**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**

**Санкт-Петербургский государственный**

**электротехнический университет**

**«ЛЭТИ» им. В.И. Ульянова (Ленина)**

**Кафедра математического обеспечения и применения ЭВМ**

отчет

**по практической работе №4**

**по дисциплине «Вычислительная математика»**

Тема: **Метод хорд**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Студент гр. 3342 |  | Мохамед М.Х. |
| Преподаватель |  | Пуеров Г.Ю. |

Санкт-Петербург

2025

**Цель работы.**

Формирование практических навыков нахождения корней алгебраических и трансцендентных уравнений методом хорд.

**Основные теоретические положения.**

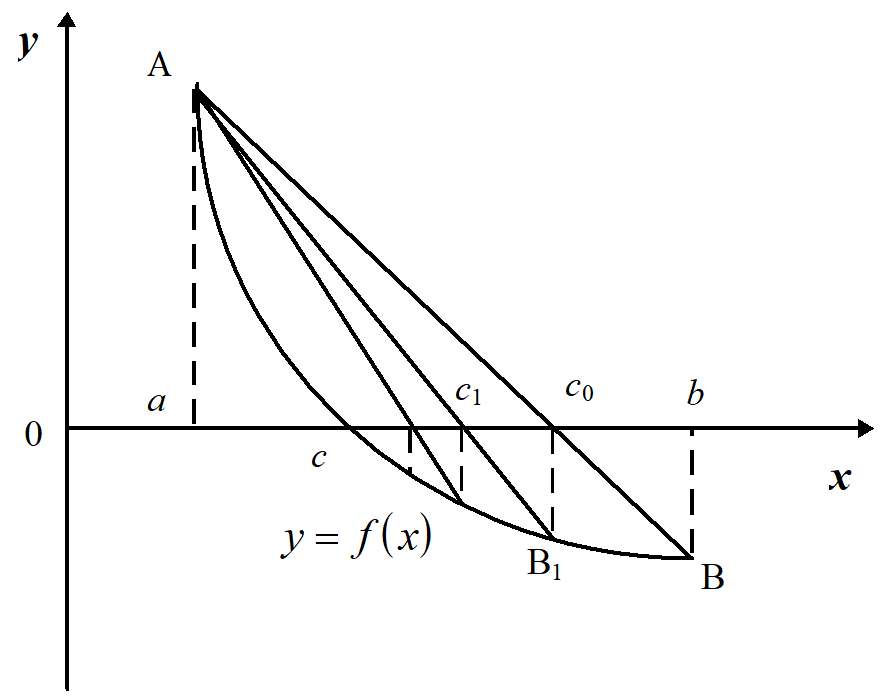
[](http://se.moevm.info/lib/exe/fetch.php/courses:computational_mathematics:horda.png)Пусть найден отрезок , на котором функция меняет знак. Для определенности положим . В методе хорд процесс итераций состоит в том, что в качестве приближений к корню уравнения принимаются значения точек пересечения хорды с осью абсцисс, как это показано на рис. 1.

Рисунок 1 – Графическая демонстрация метода хорд

Сначала находится уравнение хорды :

Для точки пересечения ее с осью абсцисс получается уравнение

Далее сравниваются знаки величин и и для рассматриваемого случая оказывается, что корень находится в интервале , так как . Отрезок отбрасывается. Следующая итерации состоит в определении нового приближения как точки пересечения хорды с осью абсцисс и т.д. Итерационный процесс продолжается до тех пор, пока значение не станет по модулю меньше заданного числа . Алгоритмы методов бисекции и хорд похожи, однако метод хорд в ряде случаев дает более быструю сходимость итерационного процесса, причем успех его применения, как и метода бисекции, гарантирован.

**Постановка задачи.**

Используя программы-функции HORDA и Round из файла methods.cpp (файл заголовков metods.h), найти корень уравнения с заданной точностью методом хорд, исследовать скорость сходимости и обусловленность метода. Порядок выполнения работы следующий:

1. Графически или аналитически отделить корень уравнения , т.е. найти отрезки , на которых функция удовлетворяет условиям применимости метода.
2. Составить подпрограмму-функцию вычисления функции , предусмотрев округление значений функции с заданной точностью delta с использованием программы Round.
3. Составить головную программу, вычисляющую корень уравнения и содержащую обращение к подпрограмме F, HORDA, Round и индикацию результатов.
4. Провести вычисления по программе. Теоретически и экспериментально исследовать скорость сходимости и обусловленность метода.

**Выполнение работы.**

Проанализируем функцию :

Используем теорему Коши (теорему о промежуточных значениях) для нахождения отрезков, на которых функция меняет знак.

