ 2 \tan^{-1} \left( \frac{1}{2} \right) - \cot^{-1} 3 \right] = \frac{9}{13}$

28. यदि  $y = (\cos x)^x + \tan^{-1} \sqrt{x}$  है, तो  $\frac{dy}{dx}$  ज्ञात कीजिए।

29. यदि सदिश  $\vec{a} = \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$  तथा  $\vec{b} = 2\hat{i} + 4\hat{j} - 5\hat{k}$  एक समांतर चतुर्भुज की दो संलग्न भुजाओं को निरूपित करते हों, तो चतुर्भुज के विकर्णों के समांतर मात्रक सदिश ज्ञात कीजिए।

**अथवा**

सदिशों का प्रयोग करके, त्रिभुज ABC जिसके शीर्ष A (1, 2, 3), B(2, -1, 4) तथा C (4, 5, -1), का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

30. एक कम्पनी प्लाइबुड के दो प्रकार के अनूठे स्मृति चिह्न का निर्माण करती है। A प्रकार के प्रति स्मृति चिह्न के निर्माण में 5 मिनट काटने व 10 मिनट जोड़ने में लगते हैं। B प्रकार के प्रति स्मृति चिह्न के लिए 8 मिनट काटने व 8 मिनट जोड़ने में लगते हैं। दिया गया है कि काटने के लिए कुल समय 3 घंटे 20 मिनट तथा जोड़ने के लिए 4 घंटे उपलब्ध हैं। प्रत्येक A प्रकार के स्मृति चिह्न पर ₹ 100 और प्रत्येक B प्रकार के स्मृति चिह्न पर ₹ 120 का लाभ होता है। ज्ञात कीजिए कि लाभ के अधिकतमीकरण के लिए प्रत्येक प्रकार के कितने-कितने स्मृति चिह्नों को कम्पनी द्वारा निर्माण करना चाहिए। रैखिक प्रोग्रामन समस्या बनाकर इसे ग्राफ द्वारा हल कीजिए।

.65/5/2.

10



26. If  $f(x) = \frac{4x+3}{6x-4}$ ,  $x \neq \frac{2}{3}$ , then show that  $(f \circ f)(x) = x$ , for all  $x \neq \frac{2}{3}$ . Also, write inverse of  $f$ .

**OR**

Check if the relation  $R$  in the set  $\mathbb{R}$  of real numbers defined as

$R = \{(a, b) : |a| < b\}$  is (i) symmetric, (ii) transitive

### Section – C

Q. Nos. 27 to 32 carry 4 marks each.

27. Prove that  $\tan \left[ 2 \tan^{-1} \left( \frac{1}{2} \right) - \cot^{-1} 3 \right] = \frac{9}{13}$ .

28. If  $y = (\cos x)^x + \tan^{-1} \sqrt{x}$ , find  $\frac{dy}{dx}$ .

29. If  $\vec{a} = \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$  and  $\vec{b} = 2\hat{i} + 4\hat{j} - 5\hat{k}$  represent two adjacent sides of a parallelogram, find unit vectors parallel to the diagonals of the parallelogram.

**OR**

Using vectors, find the area of the triangle ABC with vertices A (1, 2, 3), B(2, -1, 4) and C (4, 5, -1).

30. A company manufactures two types of novelty souvenirs made of plywood. Souvenirs of type A requires 5 minutes each for cutting and 10 minutes each for assembling. Souvenirs of type B require 8 minutes each for cutting and 8 minutes each for assembling. Given that total time for cutting is 3 hours 20 minutes and for assembling 4 hours. The profit for type A souvenir is ₹ 100 each and for type B souvenir, profit is ₹ 120 each. How many souvenirs of each type should the company manufacture in order to maximize the profit ? Formulate the problem as an LPP and solve it graphically.

.65/5/2.

11

P.T.O.



