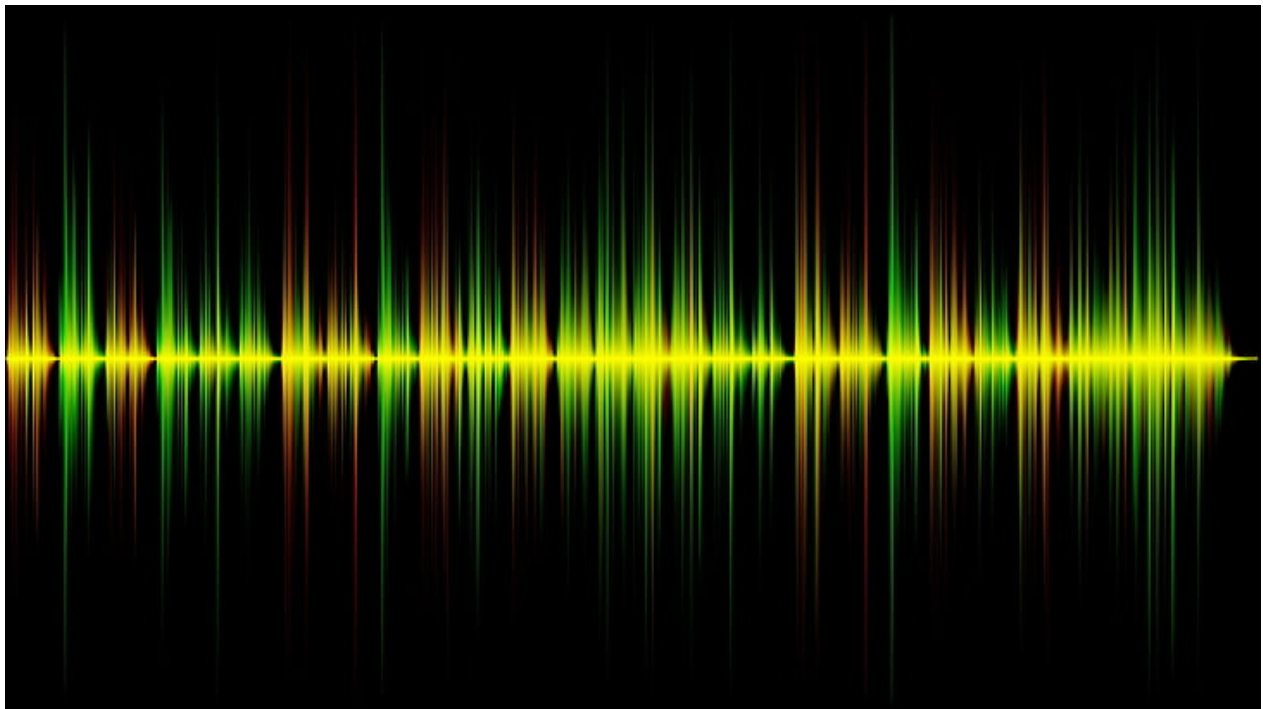


---

# OFDM

---



Saïd AIT FASKA

2021-2022

## Table des matières

<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Implantation de la chaîne de transmission OFDM sans canal</b>	<b>4</b>
2.1	Émission : . . . . .	4
<b>3</b>	<b>Implantation de la chaîne de transmission OFDM avec canal</b>	<b>5</b>
3.1	Implantation sans intervalle de garde : . . . . .	7
3.2	Implantation avec intervalle de garde composé de zéros : . . . . .	9
3.3	Implantation avec préfixe cyclique : . . . . .	10
3.4	Implantation avec préfixe cyclique et égalisation : . . . . .	11
3.4.1	Égaliseur ZF . . . . .	12
3.4.2	Égaliseur ML . . . . .	13
<b>4</b>	<b>Impact d’une erreur de synchronisation horloge</b>	<b>14</b>
<b>5</b>	<b>Conclusion</b>	<b>16</b>

## 1 Introduction

La modulation OFDM est une modulation multi-porteuses orthogonales, elle transmet un bloc de données binaires sur un grand nombre de porteuses en même temps. On définit ainsi le domaine fréquentiel de la transmission 5G par la largeur de sa bande de fréquence, c'est-à-dire par le nombre de sous-porteuses utilisées multiplié par l'espacement entre sous-porteuses. Dans ce rapport on étudiera la modulation OFDM avec une chaîne sans canal et voir son impact sur les données transmises, ensuite on ajoutera un canal multi-trajet sans bruit avec l'égalisation pour voir l'impact de la modulation avec/sans préfixe cyclique/interval de garde. Enfin on étudiera l'impact d'un erreur de synchronisation (désalignement de la fenêtre ifft)

## 2 Implantation de la chaîne de transmission OFDM sans canal

Dans cette partie on considère la chaîne sans canal suivante avec le nombre de porteuses  $N = 16$ , ainsi on considérera un mapping BPSK sur chaque porteuse.

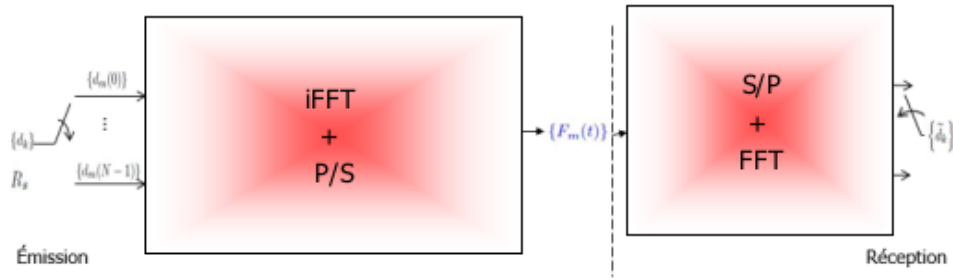


FIGURE 1 – Chaîne transmission

### 2.1 Émission :

On visualise les Densités Spectrales pour différentes cas de porteuses suivantes ; ci dessous les simulations obtenues :

Lorsque toutes les porteuse sont utilisée.

