МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«СЕВАСТОПОЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

**Идентификация параметров гидродинамики подводного аппарата**

Методические рекомендации к выполнению лабораторных работ

по дисциплине

«Проектирование систем управления подводными РТК»

для студентов программ магистратуры



Севастополь

2022

УДК 681.5

**Идентификация параметров гидродинамики подводного аппарата:** Методические рекомендации к выполнению лабораторных работ по дисциплине «Проектирование систем управления подводными РТК» для студентов программ магистратуры / Разраб. А.А. Кабанов – Севастополь: Изд-во СевГУ, 2022. – 21 с.

Целью методических указаний является оказание помощи студентам при выполнении лабораторных работ, целью которых является приобретение навыков моделирования систем управления подводными РТК.

Методические указания предназначены для студентов программ магистратуры по направлениям 15.04.06 – Мехатроника и робототехника, 27.04.04 –Управление в технических системах.

Рецензент:

В.А. Крамарь, д-р. техн. наук, профессор.

**СОДЕРЖАНИЕ**

[1. Цель работы 4](#_Toc130375839)

[2. Краткие теоретические сведения 4](#_Toc130375840)

[2.1. Математическая модель подводных аппаратов 4](#_Toc130375841)

[2.2. Определение параметров гидродинамики 6](#_Toc130375842)

[3. Объект управления 14](#_Toc130375843)

[3.1. Особенности 14](#_Toc130375844)

[3.2. Характеристики 14](#_Toc130375845)

[4. Задание на работу 16](#_Toc130375846)

[5. Содержание отчета и порядок защиты работы 18](#_Toc130375847)

[6. Контрольные вопросы 18](#_Toc130375848)

[БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК 18](#_Toc130375849)

[ПРИЛОЖЕНИЕ А 20](#_Toc130375850)

# 

# 1. Цель работы

**Целью данной работы** является исследование предложенной методики определения гидродинамических параметров подводных морских объектов и ее реализация в виде расчетов и последующей проверкой с эталонными значениями.

# 2. Краткие теоретические сведения

## 2.1. Математическая модель подводных аппаратов

Общие координаты автономного подводного транспортного средства (AUV) определяются в геоцентрической системе координат по SNAME-нотации [1]:

где определяет расположение при продольном, боковом и вертикальном перемещении, соответственно, а вектор определяет углы Эйлера: крен, тангаж и рыскание, соответственно.



Рисунок 1 – Схема подводного робота с углами Эйлера [2]

Вектор скоростей выражается в системе координат, связанной с телом. Скорости по объявленной выше нотации следует записывать как

При условии отсутствия гидродинамических эффектов, создаваемых водной средой, возможно записать выражение для динамики подводного аппарата в следующей форме

где – матрица инерции твердого тела,

– матрица присоединенных масс,

– матрица Кориолиса твердого тела ,

– матрица присоединенных масс Кориолиса,

– матрица диссипативных сил (сил рассеивания),

– вектор гравитационных сил и моментов,

– вектор (сил и моментов) внешних возмущений и управлений, приложенных телу.

Уравнение кинематики, связующее (1) и (2), записывается в форме

где – матрица поворота, полученная из углов Эйлера,

– Якобиан, связующий угловые скорости мировой системы отсчета и системы тела.

Матрица поворота определяется следующему выражением

### 2.2. Определение параметров гидродинамики

Составляющие для твердого тела были определены в рамках предыдущей работы, но главной проблемой является определение гидродинамических составляющих в уравнении (3).

Матрица представляет собой производные от элементов внешних сил и моментов, и в компонентном виде записывается как [1, 2]

,

где , и т.д. [8]

Учитывая аппроксимацию подводного аппарата симметричной формой, запись матрицы сильно упростится и примет диагональный вид:

Единственного верного способа вычисления элементов матрицы нет, поэтому, как правило, используют ряд оценочных методов, которые будут рассмотрены в следующем разделе.