31. सात ताजे सेबों में तीन खराब सेब मिला दिए जाते हैं। इसके बाद तीन सेब उत्तरोत्तर प्रतिस्थापना के साथ निकाले जाते हैं। खराब सेबों की संख्या का प्रायिकता बंटन ज्ञात कीजिए। खराब सेबों की संख्या का माध्य ज्ञात कीजिए।

**अथवा**

दुकान X में एकसमान दिखने वाले 30 डिब्बे A प्रकार के घी के व 40 डिब्बे B प्रकार के घी के बेचने के लिए रखे गए हैं। जबकि दुकान Y में, एकसमान दिखने वाले 50 डिब्बे A प्रकार के घी के व 60 डिब्बे B प्रकार के घी के रखे गये हैं। यादृच्छता एक डिब्बा किसी एक दुकान से खरीदा जाता है और पाया जाता है कि यह डिब्बा B प्रकार के घी का है। प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि यह डिब्बा दुकान Y का है।

32. अवकल समीकरण हल कीजिए।

$$x \sin\left(\frac{y}{x}\right) \frac{dy}{dx} + x - y \sin\left(\frac{y}{x}\right) = 0$$

दिया गया है  $x = 1$  जब  $y = \frac{\pi}{2}$

**खण्ड – घ**

प्रश्न संख्या 33 से 36 तक प्रत्येक प्रश्न के 6 अंक हैं।

33. यदि  $a, b, c$  गुणोत्तर श्रेणी के क्रमशः  $p, q, r$  वें पद हैं, तो सिद्ध कीजिए कि

$$\begin{vmatrix} \log a & p & 1 \\ \log b & q & 1 \\ \log c & r & 1 \end{vmatrix} = 0$$

**अथवा**

यदि  $A = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 5 \\ 3 & 2 & -4 \\ 1 & 1 & -2 \end{bmatrix}$  है, तो  $A^{-1}$  ज्ञात कीजिए।

$A^{-1}$  का प्रयोग करके, निम्न समीकरण निकाय का हल ज्ञात कीजिए।

$$2x - 3y + 5z = 11$$

$$3x + 2y - 4z = -5$$

$$x + y - 2z = -3$$



31. Three rotten apples are mixed with seven fresh apples. Find the probability distribution of the number of rotten apples, if three apples are drawn one by one with replacement. Find the mean of the number of rotten apples.

**OR**

In a shop X, 30 tins of ghee of type A and 40 tins of ghee of type B which look alike, are kept for sale. While in shop Y, similar 50 tins of ghee of type A and 60 tins of ghee of type B are there. One tin of ghee is purchased from one of the randomly selected shop and is found to be of type B. Find the probability that it is purchased from shop Y.

32. Solve the differential equation :

$$x \sin\left(\frac{y}{x}\right) \frac{dy}{dx} + x - y \sin\left(\frac{y}{x}\right) = 0$$

Given that  $x = 1$  when  $y = \frac{\pi}{2}$ .

### Section – D

Q. 33 to 36, carry 6 marks each.

33. If a, b, c are  $p^{\text{th}}$ ,  $q^{\text{th}}$  and  $r^{\text{th}}$  terms respectively of a G.P, then prove that

$$\begin{vmatrix} \log a & p & 1 \\ \log b & q & 1 \\ \log c & r & 1 \end{vmatrix} = 0$$

**OR**

If  $A = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 5 \\ 3 & 2 & -4 \\ 1 & 1 & -2 \end{bmatrix}$ , then find  $A^{-1}$ .

Using  $A^{-1}$ , solve the following system of equations :

$$2x - 3y + 5z = 11$$

$$3x + 2y - 4z = -5$$

$$x + y - 2z = -3$$



34. बिन्दु (1, 1, 1) से गुजरने वाली और निम्न दोनों रेखाओं

$$\frac{x+2}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+1}{4}; \quad \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{4}$$

के लम्बवत रेखा का सदिश तथा कार्तीय समीकरण ज्ञात कीजिए। दी गई रेखाओं के बीच का कोण भी ज्ञात कीजिए।

35. समाकलन के प्रयोग से दो वृत्तों  $x^2 + y^2 = 9$  एवं  $(x - 3)^2 + y^2 = 9$  के मध्यवर्ती क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

### अथवा

योग की सीमा के रूप में निम्न समाकलन का मान ज्ञात कीजिए :

$$\int_1^4 (x^2 - x) dx$$

36. वक्र  $y^2 = 4x$  पर वह बिन्दु ज्ञात करिए जो (2, 1) के निकटतम है।

---



34. Find the vector and cartesian equations of the line which is perpendicular to the lines with equations

$$\frac{x+2}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+1}{4} \text{ and } \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{4}$$

and passes through the point (1, 1, 1). Also find the angle between the given lines.

35. Using integration find the area of the region bounded between the two circles  $x^2 + y^2 = 9$  and  $(x - 3)^2 + y^2 = 9$ .

**OR**

Evaluate the following integral as the limit of sums  $\int_1^4 (x^2 - x) dx$ .

