

**ANALISIS KINERJA SISTEM ANTRIAN MENGGUNAKAN MODEL
M/G/1 (STUDI KASUS : KASIR KANTIN BKL (BUKIT KIARA LESTARI)
INSTITUT TEKNOLOGI SUMATERA)**

PEMODELAN STOKASTIK



Presilia (122450081)

Fadhil Fitra Wijaya (122450082)

Reynaldi Rahmad (122450088)

Irvan Alfaritzi (122450093)

**PROGRAM STUDI SAINS DATA
FAKULTAS SAINS
INSTITUT TEKNOLOGI SUMATERA
2025**

ABSTRAK

Efisiensi operasional pada fasilitas penyedia makanan di institusi pendidikan memegang peranan krusial, terutama dalam menangani lonjakan pengunjung pada periode waktu yang terbatas. Penelitian ini bertujuan untuk mengevaluasi kinerja sistem antrian pada kasir Kantin Bukit Kiara Lestari (BKL) Institut Teknologi Sumatera menggunakan pendekatan pemodelan stokastik. Melalui observasi langsung dan analisis data primer, penelitian ini mengkomparasikan hasil perhitungan teoretis, data empiris lapangan, dan simulasi kejadian diskrit. Berdasarkan uji kesesuaian distribusi, ditemukan bahwa waktu pelayanan mengikuti distribusi *Gamma* sedangkan kedatangan bersifat *Markovian*, sehingga diterapkan model antrian M/G/1 dengan formula *Pollaczek-Khinchine*. Hasil analisis mengungkap bahwa meskipun tingkat utilisasi server sebesar 70,4% menunjukkan kondisi stabil secara kapasitas, terdapat disparitas nyata pada metrik kinerja waktu tunggu. Perhitungan teoretis memprediksi rata-rata waktu tunggu antrian (W_q) sebesar 40,57 detik dan simulasi sebesar 93,42 detik, namun data empiris mencatat angka yang jauh lebih tinggi yaitu 120,27 detik. Dapat disimpulkan bahwa kesenjangan ini disebabkan oleh tingginya variansi waktu pelayanan ($\text{Var}(S) = 84,84$) akibat keragaman metode pembayaran, yang mengindikasikan bahwa perbaikan efisiensi antrian harus difokuskan pada strategi minimalisasi variabilitas layanan dibandingkan penambahan kapasitas.

Kata Kunci : Teori Antrian, Model M/G/1, Simulasi, Waktu Tunggu, Distribusi *Gamma*

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Fenomena antrian sering terjadi dalam kehidupan sehari-hari, terutama pada sektor pelayanan publik dan jasa. Pada lingkungan kampus Institut Teknologi Sumatera (ITERA), kantin merupakan salah satu fasilitas yang melayani kebutuhan mahasiswa dan civitas akademika. Salah satu kantin yang menjadi pusat aktivitas adalah Kantin Bukit Kiara Lestari (BKL). Pada jam-jam tertentu, khususnya jam makan siang, banyak pelanggan datang yang sering menyebabkan antrian di kasir. Salah satu penyebab terjadinya antrian adalah jumlah pengunjung dan petugas pelayanan yang tidak seimbang [1].

Sistem antrian yang tidak efisien dapat menyebabkan kerugian waktu bagi mahasiswa dan potensi hilangnya pendapatan bagi penyedia layanan akibat pelanggan yang membatalkan pesanan [2]. Oleh karena itu, analisis kinerja sistem antrian diperlukan untuk memahami karakteristik layanan dan mengevaluasi efisiensinya. Dalam pemodelan stokastik, model antrian yang paling dasar sering diasumsikan sebagai M/M/1, dimana waktu kedatangan dan waktu pelayanan berdistribusi eksponensial [3]. Namun, pada kenyataannya waktu pelayanan di kasir kantin sering kali memiliki variasi yang tinggi akibat perbedaan metode pembayaran (tunai/non tunai), jumlah pesanan, dan kesiapan uang kembalian.

Berdasarkan data awal, ditemukan bahwa pola pelayanan di kasir Kantin Bukit Kiara Lestari (BKL) menunjukkan variasi yang cukup besar dan tidak sepenuhnya mengikuti distribusi eksponensial. Oleh karena itu, penggunaan model M/G/1 (*Markovian Arrival, General Service, 1 Server*) karena model ini mengakomodasi waktu pelayanan berdistribusi umum, yang dalam hal ini mendekati distribusi Gamma, dengan tetap mempertahankan asumsi kedatangan *Poisson* [4]. Penelitian ini bertujuan untuk menganalisis kinerja sistem antrian kasir Kantin BKL (Bukit Kiara Lestari) menggunakan model M/G/1 serta membandingkan hasil perhitungan teoretis dengan kondisi empiris di lapangan.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas, rumusan masalah dalam penelitian ini adalah :

1. Bagaimana distribusi probabilitas dari waktu antar-kedatangan (*inter-arrival time*) dan waktu pelayanan (*service time*) pada sistem antrian kasir Kantin Bukit Kiara Lestari (BKL)?
2. Bagaimana kinerja sistem antrian kasir Kantin Bukit Kiara Lestari (BKL) jika dianalisis menggunakan pendekatan model M/G/1 ?
3. Apakah terdapat perbedaan signifikan antara kinerja sistem antrian berdasarkan perhitungan teoretis, simulasi, dan data empiris yang terjadi di lapangan?