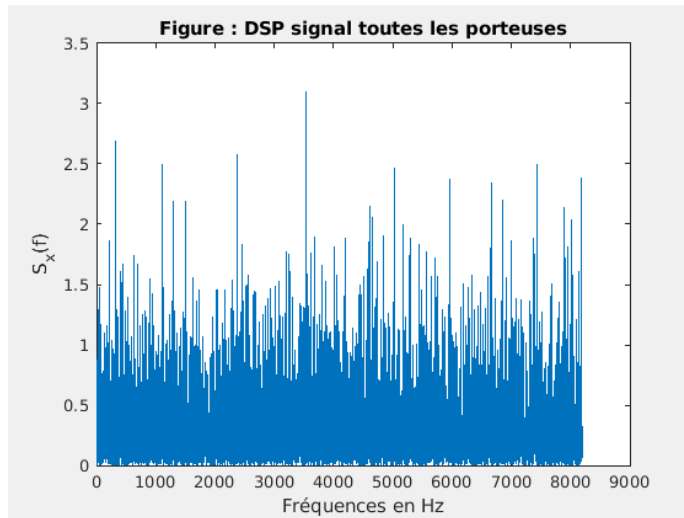


FIGURE 2 – DSP 16 porteuses

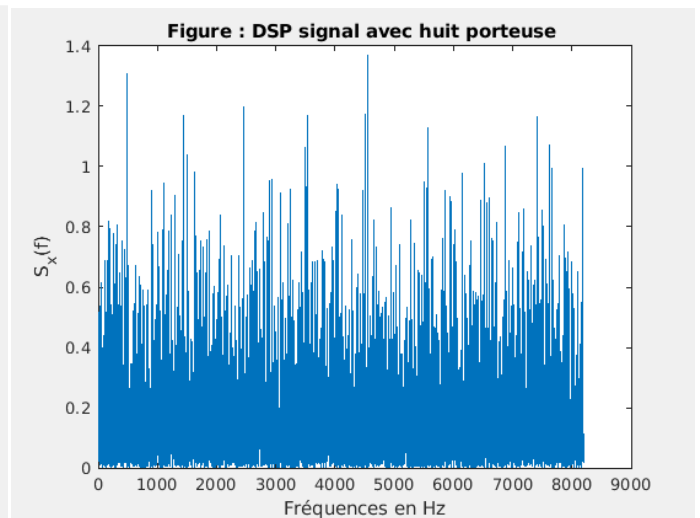


FIGURE 3 – DSP 8 porteuses

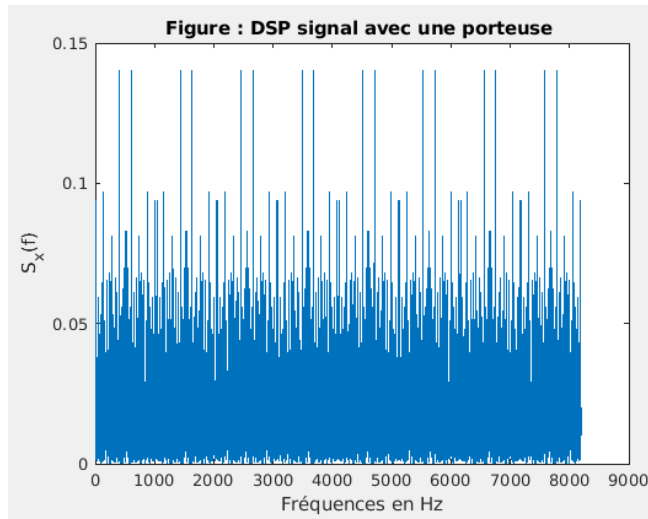


FIGURE 4 – DSP 1 porteuse

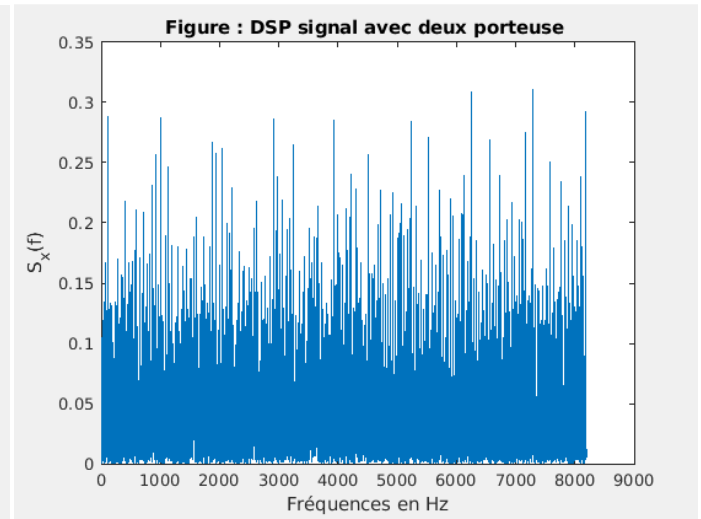


FIGURE 5 – DSP 2 porteuses

D'après les figures ci-dessus on constate que plus on utilise les porteuses on a une densité spectrale importante, par exemple pour le cas de 16 porteuses l'amplitude maximale atteinte est de 3, contrairement à la figure on utilise que 2 porteuses ; on a une baisse de DSP.

En effet l'utilisation de toutes les porteuses permet un envoi de l'information sur toutes ces porteuses. Ainsi la réduction de l'ISI sur chaque porteuse car :  $ISI' = \frac{ISI}{N}$

On passe maintenant à la partie réception, toujours sans canal multi-trajet pour la démodulation du signal OFDM pour vérifier que dans l'absence de canal on a bien un TEB (taux d'erreur binaire) nul :

TEB =

0

FIGURE 6 – TEB réception

Jusqu'à présent on a vu comment l'absence de canal n'a pas d'impact important sur la chaîne de transmission OFDM, maintenant on passe à la deuxième partie où on introduira le canal de Proakis, et voir le comportement de la chaîne.

### 3 Implantation de la chaîne de transmission OFDM avec canal

On considère le canal de propagation de Proakis suivant :

$$y(t) = 0.227 x(t) + 0.46 x(t - T_s) + 0.688 x(t - 2T_s) + 0.460 x(t - 3T_s) + 0.227 x(t - 4T_s)$$

où  $x(t)$  représente le signal à l'entrée du canal multi-trajets et  $y(t)$  le signal à la sortie.  
Le canal de Proakis implante dans notre cas est le plus sélectif par rapport aux deux autres canaux de Proakis, sa réponse fréquentielle est la suivante :

