Universidad Autónoma de Tlaxcala

Facultad de Ciencias Básicas, Ingeniería y Tecnología

Redes Complejas

Actividad Integradora

Asesor:
M. en C. José Erasmo Pérez Vázquez

Autor:
Said Tecpa Juárez

2 de diciembre de 2021

Índice general

Índice de figuras

Capítulo 1

Introducción

La conciencia que posee el ser humano es el resultado de una evolución continua, desde una perspectiva literal se puede decir que es un súper-poder que hace la diferencia entre las diversas especies que habitan el planeta Tierra. Tal súper-poder ha permitido el descubrimiento de muchas cosas o situaciones ocultas a primera vista.

Recordando un caso excepcional tal y como la "Teoría de la evolución" descrita por Charles Darwin donde se hace mención que las especies supuestamente distintas son parientes lejanos y estos tienen un único ancestro compartido. Siendo uno de muchos ejemplos o descubrimientos que han precedido a los pensamientos e ideas de la actualidad.

En el último par de décadas las crecientes tecnologías han permitido realizar investigaciones y experimentos en donde peculiares modelos pueden aplicarse dentro del mundo real. Con una observación más profunda y teniendo bases sólidas que han emergido con el paso del tiempo, hoy se puede entender que las interacciones del todo [1] son redes complejas las cuales ayudan a comprender y descubrir el comportamiento e interacción que se genera.

Las interacciones pueden ser representadas visualmente mediante una red compleja, esta posee propiedades con las cuales se puede obtener información, solucionar o comprender eventualidades. La presencia de estas redes es muy común si observamos la organización que tiene la naturaleza, seres particulares como los humanos dentro de su contexto social es evidente la presencia de redes sociales.En el ambiente tecnológico dentro de la difusión de la información o inclusive el extenso mundo de la Internet y la relación que existe entre páginas web hiper-vinculadas o sin ninguna relación.

[1] Todos los seres vivos.

1.1. Teoría de Grafos

En diversas partes del mundo existen problemas muy peculiares, tal es el caso del problema de los puentes de Königsberg. Durante el siglo $XVIII$, la ciudad de Königsberg la cual era una ciudad en Prusia Oriental, esta zona estaba dividida en cuatro zonas por el río Pregel, como resultado existían siete puentes que comunicaban estas regiones. El problema consistía en obtener una ruta singular para cruzar todos los puentes implicados una sola vez.

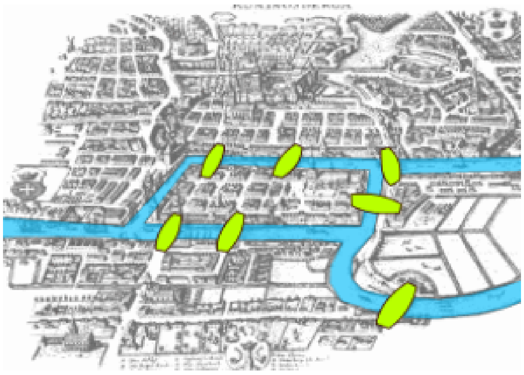

Figura 1.1: Los siete puentes de Königsberg

El análisis del matemático suizo Leonhard Euler en 1736, da origen a los fundamentos de la Teoría de Grafos, en dicho análisis Euler buscaba dar solución a emergente problema peculiar.

Euler traslado el problema planteado a una representación más sencilla a primera vista, el manifestó cada parte de tierra por un punto y cada puente simbolizándolo por una línea, a su vez conectando los puntos permisibles.

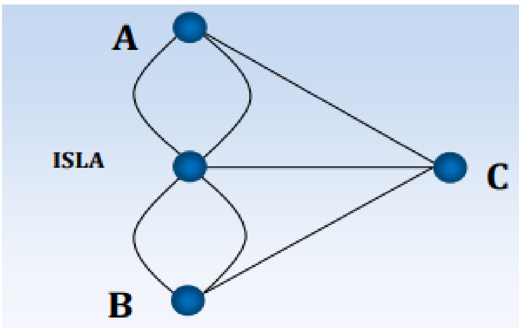

Figura 1.2: Grafo de los puentes de Königsberg [5]

Euler pudo demostrar que no era posible obtener una solución a dicho problema, al analizar que el grafo obtenido poseía un número impar en cada conexión con respecto a un punto.

