

TIPE : Spectrométrie par Décharge Luminescente

Lors d'un stage à la Direction de l'Ingénierie des Matériaux (DIMat) de Renault à Guyancourt, j'ai pu observer différents procédés permettant l'analyse quantitative et qualitative des matériaux. Ceux-ci peuvent être utilisés lors d'analyses de qualité ou d'expertise. L'une de ces méthodes d'analyse est la **Spectrométrie par décharge lumineuse** (SDL).

Cette méthode d'analyse élémentaire repose sur la spectrométrie d'émission optique. Elle permet d'obtenir un profil en profondeur de la composition élémentaire. Plus précisément, elle offre la possibilité de voir la composition couche par couche d'un échantillon. On a notamment recours à cette technique lors de l'étude des différents revêtements d'une tôle.

Ainsi, les analyses et résultats obtenus à partir de la SDL servent en premier lieu dans le domaine industriel de la métallurgie. Cette technique permet en un laps de temps relativement court d'effectuer une étude des revêtements (analyse de surface) et une analyse des impuretés à l'état de traces (pollution).

C'est à partir de mon expérience acquise lors de ce stage que j'ai souhaité approfondir mes connaissances à ce sujet lors de mon TIPE. Mes études supérieures m'ont amené à m'interroger sur le fonctionnement et les mécanismes mis en jeu par la SDL.

En effet, **en quoi la compréhension des principes qui régissent la SDL permet-elle d'expliquer la validité des résultats fournis par ce système ?** Afin de répondre à cette question, je me suis d'abord intéressé au fonctionnement général de la SDL. Par la suite, la modélisation de ce système m'a permis d'en éprouver la validité.

Plan de la présentation :

I Principe de la SDL

- 1) Principe de la chambre à plasma
- 2) Principe du spectromètre.
- 3) Présentation de résultats expérimentaux obtenus grâce à la SDL

II Modélisation du potentiel à l'intérieur de la chambre à plasma

- 1) Modélisation à l'aide des fonctions de Bessel.
- 2) Modélisation numérique par discrétisation.
- 3) Confrontation des résultats obtenus par les deux méthodes.

I. Principe de la SDL :

La technique de la SDL permet de réaliser des profils en profondeur d'échantillons solides qui présentent plusieurs couches. C'est une méthode destructive qui va éroder petit à petit l'échantillon et analyser la matière qui aura été arrachée à celui-ci.

Voici un exemple de résultat obtenu par SDL mis en vis-à-vis avec une image de l'échantillon vu par microscope à balayage électronique.

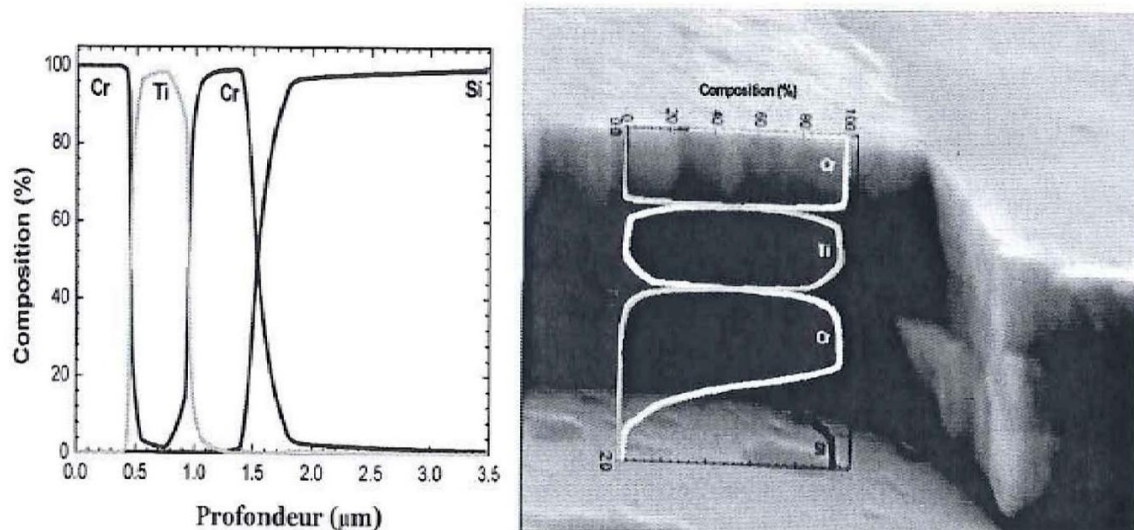


Figure 1 : profil de composition en profondeur obtenu pour un échantillon multicouche Cr/Ti/Cr/si superposé à l'image SEM obtenue pour le même échantillon.

La SDL permet donc d'obtenir la composition élémentaire en pourcentage en fonction de la profondeur par rapport à la surface de l'échantillon.

On peut décomposer la SDL en deux étapes ; La chambre à plasma et le spectromètre.