36. Find the point on the curve  $y^2 = 4x$  which is nearest to the point (2, 1).



.65/5/2.

16



SET – 3

कोड नं.

Code No. **65/5/3**

Series : HMJ/5

रोल नं.

--	--	--	--	--	--	--

Roll No.



परीक्षार्थी कोड को उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर अवश्य लिखें।

Candidates must write the Code on the title page of the answer-book.

नोट	NOTE
(I) कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में मुद्रित पृष्ठ 15 हैं।	(I) Please check that this question paper contains 15 printed pages.
(II) प्रश्न-पत्र में दाहिने हाथ की ओर दिए गए कोड नम्बर को छात्र उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर लिखें।	(II) Code number given on the right hand side of the question paper should be written on the title page of the answer-book by the candidate.
(III) कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में 36 प्रश्न हैं।	(III) Please check that this question paper contains 36 questions.
(IV) कृपया प्रश्न का उत्तर लिखना शुरू करने से पहले, प्रश्न का क्रमांक अवश्य लिखें।	(IV) Please write down the Serial Number of the question in the answer-book before attempting it.
(V) इस प्रश्न-पत्र को पढ़ने के लिए 15 मिनट का समय दिया गया है। प्रश्न-पत्र का वितरण पूर्वाह्न में 10.15 बजे किया जाएगा। 10.15 बजे से 10.30 बजे तक छात्र केवल प्रश्न-पत्र को पढ़ेंगे और इस अवधि के दौरान वे उत्तर-पुस्तिका में कोई उत्तर नहीं लिखेंगे।	(V) 15 minute time has been allotted to read this question paper. The question paper will be distributed at 10.15 a.m. From 10.15 a.m. to 10.30 a.m., the students will read the question paper only and will not write any answer on the answer-book during this period.

गणित

**MATHEMATICS**

निर्धारित समय: 3 घण्टे

Time allowed : 3 hours

अधिकतम अंक : 80

Maximum Marks : 80

**.65/5/3.****334C**



### सामान्य निर्देश :

निम्नलिखित निर्देशों को बहुत सावधानी से पढ़िए और उनका अनुपालन कीजिए :

- (i) प्रश्न-पत्र चार खंडों में विभाजित किया गया है – क, ख, ग एवं घ / इस प्रश्नपत्र में 36 प्रश्न हैं / सभी प्रश्न अनिवार्य हैं ।
- (ii) खण्ड-क में प्रश्न संख्या 1 से 20 तक 20 प्रश्न हैं एवं प्रत्येक प्रश्न एक अंक का है ।
- (iii) खण्ड-ख में प्रश्न संख्या 21 से 26 तक 6 प्रश्न हैं एवं प्रत्येक प्रश्न दो अंकों का है ।
- (iv) खण्ड-ग में प्रश्न संख्या 27 से 32 तक 6 प्रश्न हैं एवं प्रत्येक प्रश्न चार अंकों का है ।
- (v) खण्ड-घ में प्रश्न संख्या 33 से 36 तक 4 प्रश्न हैं एवं प्रत्येक प्रश्न छः अंकों का है ।
- (vi) प्रश्न-पत्र में समग्र पर कोई विकल्प नहीं है । तथापि एक-एक अंक वाले तीन प्रश्नों में, दो-दो अंकों वाले दो प्रश्नों में, चार-चार अंकों वाले दो प्रश्नों में और छः-छः अंकों वाले दो प्रश्नों में आंतरिक विकल्प दिए गए हैं । ऐसे प्रश्नों में केवल एक ही विकल्प का उत्तर लिखिए ।
- (vii) इसके अतिरिक्त, आवश्यकतानुसार, प्रत्येक खण्ड और प्रश्न के साथ यथोचित निर्देश दिए गए हैं ।
- (viii) कैलकुलेटरों के प्रयोग की अनुमति नहीं है ।

### खण्ड – क

प्रश्न 1 से 10 तक के सभी प्रश्न बहुविकल्पी हैं । सही विकल्प चुनिए :

1. यदि A एक कोटि 3 का विषम सममित आव्यूह है, तो |A| का मान है
 

(a) 3	(b) 0	(c) 9	(d) 27
-------	-------	-------	--------
2. यदि  $\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$  तीन परस्पर लंबवत मात्रक सदिश हैं, तो
 

(a) $\hat{i} \cdot \hat{j} = 1$	(b) $\hat{i} \times \hat{j} = 1$	(c) $\hat{i} \cdot \hat{k} = 0$	(d) $\hat{i} \times \hat{k} = 0$
---------------------------------	----------------------------------	---------------------------------	----------------------------------