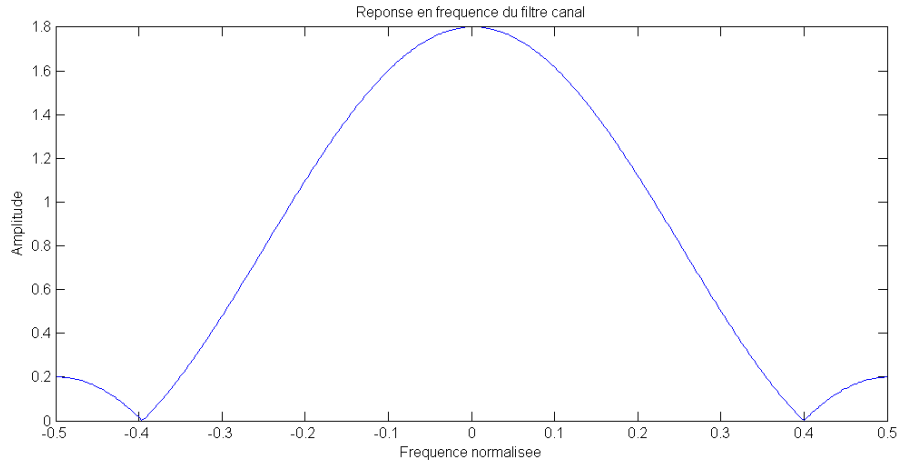


FIGURE 7 – Réponse en fréquence du filtre

La simulation du filtre ; module et argument est donnée dans la figure ci-dessous :

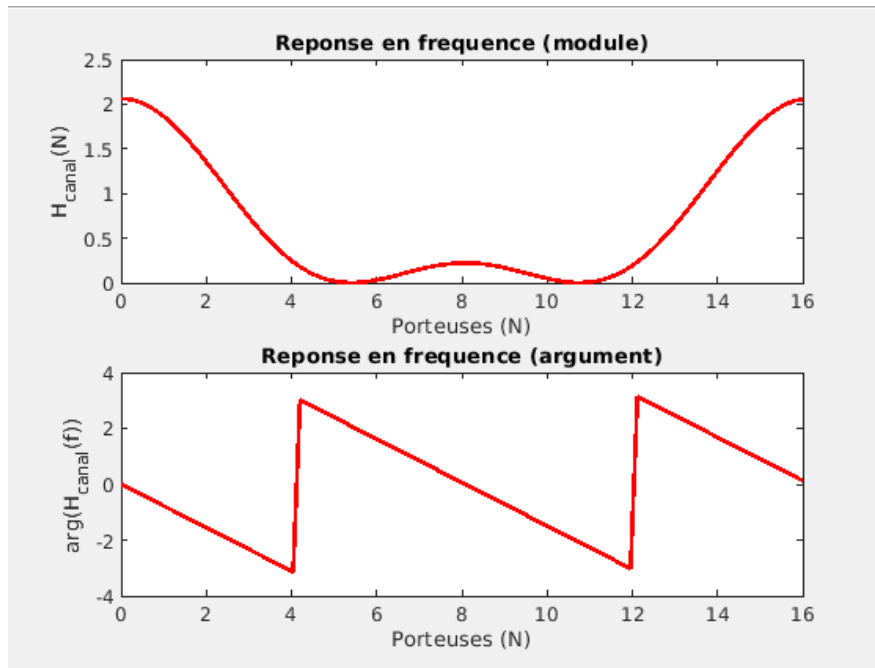


FIGURE 8 – module argument du canal

L'argument du canal va nous permettre ensuite de voir par quelle angle les constellations ont tourné.

Pour mieux comprendre le comportement de la transmission sur la chaîne OFDM on va dans un première temps implanter la chaîne sans l'intervalle de garde

### 3.1 Implantation sans intervalle de garde :

EN effet l'implantation de la chaîne sans intervalle de garde introduit un interference entre Symboles (ISI) car le symbole  $n$  déborde sur le symbole  $n + 1$  transmis successivement, comme on voit sur la figure suivante :



FIGURE 9 – Absence d'intervalle de garde

Avec le canal de propagation et sans l'intervalle de garde on peut simuler la densité spectrale du en sortie du canal et la comparer a celle obtenu avant de passer par le canal :

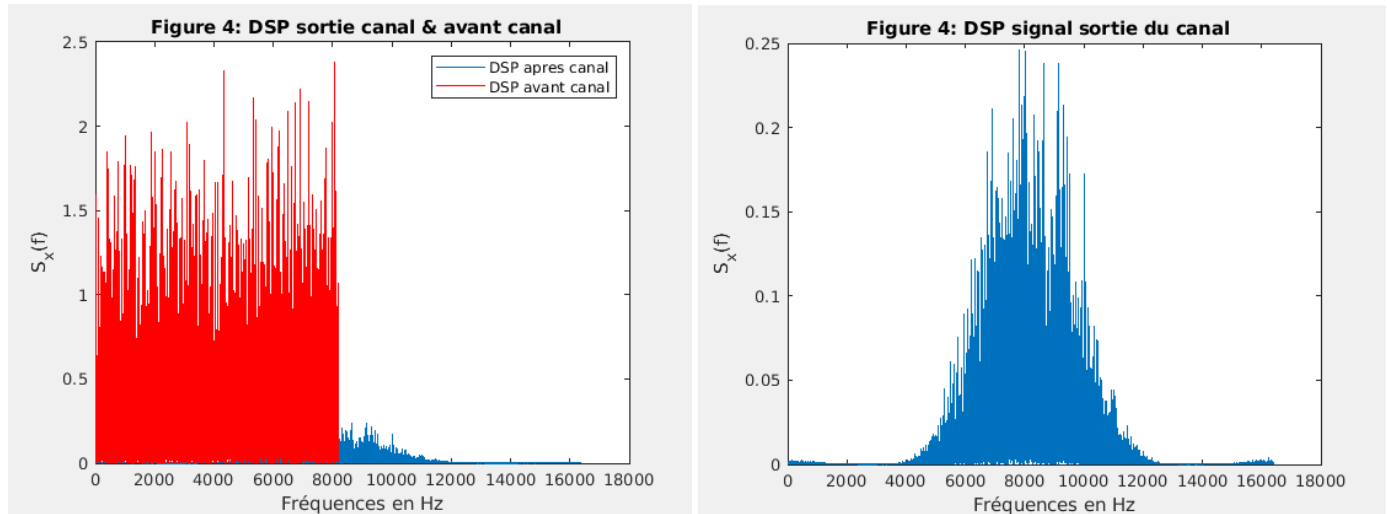


FIGURE 10 – DSP avant et après le canal

La DSP en plus importante avant de passer par le canal que celle en sortie .En effet le canal réduit le bruit dans la transmission. C'est qui engendre une diminution au niveau de la densité spectrale de la chaîne de transmission

On a une modulation BPSK , ainsi on peut visualiser les constellations sur deux porteuses au choix parmi les 16 dont on dispose, on choisit donc les constellations sur les porteuses 3 et 9 le choix a été fait volontairement pour voir le comportement sur deux porteuses éloignées car si on choisissait deux porteuses suffisamment proches serait difficile de voir la différence car les constellations se superposent .