1) Principe de la chambre à plasma :

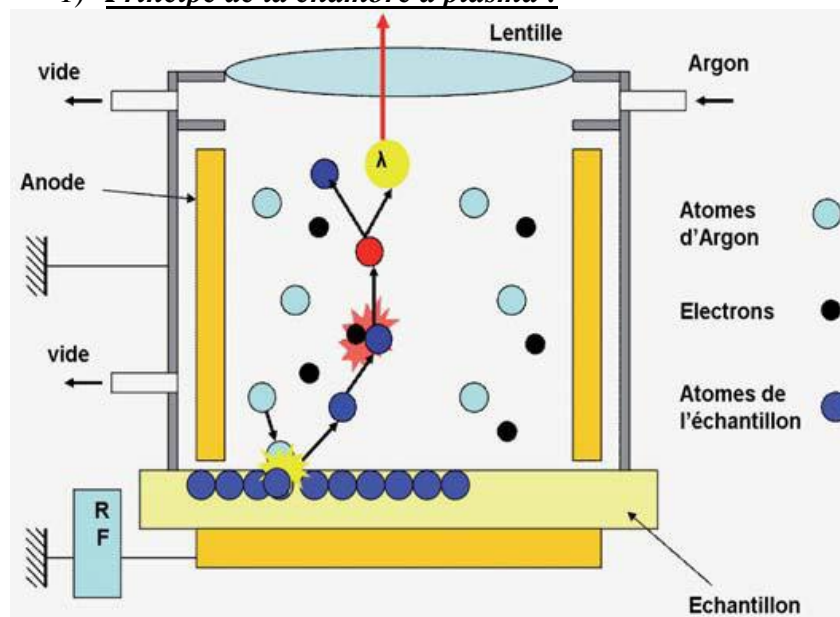


Figure 2 : Schéma de principe de la chambre à plasma.

Une fois l'échantillon préparé et l'appareil étalonné, on injecte un gaz d'argon dans la chambre à plasma.

On impose ensuite une différence de tension entre la cathode (échantillon) et l'anode. La différence de tension entraîne les électrons de l'échantillon vers l'anode.

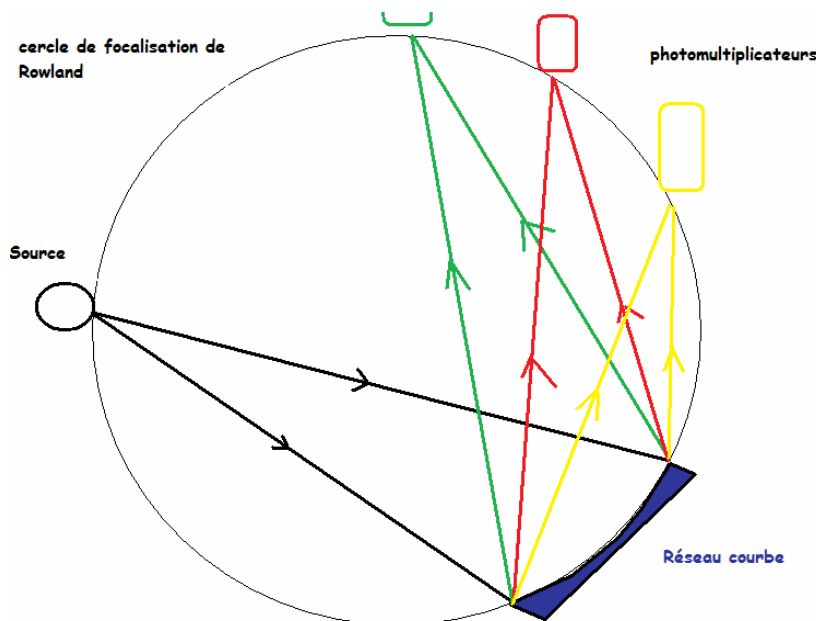
Une fois dans la présence du gaz d'argon, les électrons entrent en collision avec les atomes d'argons. Ceux-ci vont s'ioniser et on a ainsi un plasma dans la chambre.

Ce plasma est constitué d'ions Ar^+ et d'électrons. La tension appliquée entraîne les ions Ar^+ vers la cathode c'est-à-dire vers l'échantillon. Les ions argons entrent alors en collision avec l'échantillon et ceux qui ont une énergie cinétique suffisante arrachent un atome ou un électron de l'échantillon.

Cet atome se retrouve alors dans le plasma où il subit des collisions avec des ions d'argons ou bien avec des électrons du plasma. Ces collisions l'excitent et un peu plus tard, cet atome de l'échantillon se désexcite. Il émet finalement un photon caractéristique. Il suffit alors d'analyser la lumière à la sortie de la chambre à plasma.

2) Principe du spectromètre :

C'est le rôle du spectromètre placé à la sortie de la chambre à plasma.



La lumière de la chambre est focalisée en un point du cercle par une lentille. Le faisceau est envoyé sur un réseau courbe qui permet de dissocier les longueurs d'ondes de la lumière incidente. Selon la propriété du cercle (égalité de deux angles interceptant le même arc de cercle), les rayons de même longueur d'onde sont envoyés sur un même photomultiplicateur. Ceux-ci convertissent l'intensité lumineuse reçue en une tension.

Figure 3 : cercle de focalisation

Le domaine des spectromètres utilisé par la SDL s'étend dans le domaine des rayons X entre 110 nm et 620 nm

3) Présentation de résultats expérimentaux obtenus grâce à la SDL :

Avant une mesure à l'aide de la SDL, il est nécessaire de réaliser un étalonnage. Celui-ci se réalise avec des échantillons à concentration certifiée par le constructeur. En effet, chaque élément a une vitesse d'érosion différente par le plasma. De même, l'intensité émise par chaque élément lui est propre. L'étalonnage permet donc d'exploiter correctement les résultats bruts obtenus par la machine (à savoir une tension en fonction du temps).

L'exemple suivant est le profil en profondeur de l'intérieur d'un moteur. J'ai d'ailleurs pu assister à l'étalonnage et à l'expérience elle-même à la DIMat de Renault à Guyancourt.

La première courbe présente la différence de tension directement enregistrée aux bornes de chaque photomultiplicateur en fonction du temps de l'expérience. De façon schématique, les résultats d'un photomultiplicateur correspondent à ceux d'un élément.