1.3 Tujuan Penelitian

Tujuan dilakukannya penelitian ini adalah :

1. Mengidentifikasi dan memvalidasi distribusi data waktu kedatangan dan waktu pelayanan pada kasir Kantin Bukit Kiara Lestari (BKL) untuk menentukan model antrian yang sesuai.
2. Menghitung ukuran kinerja sistem antrian yang meliputi tingkat utilisasi (ρ), rata-rata jumlah pelanggan dalam antrian (L_q) dan sistem (L_s), serta rata-rata waktu tunggu dalam antrian (W_q) dan sistem (W_s) menggunakan formula Pollaczek-Khinchine untuk model M/G/1.
3. Membandingkan hasil analisis teoretis, hasil simulasi, dan data aktual untuk mengevaluasi efisiensi sistem antrian yang berjalan.

1.4 Manfaat Penelitian

Penelitian ini diharapkan memberikan manfaat sebagai berikut :

1. Manfaat teoretis : Sebagai penerapan nyata dari mata kuliah Pemodelan Stokastik, khususnya dalam mengaplikasikan model antrian M/G/1 pada kasus nyata yang memiliki variabilitas waktu pelayanan.
2. Manfaat Praktis : Memberikan gambaran kuantitatif mengenai kinerja antrian di Kantin Bukit Kiara Lestari (BKL), yang dapat digunakan sebagai bahan evaluasi bagi pengelola kantin untuk meningkatkan efisiensi pelayanan, misalnya dengan strategi mengurangi variansi waktu pembayaran.

BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Konsep Dasar Sistem Antrian di Kantin

Proses antrian yang merupakan proses yang berhubungan dengan kondisi tingkat kedatangan pelanggan yang melebihi kapasitas pelayanan yang tersedia dalam suatu rentang waktu. Proses tersebut mencakup kedatangan pelanggan pada suatu fasilitas pelayanan, menunggu dalam baris antrian jika belum dapat dilayani, dilayani, dan akhirnya meninggalkan fasilitas tersebut sesudah dilayani [5]. Dalam suatu fasilitas penyedia makanan seperti kantin dan restoran, antrian muncul mulai dari proses pemilihan menu, pemesanan, hingga pembayaran [6]. Dalam suatu fasilitas penyedia makanan seperti kantin dan restoran, antrian muncul mulai dari proses pemilihan menu, pemesanan, hingga pembayaran. Pola kedatangan pelanggan yang acak dan fluktuatif yang menyebabkan adanya antrian menjadi fenomena alamiah dalam sistem layanan [7].

Kantin memiliki karakteristik antrian yang unik jika dibandingkan dengan fasilitas umum lainnya, karena linjakan antrian pada kantin biasanya hanya terjadi pada periode waktu yang sangat spesifik, yaitu jam istirahat atau jam makan siang (*peak hours*) [6]. Sehingga pada waktu tertentu antrian meningkat secara drastis dalam waktu singkat yang sering kali melampaui kapasitas yang tersedia. Variasi waktu pelayanan juga dapat dipengaruhi oleh kompleksitas pemesanan pelanggan, pesanan yang beragam, dan metode pembayaran yang digunakan [5].

2.2 Notasi Kendall

Penggunaan untuk mengklasifikasikan dan merepresentasikan karakteristik sistem antrian yang secara standar, digunakan notasi yang dikembangkan oleh D.G [5]. Kendall pada tahun 1953, yang dikenal sebagai notasi *kendall*, notasi yang sesuai yang berfungsi untuk meringkaskan karakteristik utama dalam antrian parallel dalam secara universal, dalam bentuk format baku berikut [5] [8]:

$$(a/b/c/) : (d/e/f) \quad (1)$$

dengan simbol-simbol dari format sebagai unsur dasar dari model berikut:

- a = distribusi kedatangan
- b = distribusi waktu pelayanan
- c = jumlah pelayanan paralel ($c = 1, 2, \dots \infty$)
- d = peraturan pelayanan
- e = jumlah maksimum yang diijinkan masuk dalam sistem
- f = ukuran sumber pemanggilan

Penggunaan notasi kendall, berbagai model dapat dijelaskan secara konsisten dan mudah untuk dibandingkan. Model seperti M/M/1, M/M/c, dan M/G/1 terbaca karakteristiknya, sehingga notasi ini penting dalam analisis dan perancangan sistem antrian dalam konteks operasional [8].