Матрица с учетом упрощений записывается следующим образом [1, 2]:

Нетрудно заметить, что здесь состоит из диагональных элементов матрицы и компонентов вектора скоростей.

По Фоссену [3] матрица в общем случае определяется из блоков матрицы инерции . В данном случае , тогда

где – оператор преобразования вектора в кососимметричную матрицу:

В общем случае описать матрицу довольно сложно. Нелинейное представление матрицы обычно моделируют, используя разложение в ряд Тейлора разных порядков (например, третьего порядка).

В работе [3] для расчета , с учетом выталкивающей силы, автор использует следующее выражение

где – масса судна включая воду в пространстве,

– ускорение свободного падения,

– выталкивающая сила,

где – плотность жидкости,

– объем жидкости, вытесняемой судном,

, , – компоненты вектора от начала координат до центра плавучести твердого тела.

Факт наличия у судна трех плоскостей симметрии и присущего несвязного движения позволяют упростить и матрицу демпфирования, делая ее структуру диагональной, оставив лишь линейную и квадратичную составляющие демпфирования:

.

Матрица демпфирования является наиболее сложной для вычислений собственной оценки. Один из алгоритмов расчета будет представлен в следующей главе работы.

Для оценки матрицы присоединенных масс подводного аппарата необходимо использовать аналитические данные. Существует ряд источников, содержащих методы оценивания . Краткий обзор приведен ниже:

– в источнике [4] автором предлагается расчет при помощи программных средств MCC и WAMITTM.При этом требуется загрузка комплексной 3D-модели объекта со многими параметрами, которые есть не во всех паспортных данных;

– в книге [3] приведены формулы для расчета диагональных элементов матрицы для таких форм как сфера, эллипсоид, куб;

– в статье [5] автор предлагает упрощенный расчет матрицы по трем степеням свободы для симметричных объектов. Форма объекта при этом отражается на расчете коэффициентом переноса;

– в [6] рассчитываются элементы матрицы для тела эллиптической вытянутой формы.

В настоящей работе стандарт DNV будет использоваться в качестве основы для расчетов оценки [7]. По предложенной методике будем рассматривать форму объекта управления как прямоугольную призму (рис. 2), т.к. большинство AUV имеют подобную форму [2].

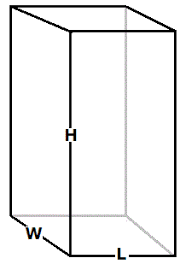


Рисунок 2 – Прямоугольная призма

Для расчетов также примем обозначения , , для длины, ширины и высоты ROV соответственно.

В настоящей работе стандарт DNV будет использоваться в качестве основы для расчетов оценки [7]. Стандарт DNV предполагает рассмотрение объекта как прямоугольной призмы с квадратным основанием. Это представление справедливо для многих ROV как SF-30k, AC-ROV 100, Seabotics LBV600-6 и Videoray PRO-4, поскольку все они имеют приблизительно одинаковую высоту и ширину, величины которых будут использоваться для нахождения оценок.

Для вращательных степеней свободы эмпирических 3D-данных найдено не было. Поэтому необходимо было использовать другой подход. Используя знания об аналогичных формах, можно узнать, что разница присоединенной массы сферы (3D) и бесконечно длинного цилиндра того же радиуса (2D) составляет 50% [8]. Это отношение можно использовать для обработки вращательных степеней свободы.

Алгоритм процедуры расчета описан ниже:

– найти присоединенную массу для поступательных степеней свободы, используя эмпирические 3D-данные;

– найти присоединенную массу для поступательных степеней свободы, используя 2D-данные и теорию плоских сечений;

– вычислить разницу двух методов (коэффициент масштабирования);

– найти присоединенные массы для вращательных степеней свободы, используя 2D-данные и теорию плоских сечений;

– отмасштабировать результаты.

Используя этот метод, можно найти все диагональные элементы в матрице присоединенных масс .