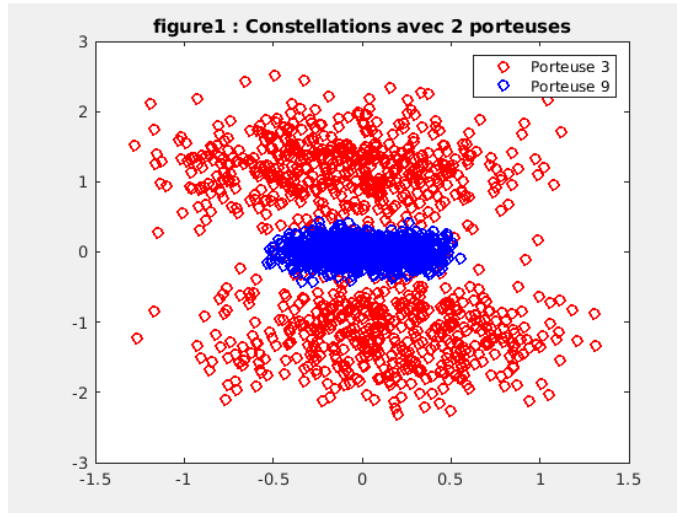


FIGURE 11 – porteuses 3 et 9

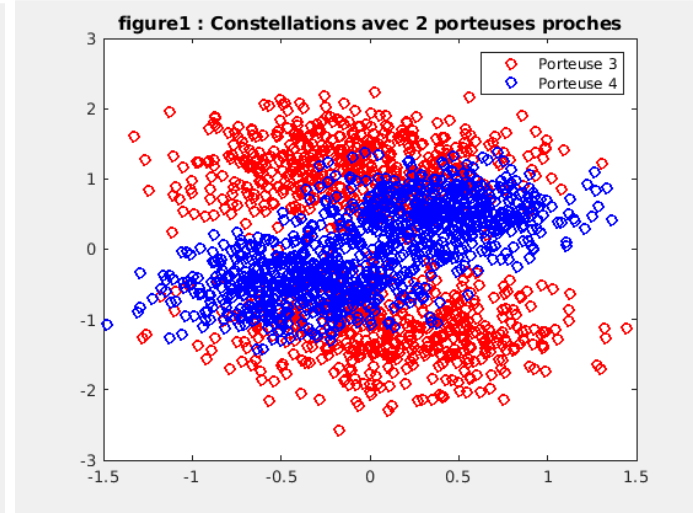


FIGURE 12 – porteuses 3 et 4

Comme on a vu en figure 9 l'absence d'intervalle de garde dans la chaîne de transmission fait que les constellations soient bruitées à cause de la superposition des porteuses et de l'ISI introduit par les symboles dans le passage de la ifft et fft . On a donc une perte d'information dans ce cas . Afin que les interférences soient éliminées, il faut que l'intervalle de garde soit plus grand que le plus grand des retards  $\tau_m$  qui apparaissent sur le canal. En pratique, on choisit l'intervalle de garde de durée égale au quart du temps symbole OFDM, ce qui représente un bon compromis entre la diminution des erreurs et la perte du débit utile.

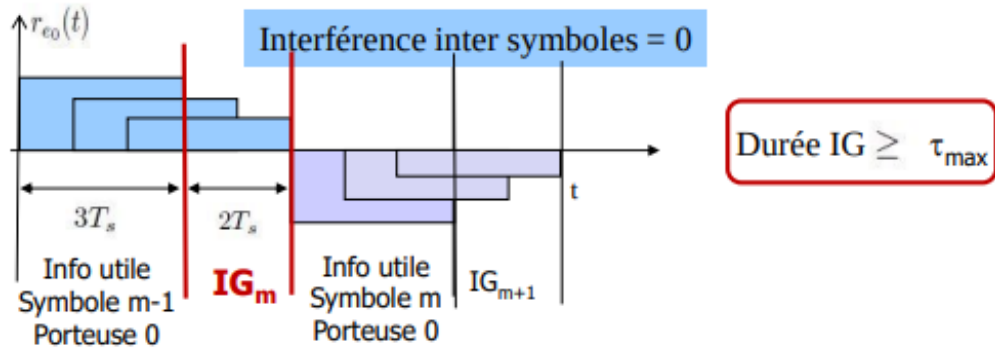


FIGURE 13 – Intervalle de garde

Il est très important de choisir une durée d'intervalle de garde supérieure à la durée de retard  $\tau_{max}$  pour avoir une bonne efficacité spectrale, mais ne doit pas être très grand pour ne pas réduire l'espacement entre les porteuses et augmenter ainsi la sensibilité aux erreurs de synchronisation.

→ **Remarque :**

Il est important de savoir que le fait d'ajouter un intervalle de garde, réduit l'efficacité spectrale du système, puisque aucune donnée utile n'est transmise durant



toute la durée de l'intervalle de garde.

### 3.2 Implantation avec intervalle de garde composé de zéros :

Dans cette sous-partie on introduira un intervalle de garde composé des zéros devant chaque symbole OFDM.

Ci dessous une figure décrivant le mécanisme

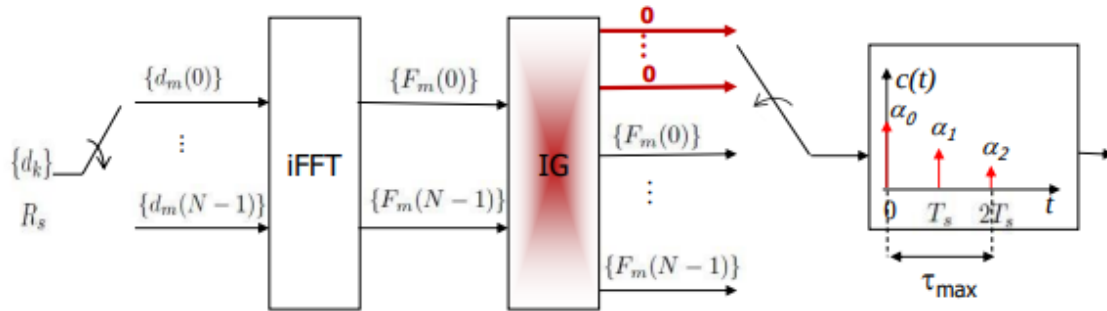


FIGURE 14 – Intervalle de garde compose des zéros

Avec l'intervalle de garde implanté on peut simuler a nouveau et voir comment les constellations se comportent.

