

**IMPLEMENTASI RANTAI MARKOV WAKTU DISKRIT
UNTUK PEMODELAN POLA KUNJUNGAN
PERPUSTAKAAN GKU 2 INSTITUT TEKNOLOGI
SUMATERA**

PEMODELAN STOKASTIK



**Disusun Oleh
Kelompok 3 :**

Dwi Ratna Anggraini	(122450008)
Meira Listyaningrum	(122450011)
Tessa Kania Sagala	(122450040)
Priska Silvia Ferantiana	(122450053)

**PROGRAM SAINS DATA
FAKULTAS SAINS
INSTITUT TEKNOLOGI SUMATERA
LAMPUNG SELATAN**

2025

DAFTAR ISI

DAFTAR ISI.....	1
ABSTRAK.....	1
BAB I	
PENDAHULUAN.....	2
1.1. Latar Belakang.....	2
1.2. Rumusan Masalah.....	3
1.3. Tujuan Penelitian.....	3
1.4 Manfaat Penelitian.....	3
BAB II	
TINJAUAN PUSTAKA.....	5
2.1 Proses Stokastik.....	5
2.2 Rantai Markov.....	5
2.3 Komponen Analisis Rantai Markov.....	6
2.3.1 Ruang Keadaan.....	6
2.3.2 Matriks Peluang Transisi.....	6
2.3.3 Diagram Transisi.....	7
2.3.4 Distribusi Stasioner.....	7
2.3.5 Klasifikasi Ruang Keadaan.....	8
BAB III.....	10
METODOLOGI.....	10
3.1 Dataset.....	10
3.2 Teknik Pengumpulan Data.....	10
3.3 Variabel yang Diamati.....	10
3.4 Diagram Alir.....	11
BAB IV.....	13
HASIL DAN PEMBAHASAN.....	13
4.1 Deskripsi Data.....	13
4.2 Hasil Perhitungan.....	14
4.2.1 Menghitung Probabilitas Keadaan dan Matriks Transisi.....	14
4.2.2 Diagram Transisi dan Klasifikasi Ruang Keadaan.....	15
4.2.3 Matrik Distribusi Stasioner (steady state distribution).....	16
4.2.4 Prediksi Probabilitas Jangka Pendek (P3).....	17
4.3 Hasil Penelitian Terdahulu.....	17
BAB V	
PENUTUP.....	19
5.1 Kesimpulan.....	19
5.2 Saran.....	19
DAFTAR PUSTAKA.....	20

ABSTRAK

Penelitian ini bertujuan memodelkan pola perubahan tingkat kunjungan perpustakaan GKU 2 Institut Teknologi Sumatera menggunakan Rantai Markov Waktu Diskrit (DTMC). Data primer diperoleh melalui observasi langsung setiap 10 menit, dengan total 49 titik pengamatan. Jumlah pengunjung kemudian diklasifikasikan ke dalam tiga state, yaitu sepi, sedang, dan ramai, berdasarkan interval jumlah pengunjung yang telah ditentukan. Model DTMC dibangun melalui perhitungan frekuensi perpindahan antar keadaan sehingga diperoleh matriks peluang transisi yang merepresentasikan dinamika perpindahan antar state. Analisis dilakukan terhadap komponen utama rantai Markov, meliputi ruang keadaan, matriks transisi, diagram transisi, distribusi stasioner, dan klasifikasi state. Hasil penelitian menunjukkan bahwa seluruh state saling terhubung dan probabilitas sistem untuk tetap berada pada state yang sama lebih tinggi dibandingkan berpindah, mengindikasikan stabilitas perilaku kunjungan. Distribusi stasioner menunjukkan bahwa kondisi ramai memiliki peluang jangka panjang terbesar, disusul oleh sedang dan sepi. Penelitian ini diharapkan dapat memberi kontribusi berupa penyediaan informasi berbasis data untuk pengelolaan operasional perpustakaan serta memperkuat penerapan DTMC pada studi kasus nyata dengan segmentasi waktu.

Kata Kunci: Distribusi Stasioner, Peluang Transisi, Pola Perpindahan, Proses Stokastik, Rantai Markov

BAB I

PENDAHULUAN

1.1. Latar Belakang

Perpustakaan GKU 2 Institut Teknologi Sumatera (ITERA) merupakan salah satu fasilitas akademik yang sering digunakan mahasiswa sebagai tempat belajar, berdiskusi, mengerjakan tugas, maupun mencari referensi. Aktivitas kunjungan mahasiswa ke perpustakaan bersifat dinamis dan berubah secara cepat dalam interval waktu pendek, misalnya setiap 10–15 menit. Pada jam-jam tertentu perpustakaan dapat berada dalam kondisi sepi, namun kemudian berubah menjadi cukup padat atau penuh dalam waktu singkat. Kondisi ini dipengaruhi oleh jadwal perkuliahan, pola aktivitas mahasiswa, serta preferensi penggunaan ruang belajar.