**Условия теоремы Коши:**

1. Функция f(x) должна быть непрерывной на отрезке [a,b].
2. На концах отрезка значения функции должны иметь разные знаки: f(a)⋅f(b)<0.

Проверим непрерывность f(x):

* – экспонента, непрерывна на всей числовой прямой.
* – арккосинус, определенный при , то есть при

Таким образом, функция f(x) непрерывна на [0, 1].

Вычислим значения функции на концах отрезка:

* При x = 0:
* При x = 1:

Таким образом, на отрезке [0, 1] функция непрерывна, и на концах этого отрезка она принимает значения разных знаков меняет знак с отрицательного на положительный. Следовательно, по теореме Коши (теореме о промежуточных значениях), на отрезке [0, 1] существует хотя бы один корень уравнения f(x) = 0. На графике на рис.1 можно удостовериться, что корень действительно принадлежит отрезку [0, 1].

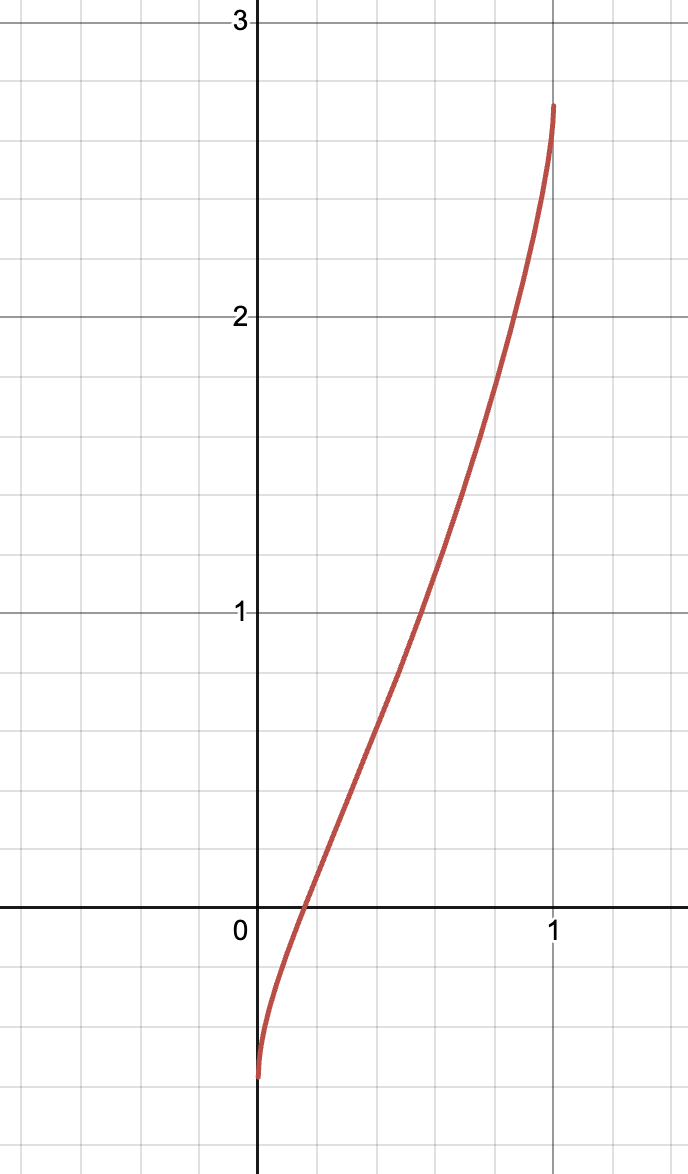


Рисунок 1 – Локализация корня функции

Чтобы убедиться, что корень единственный, исследуем монотонность функции f(x). Для этого вычислим её производную.

для всех x, так как экспонента всегда положительна

для всех , так как на этом интервале.

Таким образом, f '(x) > 0 на всем интервале (0, 1). Значит, функция f(x) строго возрастает на отрезке [0, 1]. Следовательно, корень уравнения на этом отрезке единственный.

Проведем вычисление корня функции при помощи программы, приведенной в приложении А. Программа вычисляет корень уравнения методом хорд. На вход ей подаются следующие параметры: eps – требуемая точность вычисления корня, delta – погрешность вычисления значений функции, a,b – отрезок , локализующий корень. В таблице 1 приведены расчеты корня при различных значениях eps, и представлены значения числа итераций. На рис.2 представлен график зависимости числа итераций от eps.