Se puede comprender que los grafos son modelos matemáticos los cuales permiten representar las relaciones e interacciones que existen entre diversos elementos en múltiples ámbitos, los cuales se pueden expresar de forma visual.

Las grandes aportaciones a la teoría de grafos han permitido una amplia aplicación a situaciones o problemas actuales. Notables contribuciones de matemáticos excepcionales como Paul Erdös y Alfréd Rényi creando el modelo de tipo de redes Erdös-Rényi, el matemático Steven Strogatz con sus contribuciones en sistemas dinámicos, el sociólogo Barry Wellman con su importante análisis de las redes sociales y el profesor de sociología Duncan J. Watts el cual es conocido por su contribución en el modelo Watts y Strogatz el cual se emplea para construir redes de mundo pequeño.

1.2. Características y Propiedades Básicas

Definición 1.2.1 (Grafo) *Un grafo* $\boldsymbol{G = (V,A)}$ *es una colección de puntos llamados vértices* $\boldsymbol{V}$*, unidos por líneas llamadas aristas* $\boldsymbol{A}$*. Cada arista une dos vértices.*

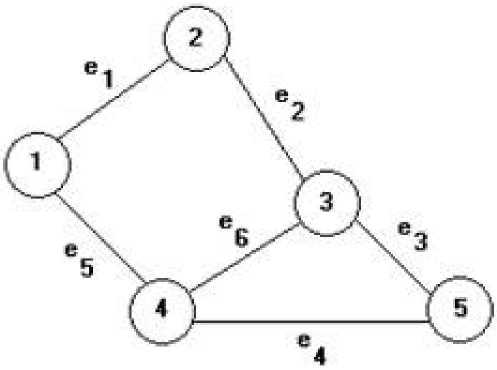

Figura 1.3: Ejemplo de grafo (no dirigido)

Respecto a la figura 1.3 el conjunto de vértices está formado por los puntos

$$V = \{1, 2, 3, 4, 5\} \tag{1.1}$$

y las aristas

$$A = \{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6\} \tag{1.2}$$

de igual manera podemos describir que lo anterior es equivalente a

$$A = \{\{1,2\},\{1,4\},\{2,3\},\{3,4\},\{3,5\},\{4,5\}\} \tag{1.3}$$

Las aristas no poseen características rigurosas por lo cual se puede entender que son lineas, sin embargo estas no necesariamente tienen que ser rectas, en un grafo podemos encontrar arcos, segmentos curvos u otra variante de linea. Existen dos casos particulares en las aristas, el primero es donde la arista conecta un vértice con él propio vértice en cuestión, a esto le llamamos *lazo*. El segundo caso es donde mas de una arista conecta los dos mismos vértices, a este caso le llamamos *aristas múltiples*.

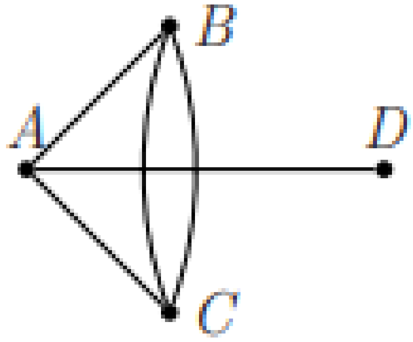

Figura 1.4: Ejemplo de grafo con aristas múltiples (Unen los vértices B y C)

1.2.1. Isomorfismo

Definición 1.2.2 *Dos grafos son isomorfos si existe una correspondencia uno a uno entre los vértices de estos y además esta correspondencia respeta las aristas. Esto es: llamemos* $G = (V, A)$ *el primer grafo y* $H = (U, B)$ *el segundo. Un isomorfismo* $\phi : G \longrightarrow H$ *es una función que cumple,* $\phi_v : V \longrightarrow U$ *es biyectiva y* $\{a, b\} \in A \iff \{\phi(a), \phi_v(b)\} \in B$ *para todo* a, b *en* V. ϕ_v *se entiende como la restricción del isomorfismo a los vértices.*

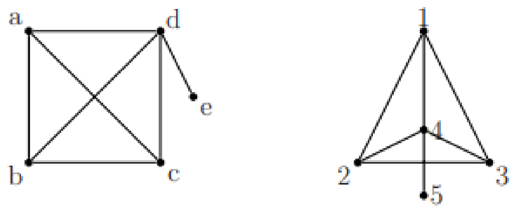

Figura 1.5: Características isomorfas

Por ejemplo en la figura 1.5 existen vértices especiales, donde los vértices *e* y *5* del primer y segundo grafo son un caso respectivo. La característica por lo que los hace especiales son el número de aristas que los conectan con los demás vértices. Por lo tanto podemos decir lo siguiente.

