## PT对称的局域共振型声学模型

结构如图1所示，对每个单元的内弹簧劲度系数添加一个虚部，正负交替从而实现PT对称。

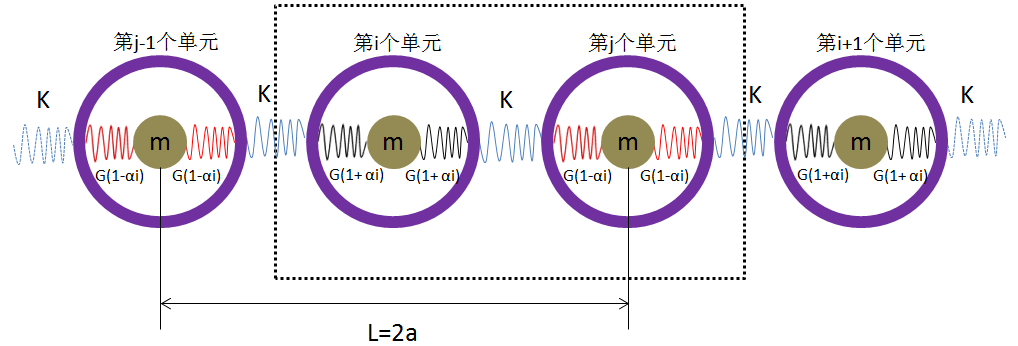


图. 两个单元结构为一组，对左边第个单元的内弹簧的劲度系数添加一个负虚部为，对右边第个单元的内弹簧的劲度系数添加一个正虚部为，每组之间的距离L=2a。

如图1所示，对第i个单元（第i个单元为loss）的外包层及内核小球受力分析得到两个方程：

代入布洛赫解，，得：

(1)

(2)

由(2)可以得到与的关系并代入(1)中得到：

可以令，则上式化简为：

(3)

对第j个单元（第j个单元为gain）的外包层及内核小球作类似的受力分析，得到一个类似的方程：

(4)