Saat ini pengelolaan perpustakaan umumnya masih berfokus pada penggunaan data rekap kunjungan harian. Namun, data tersebut belum memberikan gambaran yang cukup detail mengenai bagaimana kepadatan pengunjung berubah dalam rentang waktu yang lebih pendek. Padahal, mengetahui kapan perpustakaan mulai ramai, kapan cenderung sepi, atau bagaimana pola kunjungan bergeser di jam-jam tertentu bisa sangat penting. Informasi seperti ini dapat membantu petugas dalam mengatur kapasitas ruang, membagi jadwal kerja, menjaga kenyamanan pengunjung, dan merencanakan operasional dengan lebih baik.

Rantai Markov merupakan metode pemodelan stokastik yang mempelajari perubahan keadaan (*state*) suatu sistem secara probabilistik, sehingga cocok digunakan untuk menganalisis pola kunjungan perpustakaan yang berubah-ubah namun mengikuti pola transisi tertentu. Dengan mengelompokkan tingkat kunjungan ke dalam kategori seperti sepi, sedang, dan ramai, pergerakan antar kategori tersebut dapat direpresentasikan melalui matriks probabilitas transisi. Data kunjungan perpustakaan yang dicatat setiap 10 menit pada hari normal kemudian

digunakan untuk membangun rantai Markov homogen yang mencerminkan pola kunjungan pada kondisi sehari-hari.

Model yang dihasilkan kemudian dapat digunakan untuk menghitung dan menganalisis komponen-komponen utama rantai Markov pada setiap segmen, termasuk ruang keadaan, matriks transisi, diagram transisi, distribusi stasioner, dan klasifikasi state. Melalui analisis tersebut, penelitian akan memberi gambaran mengenai pola kunjungan pada tiap periode waktu serta informasi yang dapat mendukung pengelolaan operasional perpustakaan secara lebih efisien, sekaligus memperkuat pemahaman akademik mengenai penerapan metode pembagian waktu pada rantai Markov non-stasioner.

1.2. Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang yang diuraikan sebelumnya, maka rumusan masalah dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Bagaimana bentuk matriks peluang transisi yang merepresentasikan pola perubahan jumlah pengunjung perpustakaan GUKU 2 ITERA?
2. Bagaimana peluang sistem berada dalam kondisi sepi, sedang, atau ramai dalam jangka panjang (*steady state*) berdasarkan model Rantai Markov?

1.3. Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah, tujuan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Menerapkan metode Rantai Markov Waktu Diskrit untuk memodelkan data *real* kunjungan perpustakaan.
2. Mengidentifikasi pola perpindahan antar-state pengunjung melalui matriks peluang transisi.

1.4 Manfaat Penelitian

Adapun manfaat dari penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Memberikan masukan berbasis data bagi pengelola perpustakaan untuk manajemen dalam menyusun kebijakan operasional perpustakaan.
2. Memberikan studi kasus nyata mengenai penerapan metode Rantai Markov Waktu Diskrit (DTMC) dalam memodelkan fenomena sosial yaitu pola kunjungan perpustakaan menggunakan data observasi primer.

BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Proses Stokastik

Proses stokastik adalah sekumpulan peubah acak (random variables) yang diindeks oleh parameter waktu, sehingga nilai sistem berubah secara probabilistik seiring waktu [1]. Proses stokastik dapat dituliskan sebagai $\{X_t, t \in T\}$, dimana X_t merupakan peubah acak pada waktu t dan T merupakan himpunan waktu. Proses stokastik merupakan “jalur” random yang bergantung pada peluang, bukan deterministik [2].

Berdasarkan jenis waktu dan ruang keadaan, proses stokastik dapat diklasifikasikan menjadi beberapa tipe, yaitu proses dengan waktu diskrit dan ruang state diskrit, waktu diskrit tetapi ruang state kontinu, atau proses waktu kontinu [3]. Dalam banyak aplikasi praktis, proses stokastik digunakan untuk memprediksi perilaku sistem di masa depan dengan mempertimbangkan ketidakpastian. Karena perubahan keadaan bersifat acak namun memiliki pola probabilistik tertentu, proses stokastik menjadi dasar yang kuat untuk membangun model-model seperti rantai Markov yang memanfaatkan struktur memori terbatas dan probabilitas transisi antar keadaan [1].

2.2 Rantai Markov

Rantai Markov adalah jenis khusus dari proses stokastik diskrit, di mana probabilitas sistem berada pada suatu keadaan di waktu $t + 1$ hanya bergantung pada keadaan di waktu t dan tidak bergantung pada masa lalu selain waktu sekarang [4]. Dalam notasi matematis, jika $\{X_n\}$ adalah proses stokastik diskrit dengan ruang keadaan SSS, maka sifat Markov dinyatakan sebagai:

$$P(X_{n+1} = j | X_{n-1}, \dots, X_0) = P(X_{n+1} = j | X_n = i)$$

untuk semua $i, j \in S$ dan untuk semua n [5].

