



Documents
Non autorisés

Devoir Surveillé Systèmes Logiques

Niveau : TI-1x
Durée : 1h
Date : 01/11/16

Nom : Prénom : Classe :

... / 20

Note

Exercice 1

(04 points)

Montrer les égalités suivantes :

▪ $A \cdot B + A \cdot C \cdot D + \bar{B} \cdot D = A \cdot B + \bar{B} \cdot D$ (1 point)

$$\begin{aligned} A \cdot B + A \cdot C \cdot D + \bar{B} \cdot D &= A \cdot B + A \cdot C \cdot D (B + \bar{B}) + \bar{B} \cdot D \\ &= A \cdot B + A \cdot B \cdot C \cdot D + A \cdot \bar{B} \cdot C \cdot D + \bar{B} \cdot D \\ &= A \cdot B \cdot (1 + C \cdot D) + \bar{B} \cdot D \cdot (1 + A \cdot C) \\ &= A \cdot B \cdot (1) + \bar{B} \cdot D \cdot (1) \\ &= A \cdot B + \bar{B} \cdot D \end{aligned}$$

▪ $A \cdot B + \bar{A} \cdot C + D \cdot (A + \bar{B} + \bar{C}) = A \cdot B + \bar{A} \cdot C + D$ (2 points)

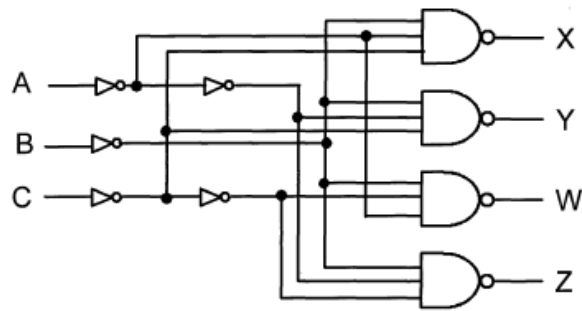
$$\begin{aligned} AB + \bar{A}C + D(A + \bar{B} + \bar{C}) &= AB + \bar{A}C + D(A(B + \bar{B}) + \bar{B}(A + \bar{A}) + \bar{C}(B + \bar{B})) \\ &= AB + \bar{A}C + D(AB + A\bar{B} + A\bar{B} + \bar{A}\bar{B} + B\bar{C} + \bar{B}\bar{C}) \\ &= AB + \bar{A}C + D(AB(C + \bar{C}) + A\bar{B}(C + \bar{C}) + \bar{A}\bar{B}(C + \bar{C}) + B\bar{C}(A + \bar{A}) + \bar{B}\bar{C}(A + \bar{A})) \\ &= AB + \bar{A}C + D(ABC + AB\bar{C} + A\bar{B}C + A\bar{B}\bar{C} + \bar{A}B\bar{C} + \bar{A}B\bar{C} + AB\bar{C} + \bar{A}B\bar{C} + A\bar{B}\bar{C} + \bar{A}B\bar{C}) \\ &= AB + \bar{A}C + D(\bar{A}B\bar{C} + \bar{A}B\bar{C} + \bar{A}B\bar{C} + \bar{A}B\bar{C} + A\bar{B}\bar{C} + A\bar{B}\bar{C} + AB\bar{C} + ABC) \\ &= AB + \bar{A}C(1 + BD) + D(\bar{A}B\bar{C} + \bar{A}B\bar{C} + \bar{A}B\bar{C} + \bar{A}B\bar{C} + A\bar{B}\bar{C} + A\bar{B}\bar{C} + AB\bar{C} + ABC) \\ &= AB + \bar{A}C + \bar{A}BCD + D(\bar{A}B\bar{C} + \bar{A}B\bar{C} + \bar{A}B\bar{C} + \bar{A}B\bar{C} + A\bar{B}\bar{C} + A\bar{B}\bar{C} + AB\bar{C} + ABC) \\ &= AB + \bar{A}C + D(\bar{A}B\bar{C} + \bar{A}B\bar{C} + \bar{A}B\bar{C} + \bar{A}B\bar{C} + A\bar{B}\bar{C} + A\bar{B}\bar{C} + AB\bar{C} + ABC) \\ &= AB + \bar{A}C + D \end{aligned}$$