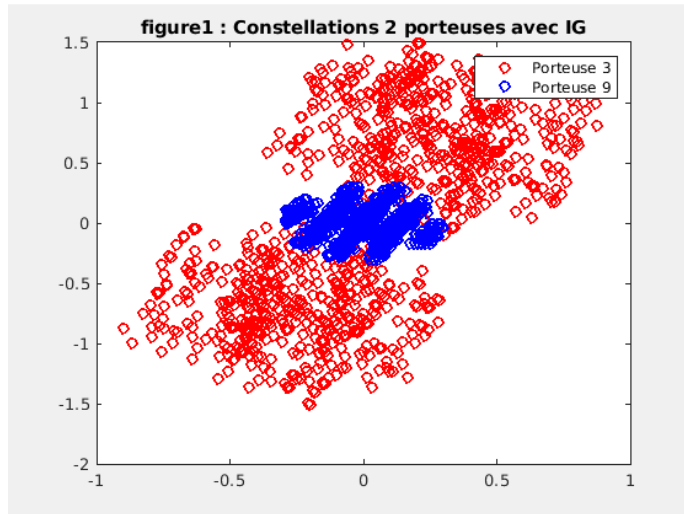


FIGURE 15 – porteuses 3 et 9

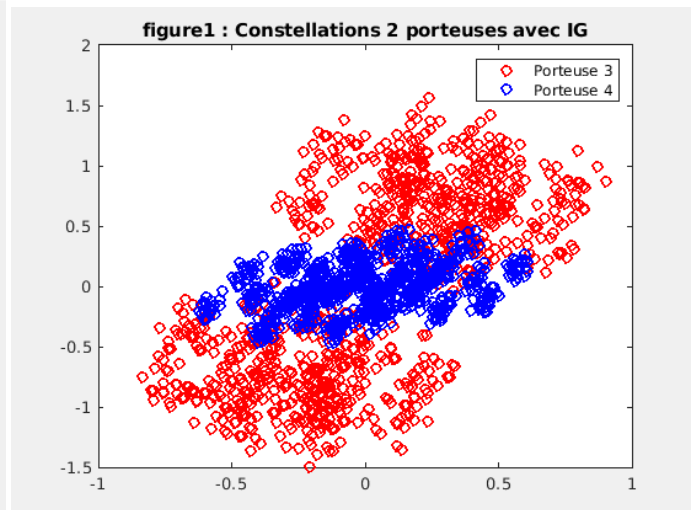


FIGURE 16 – porteuses 3 et 4

Avec l'intervalle de garde introduit on commence a visualiser bien les constellations même si encore il y a du bruit car on réduit l'efficacité du système (voir remarque précédente) et seulement les derniers échos du symbole ofdm ont lieu durant cet intervalle de garde donc on doit aussi réduire les interférences a l'intérieure du symbole ofdm.

Le taux d'erreur binaire est bien réduit par rapport au première cas :

TEB5 =

0.9944

FIGURE 17 – TEB avec I.G

Pour optimiser l'étude on peut faire appel au préfixe cyclique ; Considérons que  $h$  comporte  $L$  trajets se caractérisant, respectivement, par  $\tau_l$  et  $\lambda_l$  les retards et les atténuations relatifs à chaque trajet  $l$ . A cause de la mémoire du canal, les  $L$  dernières composantes du bloc OFDM  $x_{m-1}$  interfèrent avec les  $L$  premières composantes du bloc OFDM  $x_m$ . Cela donne naissance à un phénomène d'ISI qui vient dégrader la qualité de la transmission.

ajouter un préfixe cyclique de taille  $D$ , telle que  $D \geq L-1$ , consiste à étendre le symbole OFDM en copiant les  $D$  dernières composantes et les placer à l'avant de ce même symbole.

### 3.3 Implantation avec préfixe cyclique :

La figure suivante visualise le fonctionnement du préfixe cyclique dans la chaîne de transmission :

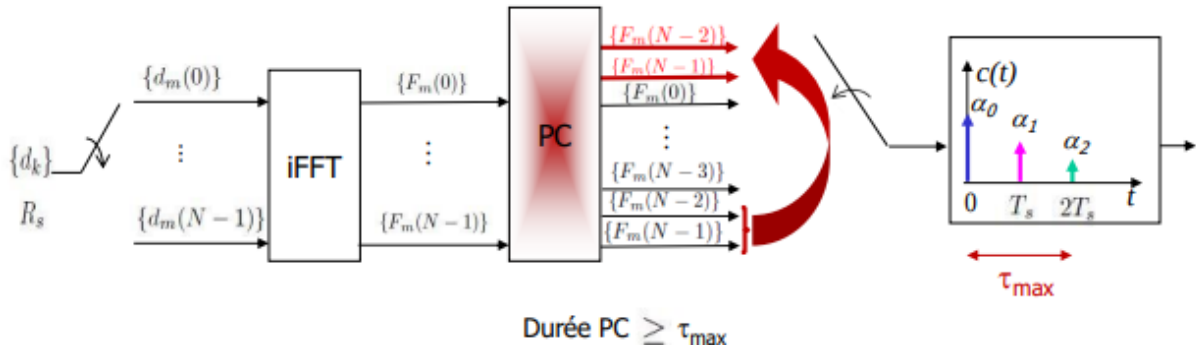


FIGURE 18 – technique de préfixe cyclique

Il faut respecter le critère de la durée du préfixe cyclique pour ne pas avoir les interférence entre les symboles !