### General Instructions :

Read the following instructions very carefully and strictly follow them :

- (i) *This question paper comprises four sections – A, B, C and D.*  
*This question paper carries 36 questions. All questions are compulsory.*
- (ii) *Section A – Question no. 1 to 20 comprises of 20 questions of one mark each.*
- (iii) *Section B – Question no. 21 to 26 comprises of 6 questions of two marks each.*
- (iv) *Section C – Question no. 27 to 32 comprises of 6 questions of four marks each.*
- (v) *Section D – Question no. 33 to 36 comprises of 4 questions of six marks each.*
- (vi) *There is no overall choice in the question paper. However, an internal choice has been provided in 3 questions of one mark, 2 questions of two marks, 2 questions of four marks and 2 questions of six marks. Only one of the choices in such questions have to be attempted.*
- (vii) *In addition to this, separate instructions are given with each section and question, wherever necessary.*
- (viii) *Use of calculators is not permitted.*

### Section – A

Question numbers **1** to **10** are multiple choice questions. Select the correct option :

1. If A is a skew symmetric matrix of order 3, then the value of  $|A|$  is
  - (a) 3
  - (b) 0
  - (c) 9
  - (d) 27
2. If  $\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$  are unit vectors along three mutually perpendicular directions, then
  - (a)  $\hat{i} \cdot \hat{j} = 1$
  - (b)  $\hat{i} \times \hat{j} = 1$
  - (c)  $\hat{i} \cdot \hat{k} = 0$
  - (d)  $\hat{i} \times \hat{k} = 0$



3. ताश के 52 पत्तों की एक गड्ढी से एक पत्ता, यादृच्छया निकाला जाता है। यदि यह पत्ता बेगम है, तो इसके हुक्म का पत्ता होने की प्रायिकता होगी
- (a)  $\frac{1}{3}$                                   (b)  $\frac{4}{13}$                                   (c)  $\frac{1}{4}$                                   (d)  $\frac{1}{2}$
4. यदि  $A$  एक  $3 \times 3$  आव्यूह है और  $|A| = 8$  है, तो  $|3A|$  बराबर है
- (a) 8    (b) 24    (c) 72    (d) 216
5.  $\int x^2 e^{x^3} dx$  बराबर है
- (a)  $\frac{1}{3} e^{x^3} + C$                                   (b)  $\frac{1}{3} e^{x^4} + C$                                   (c)  $\frac{1}{2} e^{x^3} + C$                                   (d)  $\frac{1}{2} e^{x^2} + C$
6. यदि  $y = \log_e \left( \frac{x^2}{e^2} \right)$  है, तो  $\frac{d^2y}{dx^2}$  बराबर है।
- (a)  $-\frac{1}{x}$     (b)  $-\frac{1}{x^2}$     (c)  $\frac{2}{x^2}$     (d)  $-\frac{2}{x^2}$
7. एक पासा एक बार उछाला गया। माना घटना जहाँ पासे की संख्या 3 से अधिक है, को  $A$  तथा घटना जहाँ पासे की संख्या 5 से कम है, को  $B$  से प्रकट किया गया है। तब  $P(A \cup B)$  है
- (a)  $\frac{2}{5}$     (b)  $\frac{3}{5}$     (c) 0    (d) 1
8. ABCD एक समचतुर्भुज है जिसके विकर्ण E पर परस्पर काटते हैं।  
तब  $\vec{EA} + \vec{EB} + \vec{EC} + \vec{ED}$  बराबर है।
- (a)  $\vec{0}$     (b)  $\vec{AD}$     (c)  $2\vec{BC}$     (d)  $2\vec{AD}$
9. मूल बिन्दु  $(0, 0, 0)$  से समतल  $-2x + 6y - 3z = -7$  की दूरी है
- (a) 1 इकाई    (b)  $\sqrt{2}$  इकाई    (c)  $2\sqrt{2}$  इकाई    (d) 3 इकाई

.65/5/3.