▪ $\overline{A \cdot \bar{B} + \bar{A} \cdot B} = A \cdot B + \bar{A} \cdot \bar{B}$ (1 point)

$$\begin{aligned} \overline{A \cdot \bar{B} + \bar{A} \cdot B} &= \overline{A \cdot \bar{B}} \cdot \overline{\bar{A} \cdot B} \\ &= (\bar{A} + \bar{\bar{B}}) \cdot (\bar{\bar{A}} + \bar{B}) \\ &= (\bar{A} + B) \cdot (A + \bar{B}) \\ &= A \cdot \bar{A} + A \cdot \bar{B} + A \cdot B + B \cdot \bar{B} \\ &= \bar{A} \cdot \bar{B} + A \cdot B \end{aligned}$$

Exercice 2**(08 points)**

On considère le logigramme suivant :



1. Déterminer les équations des sorties **X**, **Y**, **W** et **Z** en fonction des entrées **A**, **B** et **C**. (4 points)

$$X = \overline{A \cdot B \cdot C} = A + B + C$$

$$Y = \overline{A \cdot \overline{B} \cdot \overline{C}} = \overline{A} + B + C$$

$$W = \overline{\overline{A} \cdot \overline{B} \cdot C} = A + B + \overline{C}$$

$$Z = \overline{\overline{A} \cdot \overline{B} \cdot \overline{C}} = \overline{A} + B + \overline{C}$$

2. Complétez la table de vérité des sorties **X**, **Y**, **W** et **Z** : (4 points)

A	B	C	X	Y	W	Z
0	0	0	0	1	1	1
0	0	1	1	1	0	1
0	1	0	1	1	1	1
0	1	1	1	1	1	1
1	0	0	1	0	1	1
1	0	1	1	1	1	0
1	1	0	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1

Exercice 3**(07 points)**

Lors des réunions du comité directeur d'une entreprise, les décisions sont prises à la majorité de ses quatre membres (le directeur D et ses trois adjoints A, B, C).

Chaque membre dispose d'un bouton pour voter sur lequel il appui en cas d'accord avec le projet soumis au vote. En cas d'égalité du nombre de voix, celle du directeur compte double. On vous demande de réaliser un dispositif logique permettant l'affichage du résultat du vote sur lampe R ($R = \text{« 1 »}$ si le projet est accordé sinon « 0 »).

N.B. : on modélise un bouton appuyé (accord) par un « 1 » et un bouton non appuyé (refus) par un « 0 ».

1. Compétez la table de vérité du circuit : (1 point)

A	B	C	D	R
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	0	1	1
0	1	1	0	0
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	0	0	1	1
1	0	1	0	0
1	0	1	1	1
1	1	0	0	0
1	1	0	1	1
1	1	1	0	1
1	1	1	1	1

2. En déduire l'expression logique de la sortie **R** sous la première forme canonique (somme de produit). (1 point)

$$\mathbf{R} = \overline{A}\overline{B}\overline{C}D + \overline{A}\overline{B}C\overline{D} + \overline{A}B\overline{C}D + A\overline{B}\overline{C}D + A\overline{B}C\overline{D} + AB\overline{C}D + ABC\overline{D} + ABCD$$