Definición 1.2.3 *El grado de un vértice* v *es el número de aristas que lo contienen y esté número se denota por* deg(v)*.*

Definición 1.2.4 *Dos vértices* u, v *se dice que son adyacentes o vecinos si existe una arista que los contiene, esto es si* $\{\mathrm{u}, \mathrm{v}\} \in A$*.*

Definición 1.2.5 *Un subgrafo de un grafo es un subconjunto de vértices del grafo original y un conjunto de aristas entre estos.*

En el caso de la figura 1.5 se tiene que $deg(e) = deg(5) = 1$ mientras que el grado de cualquier otro vértice excepto sus vecinos es 3. Esto induce cómo construir un isomorfismo ϕ de G en H, pues se debe tener entonces $\phi(e) = 5$. Ahora, para que el isomorfismo respete aristas es necesario que los vecinos de e vayan a los vecinos de 5 por lo tanto $\phi(d) = 4$, por la misma razón se puede tomar $\phi(a) = 1, \phi(c) = 4$ y $\phi(b) = 3$. Teniendo lo anterior presente se puede observar que la función ϕ resulta un isomorfismo de G en H.

Observemos los siguientes grafos, ¿Son isomorfos?

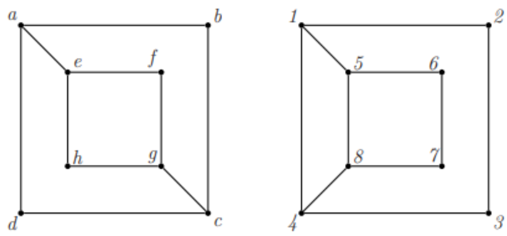

Figura 1.6: Posibilidad de ser isomorfos

Ambos grafos tienen 8 vértices y 10 aristas. Los vértices a, e, g, c y $1, 5, 8, 4$ son de grado 3, mientras que los sobrantes son de grado 2, sin embargo el vértice 5 es vecino del vértice 1 y el vértice 8, ambos de grado tres, lo cual es una condición que no se cumple en el primer grafo (izquierda); por lo tanto los grafos no son isomorfos.

Si recordamos la definición de un subgrafo, podemos determinar los siguiente. Si observamos en la figura 1.6 los subgrafos de cada grafo compuesto por los vértices de grado 2 se tiene que el segundo subgrafo aparecen en las aristas $\{6, 7\}, \{2, 3\}$ mientras que en el primero no aparece ninguna arista, sólo los vértices h, f, b, d. Por lo tanto obtenemos otro argumento para afirmar que no pueden ser isomorfos.

Definición 1.2.6 *Una trayectoria es una sucesión de vértices con la propiedad de que cada vértice es adyacente al siguiente y tal que en la correspondiente sucesión de aristas todas las aristas son distintas. Es permitido que un vértice aparezca en una trayectoria más de una vez.*

Podemos entender que un circuito es una trayectoria que comienza y termina en el mismo vértice.

Definición 1.2.7 *Un grafo es conexo si cualesquiera dos de sus vértices se pueden unir por una trayectoria.*

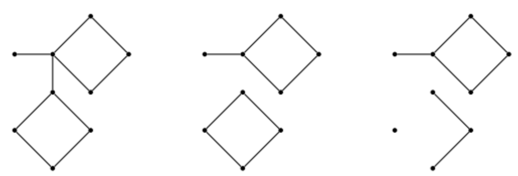

Figura 1.7: Ejemplo grafo conexo y grafo no conexo

El primer grafo (lado izquierdo) es conexo, el segundo respecto al anterior y el tercero no los son. En el segundo grafo existen dos componentes conexas y en el tercero hay tres componentes.