同样地，式中。

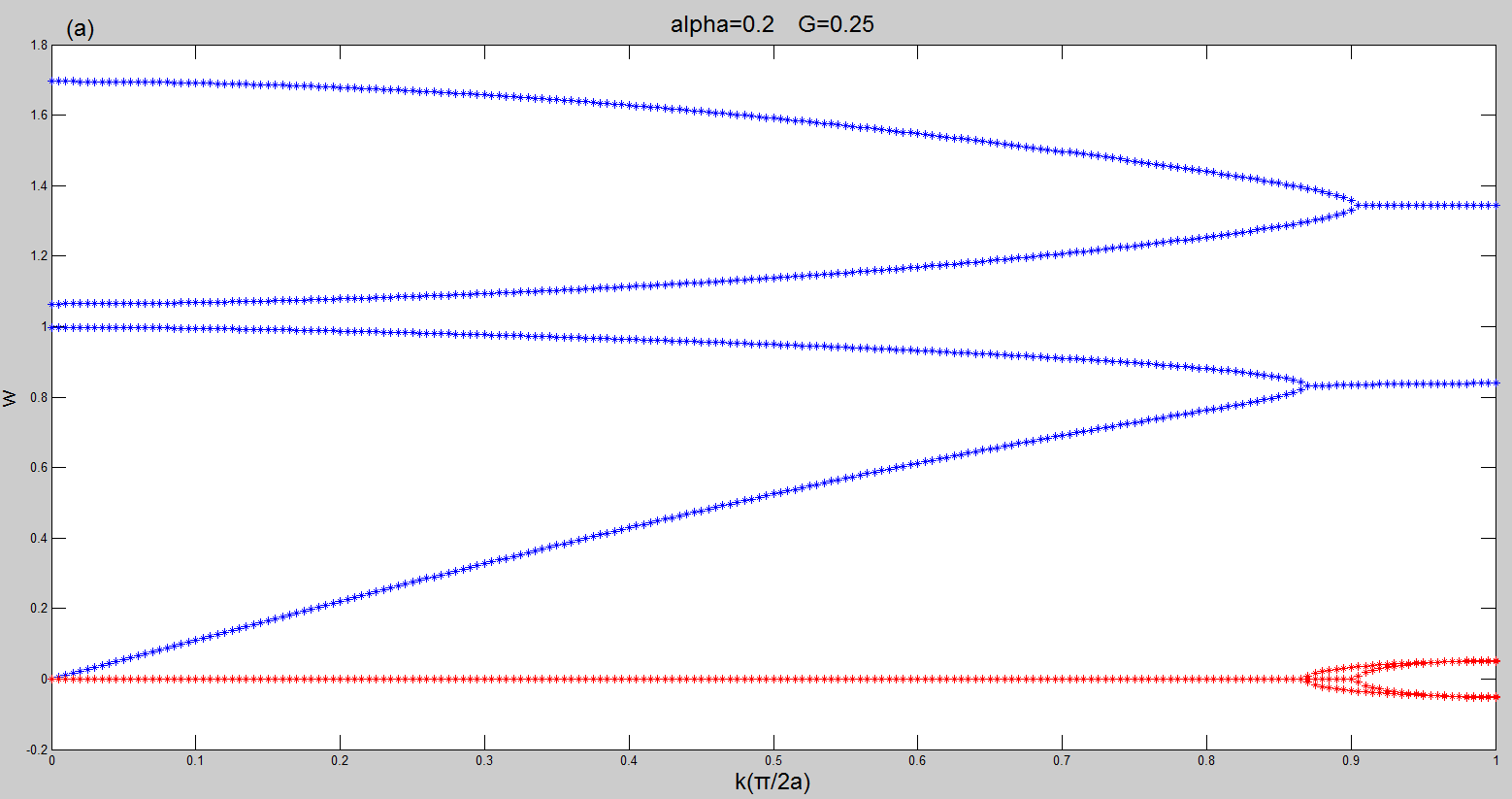
由布洛赫定理，，，代入(3)与(4)中，得到关于及的方程组：

要令与有非0解，方程组的系数行列式要求为0：

最终得到一个色散关系：

总结为三个等式：

代入参数K=1.25，m=0.5，M=1.0，G=0.25，α=0.2，扫描波矢k，扫描范围为，可以得到色散关系曲线如图2(a)所示，图中红线代表所求的频率的虚部，可以看到，每一个非零虚部的出现对应着一个实部的重合，频率实部发生重合的频率对应一个奇异点，当令虚部因子α=0.3时，原本中间的带隙也出现了重合，相应地虚部也出现非0(对应图2(b))。