Таблица 1 – расчет корня методом хорд с варьированием значения eps

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Значение eps | Значение delta | Значение a | Значение b | Значение | Значение |
| 0.1 | 0.000001 | 0 | 1 | 0.173543 | 1 |
| 0.01 | 0.000001 | 0 | 1 | 0.156101 | 3 |
| 0.001 | 0.000001 | 0 | 1 | 0.154567 | 5 |
| 0.0001 | 0.000001 | 0 | 1 | 0.154421 | 7 |
| 0.00001 | 0.000001 | 0 | 1 | 0.154407 | 9 |
| 0.000001 | 0.000001 | 0 | 1 | 0.154406 | 10 |

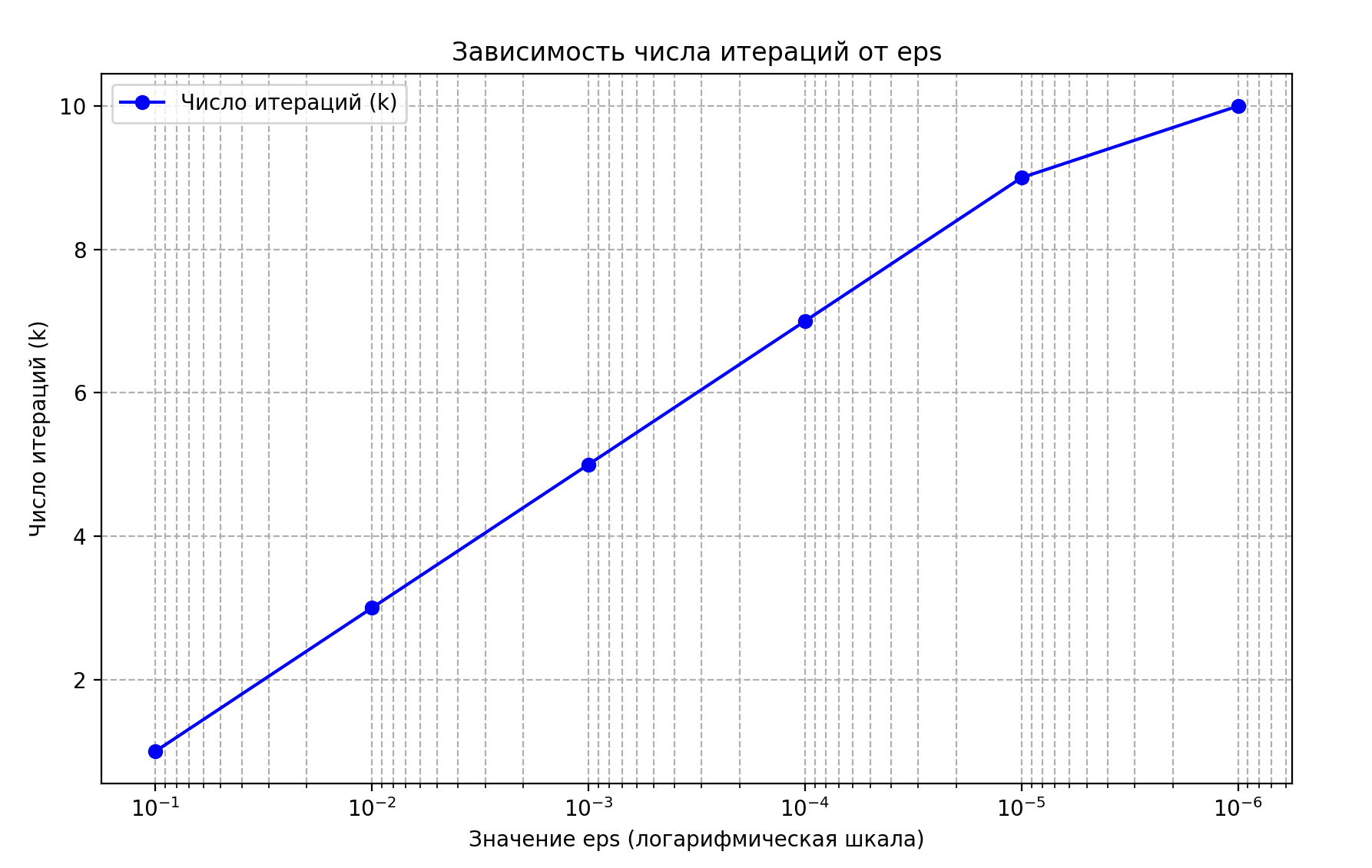


Рисунок 2 – зависимость числа итераций от eps

Теперь, имея приближение корня, рассчитаем и оценим абсолютное значение обусловленности задачи.