1.2.2. Tipos de grafos

Definición 1.2.8 (Grafos simples) *Un grafo es simple si a lo más existe una arista uniendo dos vértices cualesquiera. Esto es equivalente a decir que una arista cualquiera es la única que une dos vértices específicos. Un grafo que no es simple se denomina multigrafo.*

Definición 1.2.9 (Grafos conexos) *Un grafo es conexo si cada par de vértices esta conectado por un camino; es decir, si para cualquier par de* *vértices (a, b), existe al menos un camino posible desde a hacia b. También si un grafo es doblemente conexo si cada par de vértices está conectado por al menos dos caminos disjuntos; es decir, es conexo y no existe un vértice tal que al sacarlo el grafo resultante no sea conexo.*

Definición 1.2.10 (Grafos completos) *Un grafo es completo si existen aristas uniendo todos los pares posibles de vértices. Es decir, todo par de vértices debe tener una arista que los une.*

El conjunto de los grafos completos es denominado usualmente $\mathbb{K}$, siendo $\mathbb{K}_{\ltimes}$ el grafo completo de n vértices. Un $\mathbb{K}_{\ltimes}$, un grafo completo de n vértices se puede calcular sus aristas con

$$|E| = \binom{a}{b} = \frac{n(n-1)}{2} \tag{1.4}$$

Definición 1.2.11 (Grafos bipartitos) *Un grafo G es bipartito si puede expresarse como $G = \{V_1 \cup V_2, A\}$ (es decir, sus vértices son la unión de dos grupos de vértices), siempre y cuando cumplan las siguientes condiciones:*

- *V_1 y V_2 son disjuntos y no vacíos.*
- *Cada arista de A une un vértice de V_1 con uno de V_2*
- *No debe existir aristas uniendo dos elementos de V_1 análogamente para V_2.*

Bajo las anteriores condiciones, el grafo se considera bipartito y puede describirse de manera informal como, el grafo que une o relaciona con dos conjuntos de elementos diferentes, como aquellos resultantes de los ejercicios y puzzles en los que debe unirse un elemento de la columna A con un elemento de la columna B.

1.3. Trayectorias y Circuitos Eulerianos

Una Trayectoria de Euler es aquella que recorre todas las aristas de un grafo conexo. Análogamente, un *Circuito de Euler* es aquel que recorre todas las aristas de un grafo conexo.

Teorema 1.3.1 *(Existencia de trayectorias de Euler)*

1. *Si un grafo tiene más de dos vértices de grado impar, entonces no puede tener una trayectoria de Euler.*
2. *Si un grafo conexo tiene exactamente dos vértices de grado impar, entonces tiene por lo menos una trayectoria de Euler. Cualquier trayectoria de Euler debe iniciar en uno de los vértices de grado impar y terminar en el otro.*

Teorema 1.3.2 *(Existencia de circuitos de Euler)*

1. *Si en un grafo algún vértice tiene grado impar, entonces no puede tener un circuito de Euler.*
2. *Si todos los vértices de un grafo conexo tienen grado par, entonces hay por lo menos un circuito de Euler.*

1.4. Algoritmos importantes

- Algoritmo de búsqueda en anchura (BFS)
- Algoritmo de búsqueda en profundidad (DFS)
- Algoritmo de búsqueda $A*$
- Algoritmo del vecino más cercano
- Ordenación topológica de un grafo
- Algoritmo de cálculo de los componentes fuertemente conexos de un grafo
- Algoritmo de Dijkstra
- Algoritmo de Bellman-Ford
- Algoritmo de Prim
- Algoritmo de Ford-Fulkerson
- Algoritmo de Kruskal
- Algoritmo de Floyd-Warshall

Capítulo 2

Redes Complejas

En los últimos años hemos sido testigos de los avances tecnológicos que han favorecido a la humanidad en muchos rubros e inclusive evolucionando practicas obsoletas. Ha ese mismo paso el conocimiento en la percepción de la humanidad ha ido mejorando en como y donde repercuten las interacciones diarias, inclusive se podría aseverar que preguntas filosóficas que han acontecido la historia humana han tenido nuevos enfoques. Por ejemplo -¿Tengo algún papel en la vida? La respuesta la podemos ir desglosando al observar las interacciones de la vida cotidiana que realiza el ser humano y con ello manifiesta su participación dentro de la vida y la naturaleza que rodea la existencia humana.