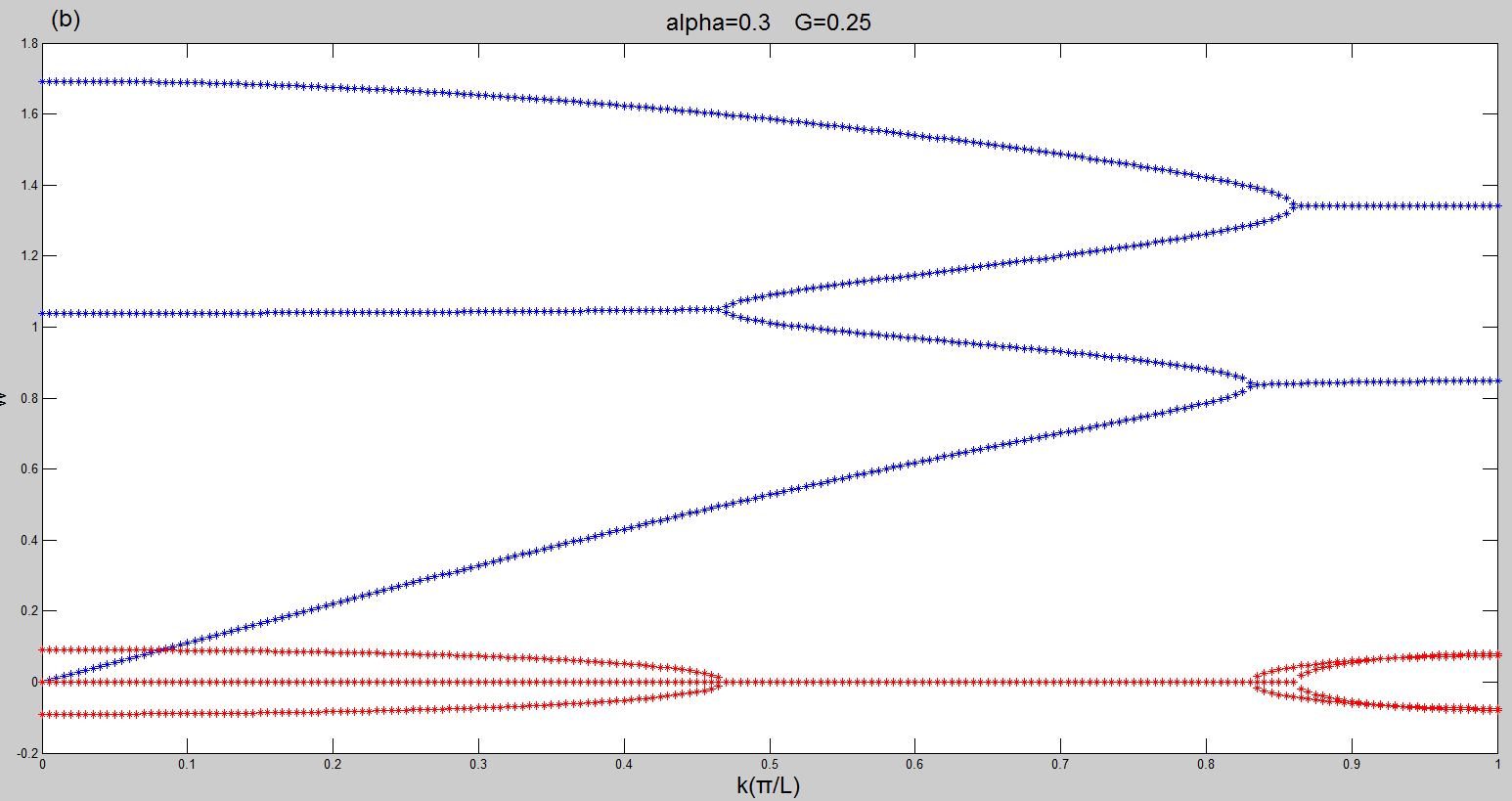
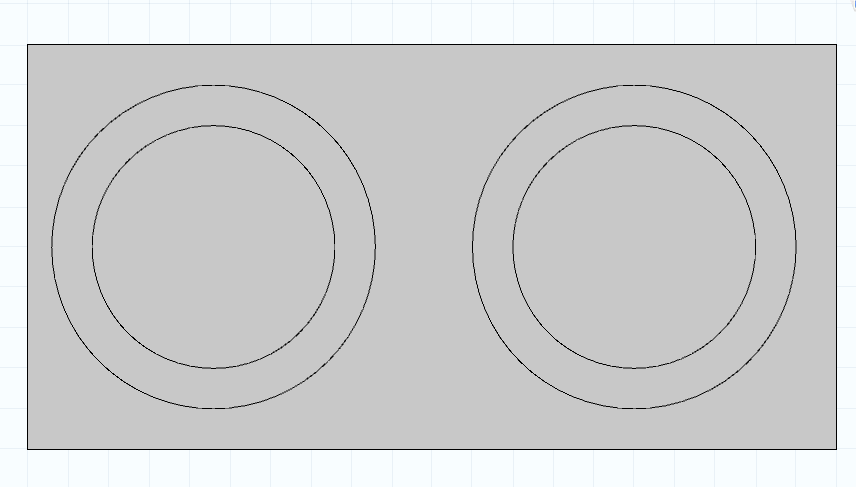
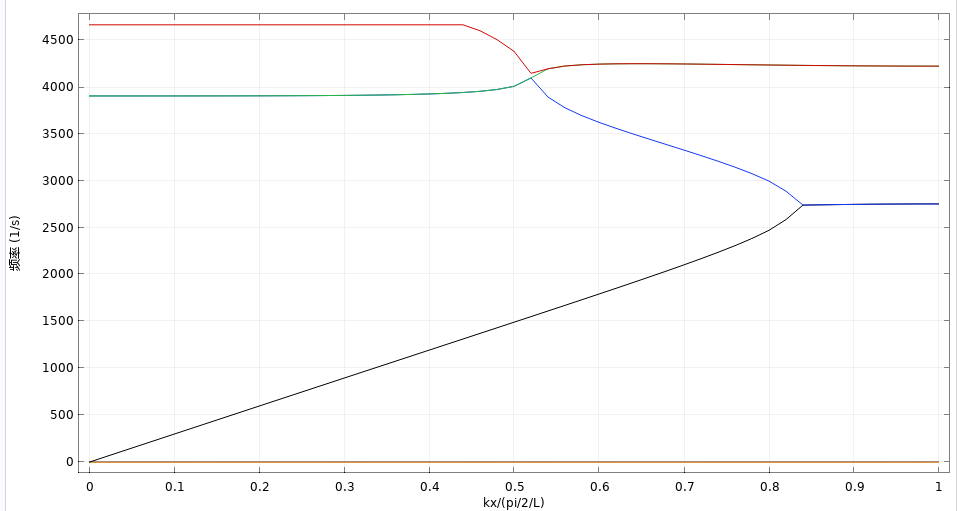