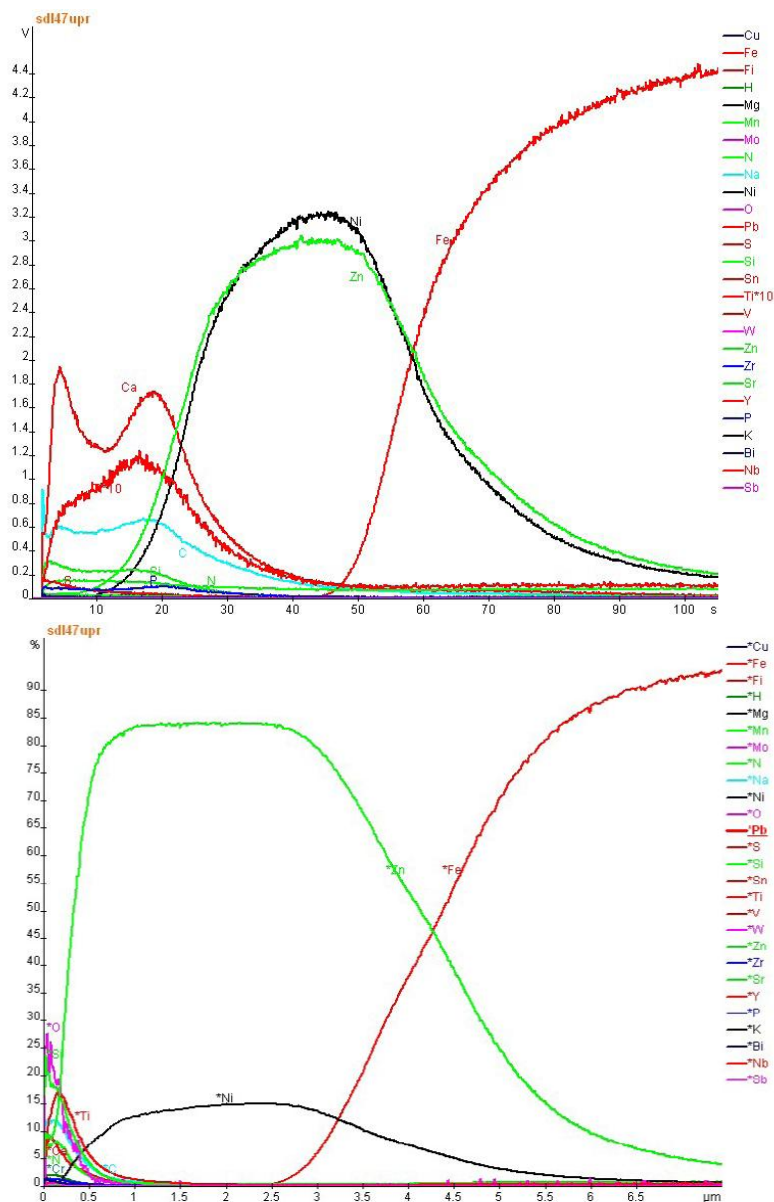
On peut y distinguer trois couches : une première composée de calcium, de carbone et de titane, la seconde composée de nickel et de zinc et enfin le substrat composé majoritairement de fer.

La deuxième courbe montre les mêmes résultats recalculés à partir des données établies lors de l'étalonnage. Elle prend en compte les vitesses d'érosion et l'intensité émise par chaque élément.

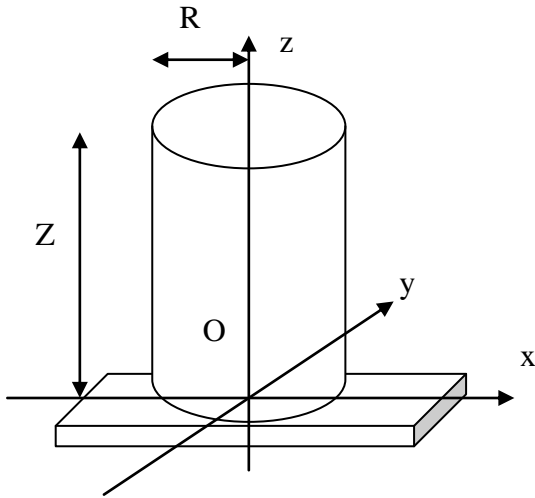
En comparant les deux courbes, il apparaît que la première ne rend pas compte de la profondeur.

Ainsi, pour un laps de temps identique, deux couches différentes seront plus ou moins érodées.

D'où la nécessité d'un étalonnage.



II. Modélisation du potentiel à l'intérieur de la chambre à plasma :



On représente la chambre à plasma par la figure ci-contre.

Je me suis intéressé au potentiel $V(x,y,z)$ à l'intérieur de cette chambre. Pour cela, j'ai considéré que le champs était statique. (Aujourd'hui les machines utilisent une tension alternative de très basse fréquence)

Le plasma étant électriquement neutre, j'ai négligé la densité de charge du plasma. Seules les parois de la chambre possèdent donc des charges.

A l'intérieur de la chambre, l'équation de Poisson est vérifiée pour une région vide de charge :

$$\Delta V(x,y,z) = 0 \quad (1)$$

Avec les conditions aux limites suivantes :

$$\begin{cases} V(z = E) = 0 \\ V(r = R) = 0 \end{cases} \quad (C.L)$$

Il s'agit donc un système d'équations aux dérivées partielles avec conditions aux bords. Afin d'obtenir la forme de la solution à cette équation, j'ai utilisé deux méthodes :

J'ai d'abord essayé une résolution naturelle et j'ai besoin de faire appel a des séries de fonctions de Bessel, par analogie avec les séries de Fourier. J'ai ensuite essayé une approche numérique en discrétisant l'espace et le l'opérateur Laplacien.

1) Modélisation à l'aide des fonctions de Bessel.

Dans un premier temps, on observe que la distribution des charges est invariante par rotation autour de l'axe Oz. Le potentiel ne dépend alors que de r et z dans tout le cylindre.