##### 2.2.1. Площади проекций

Для использования эмпирических данных в источнике [7] важно, чтобы существовала процедура сопоставления размерностей. Поскольку ROV не имеют форму идеальной призмы, следует включить коэффициенты масштабирования площадей , и для каждой проекции. Эти коэффициенты представляют собой площадь проекции, деленную на площадь аппроксимационной призмы:

, , .

С принятыми обозначениями длины, ширины и высоты идеальной призмы выражения примут следующий вид

, , .

##### 2.2.2. Поступательные степени свободы

Процедура сначала выполняется для первой степени свободы (surge). В таблице 1 видно, что минимальное указанное значение () равно 1. Это означает, что 3D-данные доступны только для ROV с длиной большей его ширины и высоты. Обычно это так, и это также относится ко всем пяти ROV, которые рассмотрели в качестве примера выше.

Таблица 1 – Коэффициенты присоединенных масс для прямоугольной призмы [7]

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Форма тела |  | Коэффициент присоединенных масс |
|  | 1.0 | 0.68 |
| 2.0 | 0.36 |
| 3.0 | 0.24 |
| 4.0 | 0.19 |
| 5.0 | 0.15 |
| 6.0 | 0.13 |
| 7.0 | 0.11 |
| 10.0 | 0.08 |

Сперва необходимо найти эмпирические 3D-коэффициенты для . Для использования значений таблицы 1 необходимо соотношение ширины и высоты ROV (). Поскольку таблица содержит ограниченное количество точек, набор полных приблизительных данных возможно получить методами интерполяции. Затем необходимо рассчитать базовый объем:

Модифицируем формулу для присоединенных масс:

Значение рассчитываем по описанной выше формуле с использованием 3D-данных, что даст вполне точную оценку.

Теперь тот же коэффициент необходимо оценить с использованием теории плоских сечений с 2D-коэффициентами, приведенными в [8] и DNV rp-h103 [7]. Первый шаг – рассчитать отношение (). Далее, по значениям из таблицы 2 находим коэффициент присоединенной массы .

Таблица 2 – Коэффициенты присоединенных масс для цилиндра [7]

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Форма тела |  | Коэффициент присоединенных масс | Момент инерции присоединенной массы |
|  | 10 | 1.14 | 0.125 |
| 5 | 1.21 | 0.15 |
| 2 | 1.36 | 0.15 |
| 1 | 1.51 | 0.234 |
| 0.5 | 1.7 | 0.15 |
| 0.2 | 1.98 | 0.15 |
| 0.1 | 2.23 | 0.147 |

Поскольку используется теория плоских сечений, необходимо рассчитать базовую площадь, а не базовый объем:

Затем 2-D коэффициент присоединенной массы по первой степени свободы становится равным

Согласно теории плоских сечений, 2D присоединенная масса интегрируется по всей длине тела. Таким образом, присоединенная масса 3D становится равна:

Теперь можно найти относительную разницу между теорией плоских сечений и 3D-расчетами:

Коэффициент масштабирования – это отношение результатов двух методов. Если это соотношение справедливо для всех степеней свободы, присоединенная масса может быть рассчитана с использованием теории плоских сечений, а затем масштабирована для получения правильной оценки присоединенной массы:

, .

##### 2.2.3. Вращательные степени свободы

Для вращательных степеней свободы теория плоских сечений будет использоваться и масштабироваться так же, как и для поступательных степеней свободы. Коэффициенты присоединенной массы 2D берутся из последнего столбца таблицы 2. Общая формула 2D присоединенной массы для вращательных степеней свободы такова:

, .

Интегрируем по всей длине тела:

, .

и отмасштабировав результат, получим оставшиеся элементы матрицы :

, .

##### 2.2.4. Демпфирование

Демпфирование ROV – это силы, связанные со скоростью. Линейная часть демпфирования состоит из линейного поверхностного трения. Нелинейное демпфирование состоит из всех членов более высокого порядка, таких как турбулентное трение обшивки и сопротивление из-за вихревого пролития. На практике доминирующее влияние имеют линейная и квадратическая составляющие демпфирования:

В работе [9] предлагается метод расчета квадратической составляющей, а затем, по полученным данным, линейной, используя коэффициент масштабирования. В вычислениях при этом активно задействованы коэффициенты сопротивления прямоугольной призмы (таблица 3).