2.3 Ukuran Steady State

Ukuran λ dari jumlah rata-rata pelanggan yang datang pada tempat pelayanan dihitung per satuan waktu tertentu dan ukuran μ yang merupakan jumlah rata-rata pelanggan yang dapat dilayani per satuan waktu tertentu [7]. Sehingga ρ atau faktor utilitas yang dapat didefinisikan sebagai perbandingan antara jumlah rata-rata pelanggan yang datang dengan jumlah rata-rata pelanggan yang dapat dilayani dalam per satuan waktu, dan dapat didefinisikan sebagai [5]:

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu} \quad (2)$$

Diketahui :

λ = Laju kedatangan, rata-rata jumlah pelanggan yang datang per satuan waktu.

μ = Laju pelayanan, rata-rata jumlah pelanggan yang dapat dilayani per satuan waktu.

Sehingga kondisi *steady-state* dapat terpenuhi apabila jumlah rata-rata pelanggan yang datang tidak melebihi jumlah rata-rata pelanggan yang telah dilayani, dengan kata lain $\lambda < \mu$ atau $\rho < 1$. Pada kondisi ini, ukuran kinerja dari antrian seperti panjang rata-rata antrian, waktu tunggu rata-rata, dan peluang server yang menganggur dapat ditentukan secara konsisten [1].

2.4 Model Antrian M/G/1

Model (M/G/1) merupakan model yang digunakan ketika waktu pelayanan tidak mengikuti distribusi *eksponensial* (acak sempurna) maupun *deterministik* (tetap), melainkan mengikuti distribusi umum[5]. Model (M/G/1):(GD/ ∞/∞) atau biasa disebut juga dengan model *Pollazck-Khintchine* (P–K) yang merupakan suatu formula yang dapat diperoleh melalui pelayan tunggal, dengan stuasi yang dapat memenuhi tiga asumsi berikut [7] [9]:

1. Kedatangan Poisson dengan rata-rata kedatangan λ
2. Distribusi waktu pelayanan umum atau general dengan ekspektasi rata-rata pelayanan.

$$E[t] = \frac{1}{\mu} \text{ dan } \text{Var}[t] \quad (3)$$

3. Ukuran *steady-state* dimana $\rho = \frac{\lambda}{\mu} < 1$
4. Terdapat satu server atau fasilitas layanan.

Sistem antrian model M/G/1 yang merupakan model umum digunakan untuk menganalisis sistem pelayanan yang waktu pelayanannya tidak bersifat eksponensial

(*memoryless*), seperti layanan kantin dengan variasi pesanan yang menyebabkan waktu pelayanan sangat bervariasi [5].

BAB III

METODOLOGI

3.1 Sumber Data

Sumber data yang digunakan dalam penelitian ini merupakan data primer yang diperoleh melalui observasi langsung pada kasir kantin BKL Institut Teknologi Sumatera pada jam makan siang (12.00-13.00), yaitu periode dengan waktu kedatangan pelanggan mahasiswa tertinggi. Seluruh proses data dicatat secara berurutan berdasarkan urutan waktu kedatangan dan mencakup empat variabel utama yaitu, waktu kedatangan pelanggan ke-, waktu mulai pelayanan, dan waktu selesai pelayanan. Dengan begitu dapat diperoleh data yang akurat dan juga representatif tentang pola, waktu tunggu, dan waktu layanan pelanggan pada kondisi *peak hours*.

3.2 Proses Pengumpulan Data

Data yang diperoleh dikumpulkan melalui pencatatan manual dan dokumentasi langsung selama proses observasi pada kasir di kantin BKL. Setiap transaksi pelanggan dicatat berdasarkan empat atribut utama, yaitu Pelanggan Ke-, Waktu Kedatangan, Waktu Mulai Dilayani, dan Waktu Selesai Dilayani. Pencatatan dilakukan dengan secara berurutan sesuai urutan kedatangan pelanggan mahasiswa. Setelah semua data dikumpulkan menjadi dataset dengan format CSV, serta melakukan pembersihan dan penyesuaian format pada dataset, sehingga datase sudah siap digunakan dalam analisis menggunakan model M/G/1.

3.3 Sistem Antrian M/G/1

Pemodelan sistem antrian M/G/1 yang digunakan pada penelitian ini dilakukan untuk memodelkan proses pelayanan kasir dengan asumsi kedatangan pelanggan mahasiswa yang mengikuti proses distribusi *Poisson (Markovian)*, waktu pelayanan yang mengikuti distribusi umum (*General*), dan hanya terdapat satu pelayanan (*Single Server*). Dengan menggunakan fitur dataset waktu kedatangan, waktu mulai dilayani, dan waktu selesai dilayani, model dapat menggambarkan dinamika antrian yang secara realistik dan sesuai kondisi lapangan di kantin BKL ITERA secara realistik.