L'équation (1) devient donc en coordonnées polaires :

$$\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial V}{\partial r} + \frac{\partial^2 V}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = 0 \quad (2)$$

On suppose à présent que le potentiel V est de la forme $V(r,z) = f(r) \times g(z)$
Grâce à l'équation (2), il vient :

$$\frac{1}{r} \frac{df}{dr}(r)g(z) + \frac{d^2 f}{dr^2}(r)g(z) + f(r) \frac{d^2 g}{dz^2}(z) = 0$$

soit,

$$-\frac{g''(z)}{g(z)} = \frac{\frac{1}{r}f'(r) + f''(r)}{f(r)} = K^2$$

car $f(r)$ et $g(z)$ sont indépendantes. Le choix d'une constante positive (K^2) s'explique par des considérations physiques : si on avait choisi $-K^2$, l'équation de g aurait pour solution une sinusoïde ce qui est irraisonnable avec la configuration. On attend que V décroisse avec z . L'équation (2) se traduit donc par un système de deux équations indépendantes :

$$\begin{cases} g''(z) - K^2 g(z) = 0 \\ r^2 f''(r) + r f'(r) + K^2 f(r) = 0 \end{cases}$$

Ces deux équations sont résolubles exactement : on a des solutions de la forme :

$$\begin{cases} g(z) = \alpha e^{-Kz} + \beta e^{Kz} \\ f(r) = \gamma J_0(Kr) + \delta Y_0(Kr) \end{cases}$$

où J_0 et Y_0 sont les fonctions de Bessel respectivement de première et de seconde espèce.

Une divergence de V lorsque z tend vers $+\infty$ est physiquement impossible. Donc β est nul. De même, V ne diverge pas en $r=0$ donc, δ est nul. On a ainsi :

$$\begin{cases} g(z) = \alpha e^{-Kz} \\ f(r) = \gamma J_0(Kr) \end{cases}$$

Les conditions limites sur le bord du cylindre (CL1) nous imposent la valeur de la constante K :

$$f(R) = 0 \text{ soit } J_0(KR) = 0$$

Donc, la constante K est nécessairement de la forme : $K_n = \frac{\lambda_n}{R}$ où λ_n est le n ème zéro de la fonction de Bessel J_0 .

Ainsi, on connaît les solutions de (2) et CL1.

Cependant, les solutions trouvées sont continues, et les conditions limites sont discontinues. Il n'y a pas de solution à (1) et à (CL) sous forme de combinaison linéaire des solutions trouvées précédemment. Si les fonctions trouvées avaient été des sinusoïdes et non des séries de Bessel, on aurait tout de suite pensé à une série de Fourier. Par analogie avec les séries de Fourier, peut-on avoir un équivalent avec les fonctions de Bessel ?

Ceci est rendu possible grâce à la formule d'orthogonalité suivante :

$$\int_0^R r \times J_0\left(\frac{\lambda_i}{R}.r\right) \times J_0\left(\frac{\lambda_j}{R}.r\right) dr = 0 \quad \text{avec } i \neq j \text{ ou } \lambda_k \text{ est une racine de } J_0$$

On peut alors écrire

$$V(r,z) = \sum_{n=1}^{+\infty} A_n \times e^{-K_n z} \times J_0(K_n r)$$

Ainsi, si on se place à $z=0$, on a :

$$\int_0^R r \times V(r,0) \times J_0\left(\frac{\lambda_i}{R}.r\right) dr = \int_0^R r \times E \times J_0\left(\frac{\lambda_i}{R}.r\right) dr$$

avec les conditions limites. En injectant le développement de $V(r,z)$ précédent, il vient

$$\int_0^R r \times E \times J_0\left(\frac{\lambda_n}{R}.r\right) dr = \int_0^R r \times \left(\sum_{k=1}^{+\infty} A_k \times J_0(K_k r) \right) \times J_0\left(\frac{\lambda_n}{R}.r\right) dr$$

On intervertie le signe d'intégration et la somme :

$$\int_0^R r \times E \times J_0\left(\frac{\lambda_n}{R}.r\right) dr = \sum_{k=1}^{+\infty} \int_0^R r \times A_k \times J_0(K_k r) \times J_0\left(\frac{\lambda_n}{R}.r\right) dr$$

la relation d'orthogonalité nous donne

$$\int_0^R r \times E \times J_0\left(\frac{\lambda_n}{R}.r\right) dr = A_n \times \int_0^R r \times \left(J_0\left(\frac{\lambda_n}{R}.r\right) \right)^2 dr$$

d'où :

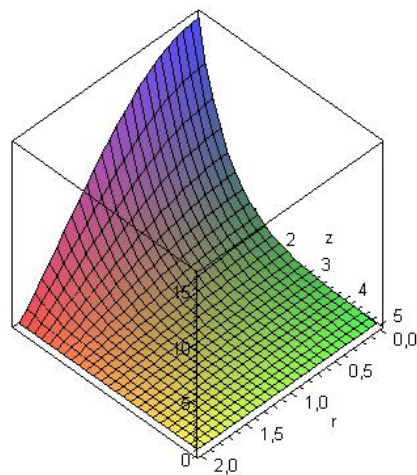
$$A_n = \frac{\int_0^R r \times E \times J_0\left(\frac{\lambda_n}{R}.r\right) dr}{\int_0^R r \times \left(J_0\left(\frac{\lambda_n}{R}.r\right) \right)^2 dr}$$

Il suffit alors de calculer les coefficient A_n et on a accès à la fonction $V(r,z)$ comme une développée de fonctions de Bessel.