Syarat rantai markov yang harus dipenuhi untuk mendapatkan analisis rantai Markov ke dalam suatu kasus mencakup: 1) Untuk keadaan awal dari sistem jumlah probabilitas transisinya sama dengan 1, 2) Kondisinya independen sepanjang waktu, 3) Probabilitas transisinya konstan sepanjang waktu, 4) Probabilitas berlaku untuk semua partisipan yang ada [5]. Adapun langkah-langkah rantai markov untuk mencari probabilitas di masa yang akan mendatang adalah: a) membentuk matriks probabilitas dan transisi yang diketahui, b) mengalikan probabilitas waktu sebelumnya dengan matriks transisi, melakukan langkah a) dan b) hingga probabilitas yang diinginkan ditemukan, d) hipotesis rantai markov [6].

2.3 Komponen Analisis Rantai Markov

2.3.1 Ruang Keadaan

Ruang keadaan (*state space*) adalah himpunan semua keadaan yang mungkin dicapai oleh suatu proses Markov. Ruang keadaan biasanya dilambangkan dengan $S = \{s_1, s_2, \dots, s_n\}$, dimana setiap elemen merepresentasikan kondisi unik dari sistem [4]. Ruang keadaan harus memenuhi sifat *countable* atau dapat dihitung, karena rantai Markov bekerja pada langkah waktu diskrit dengan jumlah keadaan yang terbatas atau tak terbatas namun dapat dihitung [4].

2.3.2 Matriks Peluang Transisi

Matriks peluang transisi adalah matriks probabilitas yang menunjukkan peluang perpindahan dari satu keadaan ke keadaan lainnya dalam satu langkah waktu [7]. Matriks tersebut dinotasikan sebagai:

$$P = [P_{ij}]_{n \times n},$$

Dengan elemen:

$$p_{ij} = P(X_{t+1} = s_j | X_t = s_i).$$

Matriks peluang transisi memiliki beberapa sifat, diantaranya:

- 1) Semua elemen bernilai non-negatif,

$$p_{ij} \geq 0,$$

- 2) Penjumlahan baris bernilai 1 (*stochastic row matrix*), Setiap baris pada matriks peluang transisi harus berjumlah 1 karena probabilitas semua kemungkinan perpindahan dari satu keadaan harus total 100%.

$$\sum_{j=1}^n p_{ij} = 1, \forall_i,$$

- 3) Baris ke-i = peluang perpindahan dari state s_i ke seluruh state.

Pada [4] dijelaskan bahwa matriks peluang transisi merupakan inti dari rantai Markov karena seluruh analisis sifat jangka panjang, probabilitas langkah-n, dan distribusi stasioner diperoleh melalui operasi aljabar pada matriks tersebut.

2.3.3 Diagram Transisi

Diagram transisi adalah representasi grafis dari perpindahan antar keadaan dalam rantai Markov. Setiap node menggambarkan sebuah keadaan, sedangkan panah yang menghubungkan node merepresentasikan peluang transisi, biasanya disertai label besaran probabilitasnya. Diagram transisi mempermudah pemahaman hubungan antar state terutama ketika jumlah keadaannya terbatas dan dapat divisualisasikan secara intuitif. Diagram ini akan membantu dalam analisis awal sebelum berpindah ke pendekatan matriks, terutama untuk mendeteksi apakah suatu keadaan memiliki arah transisi tertentu, bersifat menyerap, atau membentuk siklus.

2.3.4 Distribusi Stasioner

Distribusi stasioner (*stationary distribution*) adalah distribusi probabilitas yang tidak berubah dari waktu ke waktu

meskipun proses Markov terus berjalan [7]. Distribusi stasioner merupakan vektor $\pi = [\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_n]$ yang memenuhi:

$$\pi = \pi P,$$

Dengan syarat normalisasi:

$$\sum_{i=1}^n \pi_i = 1,$$

Jika rantai Markov berjalan sangat lama, distribusi probabilitas keadaan akan menuju π .

Distribusi stasioner merepresentasikan peluang jangka panjang berada dalam suatu keadaan, apabila rantai Markov memenuhi sifat irreducible dan aperiodic. Jika suatu rantai Markov irreducible, positive recurrent dan aperiodic (rantai Markov ergodik) [7], maka terdapat limit peluang:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} p_{ij}^n = \pi_j$$

Untuk semua state i dan j . Jadi, jika mulai dari state apa pun, probabilitas sistem berada pada state tertentu akan menuju nilai yang sama, yaitu distribusi stasioner π , sehingga limit ini tidak bergantung pada state awal.

