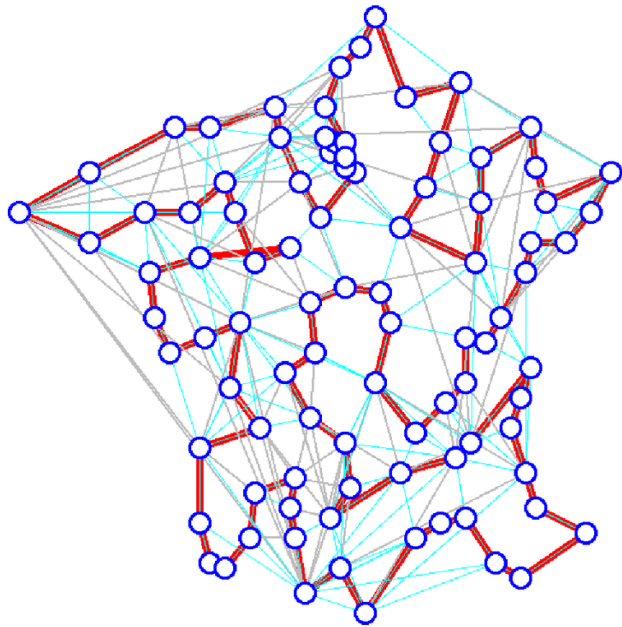


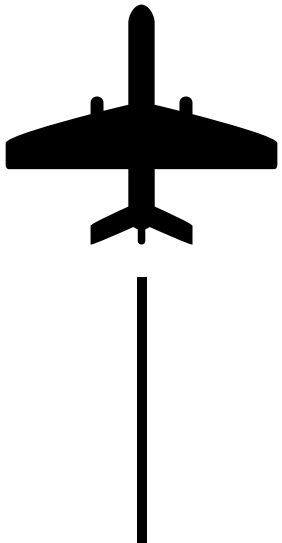
# *Problème de voyageur de commerce.*



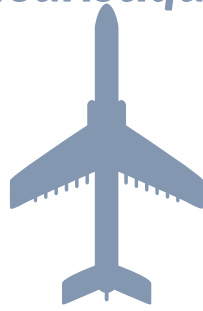
Réalisé par: **Saif henzili**  
**Iheb oueslati**  
**Maram ben ameur**  
**Aziz Bannour**

# Les algorithmes proposés:

**L'algorithme du plus  
proche voisin (Méta-  
Heuristiques)**



**La méthode de  
recuit simulé  
(Heuristiques)**



**L'algorithme de  
Génétique (Meta-  
heuristique)**



**Colonie de fourmis (ACO)**





# *1. Complexité:*

# Les algorithmes proposés:

## L'algorithme du plus proche voisin (Complexité):

### Complexité :

- chercher parmi les villes à visiter, laquelle est la plus proche de la dernière ville du cycle.
- Comme on parcourt entièrement la matrice des distances des villes, on obtient une complexité  $O(n^2)$ .
- grâce à l'utilisation de vecteurs, on ne revisite pas une ville déjà insérée, ce qui diminue un peu la complexité de cet algorithme

Facile à implémenter. Complexité en  $O(n^2)$ .

- En moyenne, NN donne des tours de coût 1.26 fois plus élevé que la valeur optimale, noté  $NN/OPT = 1.26$ .

- Pire comportement connu :  $NN/OPT \in (\log n / 3 \log \log n)$  (environ 3 pour  $n = 100$ , 4 pour  $n = 10,000$ , etc.)

- Borne garantie sur la solution optimale (Rosenkrantz, Stearns, Lewis, 1977) :

Si les distances sont positives et respectent l'inégalité triangulaire, alors

$$NN/OPT \leq 2 \lceil \log_2 n \rceil + 1/2$$

(4.5 pour  $n = 100$ , 7.5 pour  $n = 10,000$ , etc.)

# Les algorithmes proposés:

## Colonie de fourmis(ACO) (Complexité):

Pour calculer la complexité on **divise** l'algorithme en 5 sections:

1/ Initialisation

2/ Un cycle de l'algorithme

3/ Fin du cycle et calcul des dépôts de phéromone.

4/ Evaporation des phéromones.

5/ Boucle de l'algorithme.