3.3.1 Interarrival time dan Service Time

Perhitungan *interarrival time* yang merupakan selang waktu antar kedatangan pelanggan yang datang secara berurutan ke dalam suatu sistem antrian, dilakukan berdasarkan perhitungan urutan waktu kedatangan setiap pelanggan, persamaan yang digunakan:

$$I_i = A_i - A_{i-1} \quad (4)$$

Diketahui:

A_i = Waktu kedatangan pelanggan ke-i

Sementara, *service time* yang dihitung berdasarkan selisih antara waktu mulai dilayani dan waktu selesai dilayani untuk masing-masing pelanggan, persamaan yang digunakan:

$$Si = Ci - Bi \quad (5)$$

Diketahui:

Bi = Waktu mulai dilayani

Ci = Waktu selesai dilayani

Kedua komponen yang menjadi dasar parameter untuk menghitung model antrian M/G/1.

3.3.2 Estimasi Parameter Dasar

Berdasarkan perhitungan interarrival time dan *service time*, setelahnya dilakukan untuk menghitung estimasi parameter dasar dengan menghitung laju kedatangan (λ) yang diperoleh dari invers rata-rata *interarrival time*:

$$\lambda = \frac{1}{E[I]} \quad (6)$$

Rata-rata waktu pelayanan dihitung dengan:

$$E[S] = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Si \quad (7)$$

Variansi waktu pelayanan yang dihitung melalui:

$$Var(S) = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (Si - E[S])^2 \quad (8)$$

Parameter yang digunakan dalam perhitungan performa model M/G/1.

3.3.3 Validasi Distribusi

Validasi distribusi dilakukan untuk proses memastikan bahwa data *interarrival time* dan *service time* yang benar-benar mengikuti suatu distribusi teoretis, dan memenuhi asumsi model [3].

Interarrival Time (I), diuji terhadap distribusi eksponensial dengan menggunakan persamaan:

$$f_I(t) = \lambda e^{-\lambda t} \quad (9)$$

Sedangkan, untuk *Service Time* (S), diuji terhadap beberapa kandidat distribusi, seperti pada persamaan:

- Normal

$$f(s) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(s-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad (10)$$

- Lognormal

$$f(s) = \frac{1}{s\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(ln s - \mu)^2}{2\sigma^2}} \quad (11)$$

- Gamma

$$f(s) = \frac{\beta^\alpha s^{\alpha-1} e^{-\beta s}}{\Gamma(\alpha)} \quad (12)$$

Pemilihan distribusi terbaik dapat dilakukan menggunakan kriteria seperti AIC, uji normalitas, atau uji *goodness-of-fit* lainnya. Sehingga model yang digunakan mencerminkan karakteristik data sesungguhnya [6].

3.3.4 Performa Teori (M/G/1)

Performa teori sistem antrian M/G/1 dihitung menggunakan rumus Pollaczek-Khinchine yang memanfaatkan momen kedua *service time* yang dihitung dari data waktu mulai dilayan dan waktu selesai dilayani. Momen kedua diberikan oleh persamaan [7][8]:

$$E[S^2] = \frac{1}{n} \sum S_i^2 \quad (13)$$

Rata-rata waktu tunggu dalam antrian dihitung melalui persamaan:

$$Wq = \frac{\lambda E[S^2]}{2(1-\rho)} \quad (14)$$

Rata-rata waktu dalam sistem dengan persamaan:

$$W = Wq + E[S] \quad (15)$$

Sedangkan, panjang antrian dan jumlah pelanggan dalam sistem diberikan oleh persamaan:

$$L_q = \lambda W_q \quad (16)$$

$$L = \lambda W \quad (17)$$

Sehingga perhitungan ini memberikan representasi dari performa sistem antrian yang secara teoretis berdasarkan data aktualnya [7].

3.3.5 Performa Empiris

Performa empiris yang dihitung langsung dari dataset yang melalui fitur waktu kedatangan, waktu mulai dilayan, dan waktu selesai dilayani. Waktu tunggu dalam antrian juga dapat ditentukan dari selisih antara waktu mulai dilayani dan waktu kedatangan, dengan menggunakan persamaan:

$$W_{qi} = B_i - A_i \quad (18)$$

Rata-rata waktu tunggu empiris dihitung dengan persamaan:

$$Wq_{emp} = \frac{1}{n} \sum Wqi \quad (19)$$

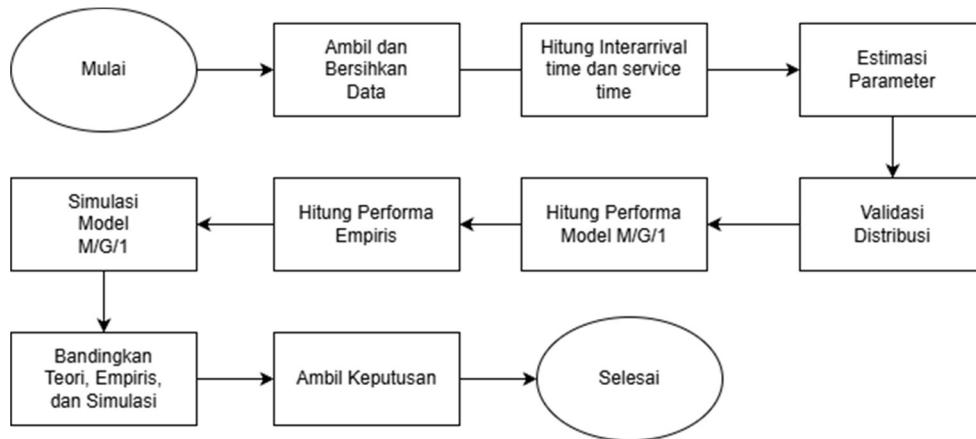
Waktu dalam sistem yang dihitung dari selisih waktu selesai dilayani dan waktu kedatangan dapat dihitung dengan persamaan:

$$W_i = C_i - A_i \quad (20)$$

$$W_{emp} = \frac{1}{n} \sum Wi \quad (21)$$

Panjang antrian empiris dan jumlah pelanggan dalam sistem diperoleh dari pengamatan langsung terhadap jumlah pelanggan mahasiswa yang menunggu dan dilayani setiap interval waktu selama observasi. Nilai empiris dapat menjadi tolak ukur terhadap hasil perhitungan teoretis dari model M/G/1.

3.4 Diagram Alir



Gambar 3.1 Diagram Alir

Pada Gambar 3. 1, menjelaskan urutan langkah dalam menganalisis kinerja sistem antrian pada layanan kasir BKL Institut Teknologi Sumatera. Proses dimulai dengan pengambilan data dengan metode observasi langsung di kantin BKL, lalu setelah mendapatkan sekumpulan data mentah dijadikan dalam format CSV dan membersihkan data hasil observasi. Setelahnya, menghitung waktu antar-kedatangan dan waktu pelayanan sebagai dasar pembentukan parameter antrian. Parameter dasar yang telah diperoleh, dilakukan validasi distribusi untuk memastikan akan kesesuaian karakteristik data dengan asumsi model, terutama pada distribusi eksponensial untuk *interarrival time* dan distribusi umum bagi *service time*.

Tahapan selanjutnya yaitu, menghitung performa teoretis model M/G/1 dengan menggunakan parameter yang telah melakukan validasi. Sebagai pembanding, juga dilakukan untuk perhitungan performa empiris yang secara langsung dari data observasi. Model yang sama kemudian dilakukan simulasi untuk memperoleh estimasi kinerja yang berbasis simulasi. Hasil dari teoretis, empiris, dan simulasi dibandingkan untuk menilai kecocokan dengan model dari kondisi lapangan. Sehingga dapat diambil keputusan akhir mengenai tingkat efisiensi sistem antrian serta implikasinya terhadap pelayanan kasir kantin.

BAB IV

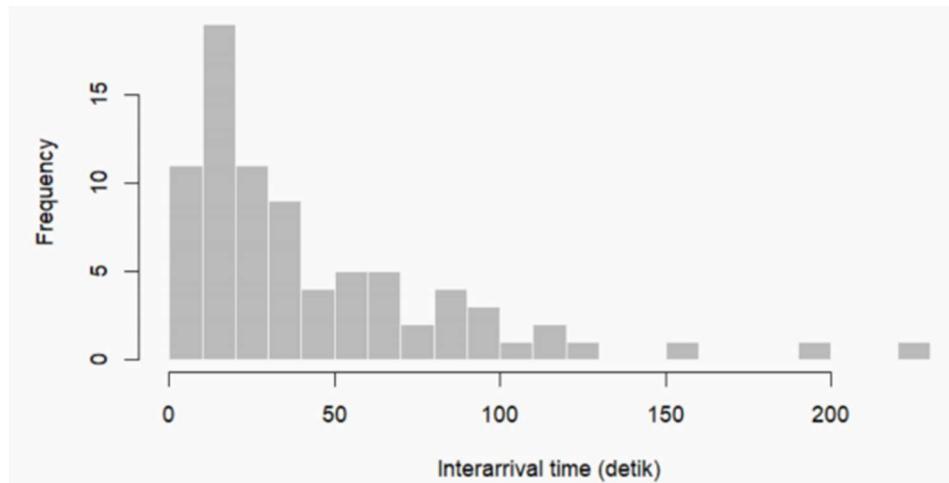
HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1 Deskripsi Data