2.3.5 Klasifikasi Ruang Keadaan

Klasifikasi ini digunakan untuk memahami sifat matematis dari setiap keadaan (*state*) dalam rantai Markov dan bagaimana sistem bergerak antar-keadaan [7]. Klasifikasi ini penting untuk menentukan apakah distribusi stasioner ada dan apakah rantai Markov memiliki keseimbangan jangka panjang yang stabil.

a) Keadaan *Accessible*

Suatu *state* j dikatakan *accessible* dari state i jika terdapat peluang positif bahwa sistem dapat berpindah dari i ke j dalam sejumlah langkah tertentu. Selama terdapat kemungkinan jalur transisi ke *state* j , maka j tetap *accessible* dari i . Konsep ini dapat digunakan untuk menentukan hubungan antar *state*

dalam diagram transisi dan menentukan struktur rantai Markov.

b) Keadaan *Irreducible*

Rantai Markov disebut *irreducible* jika setiap *state* dapat dicapai dari setiap *state* lainnya. Artinya, seluruh *state* berada dalam satu komponen tunggal sehingga sistem tidak terjebak di subset *state* tertentu. Rantai yang *irreducible* memiliki sifat-sifat penting seperti keberadaan distribusi stasioner yang unik jika juga *positive recurrent*. Sementara, jika terdapat kelompok *state* yang tidak saling terhubung, maka rantai disebut *reducible*.

c) Keadaan *Recurrent* dan *Transient*

State i disebut *recurrent* jika sistem pasti kembali ke *state* tersebut di masa mendatang setelah meninggalkannya. *State recurrent* bersifat stabil karena sistem tidak akan meninggalkan *state* tersebut selamanya. Sementara itu, *state i* disebut *transient* jika terdapat peluang bahwa sistem tidak akan kembali lagi ke *state* tersebut [8].

d) Keadaan *Absorbing*

State i disebut *absorbing* jika sistem yang sudah masuk ke *state* ini tidak dapat keluar lagi. *State absorbing* tidak memiliki transisi keluar [8].

e) Keadaan *Periodisitas*

Periodisitas berkaitan dengan pola kunjungan kembali ke *state* tertentu. *State i* dikatakan memiliki periode $d(i)$, jika:

$$d(i) = \gcd\{n \geq 1 \mid P_{ii}^{(n)} > 0\}$$

Jika $d(i) > 1$, maka *state* bersifat periodik (hanya dapat dikunjungi lagi pada kelipatan waktu tertentu), dan jika $d(i) = 1$, maka *state* aperiodik [7].

BAB III METODOLOGI

3.1 Dataset

Penelitian ini menggunakan data primer berjenis kuantitatif, yang diperoleh melalui observasi langsung pada studi kasus Perpustakaan GKU 2 Institut Teknologi Sumatera. Tabel 1 berisi sampel data yang telah diperoleh sebagai berikut.

Tabel 1. Sampel Data

Waktu	Jumlah Pengunjung	State
08:00	9	Sepi
08:10	9	Sepi
08:20	12	Sepi
08:30	11	Sepi
08:40	15	Sepi

3.2 Teknik Pengumpulan Data

Data dikumpulkan menggunakan metode *time-sampling* pada satu hari kerja yaitu Senin, 4 November 2025. Pengamat dilakukan dengan mencatat jumlah total pengunjung di dalam perpustakaan setiap 10 menit, dimulai dari waktu buka pada jam 08:00 hingga tutup pada jam 16:00, menghasilkan total 49 titik data.

3.3 Variabel yang Diamati

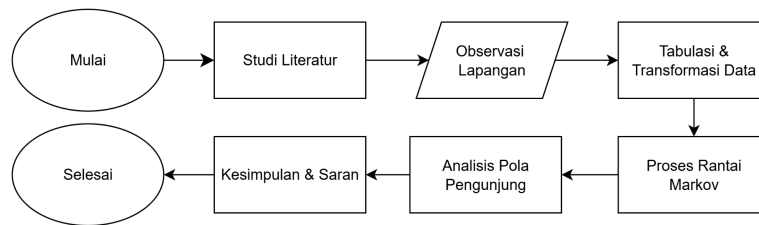
Adapun variabel yang digunakan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Variabel independen pada penelitian ini adalah waktu yang diamati setiap interval 10 menit.
2. Variabel dependen pada penelitian ini adalah jumlah pengunjung perpustakaan GKU 2.

3. Variabel turunan pada penelitian ini salah satunya adalah *state* yang terdiri dari sepi, sedang, ramai dengan ketentuan sebagai berikut.

- *State* sepi jika jumlah pengunjung kurang dari 34 pengunjung.
- *State* sedang jika jumlah pengunjung di antara 34 sampai 66.
- *State* ramai jika jumlah pengunjung lebih dari 67 pengunjung.

3.4 Diagram Alir



Gambar 1. Tahapan Penelitian

Adapun penjelasan untuk tiap tahapan penelitian yang dilakukan adalah sebagai berikut:

1. Studi Pustaka

Tahap pengumpulan landasan teori yang relevan, mencakup konsep Proses Stokastik, teori dasar Rantai Markov Waktu Diskrit (DTMC), serta pemahaman mengenai sifat dinamis pola kunjungan (non-stasioner). Hal ini menjadi dasar ilmiah untuk perumusan model.