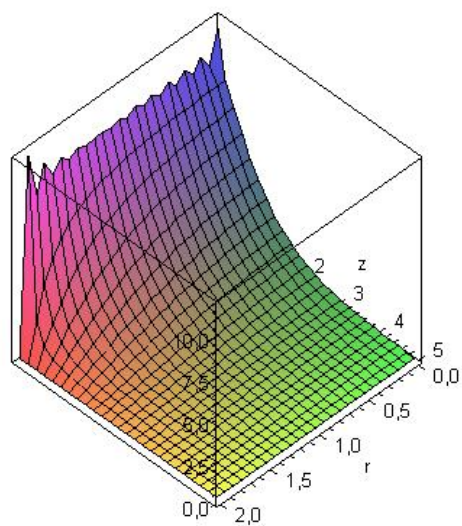
Voici les résultats de courbe en 3D pour les valeurs $R=2\text{cm}$, $Z=5\text{cm}$ et $E=10\text{V}$

Voici les courbes que j'obtiens en tronquant la série au nième terme

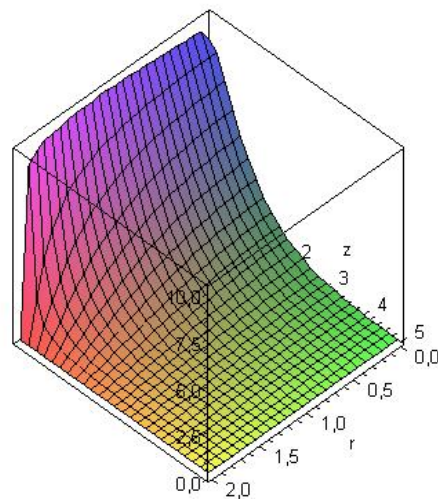
$n = 1$



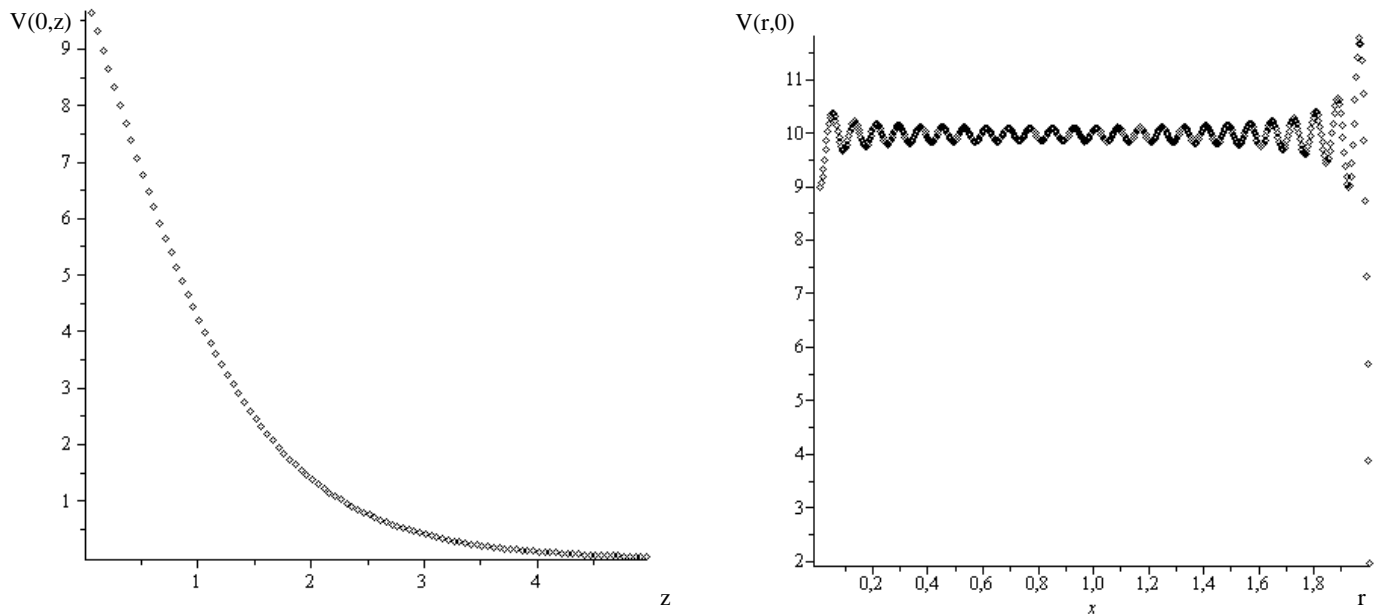
$n = 25$



$n = 50$

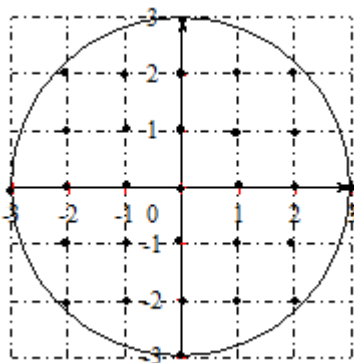


Et voici une vue de coupe, pour $n = 50$



On reconnaît un phénomène d'oscillation analogue au phénomène de Gibbs pour les Séries de Fourier.

2) Modélisation numérique par discrétisation :



Une autre approche consiste à discrétiser ce problème : on peut discrétiser l'espace à l'intérieur du cylindre en un nombre **fini de points**. Et grâce aux formules de Taylor, on peut aussi discrétiser le Laplacien.

On pose h l'écart entre deux points à une même côte. Et l l'écart entre deux couches.

La formule de Taylor nous donne :

$$\begin{cases} f(x+h) = f(x) + hf'(x) + \frac{h^2}{2}f''(x) + \frac{h^3}{6}f'''(x) + O(h^4) \\ f(x-h) = f(x) - hf'(x) + \frac{h^2}{2}f''(x) - \frac{h^3}{6}f'''(x) + O(h^4) \end{cases}$$

d'où :

$$f''(x) = \frac{f(x+h) - 2f(x) + f(x-h)}{h^2} + O(h^2)$$

On peut alors appliquer ce résultat au Laplacien.