3. A card is picked at random from a pack of 52 playing cards. Given that the picked card is a queen, the probability of this card to be a card of spade is  
 (a)  $\frac{1}{3}$       (b)  $\frac{4}{13}$       (c)  $\frac{1}{4}$       (d)  $\frac{1}{2}$
4. If A is a  $3 \times 3$  matrix such that  $|A| = 8$ , then  $|3A|$  equals.  
 (a) 8      (b) 24      (c) 72      (d) 216
5.  $\int x^2 e^{x^3} dx$  equals  
 (a)  $\frac{1}{3} e^{x^3} + C$       (b)  $\frac{1}{3} e^{x^4} + C$       (c)  $\frac{1}{2} e^{x^3} + C$       (d)  $\frac{1}{2} e^{x^2} + C$
6. If  $y = \log_e \left( \frac{x^2}{e^2} \right)$ , then  $\frac{d^2y}{dx^2}$  equals  
 (a)  $-\frac{1}{x}$       (b)  $-\frac{1}{x^2}$       (c)  $\frac{2}{x^2}$       (d)  $-\frac{2}{x^2}$
7. A die is thrown once. Let A be the event that the number obtained is greater than 3. Let B be the event that the number obtained is less than 5. Then  $P(A \cup B)$  is  
 (a)  $\frac{2}{5}$       (b)  $\frac{3}{5}$       (c) 0      (d) 1
8. ABCD is a rhombus whose diagonals intersect at E. Then  $\vec{EA} + \vec{EB} + \vec{EC} + \vec{ED}$  equals  
 (a)  $\vec{0}$       (b)  $\vec{AD}$       (c)  $2\vec{BC}$       (d)  $2\vec{AD}$
9. The distance of the origin (0, 0, 0) from the plane  $-2x + 6y - 3z = -7$  is  
 (a) 1 unit      (b)  $\sqrt{2}$  units      (c)  $2\sqrt{2}$  units      (d) 3 units

**.65/5/3.****5****P.T.O.**



10. असमिका  $2x + 3y > 6$  का आलेख होता है :
- अर्धतल जिसमें मूल बिन्दु स्थित है।
  - अर्धतल जिसमें मूल बिन्दु स्थित नहीं है, और रेखा  $2x + 3y = 6$  के बिन्दु भी सम्मिलित नहीं है।
  - पूर्ण XOY-तल, जिसमें रेखा  $2x + 3y = 6$  के बिन्दु सम्मिलित नहीं है।
  - पूर्ण XOY-तल

प्रश्न 11 से 15 में, खाली स्थान भरने हैं

11. यदि A और B कोटि 3 के वर्ग आव्यूह हैं और  $|A| = 5$ ,  $|B| = 3$  हैं, तो  $|3AB|$  का मान है \_\_\_\_\_.
12. फलन  $f(x) = ax + \frac{b}{x}$  ( $a > 0$ ,  $b > 0$ ,  $x > 0$ ) का न्यूनतम मान है \_\_\_\_\_.
13. बिन्दुओं  $(3, 4, -7)$  तथा  $(1, -1, 6)$  से गुजरने वाली रेखा का सदिश समीकरण है \_\_\_\_\_.

अथवा

न्यूनतम दूरी रेखा दोनों विषमतलीय रेखाओं पर \_\_\_\_\_ होती है।

14. अवकल समीकरण  $x \frac{dy}{dx} + 2y = x^2$  का समाकलन गुणक है \_\_\_\_\_.

अथवा

अवकल समीकरण  $1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 = x$  की घात \_\_\_\_\_ है।

15. समुच्चय A पर परिभाषित एक संबंध \_\_\_\_\_ संबंध कहलाता है, यदि A का प्रत्येक अवयव स्वयं से संबंधित है।

प्रश्न 16 से 20 तक के सभी प्रश्न लघु उत्तरीय प्रश्न हैं

16. आव्यूह  $\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$  से सभी अवयवों के सह खंड ज्ञात कीजिए।



10. The graph of the inequality  $2x + 3y > 6$  is
- half plane that contains the origin.
  - half plane that neither contains the origin nor the points of the line  $2x + 3y = 6$ .
  - whole XOY – plane excluding the points on the line  $2x + 3y = 6$ .
  - entire XOY plane.

Fill in the blanks in Questions from **11** to **15**.

11. If A and B are square matrices each of order 3 and  $|A| = 5$ ,  $|B| = 3$ , then the value of  $|3 AB|$  is \_\_\_\_\_
12. The least value of the function  $f(x) = ax + \frac{b}{x}$  ( $a > 0$ ,  $b > 0$ ,  $x > 0$ ) is \_\_\_\_\_.
13. The vector equation of a line which passes through the points  $(3, 4, -7)$  and  $(1, -1, 6)$  is \_\_\_\_\_.