2. Observasi Lapangan

Pengambilan data primer secara langsung di lokasi perpustakaan GKU 2 ITERA. Data yang dikumpulkan adalah jumlah pengunjung yang tercatat pada interval waktu tetap yaitu setiap 10 menit selama jam operasional penuh dari pukul 08:00 hingga pukul 16:00.

3. Tabulasi & Transformasi Data

Data mentah dari lapangan disusun ke dalam tabel. Kemudian dilakukan transformasi variabel kontinu yaitu jumlah orang menjadi

variabel kategori (*state*) berdasarkan kapasitas simulasi 100 orang. Kategori tersebut adalah sepi 0-33, sedang 34-66, dan ramai 67-100.

4. Pemodelan Rantai Markov

- Hitung Matriks Transisi: Menghitung frekuensi perpindahan antar *state*. Mengonversi frekuensi tersebut menjadi nilai probabilitas untuk membentuk matriks yang valid dengan total probabilitas tiap baris adalah 1.
- Analisis Rantai Markov: Diagram transisi digunakan untuk memvisualisasikan matriks ke dalam bentuk graf untuk melihat arah aliran probabilitas. Kemudian prediksi peluang yaitu menghitung pangkat matriks untuk memprediksi probabilitas kondisi sistem di masa depan dalam jangka pendek. Selanjutnya menentukan distribusi stasioner untuk menghitung kondisi keseimbangan jangka panjang (*steady state*) untuk mengetahui kecenderungan alami sistem. Klasifikasi State digunakan untuk mengidentifikasi sifat setiap state.

5. Analisis Hasil

Membandingkan hasil perhitungan matematika dengan fenomena nyata di lapangan. Menjelaskan makna dari nilai probabilitas transisi dan *steady state* dalam konteks perilaku pengunjung.

6. Penarikan Kesimpulan

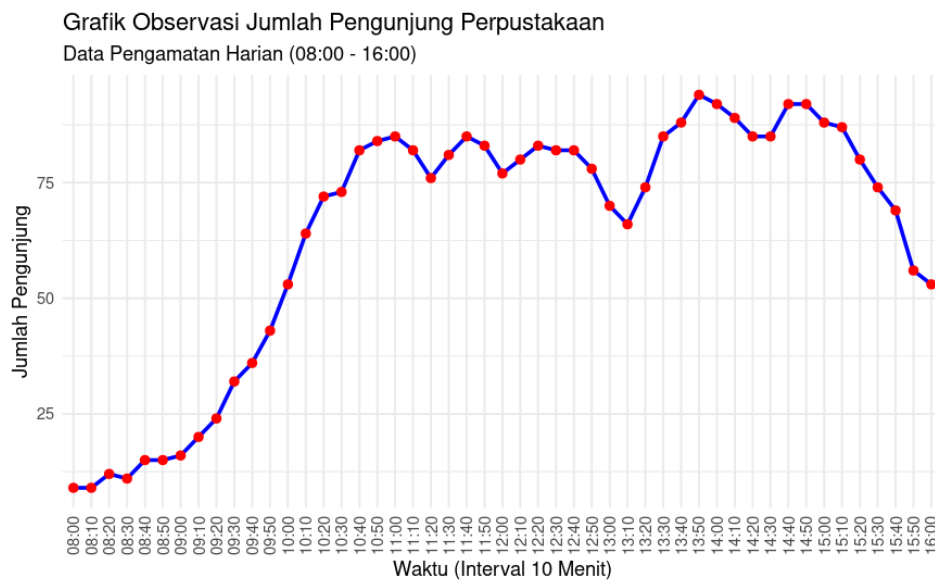
Merangkum temuan utama penelitian, menjawab rumusan masalah, dan memberikan rekomendasi praktis maupun akademis.

BAB IV

HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1 Deskripsi Data

Jenis data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data primer yang dikumpulkan melalui observasi *time-sampling* setiap 10 menit dari pukul 08.00 hingga 16.00 dan memperoleh total 49 baris data. Langkah selanjutnya digunakan untuk analisis Rantai Markov, data diklasifikasikan ke dalam tiga ruang keadaan berdasarkan asumsi kapasitas Perpustakaan GKU 2 ITERA yaitu simulasi sebanyak 100 orang, dengan *state*: sepi 0 sampai 33 pengunjung, sedang 34 sampai 66 pengunjung, dan ramai 67 sampai 100 pengunjung.



Gambar 2. Grafik Fluktuasi Kunjungan Perpustakaan

Pola pergerakan yang dinamis ditunjukkan pada gambar 2. Pergerakan dimulai dari kondisi sepi di pagi hari, kemudian meningkat secara bertahap melewati fase sedang, hingga mencapai kondisi ramai pada siang hari, dan mulai menurun kembali menjelang sore hari. Meskipun operasional berakhir pukul 16.00, data terakhir masih terdapat 53 pengunjung sehingga tercatat ke dalam *state* sedang, yang mengindikasikan adanya waktu tunggu dalam proses pengosongan

ruangan serta tingginya jumlah pengunjung hingga waktu terakhir operasional.