En la última década ha existido una eminente elevación en el estudio de las propiedades estructurales y dinámicas de las Redes Complejas. La importancia del estudio de las Redes Complejas cobija diferentes disciplinas que va desde la física, biología, sociología, neurología, economía, medicina entre muchos más. El interés surge al percatarse que las interacciones, Redes Complejas abundan en la naturaleza dejando un panorama más amplio pues están inmersas en nuestra vida diaria e inclusive se puede observar como es que los grados de organización están presentes, dentro del basto mundo de relaciones e interacciones [4].

Por ejemplo, tengamos presente la existía de redes biológicas tales como las redes de regulación genética, redes de proteínas, redes neuronales y redes metabólicas por mencionar algunas. Por otro lado, a un nivel de organización mucho mayor, encontramos redes de información o informáticas, redes sociales o inclusive las redes ecológicas [6].

2.1. Sistemas Complejos

Características más importantes que son comunes a todos los sistemas complejos.

- Están compuestos de muchas partes que interactúan entre sí. De hecho, el adjetivo Çomplejo"dentro de este contexto no significa solamente que el sistema sea complicado, sino también que está compuesto de muchas partes.
- Cada parte tiene su propia estructura interna y está encargada de llevar a cabo una función específica [9].
- Lo que ocurra a una parte del sistema afecta de manera altamente no lineal a todo el sistema.
- Presentan comportamientos emergentes, de tal manera que el todo no es la suma de sus partes.

Cumpliendo estas características, podemos encontrar un ejemplo típico de sistema complejo tal y como la célula. La célula está compuesta de muchas partes (ribosomas, mitocondrias, núcleo, membrana, retículo endoplasmático, ADN, ARN, etc.), cada una de esas partes se encarga de realizar alguna función específica dentro de la célula. Ante posibles daños o alteraciones externas las partes de la célula responden de forma no lineal. Sin embargo la enfermedad es una propiedad que surge como el resultado de la organización colectiva de todos los constituyentes de la célula [8].

2.2. Redes Complejas

Las Redes Complejas son conjuntos de muchos nodos conectados que interactúan de alguna forma. A los de una red también se les llama vértices o elementos y se representarán por los símbolos v_1,v_2,...v_N, donde N es el número total de nodos en la red. Si un nodo v_i, está conectado por otro nodo v_j, esta conexión se representa por una pareja ordenada (v_i, v_j). La definición formal de una red es la siguiente.

Definición 2.2.1 *Una red posee un conjunto de nodos* $R = \{v_1, v_2, ...v_N\}$*, y un conjunto de parejas ordenadas* $E = \{(v_i, v_j)\} \subset VxV$*. Cada pareja ordenada* (v_i, v_j) *se llama conexión dirigida del nodo* v_i *al nodo* v_j*. La red* R *se llama no dirigida si para cada* $(v_i, v_j) \in E$ *también existe la pareja*

$(v_j, v_i) \in E$. De lo contrario, la red se denomina dirigida. Llamaremos a todos los nodos que estén conectados directamente a un nodo v_i, los vecinos de v_i. Finalmente, el número k_i de vecinos del nodo v_i (es decir, el número de conexiones de v_i) se llama la conectividad de v_i y el promedio de estas conectividades, $(k) = N^{-1} \sum_{i=1}^{N} k_i$ es la conectividad de la red.

Dentro de este ámbito existen muchos términos formales, sin embargo podemos considerar que una red es un montón de nodos entre los que existen conexiones. Las redes rodean nuestra existencia y estas están inmersas en la naturaleza de la propia vida, por ejemplo, en un circulo social tenemos presente los lazos de amistad que se han generado con el paso del tiempo y esto muestra cuanta conexión existe; actualmente los lazos de amistad interactúan en el mundo de las redes sociales en donde se observa las conexiones de amigos pero también los posibles nuevos lazos que se pueden generar (amigos en común).

En la masa social podemos definir distintas conexiones, por ejemplo, dos personas están conectadas si viven en la misma localidad; si comparamos la red definida de amistades con la red definida a través de la localidad donde viven es evidente que estás son diferentes, pues el hecho de que dos personas vivan en la misma localidad, no implica que sean amigos y viceversa.

