



Documents
Non autorisés

Devoir Surveillé
Systèmes Logiques

Niveau : TI-1x
Durée : 1h
Date : 07/11/17

Nom : Prénom : Classe :

Ne Rien Ecrire
Ici



Exercice 1

(04 points)

Montrer les égalités suivantes : (*justifier chaque passage*)

$$\overline{A+B} \cdot C + A \cdot \overline{B} = B + \overline{C} \cdot (\overline{A} + B) \quad (1,5 \text{ point})$$

$$\begin{aligned} \overline{A+B} \cdot C + A \cdot \overline{B} &= \overline{A+B} \cdot C \cdot A \cdot \overline{B} \\ &= (\overline{A+B} + \overline{C}) \cdot (\overline{A} + \overline{B}) \\ &= (A + B + \overline{C}) \cdot (\overline{A} + B) \\ &= A\overline{A} + AB + \overline{A}B + BB + \overline{A}\overline{C} + B\overline{C} \\ &= AB + \overline{A}B + B + \overline{A}\overline{C} + B\overline{C} \\ &= B(A + \overline{A} + 1) + \overline{C}(\overline{A} + B) \\ &= B + \overline{C}(\overline{A} + B) \end{aligned}$$

$$(A + B + C) \cdot (\overline{A} + B + C) + A \cdot B + B \cdot C = B + C \quad (1,5 \text{ point})$$

$$\begin{aligned} (A + B + C) \cdot (\overline{A} + B + C) + A \cdot B + B \cdot C &= A\overline{A} + AB + AC + \overline{A}B + BB + BC + \overline{A}\overline{C} + BC + CC + AB + BC \\ &= AB + AC + \overline{A}B + B + BC + \overline{A}\overline{C} + C \\ &= B(A + \overline{A} + 1 + C) + C(A + \overline{A} + 1) \\ &= B + C \end{aligned}$$

$$(A + B) \cdot C + \overline{A} \cdot (\overline{B} + C) + \overline{B} = \overline{B} + C \quad (1 \text{ points})$$

$$\begin{aligned} (A + B) \cdot C + \overline{A} \cdot (\overline{B} + C) + \overline{B} &= AC + BC + \overline{A}\overline{B} + \overline{A}C + \overline{B} \\ &= \overline{B}(\overline{A} + 1) + C(A + B + \overline{A}) \\ &= \overline{B} + C \end{aligned}$$

Exercice 2

(09 points)

Il s'agit de **développer** le **circuit de commande** d'un **système de signalisation de niveau d'eau** pour **deux réservoirs (R1 et R2)**.

Afin de détecter le niveau d'eau dans les deux réservoirs, on dispose de **quatre capteurs (a, b, c et d)** placés sur le côté des réservoirs. Deux détecteurs de **niveau haut** (**a** pour **R1**, **b** pour **R2**) et deux détecteurs de **niveau bas** (**c** pour **R1**, **d** pour **R2**).

Chacun de ces **capteurs** fournit un **signal logique** :

- '1' : Capteur en **contact** avec l'eau ;
- '0' : Capteur en **contact** avec l'air.

On dispose de **trois voyants V1, V2, V3**, qui fonctionnent dans les conditions suivantes :

- **V1 = 1** si les **deux réservoirs** sont **pleins**.
- **V2 = 1** si les **deux réservoirs** sont **vides**.
- **V3 = 1** dans **tous les autres cas** (réservoir à moitié plein ou un plein un vide...).

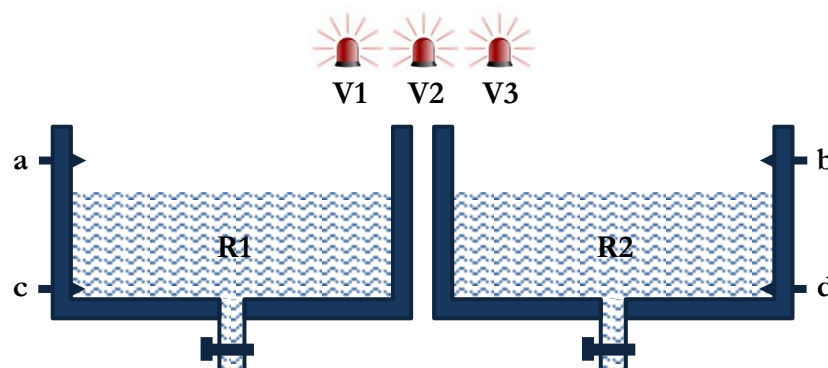


Fig.1 : Schéma Synoptique du système de signalisation de niveau d'eau.