4.2 Hasil Perhitungan

4.2.1 Menghitung Probabilitas Keadaan dan Matriks Transisi

Berdasarkan hasil data satu hari penuh, dihitung frekuensi perpindahan antar *state* untuk membentuk matriks peluang transisi pada tabel 2 berikut.

Tabel 2. Jumlah Perubahan antar *State*

Awal/Tujuan	Sepi (S1)	Sedang (S2)	Ramai (S3)
Sepi	9	1	0
Sedang	0	4	2
Ramai	0	2	30

Dari tabel perubahan keadaan tersebut maka dapat dihitung akumulasi tiap-tiap keadaan yang berawal dari *state* S1 sebanyak 10 kejadian, S2 sebanyak 6 kejadian, S3 sebanyak 32 kejadian. Kemudian menghitung probabilitas perubahan keadaan sistem dari satu *state* ke *state* lain dalam interval satu langkah waktu setiap 10 menit yang direpresentasikan pada matriks transisi berikut.

$$P = \begin{matrix} & \begin{matrix} sepi & sedang & ramai \end{matrix} \\ \begin{matrix} sepi \\ sedang \\ ramai \end{matrix} & \begin{pmatrix} 0.9 & 0.1000000 & 0.0000000 \\ 0.0 & 0.6666667 & 0.3333333 \\ 0.0 & 0.0625000 & 0.9375000 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

Analisis elemen-elemen matriks transisi menggambarkan karakteristik matematis dari sistem kunjungan perpustakaan:

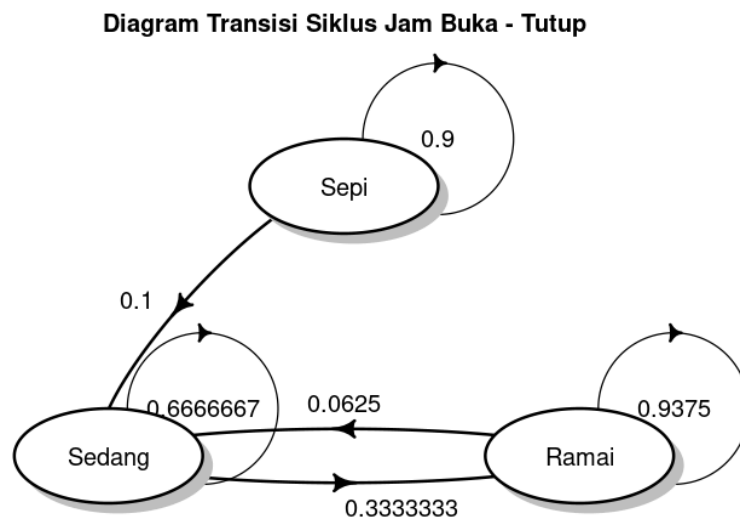
1. Nilai probabilitas pada diagonal utama matriks dengan $P_{11} = 0,90$, $P_{22} = 0,06$, $P_{33} = 0,94$ secara konsisten mendominasi dibandingkan nilai non-diagonal. Hal ini menunjukkan bahwa sistem memiliki kecenderungan kuat untuk mempertahankan *state*-nya saat ini. Pengunjung cenderung

menetap dalam durasi yang cukup lama, sehingga perubahan status kepadatan tidak terjadi secara fluktuatif dalam interval pendek.

2. Probabilitas transisi langsung dari sepi ke ramai P_{13} maupun sebaliknya P_{31} bernilai 0.00. Ini membuktikan bahwa perubahan jumlah pengunjung terjadi secara bertahap melalui *state* penghubung yaitu sedang, menunjukkan pola akumulasi dan pengurangan pengunjung yang alami.
3. *State* ramai memiliki probabilitas retensi tertinggi $P_{33} = 0.94$, sementara peluang untuk kembali ke sedang sangat kecil $P_{32} = 0,06$. Secara sistematis, *state* ramai berfungsi sebagai titik stabil utama, dimana data menunjukkan bahwa ketika perpustakaan sudah penuh, kondisi tersebut cenderung bertahan lama dan memiliki kemungkinan sangat kecil untuk kembali menjadi sepi atau sedang dalam waktu singkat.

4.2.2 Diagram Transisi dan Klasifikasi Ruang Keadaan

Berikut diagram transisi yang dihasilkan dari matriks transisi, ditunjukkan pada gambar 3 berikut.