1/ On a une complexité  $O(|L|+m)=O(n^2+m)$ , puisque l'on a supposé une interconnexion totale entre les villes.  $n$ = nombre de ville /  $m$ = nombre de fourmis

2. La complexité est  $O(n^2 \times m)$ , puisque les opérations de calcul de la ville suivante nécessite un balayage de l'intégralité des villes.

3/ La complexité est  $O(|L| + m \times |L|) = O(m \times |L|) = O(n^2 \times m)$

4/ La complexité est  $O(|L|)=O(n^2)$ .

5/ Le test de stagnation est de complexité  $O(n \times m)$  (on doit comparer les tours de  $m$  fourmis, chaque tour ayant une longueur de  $n$  éléments).

- La complexité générale de l'algorithme devient donc:

$O(n^2 + m + NC_{max} \times n^2 \times m)$

Soit: AS complexity=  $O(NC_{max} \times n^2 \times m)=O(n^2)$  avec  $N_{max}$ = le nbre max d'iteration et  $m$  le nbre de fourmis.

# Les algorithmes proposés:

## L'algorithme génétique (Complexité):

*Complexité via une méthode de résolution avec algorithme génétiques:*

*Détail de calcul :*

$$\begin{aligned} O(\text{Algo Gene}) &= O(n^2) + O(\text{Muter}) + O(\text{Croiser}) + O(\text{Selection Naturelle}) \\ &= O(n^2) + O(n) + O(2n) + O(n) \\ &= O(n^2) \end{aligned}$$

<i>NB VILLES</i>	<i>NB POSSIBILITES</i>	<i>TEMPS DE CALCUL</i>
5	25	25 µs
10	100	100 µs
15	225	225 µs
20	400	400 µs

# Les algorithmes proposés:

## La méthode de recuit simulé (Complexité):

Soit  $E$  l'ensemble de  $n$  villes numérotées de 0 à  $n-1$ . J'appelle  $\delta(v_{n+1}, v_i)$  la distance connue entre deux villes voisines.

Le voyageur de commerce en faisant son tour sera donc égale à  $d = \sum_{i=0}^{n-1} \delta(v_{n+1}, v_i)$

Un petit exemple :

Raisonnons sur un ensemble  $E$  avec peu d'éléments, par exemple 3 villes, numérotées 1, 2 et 3

Les chemins possibles, sachant qu'il faut revenir au point de départ, sont : (1,2,3,1), (1,3,2,1), (2,3,1,2), (2,1,3,2), (3,2,1,3) et (3,1,2,3). Il y a 6 combinaisons de chemins possibles. En fait, le nombre de possibilités s'élève à  $n!$  ( $n$  factorielle). Pour  $n=3$ , cela fait 6 possibilités. Pour 10 villes, cela fait 3,6 millions de combinaisons possibles et pour 20 villes  $2,4 \cdot 10^{18}$  combinaisons possibles