**OR**

The line of shortest distance between two skew lines is \_\_\_\_\_ to both the lines.

14. The integrating factor of the differential equation  $x \frac{dy}{dx} + 2y = x^2$  is \_\_\_\_\_.

**OR**

The degree of the differential equation  $1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 = x$  is \_\_\_\_\_ .

15. A relation in a set A is called \_\_\_\_\_ relation, if each element of A is related to itself.

Q. Nos. **16** to **20** are of very short answer type questions.

16. Find the cofactors of all the elements of  $\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$ .

.65/5/3.

7

P.T.O.



17. फलन  $f(x) = x|x|$ ,  $x \in \mathbb{R}$ , की  $x = 0$  पर अवकलनीयता की जाँच कीजिए।

18. मान ज्ञात कीजिए  $\sin^{-1} \left[ \sin \left( -\frac{17\pi}{8} \right) \right]$ .

19. मान ज्ञात कीजिए  $\int_{-1}^{4} |x - 5| dx$

20. यदि  $f(x) = x^4 - 10$  है, तो  $f(2.1)$  का सन्निकट मान ज्ञात कीजिए।

**अथवा**

वक्र  $y = 2 \sin^2(3x)$  के बिन्दु  $x = \frac{\pi}{6}$  पर स्पर्श रेखा की ढाल ज्ञात कीजिए।

**खण्ड – ख**

प्रश्न संख्या 21 से 26 तक प्रत्येक प्रश्न के 2 अंक हैं।

21. ज्ञात कीजिए :  $\int \frac{x+1}{(x+2)(x+3)} dx$

22. यदि  $f(x) = \frac{4x+3}{6x-4}$ ,  $x \neq \frac{2}{3}$  हो, तो दर्शाइए कि सभी  $x \neq \frac{2}{3}$  के लिए  $(f \circ f)(x) = x$ ,  $f$  का प्रतिलोम भी लिखिए।

**अथवा**

जाँच कीजिए कि क्या  $\mathbb{R}$  में  $R = \{(a, b) : a < b\}$  द्वारा परिभाषित संबंध (i) सममित है, (ii) संक्रामक है।

23. A और B दो स्वतंत्र घटनाएँ हैं, जहाँ  $P(A) = 0.3$  तथा  $P(B) = 0.6$ ,  $P(A' \cap B')$  ज्ञात कीजिए।

24. मान ज्ञात कीजिए  $\int_{-1}^{2} \left[ \frac{1}{x} - \frac{1}{2x^2} \right] e^{2x} dx$

.65/5/3.

8



17. Let  $f(x) = x|x|$ , for all  $x \in \mathbb{R}$  check its differentiability at  $x = 0$ .

18. Find the value of  $\sin^{-1} \left[ \sin \left( -\frac{17\pi}{8} \right) \right]$ .

19. Find the value of  $\int_1^4 |x-5| dx$ .

20. If  $f(x) = x^4 - 10$ , then find the approximate value of  $f(2.1)$ .

**OR**

Find the slope of the tangent to the curve  $y = 2 \sin^2(3x)$  at  $x = \frac{\pi}{6}$ .

### Section – B

Q. Nos. **21** to **26** carry **2** marks each.

21. Find  $\int \frac{x+1}{(x+2)(x+3)} dx$ .

22. If  $f(x) = \frac{4x+3}{6x-4}$ ,  $x \neq \frac{2}{3}$ , then show that  $(f \circ f)(x) = x$ , for all  $x \neq \frac{2}{3}$ . Also, write inverse of  $f$ .

**OR**

Check if the relation  $R$  in the set  $\mathbb{R}$  of real numbers defined as

$R = \{(a, b) : a < b\}$  is (i) symmetric, (ii) transitive

23. Given two independent events  $A$  and  $B$  such that  $P(A) = 0.3$  and  $P(B) = 0.6$ , find  $P(A' \cap B')$

24. Evaluate  $\int_1^2 \left[ \frac{1}{x} - \frac{1}{2x^2} \right] e^{2x} dx$ .

.65/5/3.

9

P.T.O.