Les constellations avec le préfixe cyclique implanté dans la chaîne sont dans la figure suivante :

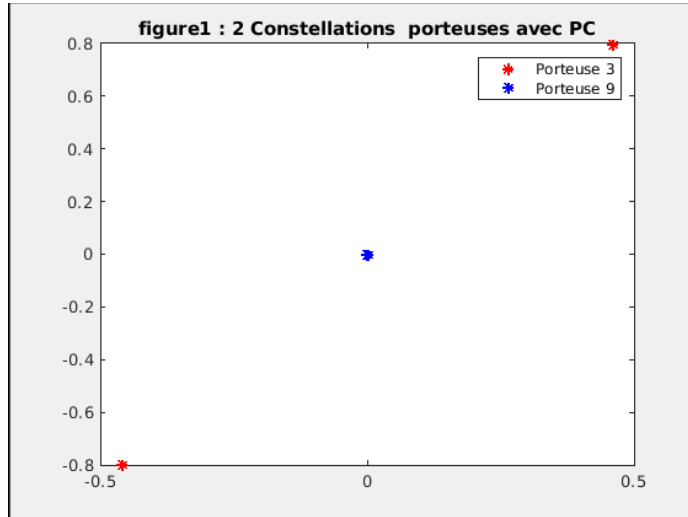


FIGURE 19 – porteuses 3 et 9

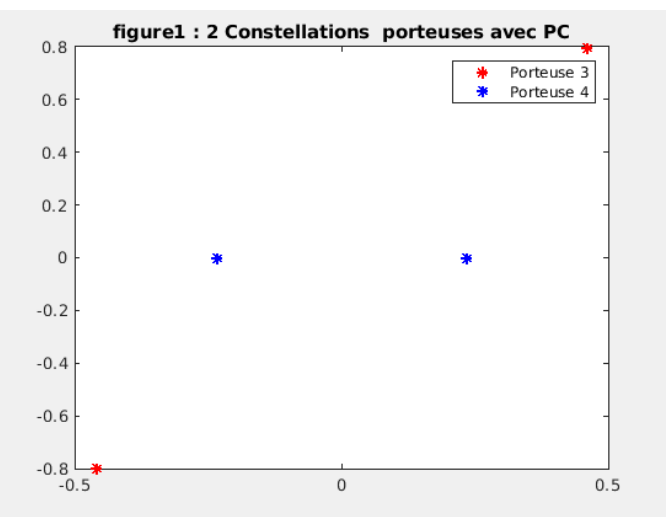


FIGURE 20 – porteuses 3 et 4

Avec le préfixe cyclique on a bien les bonnes constellations( sans bruit / ISI ) sous forme de points .  
Ainsi on a une diminution par rapport au TEB trouvé précédemment avec l'intervalle de garde .

TEB6 =

0.9188

FIGURE 21 – TEB avec P.C

Pour pouvoir diminuer le TEB de la chaîne il faut procéder a l'égalisation qui va nous permettre d'introduire un intervalle a l'intérieur des symboles ofdm transmises.

Dans la sous-partie suivante on utilisera deux égalisateurs **Zéro forcing** et **ML** pour pouvoir tester les performances de chaque égalisateur.

### 3.4 Implantation avec préfixe cyclique et égalisation :

L'égalisation vise à compenser les distorsions dues au canal afin d'éliminer les interférences subies par le signal. Dans nos simulations nous allons considérer deux méthodes d'égalisation : le ZF (zero forcing) qui consiste à diviser le signal reçu par la réponse fréquentielle du canal donc de **compenser l'ISI** , et le ML (Maximum Likelihood ) qui a pour objectif de minimiser la variance de l'erreur du signal. Le ML permet de limiter l'augmentation du bruit par rapport au ZF.

La chaîne devient donc comme en figure suivante :

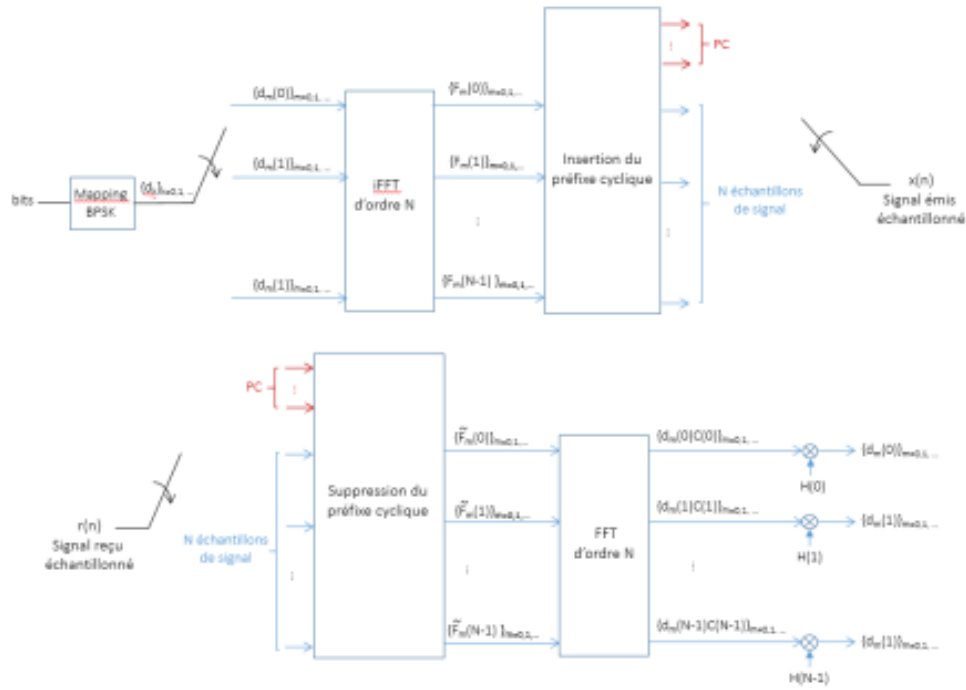


FIGURE 22 – chaîne avec égalisation et P.C

### 3.4.1 Égaliseur ZF

On commencera dans un première temps avec l'égaliseur ZF donc la réponse fréquentielle est donne comme suit :

$$H = [H(0)H(1)\dots H(N-1)], \text{ avec } H(k) = 1/C(k) \text{ pour } k = 0 \text{ à } N-1$$

Les constellations sur les porteuses obtenus avec cet égaliseur sont affiches dans la figure suivante :