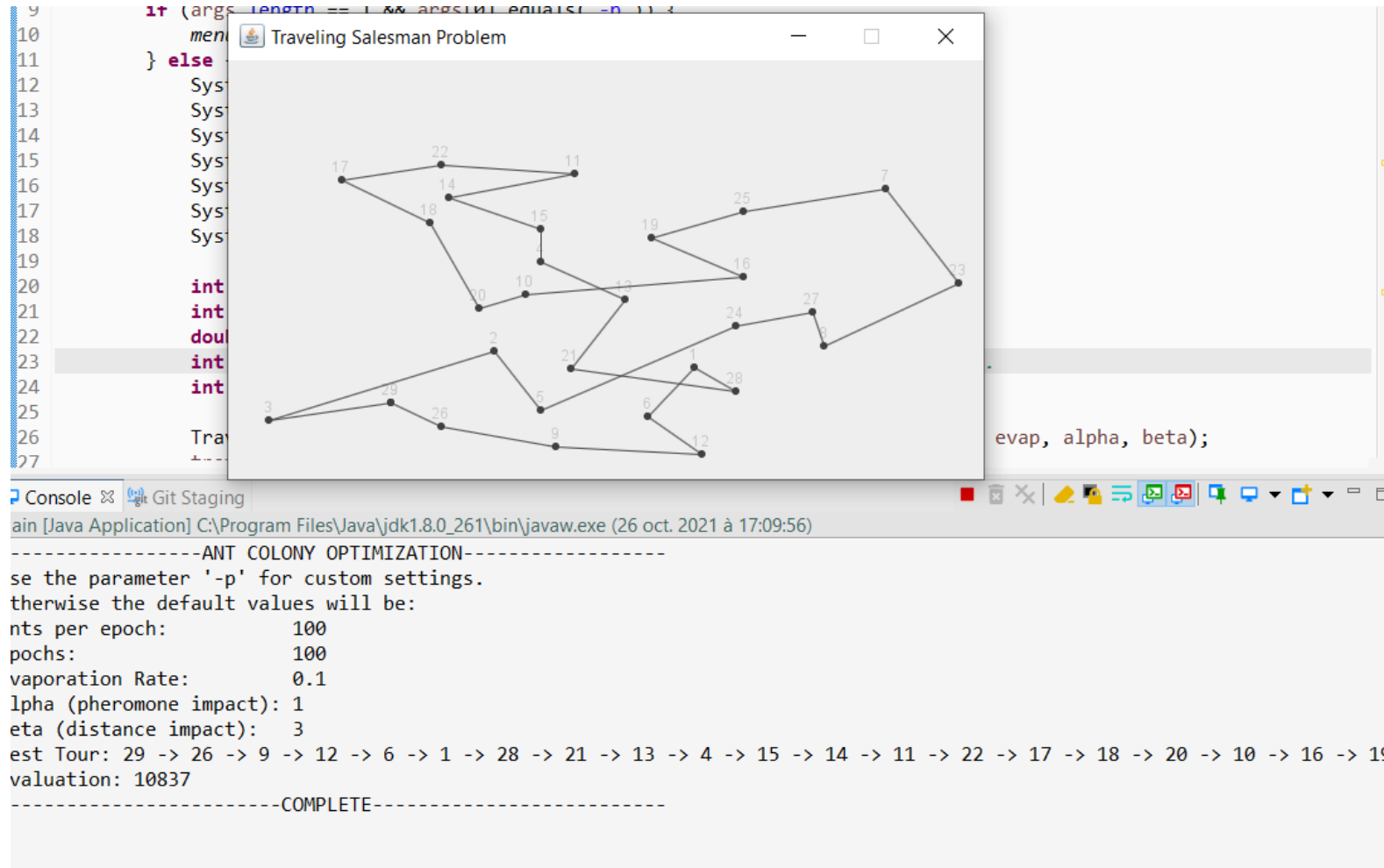
## *2. Benchmarking entre les différents algorithmes*



# 1. Exécution du algorithme du plus proche voisin :

```
Enter No. of Cities: 5  
Enter the Cost Matrix:  
-1 5 7 3 5  
5 -1 -1 -1 9  
7 -1 -1 2 -1  
3 -1 2 -1 1  
5 9 -1 1 -1  
The Optimal Tour is: 1->4->2->3->5->1  
Minimum Cost: 5
```

## 2. Exécution du algorithme Colonie de fourmis



# 3. Exécution du algorithme de recuit simulé

```
76 TourManager.addCity(city23);
77 City city24 = new City("24", 5, 5);
78 TourManager.addCity(city24);
79
80
```

Console Git Staging

terminated> SimulatedAnnealing [Java Application] C:\Program Files\Java\jdk1.8.0\_261\bin\javaw.exe (26 oct. 2021 à 17:38:26)

total distance of initial solution: 64

our: 8 -> 1 -> 18 -> 14 -> 6 -> 4 -> 23 -> 0 -> 16 -> 9 -> 3 -> 10 -> 11 -> 22 -> 21 -> 13 -> 20 -> 24 -> 15 -> 19 -> 7 -> 5 -> 17 -> 2 -> 12

inal solution distance: 40

our: 24 -> 14 -> 7 -> 11 -> 12 -> 17 -> 21 -> 16 -> 22 -> 20 -> 18 -> 23 -> 15 -> 2 -> 0 -> 5 -> 6 -> 8 -> 4 -> 9 -> 3 -> 1 -> 10 -> 13 -> 19

Writable

Smart Insert

80 : 9 : 2747

239M of 389M

# 4. Exécution du méthode génétique

## Représentation d'une solution(Génétique) :

Comme nous l'avons déjà dit le voyageur de commerce doit revenir à son point de départ et passer par toutes les villes une fois et une seule. Nous avons donc codé une solution par une structure de données comptant autant d'éléments qu'il y a de villes, c'est à dire une permutation. Chaque ville y apparaît une et une seule fois. Il est alors évident que selon la ville de départ que l'on choisit on peut avoir plusieurs représentations différentes du même parcours