Таблица 3 – Коэффициенты сопротивления прямоугольной призмы [10]

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Форма тела |  |  |  |
|  | 0 | 1.25 | – |
| 0.5 | 1.25 | 2.5 |
| 1 | 1.15 | – |
| 1.5 | 0.97 | 1.8 |
| 2 | 0.87 | – |
| 2.5 | 0.9 | 1.4 |
| 3 | 0.93 | – |
| 4 | 0.95 | – |
| 5 | 0.95 | – |
| 6 | – | 0.89 |

##### 2.2.5. Квадратическая составляющая

Для поступательных степеней свободы элементы диагональной матрицы определяются следующими выражениями [9]:

,

,

,

где , а значения определяются по таблице 2.4.

Дальнейшие расчеты проводятся по формулам вертикальных и горизонтальных составляющих моментов (, ) и сил демпфирования (, ). Расчет элемента для степени свободы крена (roll) представлен ниже:

,

где , ,

, .

Расчет для степени свободы тангажа (pitch):

,

где , ,

, .

Расчет для степени свободы рыскания (yaw):

,

где , ,

, .

##### 2.2.5. Линейная составляющая

Линейные составляющие для степеней свободы крена и тангажа вычисляются по формулам ниже [9].

, ,

где – это числовой коэффициент, стоящий у четвертого и пятого элемента .

Оставшиеся диагональные элементы определяются как

, .

,

где , а .

Итоговая оценка матрицы демпфирования определяется суммой найденных линейной и квадратичной составляющих.

# 3. Объект управления

Набор автономного необитаемого подводного аппарата MiddleAUV (рис. 2). Данный проект реализуется при поддержке Фонда Содействия Инновациям [11].



Рисунок 2 – Middle AUV [11]

### 3.1. Особенности

MiddleAUV является автоматизированной системой, для реализации и отладки алгоритмов которой требуется внешний (не входящий в набор) компьютер.

Аппарат MiddleAUV готов к использованию из коробки, однако его можно модифицировать, добавив дополнительные устройства. В таком случае необходимо поверить гермовводы и заглушки, а также возможно потребуется выполнить балластировку.

Следует соблюдать меры предосторожности при работе с движителями: запрещается трогать руками лопасти гребных винтов движителей при включенном питании аппарата. Лопасти изготавливаются из прочного пластика, имеют заострённые края и могут вращаться со скоростью более 3000 оборотов в минуту, что может привести к травмам. Запрещается также продевать кабель через лопасти движителей, либо вставлять какие-либо предметы в движители.

### 3.2. Характеристики

**Размеры**

Габаритный размеры самого аппарата:

Длина: 30 см;

Ширина: 20 см;

Высота: 10 см.

Масса в упаковке: 3 кг.

**Общие технические характеристики набора**

- Вес нетто – 1 кг.

- Габаритные размеры в коробке – (Д х Ш х В) 380 x 285 x 285мм.

- Глубина погружения: до 10 м.

- Точность позиционирования по глубине: 2 см.

- Точность позиционирования по курсу: 5 градусов.

- Связь: Wi-Fi, Ethernet.

- Язык программирования: Python 3.

- Бортовой компьютер: на базе Raspberry PI compute module 4.

- Количество движителей: 4.

- Количество камер: 2.

- Производительность СТЗ: 10-20 кадр/секунду (при разрешении 640х480).

- Тяга одного движителя: до 0,2 кгс (при 12 В).

**Движитель подводный**

- Вес на воздухе, кг: 0,1.

- Габаритные размеры (без БУД) (Д х Ш х В), м: 0,058х0,050х0,050.

- Гребной винт (диаметр), мм: 37.

- Тяга в прямом направлении, кгс: 0,2 (при 12 В).

- Тяга при реверсе, кгс: 0,15 (при 12 В).