图 色散曲线，横坐标波矢，纵坐标频率蓝色代表通过色散关系求得的频率的实部，红色代表通过色散关系求得的频率的虚部，每一次虚部出现非0对应这一次实部的重合，即对应一个奇异点的出现。

使用comsol仿真验证上面的结构，使用环氧树脂加橡胶包层来类比图1的结构，图1中内弹簧的劲度系数G添加虚部的效果通过对橡胶包层的拉梅常数 添加同样大小的虚部来类比，环氧树脂的拉梅常数，橡胶包层的拉梅常数 ，仿真得到的色散曲线如图3所示，其中a取值为0.4。



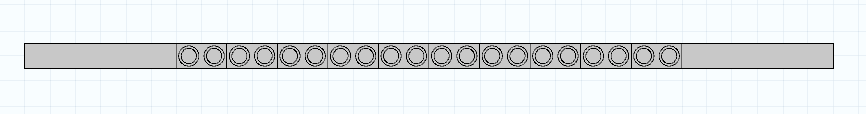
(a)



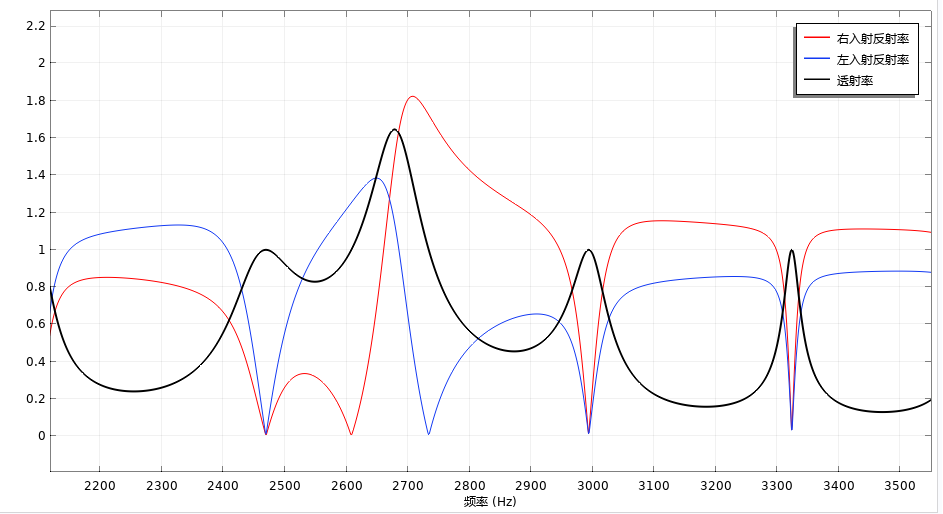
(b)

图 (a)comsol仿真模型结构，基质为水，包层为橡胶，内核为环氧树脂；(b)仿真结果，横坐标为波矢，纵坐标为频率。

计算一维结构（图4(a)）透/反射谱，发现了单向传输现象(图4(b))，图4的材料和参数和图3一样。



(a)



(b)

图 4 超元胞结构(a)和透/反射谱(b)，(a)中的参数和图3一样，(b)中的透/反射谱对应虚部因子a=0.4，从(b)中可以看出在频率2600Hz~2750Hz之间有两个单向传输点，一个是右入射单向传输，一个是左入射单向传输。