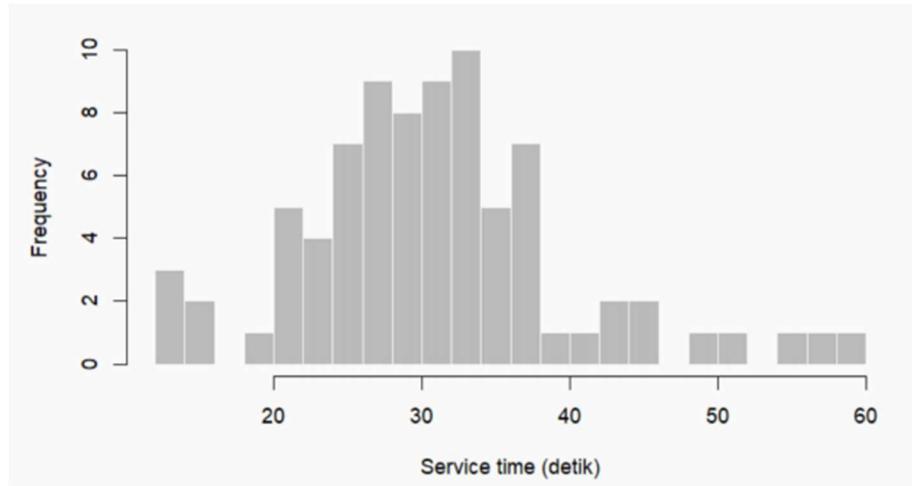
Penelitian ini dilakukan melalui pengamatan langsung, pada tanggal 6 November 2025 pada jam makan siang (12.00-13.00). Data yang dikumpulkan mencakup waktu kedatangan dan waktu pelayanan setiap pelanggan yang datang ke Kantin Bukit Kiara Lestari (BKL). Berikut adalah penjelasan dari data tersebut :

- Waktu Antar-Kedatangan (*Inter-Arrival Time*) : Data menunjukkan rata-rata waktu antar kedatangan sebesar 44,59 detik. Nilai minimum yang tercatat adalah 2 detik dan maksimum 229 detik, yang menunjukkan variasi kedatangan pelanggan yang cukup dinamis.
- Waktu Pelayanan (*Service Time*) : Rata-rata waktu pelayanan tercatat sebesar 31,40 detik dengan median 31 detik. Variasi data pelayanan cukup tinggi, menyatakan adanya ketidakstabilan durasi layanan antar pelanggan.

Untuk melihat data secara visual, berikut disajikan histogram dari kedua variabel tersebut :



Gambar 1. Histogram Distribusi Waktu Antar-Kedatangan Pelanggan



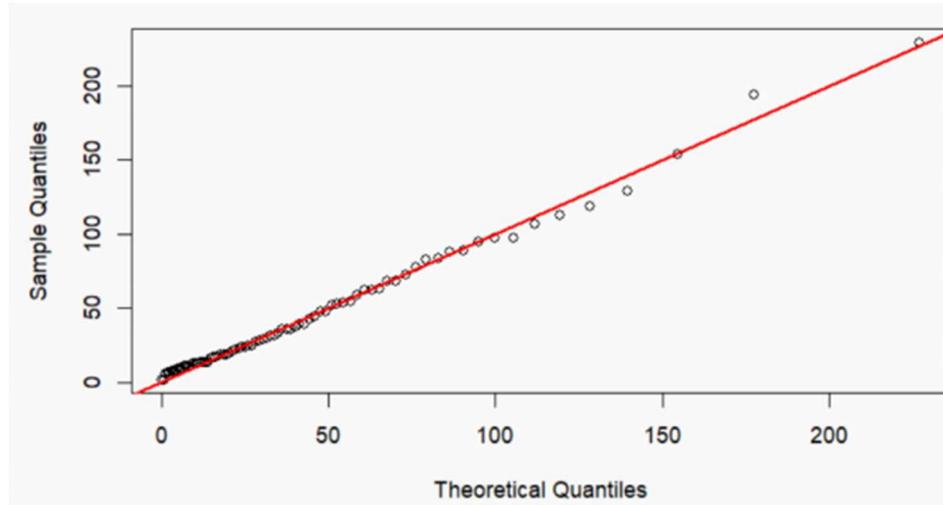
Gambar 2. Histogram Distribus Waktu Pelayanan Kasir

4.2 Hasil Perhitungan dan Simulasi

Pada bagian ini dapat dilihat hasil penentuan model distribusi, perhitungan parameter, serta hasil simulasi antrian.