On obtient :

$$\Delta V(x,y,z) = \frac{V(x+h,y,z) - 2V(x,y,z) + V(x-h,y,z)}{h^2} + \frac{V(x,y+h,z) - 2V(x,y,z) + V(x,y-h,z)}{h^2} + \frac{V(x,y,z+l) - 2V(x,y,z) + V(x,y,z-l)}{l^2}$$

(on se permet d'oublier les grand O)

ce qui se traduit avec notre maille par :

$$\Delta V(M_{i,j,k}) = \frac{V(M_{i+1,j,k}) - 2V(M_{i,j,k}) + V(M_{i-1,j,k}))}{h^2} + \frac{V(M_{i,j+1,k}) - 2V(M_{i,j,k}) + V(M_{i,j-1,k}))}{h^2} + \frac{V(M_{i,j,k+1}) - 2V(M_{i,j,k}) + V(M_{i,j,k-1}))}{l^2}$$

En posant

$$\alpha = \frac{l^2}{2h^2 + 4l^2} \text{ et } \beta = \frac{h^2}{2h^2 + 4l^2}$$

l'équation (1) devient :

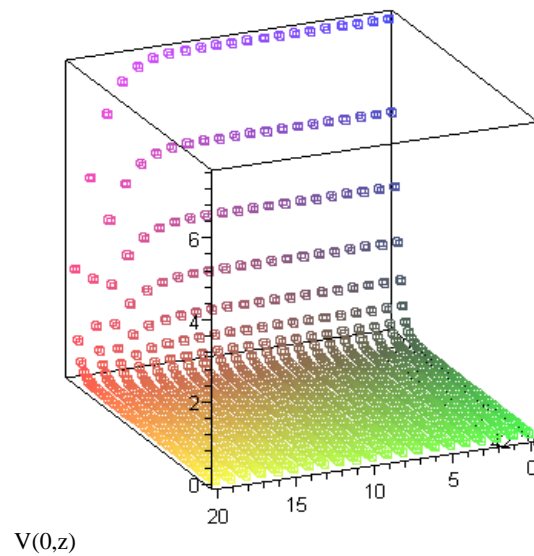
$$0 = V_{i,j,k} - \alpha(V_{i+1,j,k} + V_{i-1,j,k} + V_{i,j+1,k} + V_{i,j-1,k}) - \beta(V_{i,j,k+1} + V_{i,j,k-1})$$

Qui est une relation linéaire liant les $V_{i,j,k}$. Il suffit alors de résoudre ce système. Cependant, le nombre d'inconnus est considérable. Alors plutôt que de résoudre ce système, j'ai choisi une méthode itérative : la méthode de Siegel-Gauss. (Voir programme en annexe à la fin de ce document).

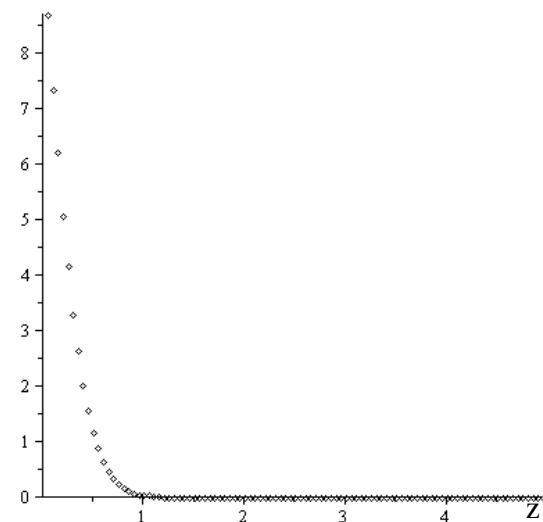
Voici les courbes que j'ai obtenues :

Courbe 3D obtenues par un maillage de 62850 points après 15 itérations

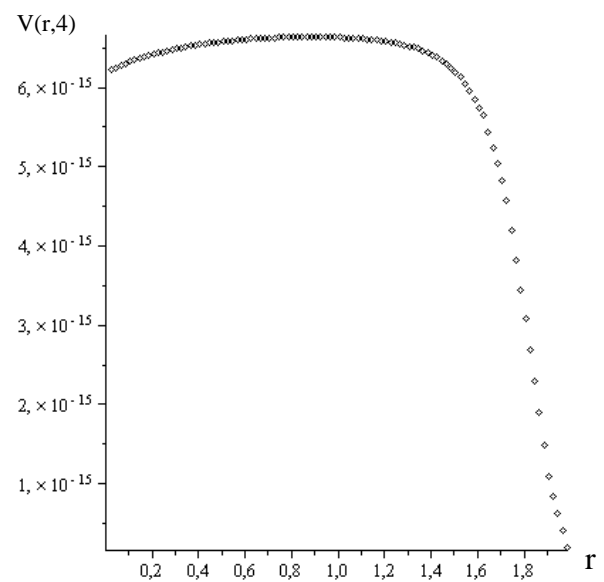
Attention l'abscisse et l'ordonnée représentent les coordonnées des points dans le repère du maillage !



Courbe obtenue en regardant à $r = 0$
Il s'agit d'un découpage de la courbe précédente.