- Диапазон напряжений питания, В: от 7,5 до 12,6.

- Максимальный ток потребления, А: 15 А.

- Защита от короткого замыкания в двигателе: Нет.

- Интерфейс связи: PWM.

**Блок электроники**

- Акриловая труба D=60 мм.

- Крышка (4 гермоввода на 4,5 мм, 2 гермоввода на 5,3 мм, 2 заглушки на 5,3).

- Фланец.

- Уплотнительные кольца.

- Выключатель.

- Разъем для Ethernet и зарядки.

- Датчик глубины.

- Батарея.

- Камеры – 2 шт.

- Raspberry PI compute module 4.

**Комплект плавучести**

- Материал: синтактическая пена.

- Плотность: 280 кг/м3.

- Прочность на сжатие: 6,5 Мпа.

- Рабочая глубина: до 300 м.

**Кабель Ethernet**

- Количество пар: 2.

- Плавучесть: нейтральная.

- Цвет: жёлтый.

- Длина: 20 м.

**Зарядное устройство с разъемом**

- Диапазон напряжений сети: 100-240 В (50 Гц и 60 Гц).

- Диапазон напряжений питания: 10,8 – 12,6 В (при токе 1 А).

**Камера**

- Разрешение камеры: 1080p.

- Обзор камеры: угол обзора 75,7 градусов.

- Сенсор камеры: 5 Мп.

**Батарея**

- Напряжение, В: 9-12,6.

- Максимальный ток разряда, А: 25.

- Емкость, мАч: 3000.

**Датчик глубины**

- Диапазон измеряемых глубин, м: 0-300.

- Диапазон рабочих температур, C: -20 - +85.

- Точность, мм: +/- 2.

**Микрокомпьютер**

- Тактовая частота процессора, ГГц: 1,2.

- Оперативная память, Гб: 1.

- Наличие Wi-Fi: наличие.

- Наличие Ethernet: наличие.

- Размеры (ДхШхВ), мм: 67,6х31х2,5.

# 4. Задание на работу

Задание заключается в идентификации параметров гидродинамики (4-7) для робота MiddleAUV по приведенной во втором разделе методике. Параметры твердого тела требуется рассчитать по сведениям из первой лабораторной работы и данным третьего раздела настоящих методических указаний.

По итогу, требуется определить матрицу относительных погрешностей, выраженных в процентах относительно эталона данных в разделе «Приложение А» настоящих методических указаний. При адекватной ошибке следует разрешить уравнение (3) в Matlab или Simulink (рис. 3) при произвольном векторе сил и убедиться в корректности решения по графикам положения/ориентации и скоростей аппарата.

Рисунок 3 – Схема решения уравнения (3)

Перед формированием отчета необходимо предварительно убедиться в корректности результатов. При выполнении работы разрешается использование пакетов Matlab. Результаты этой работы будут использованы при выполнении последующих работ, связанных с реализацией алгоритмов управления на данных моделях.

5. Содержание отчета и порядок защиты работы

Выполнение и защита лабораторной работы производится каждым студентом индивидуально. Защита результатов лабораторной работы осуществляется при наличии работающей компьютерной модели и полностью оформленного отчета.

Отчет должен включать в себя следующие разделы

* титульный лист;
* цель работы;
* постановка задачи;
* сведения о выполнении заданий (включая при необходимости схемы алгоритма работы программ, тексты программ, результаты работы программ);
* выводы.

Защита работы состоит в следующем:

* предъявление работающей компьютерной модели;
* предъявление отчета, оформленного в соответствии с требованиями;
* ответы на вопросы по теоретической и практической части работы.

6. Контрольные вопросы

1. Что такое модель кинематики?

2. Что такое модель динамики?

3. Чем обусловлена связь моделей динамики и кинематики?

4. Какие системы отсчета используются для моделирования кинематики морских объектов?

5. Что такое углы Эйлера? Какие трудности может вызывать их использование?

6. Для чего используются матрицы вращения?