Оценим абсолютное значение обусловленности нашей задачи по формуле:

Получаем:

Примем . Тогда . Отсюда получаем

Теперь можно оценить хорошо ли обусловлена задача при различных значениях и . Если значение *νΔ* ≤ *νΔ\_*max  - 1, то будем считать, что задача хорошо обусловлена, иначе 0 – плохо. Результаты эксперимента занесены в таблицу 2.

Таблица 2 – Обусловленность задачи при различных и

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Значение eps | Значение delta | Значение | Значение  *νΔ\_*max | Значение  *νΔ* | Значение  *νΔ* ≤ *νΔ\_*max |
| 0.1 | 0.1 | 0.155844 | 1 | 0.392593 | 1 |
| 0.01 | 0.1 | 0.155844 | 0.1 | 0.392593 | 0 |
| 0.001 | 0.1 | 0.155844 | 0.01 | 0.392593 | 0 |
| 0.0001 | 0.1 | 0.155844 | 0.001 | 0.392593 | 0 |
| 0.00001 | 0.1 | 0.155844 | 0.0001 | 0.392593 | 0 |
| 0.000001 | 0.1 | 0.155844 | 0.00001 | 0.392593 | 0 |
| 0.1 | 0.01 | 0.173252 | 10 | 0.39836 | 1 |
| 0.01 | 0.01 | 0.153835 | 1 | 0.391827 | 1 |
| 0.001 | 0.01 | 0.153835 | 0.1 | 0.391827 | 0 |
| 0.0001 | 0.01 | 0.153835 | 0.01 | 0.391827 | 0 |
| 0.00001 | 0.01 | 0.153835 | 0.001 | 0.391827 | 0 |
| 0.000001 | 0.01 | 0.153835 | 0.0001 | 0.391827 | 0 |
| 0.1 | 0.001 | 0.173609 | 100 | 0.398463 | 1 |
| 0.01 | 0.001 | 0.156062 | 10 | 0.392675 | 1 |
| 0.001 | 0.001 | 0.154435 | 1 | 0.392058 | 1 |
| 0.0001 | 0.001 | 0.154435 | 0.1 | 0.392058 | 0 |
| 0.00001 | 0.001 | 0.154435 | 0.01 | 0.392058 | 0 |
| 0.000001 | 0.001 | 0.154435 | 0.001 | 0.392058 | 0 |
| 0.1 | 0.0001 | 0.173543 | 1000 | 0.398444 | 1 |
| 0.01 | 0.0001 | 0.156095 | 100 | 0.392687 | 1 |
| 0.001 | 0.0001 | 0.154575 | 10 | 0.392112 | 1 |
| 0.0001 | 0.0001 | 0.154413 | 1 | 0.39205 | 1 |
| 0.00001 | 0.0001 | 0.154413 | 0.1 | 0.39205 | 0 |
| 0.000001 | 0.0001 | 0.154413 | 0.01 | 0.39205 | 0 |
| 0.1 | 0.00001 | 0.173544 | 10000 | 0.398444 | 1 |
| 0.01 | 0.00001 | 0.156101 | 1000 | 0.39269 | 1 |
| 0.001 | 0.00001 | 0.154568 | 100 | 0.392109 | 1 |
| 0.0001 | 0.00001 | 0.154422 | 10 | 0.392054 | 1 |
| 0.00001 | 0.00001 | 0.154406 | 1 | 0.392047 | 1 |
| 0.000001 | 0.00001 | 0.154406 | 0.1 | 0.392047 | 0 |
| 0.1 | 0.000001 | 0.173543 | 100000 | 0.398444 | 1 |
| 0.01 | 0.000001 | 0.156101 | 10000 | 0.39269 | 1 |
| 0.001 | 0.000001 | 0.154567 | 1000 | 0.392109 | 1 |
| 0.0001 | 0.000001 | 0.154421 | 100 | 0.392053 | 1 |
| 0.00001 | 0.000001 | 0.154407 | 10 | 0.392048 | 1 |
| 0.000001 | 0.000001 | 0.154406 | 1 | 0.392047 | 1 |

**Выводы.**

Проанализировав данные, можно сделать вывод, что задача нахождения корня уравнения

имеет довольно низкое значение обусловленности, потому хорошо обусловлена почти при любых параметрах, кроме случая, когда значение Eps значительно ниже значения Delta. Проанализировав результаты применения метода хорд, можно сказать, что при данном значении обусловленности он дает приемлемые результаты, и сходится за небольшое число итераций, которое в общем случае меньше, чем у метода бисекции.