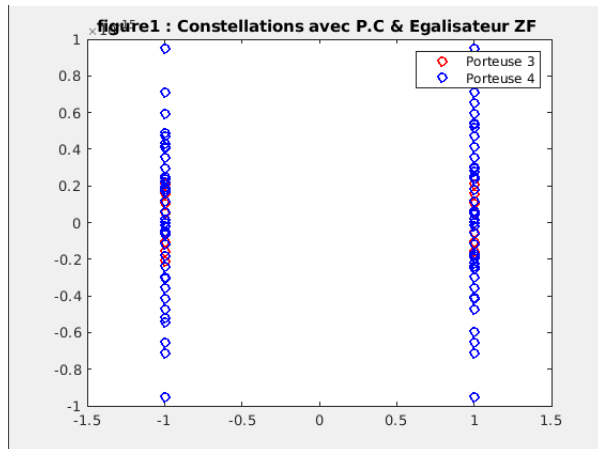


FIGURE 23 – porteuses 3 et 9

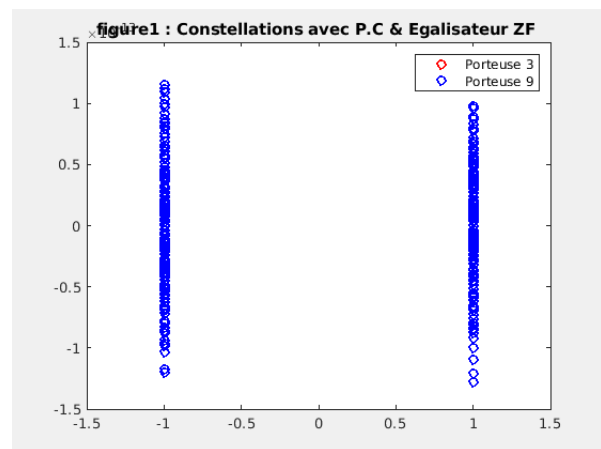


FIGURE 24 – porteuses 3 et 4

→ **Remarque :** Les constellations sont tracées sur une échelle très petite ( $\times 10^{-13}$ ) donc on peut considérer la constellation sur la porteuse 3 approximativement les résultats obtenus dans les figures ci-dessus comme une constellation en forme d'un seul point.

On peut constater que pour les constellations des porteuses 4 et 9 ne sont pas du tout très précises ; on a encore de l'interférence entre symboles, cela peut être dû à :

- le canal peut posséder des zéros de module supérieur à 1, ce qui induit des pôles instables pour le filtre ZF.
- Aux coefficients du canal de Proakis choisis au début pour notre chaîne de transmission.

Le TEB avec l'implantation de l'égaliseur ZF devient donc :

```
TEB_EG =  
0.7067
```

FIGURE 25 – TEB avec égaliseur ZF

On constate donc que même avec un SNR élevé il est difficile d'obtenir un TEB faible. Cela est dû au fait de la forte sélectivité du filtre de Proakis.

### 3.4.2 Égaliseur ML

Dans un deuxième temps on implantera la chaîne avec un égaliseur type ML de réponse en fréquences :

$$H = [H(0)H(1)\dots H(N-1)], \text{ avec } H(k) = C'(k) \text{ pour } k = 0 \text{ à } N-1$$

On obtient avec cet égalisateur les constellations suivantes :

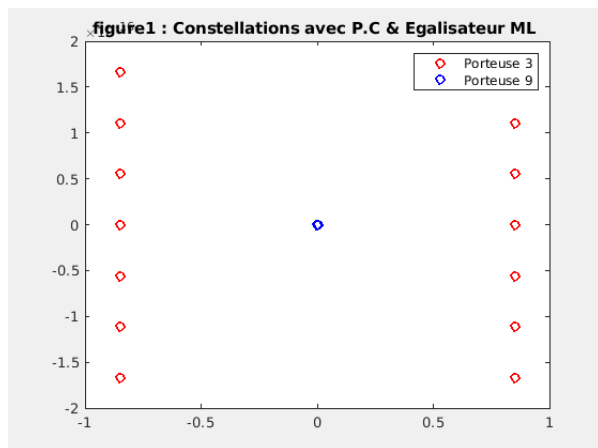


FIGURE 26 – porteuses 3 et 9

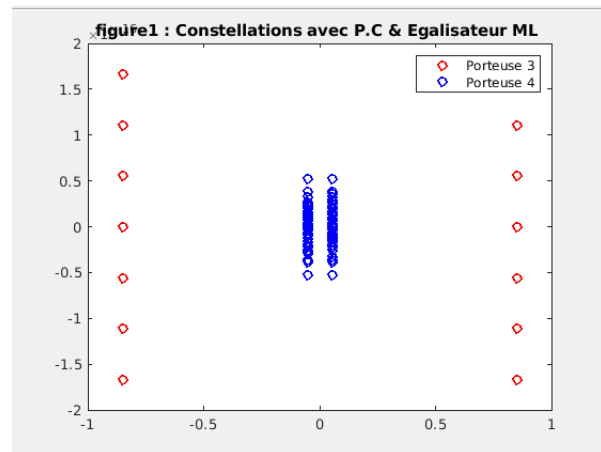


FIGURE 27 – porteuses 3 et 4

On peut remarquer avec cette simulation qu'on a un changement de places entre les constellations par rapport au premier égaliseur mis en place (zero forcing) ainsi les constellations sont un peu

précises par rapport a ZF, cela est du a que l'égaliseur ML n'introduit pas de bruit entre les symboles ofdm transmises. Les performances de l'égaliseur ML ont une bonne compromis vu l'égaliseur ZF ; le calcul matriciel utilisée pour l'égaliseur ML a une complexité faible car on revient a faire des produits matriciels directement contrairement au ZF ou on a des inverse de matrices.

Avec l'égaliser ML on a réussi a diminuer partiellement le TEB de notre chaîne, mais pas du tout totalement :

TEB\_EG\_ML =

0.6969

FIGURE 28 – TEB avec égaliseur ML

→ **Conclusion :** L'égaliseur ZF minimise la distorsion maximale entre les symboles à la sortie de l'égaliseur, ainsi il est important de noter que cet égaliseur n'élimine pas l'ISI. L'inconvénient principal d'un tel égaliseur est quand  $C(k)$  est tout près de zéro, le filtre réciproque  $H(k)$  sera très grand, ce qui amplifiera nettement le bruit ou les erreurs d'approximations, contrairement a l'égaliser ML qui a des bonnes performances ainsi une meilleure complexité.

## 4 Impact d'une erreur de synchronisation horloge

Dans cette dernière partie on verra les conséquences de desalignement de la fenêtre fft sur les symboles transmises dans la chaîne.