25. यदि  $x = a \cos \theta$ ;  $y = b \sin \theta$  हो, तो  $\frac{d^2y}{dx^2}$  ज्ञात कीजिए।

#### अथवा

$e^{cos x}$  के सापेक्ष  $\sin^2 x$  का अवकलज ज्ञात कीजिए।

26. मान ज्ञात कीजिए :  $\int_0^1 \tan^{-1} \left( \frac{1-2x}{1+x-x^2} \right) dx$

#### खण्ड – ग

प्रश्न संख्या 27 से 32 तक प्रत्येक प्रश्न के 4 अंक हैं।

27.  $\sin^{-1} \left( \frac{5}{x} \right) + \sin^{-1} \left( \frac{12}{x} \right) = \frac{\pi}{2}$  ( $x \neq 0$ ) को  $x$  के लिए हल कीजिए।

28. अवकल समीकरण  $ye^{x/y} dx = (xe^{x/y} + y^2) dy$ ,  $y \neq 0$  का व्यापक हल ज्ञात कीजिए।

29. यदि  $y = (\log x)^x + x^{\log x}$  है, तो  $\frac{dy}{dx}$  ज्ञात कीजिए।

30. सात ताजे सेबों में तीन खराब सेब मिला दिए जाते हैं। इसके बाद तीन सेब उत्तरोत्तर प्रतिस्थापना के साथ निकाले जाते हैं। खराब सेबों की संख्या का प्रायिकता बंटन ज्ञात कीजिए। खराब सेबों की संख्या का माध्य ज्ञात कीजिए।

#### अथवा

दुकान X में एकसमान दिखने वाले 30 डिब्बे A प्रकार के धी के व 40 डिब्बे B प्रकार के धी के बेचने के लिए रखे गए हैं। जबकि दुकान Y में, एकसमान दिखने वाले 50 डिब्बे A प्रकार के धी के व 60 डिब्बे B प्रकार के धी के रखे गये हैं। यादृच्छता एक डिब्बा किसी एक दुकान से खरीदा जाता है और पाया जाता है कि यह डिब्बा B प्रकार के धी का है। प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि यह डिब्बा दुकान Y का है।



25. If  $x = a \cos \theta$ ;  $y = b \sin \theta$ , then find  $\frac{d^2y}{dx^2}$ .

**OR**

Find the differential of  $\sin^2 x$  w.r.t.  $e^{\cos x}$ .

26. Find the value of  $\int_0^1 \tan^{-1} \left( \frac{1-2x}{1+x-x^2} \right) dx$ .

### Section – C

Q. Nos. 27 to 32 carry 4 marks each.

27. Solve the equation  $x : \sin^{-1} \left( \frac{5}{x} \right) + \sin^{-1} \left( \frac{12}{x} \right) = \frac{\pi}{2} (x \neq 0)$

28. Find the general solution of the differential equation

$$ye^{x/y} dx = (xe^{x/y} + y^2) dy, y \neq 0$$

29. If  $y = (\log x)^x + x^{\log x}$ , then find  $\frac{dy}{dx}$ .

30. Three rotten apples are mixed with seven fresh apples. Find the probability distribution of the number of rotten apples, if three apples are drawn one by one with replacement. Find the mean of the number of rotten apples.

**OR**

In a shop X, 30 tins of ghee of type A and 40 tins of ghee of type B which look alike, are kept for sale. While in shop Y, similar 50 tins of ghee of type A and 60 tins of ghee of type B are there. One tin of ghee is purchased from one of the randomly selected shop and is found to be of type B. Find the probability that it is purchased from shop Y.



31. एक कम्पनी प्लाइवुड के दो प्रकार के अनूठे स्मृति चिह्न का निर्माण करती है। A प्रकार के प्रति स्मृति चिह्न के निर्माण में 5 मिनट काटने व 10 मिनट जोड़ने में लगते हैं। B प्रकार के प्रति स्मृति चिह्न के लिए 8 मिनट काटने व 8 मिनट जोड़ने में लगते हैं। दिया गया है कि काटने के लिए कुल समय 3 घंटे 20 मिनट तथा जोड़ने के लिए 4 घंटे उपलब्ध हैं। प्रत्येक A प्रकार के स्मृति चिह्न पर ₹ 100 और प्रत्येक B प्रकार के स्मृति चिह्न पर ₹ 120 का लाभ होता है। ज्ञात कीजिए कि लाभ के अधिकतमीकरण के लिए प्रत्येक प्रकार के कितने-कितने स्मृति चिह्नों को कम्पनी द्वारा निर्माण करना चाहिए। रैखिक प्रोग्रामन समस्या बनाकर इसे ग्राफ द्वारा हल कीजिए।
32. यदि सदिश  $\vec{a} = \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$  तथा  $\vec{b} = 2\hat{i} + 4\hat{j} - 5\hat{k}$  एक समांतर चतुर्भुज की दो संलग्न भुजाओं को निरूपित करते हों, तो चतुर्भुज के विकर्णों के समांतर मात्रक सदिश ज्ञात कीजिए।