1. **Compétez** la **table de vérité** du circuit : (2 points)

Mettez l'état indifférent « **X** » pour les cas où la combinaison d'état logique des entrées ne peut pas se produire dans le cycle de fonctionnement normal (un capteur ne peut pas être immergé par l'eau alors que le/les capteurs au-dessous de lui sont à l'air).

a	b	c	d	V1	V2	V3
0	0	0	0	0	1	0
0	0	0	1	0	0	1
0	0	1	0	0	0	1
0	0	1	1	0	0	1
0	1	0	0	X	X	X
0	1	0	1	0	0	1
0	1	1	0	X	X	X
0	1	1	1	0	0	1
1	0	0	0	X	X	X
1	0	0	1	X	X	X
1	0	1	0	0	0	1
1	0	1	1	0	0	1
1	1	0	0	X	X	X
1	1	0	1	X	X	X
1	1	1	0	X	X	X
1	1	1	1	1	0	0

2. En utilisant les **tableaux de Karnaugh**, en **déduire l'expression logique la plus simplifiée de chaque sortie**. (3 points)

a b \ c d	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	X	0	0	X
11	X	X	1	X
10	X	X	0	0

(N'oublier pas d'encercler les groupements)

$$V1 = a \cdot b$$

a b \ c d	00	01	11	10
00	1	0	0	0
01	X	0	0	X
11	X	X	0	X
10	X	X	0	0

(N'oublier pas d'encercler les groupements)