Tengamos presente que incluso en un mismo conjunto de nodos se puede definir redes diferentes lo cual dependerá de como hayamos definido las conexiones según sea el fenómeno que se desee estudiar. Por ejemplo, analizar el comportamiento y la propagación de de una epidemia en una población determinada, nos interesaría estudiar la red de interacción familiar/amistad, pero si estamos interesados en analizar como se propaga una enfermedad como el SIDA (Síndrome de Inmunodeficiencia Adquirida) en una población determinada convendría estudiar la red de interacciones sexuales.

En la existencia de redes dirigidas y no dirigidas podemos tener los siguientes ejemplos. La red de contactos sexuales no es dirigida, ya que si A tuvo relaciones con B, entonces se puede afirmar que B tuvo relaciones con A. En el caso de una red de transición de la gripe común es dirigida, ya que si A contagio a B, es evidente que no necesariamente B contagio a A. [3]

Podemos intuitivamente que una red no dirigida es aquella en la que las conexiones entre los nodos siempre son simétricas [1], mientras que una red dirigida no todas sus conexiones son simétricas, es decir, siempre existen

[1] si A está conectado con B, entonces B está conectado con A

conexiones asimétricas [2].

Redes sociales	
Actores	Dos actores están conectados si han aparecido en la misma película.
Amistades	Dos personas están conectadas si son amigos.
Científicos	Dos científicos están conectados si han sido coautores en algún artículo.
Familiares	Dos personas están conectadas si son familiares cercanos.
Enfermedades	Dos personas están conectadas si una contagió de una enfermedad a la otra.
Redes informáticas	
Internet	Dos computadoras están conectadas si hay un cable que las conecta.
WWW	Dos páginas web están conectadas si hay un hipervínculo de una a la otra.
Palabras	Dos palabras están conectadas si son sinónimos.
Redes biológicas	
Proteicas	Dos proteínas están conectadas si participan en la misma reacción química.
Genéticas	Dos genes están conectados si uno regula la expresión del otro.
Ecológicas	Dos especies están conectadas si una se come a la otra.
Neuronales	Dos neuronas están conectadas si existe una conexión sináptica entre ellas.

Cuadro 2.1: Diferentes tipos de redes. [1]

El concepto de islas (o sub redes) de una red define que pueden existir nodos que no tengan conexiones, tal como nodos asilados. Sin embargo pueden existir grupos de nodos que estén conectados entre sí pero que no tienen conexión alguna con el resto de la red.

Por ejemplo en una red familiar es evidente que dos personas están conectados si son familiares cercanos, podemos saber que este tipo de red es

[2] A está conectado con B, pero B no está conectado con A

no dirigida por la característica de que si A es familiar de B, entonces B es familiar de A. Dentro de una gran sociedad la red anterior se vería fracturada en islas (sub redes) por hecho de que no todas las personas que conforman una gran sociedad son familiares cercanos de todos los demás [7].

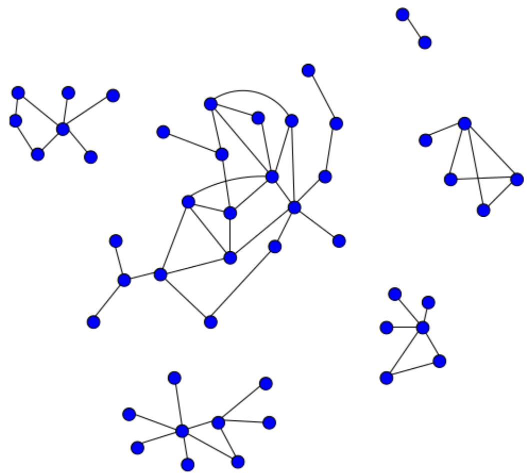

Figura 2.1: Una red puede estar compuesta de varias islas. La isla más grande se denomina la isla gigante. [1]

La exclusión de un grupo de nodos (islas o sub redes) no indica que esté conjunto no pertenezca a la red principal. Una característica indica que las redes no son solo conexiones pues los nodos tienen un gran papel dentro de dicha red.

2.2.1. Estudio de las redes complejas

El estudio de las redes complejas puede determinarse por dos aspectos, el primero es por su estructura en donde se observa la distribución de las conexiones, el coeficiente de agregación y la longitud mínima entre dos nodos. Y el segundo aspecto es su dinámica donde la sincronización, transiciones de fase y aprendizaje son parte de ello.