Gambar 3. Diagram Transisi

Visualisasi diagram transisi pada gambar 3 menunjukkan struktur rantai markov yang terbagi menjadi dua perilaku berbeda. *State* sepi teridentifikasi sebagai *Transient State* (state sementara), di mana terdapat probabilitas positif untuk meninggalkan *state* sepi menuju sedang, probabilitas bernilai nol untuk kembali ke *state* sedang maupun ramai. Hal ini menunjukkan karakteristik operasional di mana kondisi sepi hanya terjadi pada awal pembukaan layanan perpustakaan. Namun sebaliknya, *state* sedang dan ramai membentuk himpunan *Recurrent States*. Sistem saling bertukar status antara kedua kondisi ini dengan probabilitas retensi tertinggi berada pada *state* ramai ($P_{33} = 0,94$). Ini mengindikasikan bahwa setelah begitu pengunjung selesai berdatangan di pagi hari, perpustakaan langsung penuh dan terus bertahan dalam kondisi ramai pengunjung sepanjang sisa jam operasional.

4.2.3 Matrik Distribusi Stasioner (*steady state distribution*)

Dalam menentukan matriks distribusi stasioner digunakan metode pemangkatan matriks transisi dengan tujuan memperoleh nilai elemen dalam satu kolom menjadi konvergen.

$$P^{100} = \begin{matrix} & \begin{matrix} sepi & sedang & ramai \end{matrix} \\ \begin{matrix} sepi \\ sedang \\ ramai \end{matrix} & \begin{pmatrix} 2.65614e-05 & 0.1578981 & 0.8420753 \\ 0.00000e+00 & 0.1578947 & 0.8421053 \\ 0.00000e+00 & 0.1578947 & 0.8421053 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

Jadi,

$$\pi = \begin{matrix} & \begin{matrix} sepi & sedang & ramai \end{matrix} \\ \begin{matrix} sepi & sedang & ramai \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0.0000265614 & 0.1578981038 & 0.8420753348 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

Hasil dari pemangkatan matriks transisi hingga pangkat 100 menghasilkan nilai kolom konvergen, dengan kolom S1 menjadi 0.00002, kolom S2 menjadi 0.157, dan kolom S3 menjadi 0.842. Maka probabilitas jumlah kunjungan termasuk ke dalam kondisi sepi kemungkinan sebesar 0.00%, untuk sedang kemungkinan 16%, dan untuk ramai kemungkinan 84% .

4.2.4 Prediksi Probabilitas Jangka Pendek (P^3)

Dilakukan prediksi transisi n -langkah dengan $n=30$, yang merepresentasikan probabilitas perubahan antar *state* dalam interval 30 menit kedepan dan dihasilkan dalam matriks berikut.

$$P^3 = \begin{matrix} & \begin{matrix} sepi & sedang & ramai \end{matrix} \\ \begin{matrix} sepi \\ sedang \\ ramai \end{matrix} & \begin{pmatrix} 0.729 & 0.1875278 & 0.08347222 \\ 0.000 & 0.3436053 & 0.65639468 \\ 0.000 & 0.1230740 & 0.87692600 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

Jika *state* awal sepi memiliki probabilitas 72,9% bahwa 30 menit kedepan masih di *state* sepi, tetapi terdapat peluang 18,7% untuk ke *state* sedang dan 8,3% untuk berpindah ke *state* ramai. Jika kondisi awal berada di *state* sedang memiliki peluang 34,3% untuk tetap berada di *state* sedang, 65,6% untuk berpindah ke *state* ramai, dan 0% untuk ke *state* sepi. Sedangkan untuk awal kondisi berada di *state* ramai peluang akan tetap ramai sebesar 87,7%, berpindah ke *state* sedang 12,3%, dan untuk ke *state* sepi sebesar 0%.

Dari hasil tersebut dapat dijadikan peringatan untuk pengelola bahwa meskipun sekarang perpustakaan sepi, ada kemungkinan cukup besar kondisinya akan berubah menjadi ramai dalam waktu dekat. Serta telah terbukti jika telah berada di kondisi ramai akan mengalami fenomena *sticky state*, dimana perpustakaan jauh lebih cepat menjadi penuh daripada menjadi kosong kembali, karena pengunjung cenderung bertahan lama di dalam.

4.3 Hasil Penelitian Terdahulu

Untuk memvalidasi pendekatan yang digunakan, hasil penelitian ini dibandingkan dengan studi terdahulu oleh Kurniawan (2018) tentang penerapan Markov Chain untuk prediksi tekanan darah [9]. Meskipun objek penelitian berbeda, namun ditemukan konsistensi metodologis yang kuat dalam tiga aspek utama:

1. Diskritisasi Data: Kedua penelitian membuktikan efektivitas penyederhanaan data kontinu menjadi tiga state diskrit

(Rendah/Normal/Tinggi pada tekanan darah, dan Sepi/Sedang/Ramai pada kunjungan perpustakaan) untuk membentuk model probabilitas yang dapat diinterpretasikan.

2. Fungsi Prediktif: Sebagaimana Kurniawan menggunakan matriks transisi untuk memprediksi risiko kesehatan, penelitian ini memanfaatkan matriks yang sama sebagai instrumen prediksi operasional untuk mengantisipasi kepadatan pengunjung.
3. Pola Stabilitas (Inersia): Kedua studi mengonfirmasi fenomena stabilitas sistem stokastik, di mana nilai diagonal utama matriks P_{ii} cenderung dominan. Hal ini menunjukkan bahwa baik pada kondisi fisiologis maupun pola kunjungan, peluang untuk mempertahankan kondisi saat ini umumnya lebih besar daripada peluang terjadinya perubahan drastis dalam jangka pendek.