### अथवा

सदिशों का प्रयोग करके, त्रिभुज ABC जिसके शीर्ष A (1, 2, 3), B(2, -1, 4) तथा C (4, 5, -1), का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

### खण्ड – घ

प्रश्न संख्या 33 से 36 तक प्रत्येक प्रश्न के 6 अंक हैं।

33. बिन्दु P(3, 4, 4) से उस बिन्दु की दूरी ज्ञात कीजिए जिस पर बिन्दुओं A(3, -4, -5) तथा B(2, -3, 1) को मिलाने वाली रेखा, समतल  $2x + y + z = 7$  को काटती है।
34.  $(ax + by)$  का न्यूनतम मान ज्ञात कीजिए, जहाँ  $x y = c^2$



31. A company manufactures two types of novelty souvenirs made of plywood. Souvenirs of type A requires 5 minutes each for cutting and 10 minutes each for assembling. Souvenirs of type B require 8 minutes each for cutting and 8 minutes each for assembling. Given that total time for cutting is 3 hours 20 minutes and for assembling 4 hours. The profit for type A souvenir is ₹ 100 each and for type B souvenir, profit is ₹ 120 each. How many souvenirs of each type should the company manufacture in order to maximize the profit ? Formulate the problem as an LPP and solve it graphically.
32. If  $\vec{a} = \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$  and  $\vec{b} = 2\hat{i} + 4\hat{j} - 5\hat{k}$  represent two adjacent sides of a parallelogram, find unit vectors parallel to the diagonals of the parallelogram.

**OR**

Using vectors, find the area of the triangle ABC with vertices A (1, 2, 3), B(2, -1, 4) and C (4, 5, -1).

#### **Section – D**

**Q. 33 to 36, carry 6 marks each.**

33. Find the distance of the point P(3, 4, 4) from the point, where the line joining the points A(3, - 4, - 5) and B(2, - 3, 1) intersects the plane  $2x + y + z = 7$ .
34. Find the minimum value of  $(ax + by)$ , where  $xy = c^2$ .

.65/5/3.

13

P.T.O.



35. यदि  $a, b, c$  गुणोत्तर श्रेणी के क्रमशः  $p, q, r$  वें पद हैं, तो सिद्ध कीजिए कि

$$\begin{vmatrix} \log a & p & 1 \\ \log b & q & 1 \\ \log c & r & 1 \end{vmatrix} = 0$$

अथवा

यदि  $A = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 5 \\ 3 & 2 & -4 \\ 1 & 1 & -2 \end{bmatrix}$  है, तो  $A^{-1}$  ज्ञात कीजिए।

$A^{-1}$  का प्रयोग करके, निम्न समीकरण निकाय का हल ज्ञात कीजिए।

$$2x - 3y + 5z = 11$$

$$3x + 2y - 4z = -5$$

$$x + y - 2z = -3$$

36. समाकलन के प्रयोग से दो वृत्तों  $x^2 + y^2 = 9$  एवं  $(x - 3)^2 + y^2 = 9$  के मध्यवर्ती क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

अथवा

योग की सीमा के रूप में निम्न समाकलन का मान ज्ञात कीजिए :

$$\int_1^4 (x^2 - x) dx$$


---



35. If  $a, b, c$  are  $p^{\text{th}}$ ,  $q^{\text{th}}$  and  $r^{\text{th}}$  terms respectively of a G.P, then prove that

$$\begin{vmatrix} \log a & p & 1 \\ \log b & q & 1 \\ \log c & r & 1 \end{vmatrix} = 0$$

**OR**

If  $A = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 5 \\ 3 & 2 & -4 \\ 1 & 1 & -2 \end{bmatrix}$ , then find  $A^{-1}$ .

Using  $A^{-1}$ , solve the following system of equations :

$$2x - 3y + 5z = 11$$

$$3x + 2y - 4z = -5$$

$$x + y - 2z = -3$$

36. Using integration find the area of the region bounded between the two circles  $x^2 + y^2 = 9$  and  $(x - 3)^2 + y^2 = 9$ .

**OR**

Evaluate the following integral as the limit of sums  $\int_1^4 (x^2 - x) dx$ .

---



Digitized by srujanika@gmail.com

.65/5/3.

16