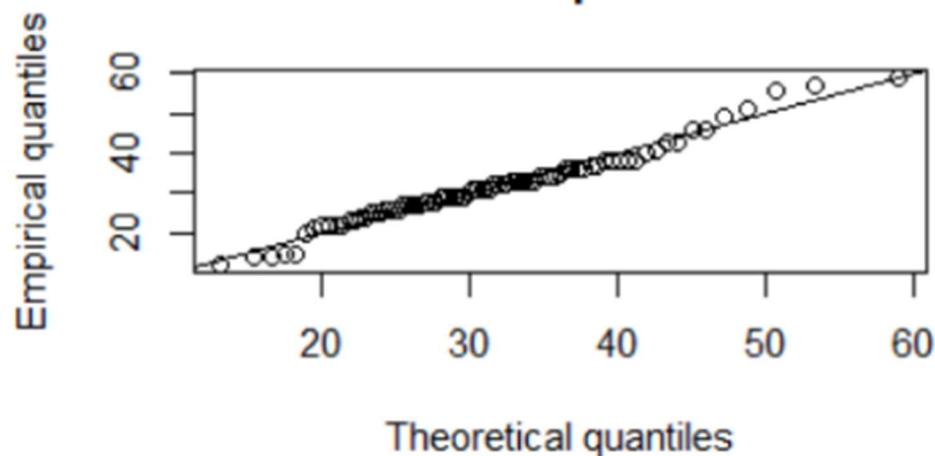
4.2.1 Penentuan Model Distribusi

Berdasarkan uji kesesuaian distribusi, waktu antar-kedatangan terkonfirmasi mengikuti distribusi eksponensial. Hal ini dibuktikan dengan grafik qqplot yang mengikuti garis linear.



Gambar 3. Q-Q Plot Waktu Antar-Kedatangan vs Distribusi Eksponensial

Sedangkan untuk waktu pelayanan , uji normalitas *Shapiro-Wilk* menghasilkan p-value = 0,006 (<0.05), yang berarti asumsi distribusi normal ditolak. Berdasarkan perbandingan kriteria AIC (*Akaike Information Criterion*), distribusi *Gamma* terbukti menjadi model terbaik dibandingkan normal dan lognormal.



Gambar 4. Plot Kesesuaian Distribusi Gamma terhadap Waktu Pelayanan

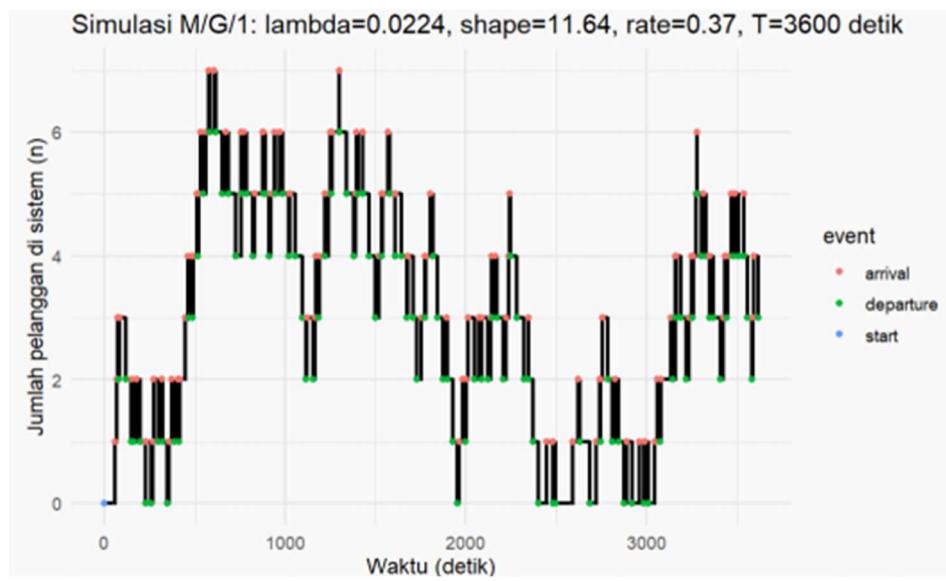
4.2.2 Parameter Model M/G/1

Model M/G/1 digunakan untuk kedatangan *Markovian* (M) dan pelayanan berdistribusi *Gamma/General* (G) dengan satu pelayan. Parameter yang diperoleh adalah :

- Laju kedatangan (λ) = 0,0224 pelanggan/detik.
- Rata-rata pelayanan ($E[S]$) = 31,40 detik.
- Variansi pelayanan ($Var(S)$) = 84,84.
- Faktor utilisasi (ρ) = 0,704 (70,4%).

4.2.3 Hasil Simulasi

Simulasi kejadian diskrit dilakukan selama 1 jam untuk memvisualisasikan dinamika antrian. Berikut adalah grafik fluktuasi jumlah pelanggan dalam sistem sepanjang waktu simulasi :



Gambar 5. Grafik Simulasi Jumlah Pelanggan selama 1 jam

4.3 Interpretasi Hasil

Berdasarkan parameter yang telah dihitung, Tingkat kesibukan kasir (ρ) adalah sebesar 70,4%. Angka ini menunjukkan bahwa sistem berada dalam kondisi stabil ($\rho < 1$), artinya kasir masih mampu menangani beban kerja yang ada dan antrian tidak akan menumpuk tanpa batas secara permanen.