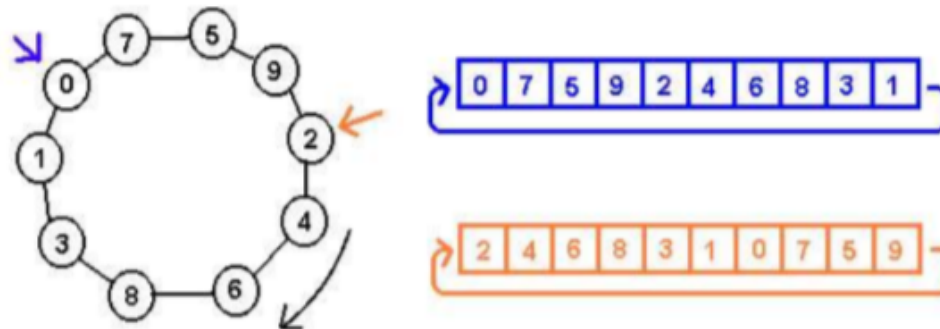


Figure 16 : codage d'une solution (ensemble de villes) dans un tableau .

# 4. Exécution du méthode génétique

```
1 Starting grade: 1.71 / 110
2 Current grade: 17.00 / 110 (255 generation)
3 Current grade: 23.21 / 110 (511 generation)
4 Current grade: 36.98 / 110 (767 generation)
5 Current grade: 43.91 / 110 (1023 generation)
6 Current grade: 50.95 / 110 (1279 generation)
7 Current grade: 57.00 / 110 (1535 generation)
8 Current grade: 61.95 / 110 (1791 generation)
9 Current grade: 65.90 / 110 (2047 generation)
10 Current grade: 68.76 / 110 (2303 generation)
11 Current grade: 77.87 / 110 (2559 generation)
12 Current grade: 82.89 / 110 (2815 generation)
13 Current grade: 85.91 / 110 (3071 generation)
14 Current grade: 86.81 / 110 (3327 generation)
15 Current grade: 86.80 / 110 (3583 generation)
16 Current grade: 88.94 / 110 (3839 generation)
17 Current grade: 89.95 / 110 (4095 generation)
18 Current grade: 90.92 / 110 (4351 generation)
19 Current grade: 93.83 / 110 (4607 generation)
20 Current grade: 94.83 / 110 (4863 generation)
21 Current grade: 95.95 / 110 (5119 generation)
22 Current grade: 97.97 / 110 (5375 generation)
23 Current grade: 98.80 / 110 (5631 generation)
24 Current grade: 99.00 / 110 (5887 generation)
25 Current grade: 101.76 / 110 (6143 generation)
26 Current grade: 101.84 / 110 (6399 generation)
27 Current grade: 102.90 / 110 (6655 generation)
28 Current grade: 102.88 / 110 (6911 generation)
29 Current grade: 103.75 / 110 (7167 generation)
30 Current grade: 103.93 / 110 (7423 generation)
31 Current grade: 103.95 / 110 (7679 generation)
32 Current grade: 105.90 / 110 (7935 generation)
```

```
33 Current grade: 105.78 / 110 (8191 generation)
34 Current grade: 105.85 / 110 (8447 generation)
35 Current grade: 106.88 / 110 (8703 generation)
36 Current grade: 107.00 / 110 (8959 generation)
37 Current grade: 106.85 / 110 (9215 generation)
38 Current grade: 106.85 / 110 (9471 generation)
39 Current grade: 107.00 / 110 (9727 generation)
40 Current grade: 107.95 / 110 (9983 generation)
41 Current grade: 107.85 / 110 (10239 generation)
42 Current grade: 107.85 / 110 (10495 generation)
43 Current grade: 107.83 / 110 (10751 generation)
44 Current grade: 108.97 / 110 (11007 generation)
45 Current grade: 108.92 / 110 (11263 generation)
46 Current grade: 108.94 / 110 (11519 generation)
47 Current grade: 108.84 / 110 (11775 generation)
48 Final grade: 109.02 / 110
49 Solution found (7 times) after 11962 generations.
```



***Merci pour votre  
attention***