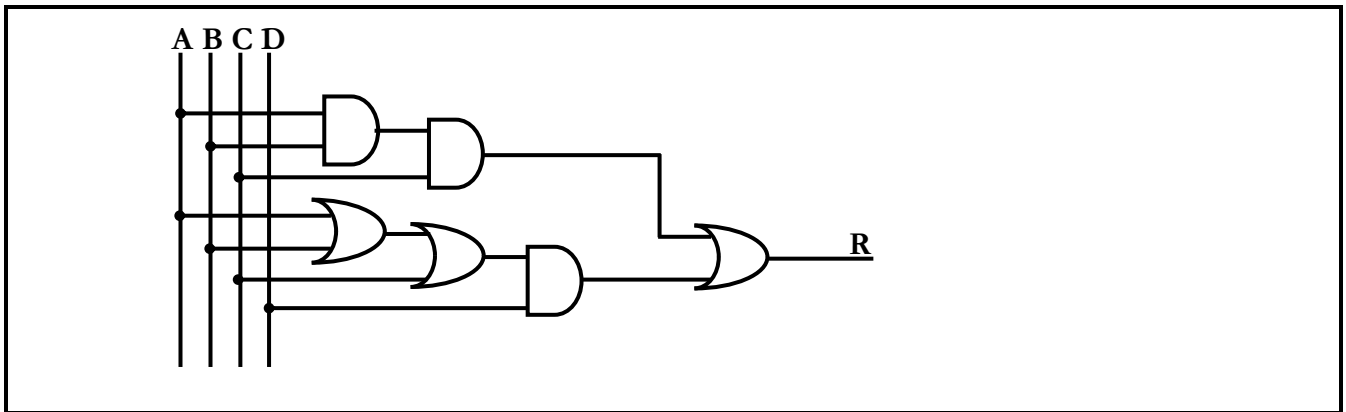
3. Montrer que : $A + B + C = \overline{A}\overline{B}C + \overline{A}B\overline{C} + \overline{A}BC + A\overline{B}\overline{C} + A\overline{B}C + AB\overline{C} + ABC + ABC$. (2 points)

$$\begin{aligned}
 A + B + C &= A(B + \overline{B}) + B(A + \overline{A}) + C(B + \overline{B}) \\
 &= AB + A\overline{B} + AB + \overline{A}B + BC + \overline{B}C \\
 &= AB + A\overline{B} + \overline{A}B + BC + \overline{B}C \\
 &= AB(C + \overline{C}) + A\overline{B}(C + \overline{C}) + \overline{A}B(C + \overline{C}) + BC(A + \overline{A}) + \overline{B}C(A + \overline{A}) \\
 &= ABC + AB\overline{C} + A\overline{B}C + A\overline{B}\overline{C} + \overline{A}BC + \overline{A}B\overline{C} + ABC + \overline{A}BC + A\overline{B}C + \overline{A}\overline{B}C \\
 &= ABC + AB\overline{C} + A\overline{B}C + A\overline{B}\overline{C} + \overline{A}BC + \overline{A}B\overline{C} + \overline{A}\overline{B}C \\
 &= \overline{A}\overline{B}C + \overline{A}B\overline{C} + \overline{A}BC + A\overline{B}\overline{C} + A\overline{B}C + AB\overline{C} + ABC + ABC
 \end{aligned}$$

4. En déduire que : $\mathbf{R} = D(A + B + C) + ABC$. (1 point)

$$\begin{aligned}
 \mathbf{R} &= \overline{A}\overline{B}\overline{C}D + \overline{A}\overline{B}C\overline{D} + \overline{A}B\overline{C}D + A\overline{B}\overline{C}D + A\overline{B}C\overline{D} + AB\overline{C}D + ABC\overline{D} + ABCD \\
 &= \overline{A}\overline{B}\overline{C}D + \overline{A}\overline{B}C\overline{D} + \overline{A}B\overline{C}D + A\overline{B}\overline{C}D + A\overline{B}C\overline{D} + AB\overline{C}D + ABC\overline{D} + ABCD + ABCD \\
 &= \overline{A}\overline{B}\overline{C}D + \overline{A}\overline{B}C\overline{D} + \overline{A}B\overline{C}D + A\overline{B}\overline{C}D + A\overline{B}C\overline{D} + AB\overline{C}D + ABCD + ABC(D + \overline{D}) \\
 &= D(\overline{A}\overline{B}C + \overline{A}B\overline{C} + \overline{A}BC + A\overline{B}\overline{C} + A\overline{B}C + AB\overline{C} + ABC) + ABC \\
 &= D(A + B + C) + ABC
 \end{aligned}$$

5. Tracer le logigramme de la Fonction $R = D(A + B + C) + ABC$ en utilisant que des portes logiques « NON », « ET » et « OU » à deux entrées. (1 point)



6. Tracer le logigramme de la Fonction $R = D(A + B + C) + ABC$ en utilisant que des portes logiques « NAND » et « NOR ». (1 point)