7. Как связаны переменные, характеризующие положение объекта в разных системах координат?

8. Чем обусловлены гидродинамические эффекты?

9. Что представляют собой присоединенные массы?

10. Чем обусловлена сложность определения гидродинамических параметров подводных аппаратов?

11. Каково влияние тензора инерции на динамику подводного аппарата?

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Fossen T.I. Handbook of Marine Craft Hydrodynamics and Motion Control. 2nd. Edition: Wiley, 2021. ISBN-13: 978-1119575054.

2. Antonelli G., Antonelli G. Underwater robots: motion and force control of vehicle manipulator systems / G. Antonelli, G. Antonelli, 2. ed-е изд., Berlin [u.a.]: Springer, 2006.

3. Fossen T. I. Guidance and control of ocean vehicles / T. I. Fossen, Chichester; New York: Wiley, 1994. 480 c.

4. R. Yang, B. Clement, A. Mansour, M. Li, and N. Wu, ‘Modeling of a Complex-Shaped Underwater Vehicle for Robust Control Scheme’, *J Intell Robot Syst*, vol. 80, no. 3–4, pp. 491–506, Dec. 2015, doi: 10.1007/s10846-015-0186-2.

5. J. S. Cely, R. Saltaren, G. Portilla, O. Yakrangi, and A. Rodriguez-Barroso, ‘Experimental and Computational Methodology for the Determination of Hydrodynamic Coefficients Based on Free Decay Test: Application to Conception and Control of Underwater Robots’, *Sensors*, vol. 19, no. 17, p. 3631, Aug. 2019, doi: 10.3390/s19173631.

6. Severhold J. Generic 6-DOF Added Mass Formulation for Arbitary Underwater Vehicles based on Existing Semi-Empirical Methods: master’s degree project, Royal Institue of Technology, Sweden, 2017. – 51 p.

7. DNV-RP-H103, 2010 Modelling and Analysis of Marine Operations, https://exchange.dnv.com/publishing/Codes/download.asp?url=2010-04/rp-h103.pdf, 25.09.2014.

8. John N. Newman, 1977, Marine Hydrodynamics, Mitpress, Cambridge, Massachusetts, 1977.

9. Eidsvik O.A. Identification of Hydrodynamic parameters for ROVs: master thesis, Trondheim, 2015. – 185 p.

10. Yunus A. Cengel & John M. Cimbala, 2010 Fluid Mechanics: Fundamentals and Applications - 2nd Edition, McGraw Hill Higher Education, New York, USA 2010.

11. Robocenter URL: https://robocenter.net/goods/kit/middleauv/ (дата обращения: 01.09.2022).

12. Wikipedia URL: https://en.wikipedia.org/wiki/List\_of\_moments\_of\_inertia (дата обращения: 01.09.2022).

# ПРИЛОЖЕНИЕ А

(справочное)

Величины некоторых параметров «Middle AUV»

Присоединенные массы:

M\_A =

0.4560 0 0 0 0 0

0 1.0871 0 0 0 0

0 0 0.6242 0 0 0

0 0 0 0.0016 0 0

0 0 0 0 0.0014 0

0 0 0 0 0 0.0015

Линейная составляющая демпфирования:

D\_LIN =

0.7244 0 0 0 0 0

0 1.3635 0 0 0 0

0 0 1.3213 0 0 0

0 0 0 0.0023 0 0

0 0 0 0 0.0024 0

0 0 0 0 0 0.0039

Квадратичная составляющая демпфирования:

D\_QUAD =

4.5275 0 0 0 0 0

0 8.5222 0 0 0 0

0 0 8.2584 0 0 0

0 0 0 0.0017 0 0

0 0 0 0 0.0023 0

0 0 0 0 0 0.0037

Тензор инерции:

I0 =

0.0026 -0.0000 -0.0002

-0.0000 0.0032 0.0000

-0.0002 0.0000 0.0050

Вектор от центра системы отсчета тела до его центра тяжести

r\_g\_b =

0

0

0

Вектор от центра системы отсчета тела до его центра плавучести

r\_b\_b =

0

0

0.0210

# ПРИЛОЖЕНИЕ б

(справочное)