Kesamaan pola hasil ini memperkuat validitas penggunaan Rantai Markov Waktu Diskrit (DTMC) sebagai metode yang *robust* untuk memodelkan dinamika perubahan status pada berbagai jenis sistem stokastik.

BAB V

PENUTUP

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan implementasi model Rantai Markov Waktu Diskrit pada data kunjungan perpustakaan, dapat disimpulkan:

1. Rantai Markov berhasil diterapkan untuk memodelkan dinamika kunjungan perpustakaan, menghasilkan matriks transisi yang valid di mana seluruh *state* (sepi, sedang, ramai) saling terhubung, memungkinkan analisis pola perpindahan yang komprehensif.
2. Ditemukan pola bahwa probabilitas sistem untuk bertahan pada suatu keadaan jauh lebih besar dibandingkan probabilitas untuk berpindah, yang mengindikasikan karakteristik sistem yang stabil dengan durasi kunjungan pengguna yang relatif lama.
3. Analisis steady state menunjukkan bahwa probabilitas sistem berada pada kondisi ramai adalah yang paling dominan, diikuti oleh sedang dan sepi. Hal ini mencerminkan karakteristik distribusi pengunjung pada hari observasi yang cenderung memadat dan bertahan lama di dalam fasilitas.

5.2 Saran

Model probabilitas transisi ini dapat digunakan oleh pengelola perpustakaan sebagai acuan dasar untuk memperkirakan durasi kondisi ramai. Tingginya nilai retensi pada kondisi ramai mengisyaratkan perlunya kesiapan.

Penelitian ini merupakan studi kasus satu hari. Disarankan untuk mengembangkan penelitian dengan dataset multi-hari untuk mendapatkan matriks transisi rata-rata yang lebih *robust* dan mewakili variasi pola kunjungan mingguan.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] E. . Kosasih, E. V. B. Barus, N. W. . Rusniati, and C. I. S. D. M. . Cahyani, “Analisis Perpindahan Preferensi Konsumen Antar Merek Mie Instan Menggunakan Model Markov Chain: Studi Kasus: Mie Gacoan, Mie Kober, dan Wizzmie”, J-CEKI, vol. 4, no. 3, pp. 2796–2804, Apr. 2025.
- [2] H. M. Musafa and N. Meli, “Imajiner: Jurnal Matematika dan Pendidikan Matematika Studi Pendugaan Rekursif dan Nilai Dugaan Proses Observasi Model,” vol. 2, no. 6, pp. 540–548, 2020.
- [3] S. Sugito, and Y. Wilandari, "Model Eksponensial Ganda Pada Proses Stokastik (Studi Kasus di Stasiun Purwosari)," *Media Statistika*, vol. 8, no. 1, pp. 49-58, Jun. 2015. <https://doi.org/10.14710/medstat.8.1.49-58>
- [4] A. Akhdan and A. Fauzy, “Pendekatan Rantai Markov Waktu Diskrit dalam Memprediksi Penurunan dan Kenaikan Jumlah Pelanggan Air Minum Baru PDAM Kota Surakarta,” *Emerging Statistics and Data Science Journal*, vol. 1, no. 2, 2023.
- [5] G. kholijah and U. Jambi, “Markov Chain Analysis in Predicting Consumer Price Index for the Food, Beverage and Tobacco Sector in Jambi City,” *Jurnal Sintak*, vol. 2, no. 1, 2023, [Online]. Available: <https://doi.org/>
- [6] F. A. Gifari, M. A. Maulana, and S. Maulana, “Analisis Rantai Markov Untuk Mengetahui Peluang Perpindahan Konsumen Merek Laptop Pada Mahasiswa Teknik Industri Universitas Indraprasta PGRI,” *Bulletin of Applied Industrial Engineering Theory*, Mar. 2022.
- [7] Y. P. Astuti and G. D. Safitri, “Markov Chain for Analysis of the Daily Number of New Confirmed Positive COVID-19 Patients in East Java,” 2021. [Online]. Available: <https://COVID19.go.id/peta-sebaran>.
- [8] E. H. Abdullatif Al-Sabri, “Predicting the Movement of Dentistry Students using Markov Chain,” *Journal of Mathematics and Statistics*, vol. 18, no. 1, pp. 27–35, Jan. 2022, doi: 10.3844/jmssp.2022.27.35.

- [9] F. Andika Kurniawan, “Aplikasi Markov Chain Untuk Memprediksi Tekanan Darah,” *Jurnal Telekomunikasi dan Komputer*, vol. 8, no. 2, Aug. 2018, doi: 10.22441/incomtech.v8i2.4087.