Propiedades importantes que determinan la estructura (topología) de una red. [1]

- **La distribución de conexiones (o vecinos)** $P(k)$: Es la probabilidad de un nodo escogido al azar tenga k conexiones. Por ejemplo en una red de amistad $P(k)$ es la probabilidad de que una persona escogida al azar en una determinada sociedad tenga k amigos en alguna etapa de su vida.

- **El coeficiente de agregación** C: Es la probabilidad de que dos nodos conectados directamente a un tercer nodo, estén conectados entre sí. Tomando el ejemplo anterior de una red de amistad, es la probabilidad de que dos de mis amigos sean amigos ellos mismo y se tenga amigos en común.

- **La longitud mínima** L_{ij} **entre dos nodos** v_i **y** v_j: Es el número mínimo de "brincos"que se tienen que dar para llegar de un nodo v_i de la red a otro nodo v_j de la red.

- **La longitud promedio de la red** L: Es el promedio de las longitudes mínimas L_{ij} entre todas las posibles parejas de nodos (v_i, v_j) de la red.

- **La distribución de tamaño de islas** $P(s)$: Es la probabilidad de que una isla esté compuesta por s nodos.

- **El tamaño de la isla más grande**, al que denotaremos por S_∞.

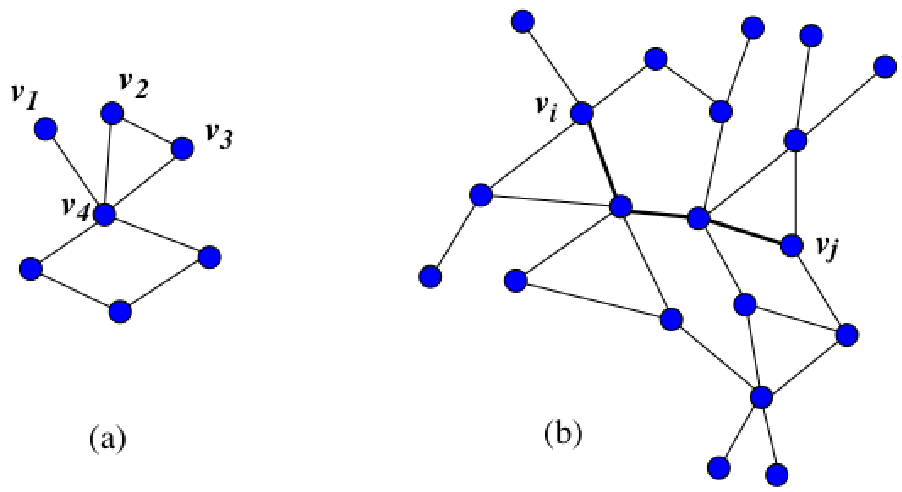

Figura 2.2: (a)Los nodos v_1, v_2 y v_3 están conectados al nodo v_4. Sin embargo, los nodos v_1 y v_2 no están conectados entre sí, mientras que los nodos v_2 y v_3 sí lo están. Esto significa que no todos los .ªmigos"de v_4 son amigos entre sí, lo cual disminuye el coeficiente de agregación. (b)Aún cuando existen varios caminos para llegar al nodo v_i al nodo v_j el camino de la longitud mínima consiste de tres pasos, indicados con líneas gruesas en la figura. [3]

2.3. Topología Libre de Escala

En la vida las conexiones entre diferentes nodos no se dan de manera igualitaria. Por ejemplo, si tenemos una computadora nueva y queremos conectarla a internet, no vamos a contratar el servicio de internet de alguna compañía elegida al azar, sino que buscaremos la compañía que ofrezca el mejor servicio y al mejor precio, y probablemente será esta compañía la que tenga más clientes. En una escuela los varones no buscan a su pareja al azar, sino que buscarán salir con la chica más bonita, o tal vez con la más inteligente, y será esta muchacha la que tenga más pretendientes. Por esta razón, Barabási inventó el concepto de enlace preferencial en el cual los nuevos nodos que se a naden a la red se conectarán preferentemente con los nodos ya existentes que tengan el mayor número de conexiones. Intuitivamente podemos pensar que el enlace preferencial consiste en que uno siempre trata de estar conectado con los nodos más "populares", es decir, con los nodos de mayor conectividad.