Пример Matlab-скрипта для расчета параметров динамики твердого тела

%% ПАРАМЕТРЫ ТВЕРДОГО ТЕЛА

m = ...; % масса тела [кг]

B = ...; % плавучесть тела [Н]

I0 = ...; % тензор инерции тела [кг \* м^2]

r\_g\_b = ...; % координаты центра масс [м]

r\_b\_b = ...; % координаты центра плавучести [м]

%% РАСЧЕТ ЯКОБИАНА J(n)

J\_k\_o = @(eta)[ 1 0 -sin(eta(5)); ...

0 cos(eta(4)) cos(eta(5))\*sin(eta(4)); ...

0 -sin(eta(4)) cos(eta(5))\*cos(eta(4)) ];

R\_I\_B = @(eta)[ cos(eta(6))\*cos(eta(5)) ...

sin(eta(6))\*cos(eta(5)) ...

-sin(eta(5)); ...

-sin(eta(6))\*cos(eta(4)) + cos(eta(6))\*sin(eta(5))\*sin(eta(4)) ...

cos(eta(6))\*cos(eta(4)) + sin(eta(6))\*sin(eta(5))\*sin(eta(4)) ...

sin(eta(4))\*cos(eta(5)); ...

sin(eta(6))\*sin(eta(4)) + cos(eta(6))\*sin(eta(5))\*cos(eta(4)) ...

-cos(eta(6))\*sin(eta(4)) + sin(eta(6))\*sin(eta(5))\*cos(eta(4))

cos(eta(4))\*cos(eta(5)) ];

J = @(eta)[ R\_I\_B(eta) zeros(3); ...

zeros(3) J\_k\_o(eta) ];

%% РАСЧЕТ МАТРИЦЫ M\_RB

% преобразование в кососимметричную матрицу

S = @(x)[ 0 -x(3) x(2); ...

x(3) 0 -x(1); ...

-x(2) x(1) 0 ];

M\_RB = [ m\*eye(3) -m\*S(r\_g\_b); ...

m\*S(r\_g\_b) I0 ];

%% РАСЧЕТ C\_RB(v)

M = M\_RB;

M11 = M(1:3,1:3); M12 = M(1:3,4:6);

M21 = M(4:6,1:3); M22 = M(4:6,4:6);

C\_RB = @(v)[ zeros(3) -S(M11\*v(1:3)+M12\*v(4:6)); ...

-S(M11\*v(1:3)+M12\*v(4:6)) -S(M21\*v(1:3)+M22\*v(4:6)) ];

%% РАСЧЕТ g(n) (6)

x\_g = r\_g\_b(1); y\_g = r\_g\_b(2); z\_g = r\_g\_b(3);

x\_b = r\_b\_b(1); y\_b = r\_b\_b(2); z\_b = r\_b\_b(3);

g = @(eta)[ (m\*9.81-B)\*sin(eta(5));

-(m\*9.81-B)\*cos(eta(5))\*sin(eta(4));

-(m\*9.81-B)\*cos(eta(5))\*cos(eta(4));

-(y\_g\*m\*9.81-y\_b\*B)\*cos(eta(5))\*cos(eta(4)) + ...

(z\_g\*m\*9.81-z\_b\*B)\*cos(eta(5))\*sin(eta(4));

(z\_g\*m\*9.81-z\_b\*B)\*sin(eta(5)) + ...

(x\_g\*m\*9.81-x\_b\*B)\*cos(eta(5))\*cos(eta(4));

-(x\_g\*m\*9.81-x\_b\*B)\*cos(eta(5))\*sin(eta(4)) - ...

(y\_g\*m\*9.81-y\_b\*B)\*sin(eta(5)) ];

Заказ № \_\_\_\_\_ от «\_\_\_» \_\_\_\_\_\_\_\_ 20\_\_г.

Изд-во СевГУ