Pour cela on considère trois cas d'étude décrites dans les figures suivantes :

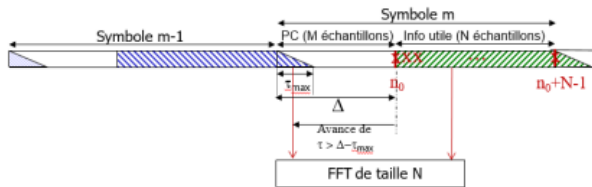


FIGURE 29 – cas 1

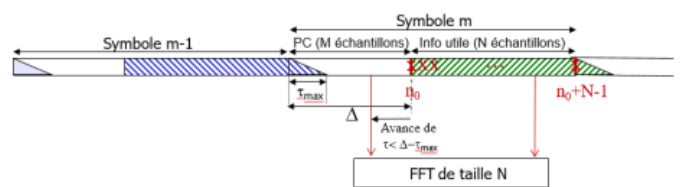


FIGURE 30 – cas 2

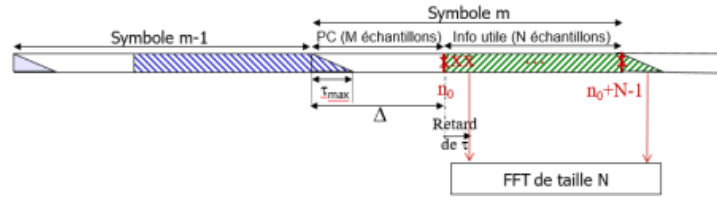


FIGURE 31 – cas 3

On reprend la chaîne sans préfixe cyclique et on effectue une sorte de prélèvement des blocs en fin de la matrice en sortie de la ifft pour les remettre en début pour avoir les cas précédents de désalignement de la fenêtre fft, on a donc que la fenêtre fft s'applique à des trajets décalés (interférence).

On obtient pour les constellations sur la porteuse 3 les résultats suivants :

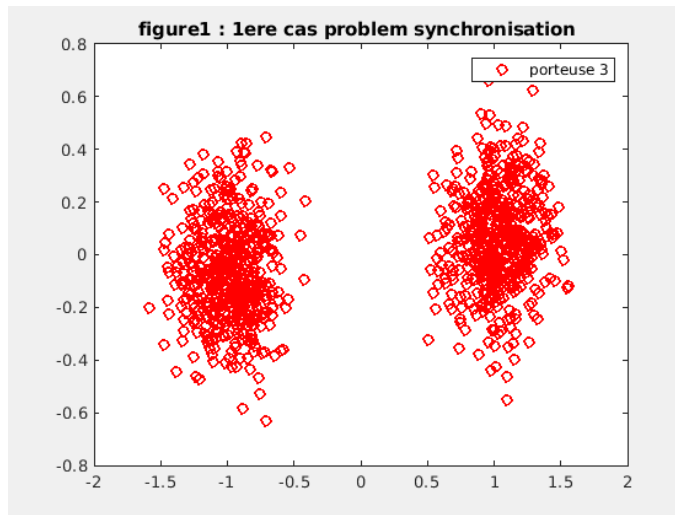


FIGURE 32 – cas 1

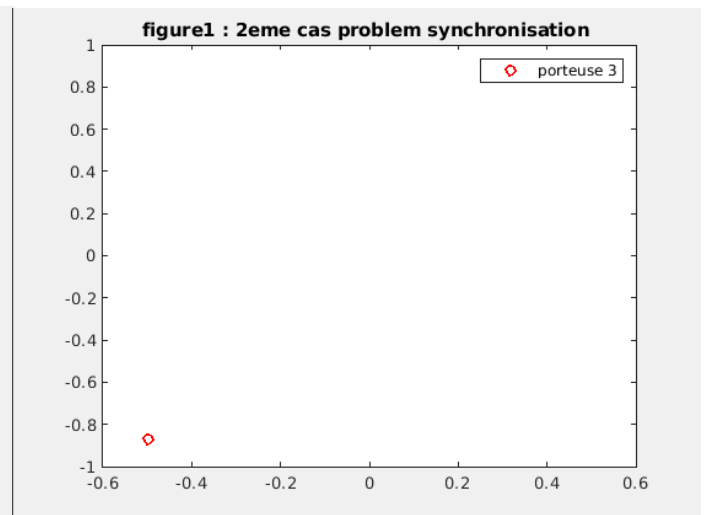


FIGURE 33 – cas 2

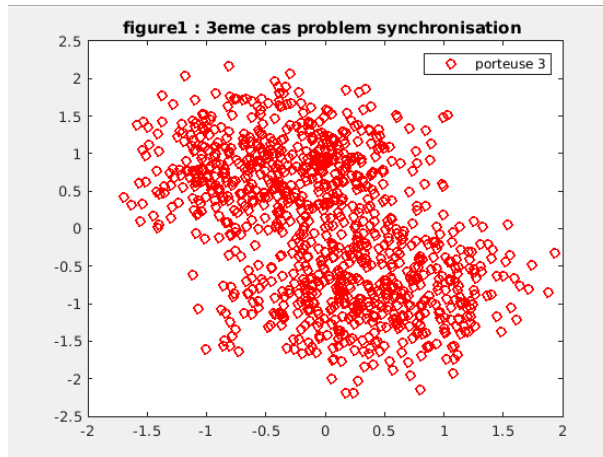


FIGURE 34 – cas 3

On constate que seulement dans le cas 2 on a pas d'interférences entre symboles ; donc on a bien des constellations d'une modulation BPSK décale pour un certain angle qu'on peut déterminer grâce au traçage de l'argument du canal  $H$  ( figure 8 ).

La synchronisation introduit un décalage des constellations car on applique par la fft au moment adéquat pour le symbole transmis , cela se voit dans les cas 1 et 3 ou on voit apparaître de l'interférence pour le symbole dont la fft a été appliqué.

Pour les cas 1 et 3 l'erreur de phase horloge provoque d'une part l'apparition d'interférence entre symboles IES (venant des symboles précédent ou suivant) et, d'autre part, rupture de l'orthogonalité entre les porteuses entraînant de l'interférence entre porteuses.

## 5 Conclusion

Pour remédier au problème de synchronisation horloge vu précédemment on peut utiliser des algorithmes dont le principe est d'utiliser des symboles OFDM spécifiques, appelés symboles pilotes, afin d'estimer et de corriger les erreurs de synchronisation. Ces symboles pilotes peuvent être connus ou inconnus à la réception et peuvent être exploités avant ou après la FFT. Comme par exemple l'algorithme de **Schmidl et Cox** proposant d'utiliser deux symboles pilotes de structure particulière, permettant à la fois d'estimer la phase horloge et la fréquence porteuse.

Enfin dans ce travail on a vu les différents aspects de la transmission OFDM ainsi que les inconvénients d'une telle transmission comme on a vu lors de la deuxième partie ( sans intervalle de garde, sans préfixe cyclique ) et dans la dernière partie consacré à l'étude de l'erreur de synchronisation horloge provoqué par le chevauchement de la fenêtre fft avec les symboles précédent ou suivant en provoquant de l'interférence entre porteuses ce qui conduit à des mauvaises constellations lors de l'échantillonnage.