Para incorporar este comportamiento, Barabási sugirió que la probabilidad de enlace $\pi(k, t)$ debe tomar la forma

$$\pi(k, t) = (\sum_{n=0}^{N(t)} k_n)^{-1} k \tag{2.1}$$

donde k_n es la conectividad del n-ésimo nodo ya existente al tiempo (t). El factor $\pi(k, t) = (\sum_{n=0}^{N(t)} k_n)^{-1} k$ es simplemente para garantizar que la probabilidad $\pi(k, t)$, este normalizada. Al saber que $\pi(k, t)$ sea proporcional a k, como lo propuso Barabási, tenemos enlace preferencial, ya que de esta forma, entre más grande sea la conectividad k de un nodo, mayor será la probabilidad de conectarse con él. [2]

2.4. Conclusión

El tema de Redes Complejas es muy increíble e importante en como se puede apreciar todo aquello que nos rodea, este tipo de cuestiones han sido fuente principal para indagar en el ¿Cómo? y en el ¿Porqué? de las situaciones que se presentan. La interacciones que existen entre ciertos entes individuales no son el producto del azar, sino que este es el resultado de como cierta conexión con cierta circunstancia hace posible la generación de algo nuevo.

Aceptar que tales interacciones tienen mucha importancia en todo lo que nos rodea, nos hace ser más conscientes y observadores que todo tiene su grado de conexión y que este con el tiempo permite ver el crecimiento o decrecimiento de las conexiones. Por ejemplo, actualmente las relaciones sociales de amistad han traspasado el contacto directo al contacto virtual.

Es muy difícil saber si dentro de mi circulo social, mis amigos se conocen. A primera instancia para lograr descubrir esto podría hacer una fiesta y apreciar si dicha hipótesis es correcta o no. Pero dentro de este problema, podemos hacer uso de las redes complejas, que de manera precisa el modelo Erdos-Renyi. Este espectacular modelo permite saber cual es la ruta para lograr conocer a una persona en particular. Su uso es tan fabuloso que se ha aplicado a la generación de rutas aéreas comerciales, en donde se busca el mejor trayecto.

Pero las Redes Complejas permiten ver por la ventana de aquello que no se logra visualizar con la óptica humana. Siguiendo en el caso de las redes sociales, estas poseen una enorme cantidad de datos de todos los usuarios, pero existe un dato particular que requiere modelos como el propuesto por Lázlo Barabási el cual recibe el nombre de Redes de Escala libre. Este dato tan particular son las conexiones que se han generado de amistad o interacciones entre perfiles de usuarios; esto permite conocer que tan conectado esta un preciso sector o comunidad. Ya que esto representa la pseudo realidad.

Es un tema de Redes Complejas es espectacular, se puede aplicar a muchos problemas en donde los datos y sus conexiones revelan la interacción existente en el fenómeno que se estudia.

Bibliografía

[1] Maximino Aldana. «Redes Complejas: Estructura, Dinámica y Evolución». En: *UNAM* (2011).

[2] Réka Albert & Albert-Lázlo Barabási. «Statistical Mechanics of Complex Networks.» En: *Reviews of Modern Physics* (2002).

[3] L.A.Adamic & B. Hubeerman. «Power-Law Distribution of the World Wide Web». En: *Science* (2000).

[4] Aldana M. «Boolean dynamics of Networks with scale-free topology.» En: *Physica.* (2003).

[5] Saracho Luna Alejandro & Castaño Meneses Víctor Manuel. *Teoría de Grafos. Una introducción Histórico-Técnica.* 2017.

[6] Dorogovtsev & J.F.F. Mendes. «Evolution of Networks: From Biological Nets to the Internet and WWW.» En: *Oxford University Press* (2003).

[7] Dorogovtsev & J.F.F. Mendez. «Evolution of Networks.» En: *Advances in Physics.* (2002).

[8] Mark E.J. Newman. «The Structure and Function of Complex Networks.» En: *SIAM, Review 45* (2003).

[9] R. Pastor-Satorras & A. Vespignani. «Epidemic Spreading in Scale-Free Networks.» En: *Phys. Rev. Lett.* (2001).

2.5. Ejemplos generados.

- https://said-04.github.io/AD-v3.html (La interacción entre las rutas aéreas comerciales.)
- https://said-04.github.io/AD-v4.html (Pequeño conjunto de amigos y su interacción.)
- https://said-04.github.io/redF.html (Análisis de red de Facebook.)