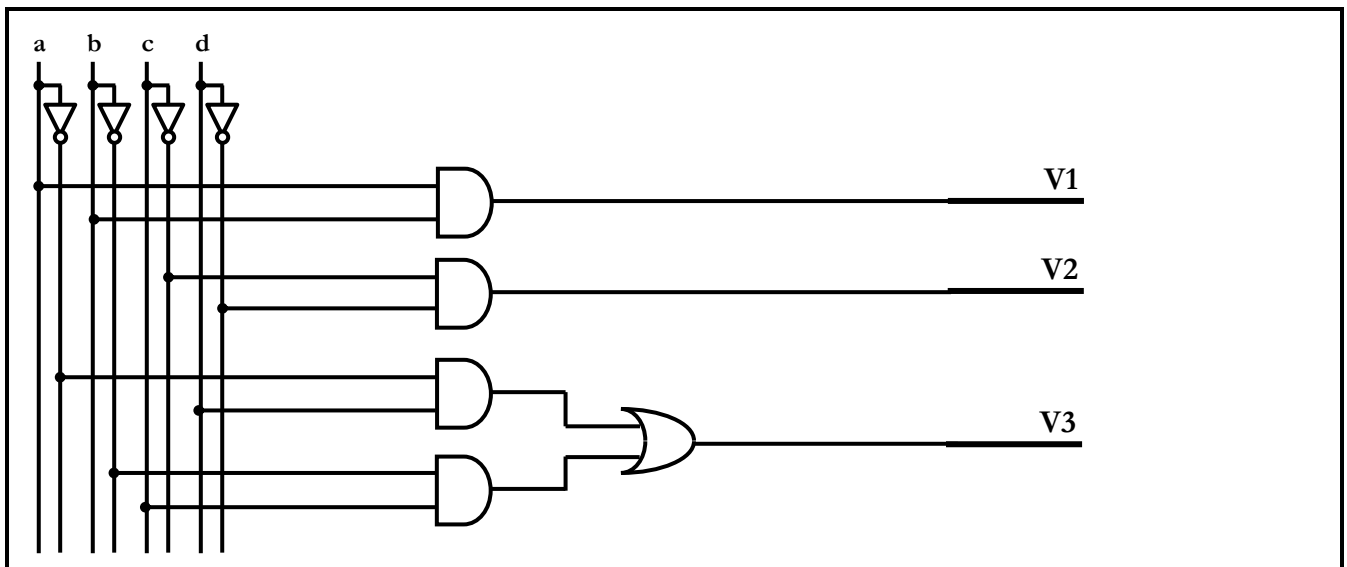
$$V2 = \bar{c} \cdot \bar{d}$$

a b \ c d	00	01	11	10
00	0	1	1	1
01	X	1	1	X
11	X	X	0	X
10	X	X	1	1

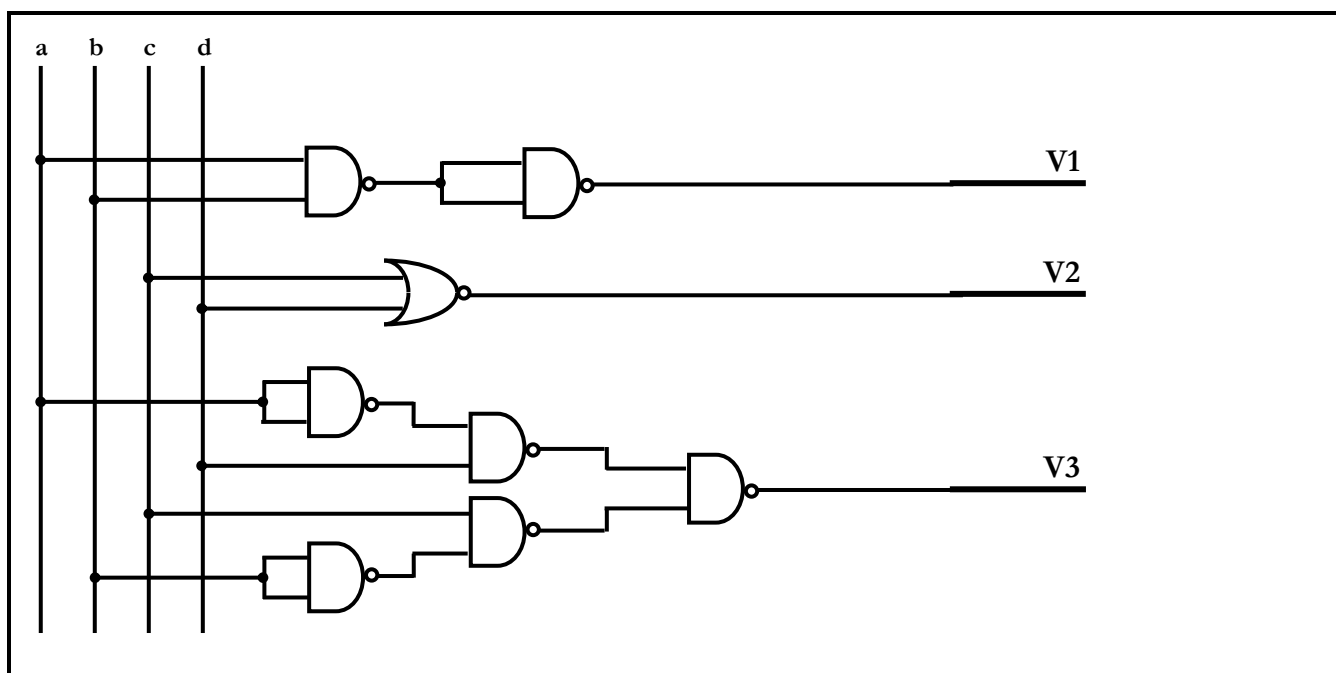
(N'oublier pas d'encercler les groupements)

$$V3 = \bar{a} \cdot d + \bar{b} \cdot c$$

3. **Tracer le logigramme des trois sorties (V1, V2 et V3)** en utilisant que des **portes logiques « NON », « ET » et « OU »** à deux entrées. (2 points)



4. Tracer le logigramme des trois sorties (V1, V2 et V3) en utilisant que des portes logiques « NAND » à deux entrées. (2 points)



Exercice 2

(07points)

Soit les deux fonctions logiques F1 et F2 représentées par la table de vérité suivante :

A	B	C	D	F1	F2
0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	1	1
0	0	1	0	0	0
0	0	1	1	0	0
0	1	0	0	1	0
0	1	0	1	1	1
0	1	1	0	1	0
0	1	1	1	0	0
1	0	0	0	0	0
1	0	0	1	0	1
1	0	1	0	0	0
1	0	1	1	0	0
1	1	0	0	1	1
1	1	0	1	0	1
1	1	1	0	1	1
1	1	1	1	0	1

1. Pour chacune des deux Fonctions (F1 et F2), en déduire l'expression logique sous la première forme canonique (somme de produit). (2 points)

$$F1 = \bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D} + \bar{A}\bar{B}\bar{C}D + \bar{A}\bar{B}C\bar{D} + \bar{A}\bar{B}CD + \bar{A}B\bar{C}\bar{D} + \bar{A}B\bar{C}D + \bar{A}BC\bar{D} + \bar{A}BCD$$

$$F2 = \bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D} + \bar{A}\bar{B}\bar{C}D + \bar{A}\bar{B}C\bar{D} + \bar{A}\bar{B}CD + \bar{A}B\bar{C}\bar{D} + \bar{A}B\bar{C}D + \bar{A}BC\bar{D} + \bar{A}BCD$$

2. Montrer que : $F1 = \bar{A} \cdot \bar{C} \cdot D + B \cdot \bar{D}$ et $F2 = A \cdot B + \bar{C} \cdot D$. (3 points)

$$F1 = \bar{A}\bar{B}\bar{C}D + \bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D} + \bar{A}B\bar{C}D + \bar{A}B\bar{C}\bar{D} + A\bar{B}\bar{C}D + A\bar{B}\bar{C}\bar{D}$$

$$\bar{A}\bar{C}D(\bar{B} + B) + B\bar{D}(\bar{A}\bar{C} + \bar{A}C + A\bar{C} + AC)$$

$$\bar{A}\bar{C}D + B\bar{D}$$

$$F2 = \bar{A}\bar{B}\bar{C}D + \bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D} + \bar{A}B\bar{C}D + \bar{A}B\bar{C}\bar{D} + A\bar{B}\bar{C}D + A\bar{B}\bar{C}\bar{D} + ABCD + AB\bar{C}D$$

$$\bar{A}\bar{B}\bar{C}D + \bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D} + \bar{A}B\bar{C}D + \bar{A}B\bar{C}\bar{D} + A\bar{B}\bar{C}D + A\bar{B}\bar{C}\bar{D} + ABCD + AB\bar{C}D$$

$$AB(\bar{C}D + \bar{C}\bar{D} + C\bar{D} + CD) + \bar{C}D(\bar{A}\bar{B} + \bar{A}B + A\bar{B} + AB)$$

$$AB + \bar{C}D$$

3. Tracer le logigramme simplifié des deux sorties (F1 et F2) en utilisant que des portes logiques « NON », « ET » et « OU » à deux entrées. (2 points)