Courbe obtenue en regardant $z = 4\text{cm}$

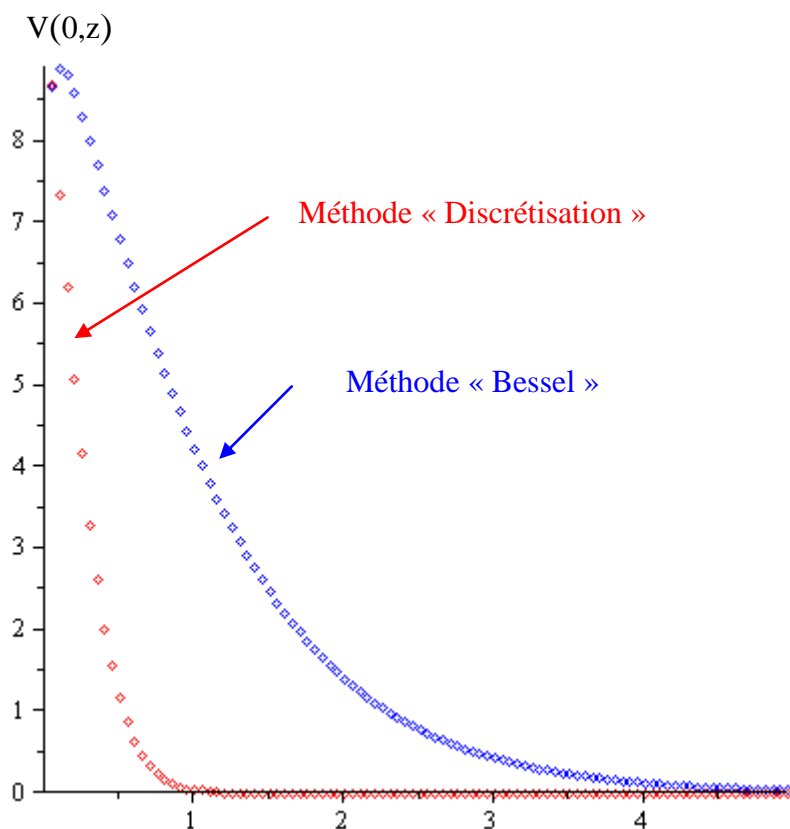


On obtient là encore une décroissance très forte suivant z comme attendu. Plus important encore, on peut voir que le potentiel varie très peu en fonction de r si on exclu les bords.

3) Confrontation des résultats obtenus par les deux méthodes :

Ces deux méthodes nous fournissent donc des résultats analogues : une décroissance forte selon z comme attendu et une dépendance en r tel que à z fixé, on peut presque considérer V comme constant si on ne s'approche pas trop du bord.

Cependant, Les résultats obtenus par ces deux méthodes diffèrent largement comme le montre la courbe suivante :



En effet, on observe un écart considérable entre les résultats fournis par ces deux méthodes. Dans ces conditions impossible de discriminer le bon résultat.

Pour s'en convaincre, si on se place à $z=3$, le potentiel est quasi nul pour la méthode de « discrétisation » et vaut presque 0.5V pour la méthode de « Bessel »

J'ai essayé de réduire cette différence en poussant les calculs plus loin. Malheureusement, dans les deux cas, je suis arrivé aux limites de la capacité de calcul de mon ordinateur. Peut être qu'avec des moyens de calculs plus puissants, on pourrait voir que les deux méthodes convergent vers une même solution.

Conclusion

Après une approche expérimentale au travers de mon stage à la DIMat, j'ai pu comprendre dans le cadre de ce TIPE les mécanismes qui régissent ce procédé et j'ai tenté de modéliser une partie de ces phénomènes. Lors de cette approche, je me suis heurté à de nombreux problèmes :

- la complexité de l'appareil qui rend une modélisation fidèle très ardue.
- Les ressources en calcul numérique étant limitées sur un ordinateur personnel, je n'ai pas pu pousser les calculs aussi loin que je l'aurai souhaité.
- La comparaison avec des résultats expérimentaux s'est révélée impossible car ces derniers sont des données confidentielles auxquelles je n'ai pas pu accéder.

Un point pourrait prolonger ce travail : s'intéresser aux lois régissant le plasma. Si celui-ci est globalement électriquement neutre, il ne l'est pas localement. Donc, il y a une densité de charge qui peut varier à l'intérieur de la chambre. Pour avoir un modèle satisfaisant, il me semble important de tenir compte de ce phénomène.

Bibliographie :

- R.Kenneth Marcus et José A.C Broekaert ; *Glow Discharge Plasmas in Analytical Spectroscopy* ; édition Wiley 2003.
- D.Euvrard ; *Résolution numérique des équations aux dérivées partielles* ; édition Masson 1994.

Contacts et visites :

- F. Niveau : chef de l'UET (Unité Élémentaire de Travail) Spectrométrie X et Optique du technocentre de Renault Guyancourt.
- Visite des laboratoires de l'UET Spectrométrie X et Optique du technocentre de Renault Guyancourt.
- Observation de l'application du protocole expérimental de la SDL.

Annexe : Programme

Voici un premier programme qui réalise un « maillage » de mon cylindre.

Les valeurs du potentiel aux point choisis seront rangées dans un tableau *S* à une seule entrée.

Or le repère maillé possède 3entrées. Les tableau « *coo* » et « *cooinv* » sont des bijections entre les coordonnées du point et sont « numéro » dans le tableau *S*.

Ce programme me permet aussi d'obtenir le nombre d'inconnus du système.

```

maillage := proc ( )
local i, k, z, j, A, a, b, tot, h, l;
global taille, coo, α, β, cooinv, n, p;
cooinv := Array(1 .. (2 · n + 1), 1 .. (2 · n + 1), 1 .. p, fill = 0);
tot := 1;

for k from 1 to p do
  for i from -n to n do
    for j from -n to n do
      if  $i^2 + j^2 \leq n^2$  then
        coo[tot] := [i, j, k];
        cooinv[i + n + 1, j + n + 1, k] := tot;
        tot := tot + 1
      fi
    od;
  od;
od;

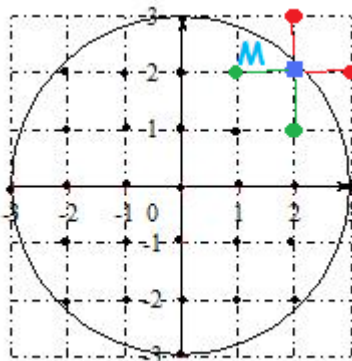
taille := tot - 1;
end;

```

Le programme qui va calculer la valeur de $V_{i,j,k}$ en fonction du potentiel aux points

adjacents : La relation entre chaque potentiel est assez simple. La complexité du programme vient des conditions limites.

La liste de if sert justement à ces conditions limites : on regarde si tout les « voisins » du point considéré sont bien définis dans le maillage. Si le point est sur un bord (près du cylindre ou de l'échantillon), il manque un point dans la relation. C'est la que les conditions de bord interviennent. Si $M_{i,j,k}$ est tel que $M_{i+1,j,k}$ n'existe pas (en dehors du cylindre), on applique toujours la même formule, mais en remplaçant $V_{i,j,k}$ par la valeur du potentiel sur le cylindre.



On le visualise aisément sur ce cercle : Les points rouges ne sont pas définis dans *S*.

On va tout de même faire comme si ces points rouges existaient en leur donnant la valeur des conditions limites.

```

seidel := proc(E, F);
local a, b, c, t, P, q, z1, z2, z3, z4, z5, z6;
global S, coo, taille, n, p;
P := Array(1..6);
  for q from 1 to taille do
a := coo[q][1]; b := coo[q][2]; c := coo[q][3];

    if (c = 1) then P[6] := E; z5 := cooinv[(a + n + 1), (b + n + 1), (c + 1)]; P[5] := S[z5];
    elif (c = p) then P[5] := S[q]; z6 := cooinv[(a + n + 1), (b + n + 1), (c - 1)]; P[6] := S[z6];
    else z5 := cooinv[(a + n + 1), (b + n + 1), (c + 1)]; P[5] := S[z5];
        z6 := cooinv[(a + n + 1), (b + n + 1), (c - 1)]; P[6] := S[z6];
    fi;

    if ((n - 1)2 < a2 + b2 ≤ n2) then
      if (a > 0 and b > 0) then z2 := cooinv[(a + n + 1) - 1, (b + n + 1), (c)];
        z4 := cooinv[(a + n + 1), (b + n + 1) - 1, (c)];
        P[1] := F;
        P[2] := S[z2];
        P[3] := F;
        P[4] := S[z4];
      elif (a > 0 and b < 0) then z2 := cooinv[(a + n + 1) - 1, (b + n + 1), (c)];
        z3 := cooinv[(a + n + 1), (b + n + 1) + 1, (c)];
        P[1] := F;
        P[2] := S[z2];
        P[3] := S[z3];
        P[4] := F;
      elif (a < 0 and b < 0) then z1 := cooinv[(a + n + 1) + 1, (b + n + 1), (c)];
        z3 := cooinv[(a + n + 1), (b + n + 1) + 1, (c)];
        P[1] := S[z1];
        P[2] := F;
        P[3] := S[z3];
        P[4] := F;
      elif (a < 0 and b > 0) then z1 := cooinv[(a + n + 1) + 1, (b + n + 1), (c)];
        z4 := cooinv[(a + n + 1), (b + n + 1) - 1, (c)];
        P[1] := S[z1];
        P[2] := F;
        P[3] := F;
        P[4] := S[z4];
      elif (a = n and b = 0) then z2 := cooinv[(a + n + 1) - 1, (b + n + 1), (c)];
        P[1] := F; P[2] := S[z2]; P[3] := F; P[4] := F;
      elif (a = -n and b = 0) then z1 := cooinv[(a + n + 1) + 1, (b + n + 1), (c)];
        P[1] := S[z1]; P[2] := F; P[3] := F; P[4] := F;
      elif (a = 0 and b = n) then z4 := cooinv[(a + n + 1), (b + n + 1) - 1, (c)];
        P[1] := F; P[2] := F; P[3] := F; P[4] := S[z4];
      elif (a = 0 and b = -n) then z3 := cooinv[(a + n + 1), (b + n + 1) + 1, (c)];
        ] [1] := F; P[2] := F; P[3] := S[z3]; P[4] := F;
    fi;

  else

```

```

 $z1 := \text{cooinv}[(a + n + 1) + 1, (b + n + 1), (c)];$ 
 $z2 := \text{cooinv}[(a + n + 1) - 1, (b + n + 1), (c)];$ 
 $z3 := \text{cooinv}[(a + n + 1), (b + n + 1) + 1, (c)];$ 
 $z4 := \text{cooinv}[(a + n + 1), (b + n + 1) - 1, (c)];$ 

 $P[1] := S[z1];$ 
     $P[2] := S[z2];$ 
     $P[3] := S[z3];$ 
     $P[4] := S[z4];$ 
    fi;

 $S[q] := (\alpha \cdot (P[1] + P[2] + P[3] + P[4]) + \beta \cdot (P[5] + P[6]));$ 

od;
return( $S$ );
end;

```

Et enfin, une simple boucle for qui vas itérer le précédent programme.

```

iteration := proc ( $m, E, F$ )
local  $k$ ;
global  $S, n, p, \text{cooinv}, \text{coo}, \text{taille}$ ;
 $S := \text{Array}(1 \dots (\text{taille}), \text{fill} = 0);$ 
for  $k$  from 1 to  $m$  do
     $\text{seidel}(E, F);$ 
od;
return( $S$ );
end;

```