Meskipun stabil pemilihan distribusi Gamma untuk waktu pelayanan mengindikasikan adanya variabilitas kinerja. Hal ini terlihat dari bentuk. Kurva distribusi Gamma yang mampu menangkap peluang terjadinya pelayanan yang sangat cepat maupun pelayanan yang lambat, yang sering terjadi akibat variasi metode pembayaran atau kesiapan pelanggan.

Berdasarkan simulasi yang dilakukan, terlihat bahwa jumlah pelanggaran dalam sistem berfluktuasi secara dinamis. Simulasi menunjukkan bahwa meskipun rata-ratanya stabil, terdapat momen-momen tertentu di mana antrian melonjak sesaat akibat kedatangan yang beruntun atau pelayanan yang memakan waktu lama.

4.4 Diskusi

Pada bagian ini membandingkan hasil perhitungan teoretis, hasil data empiris, dan hasil simulasi.

Metrik Kinerja	Teori (M/G/1)	Empiris (Aktual)	Simulasi
Rata-rata Antrian	0.91	2.70	2.10
Rata-rata dalam Sistem	1.61	3.40	2.99
Waktu Tunggu Antrian	40.57 detik	120.27 detik	93.42 detik

Waktu dalam Sistem	71.97 detik	151.67 detik	133.54 detik
--------------------	-------------	--------------	--------------

Tabel 1. Perbandingan Metrik Kinerja Antrian

Berdasarkan tabel di atas, ditemukan kesenjangan yang signifikan. Waktu tunggu aktual di lapangan ($W_q \approx 120$ detik) tercatat 3 kali lipat lebih tinggi dibandingkan prediksi teoretis ($W_q \approx 40$ detik). Penyebab utama perbedaan ini adalah variansi pelayanan yang tinggi pada data aktual. Rumus teoretis M/G/1 menggunakan nilai rata-rata jangka panjang yang cenderung melancarkan lonjakan ekstrem. Sementara itu, data empiris menangkap antrian membengkak drastis dalam waktu singkat. Hasil simulasi ($W_q \approx 93$ detik) berada di antara keduanya, menunjukkan bahwa simulasi lebih baik dalam memodelkan ketidakpastian dibandingkan rumus statis, namun tetap belum sepenuhnya menangkap seluruh kompleksitas gangguan yang terjadi di lapangan.

BAB V

KESIMPULAN DAN SARAN

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan analisis kinerja sistem antrian pada kasir Kantin Bukit Kiara Lestari (BKL) menggunakan model M/G/1, dapat ditarik beberapa kesimpulan sebagai berikut:

1. Hasil dari pengujian kesesuaian distribusi menunjukkan bahwa pola kedatangan pelanggan mengikuti pola distribusi eksponensial, dengan asumsi bahwa kedatangan adalah acak. Namun, pola waktu layanan tidak mengikuti distribusi eksponensial atau normal, melainkan paling cocok dengan distribusi gamma berdasarkan kriteria AIC (*Akaike Information Criterion*) paling rendah. Oleh karena itu, penerapan model M/G/1 merupakan pendekatan yang sah dan lebih tepat dibandingkan dengan model M/M/1.
2. Sistem antrian Kasir Bukit Kiara Lestari (BKL) berada dalam kondisi stabil dengan tingkat utilisasi (ρ) sebesar 70,4%. Hal ini menunjukkan bahwa secara kapasitas rata-rata, satu orang kasir masih mampu melayani jumlah pelanggan yang datang pada jam sibuk tanpa menyebabkan antrian yang meledak tanpa batas ($\rho < 1$).
3. Terdapat perbedaan yang signifikan antara hasil perhitungan teoretis dengan kondisi aktual di lapangan. Perhitungan teoretis M/G/1 mengestimasi rata-rata waktu tunggu antrian (W_q) sebesar 40,57 detik. Namun, data empiris mencatat waktu tunggu aktual mencapai 120,27 detik (3 kali lipat lebih lama). Hasil simulasi berada di angka 93,42 detik, yang menjembatani kedua hasil tersebut namun tetap menunjukkan bahwa model teoretis cenderung memberikan estimasi kondisi ideal.
4. Penyebab utama tingginya waktu aktual dibandingkan prediksi teori adalah tingginya waktu pelayanan ($Var(S) = 84,84$). Ketidakkonsistenan ini diduga kuat disebabkan oleh ragam metode pembayaran (tunai vs QRIS), kesiapan uang kembalian, serta kendala teknis sesaat yang tidak sepenuhnya tertangkap oleh nilai rata-rata dalam rumus teoretis.

5.2 Saran

1. Penelitian ini mengambil data selama satu jam pada satu hari. Penelitian selanjutnya disarankan mengambil data dalam rentang waktu yang lebih panjang untuk memvalidasi apakah pola distribusi gamma konsisten setiap harinya.
2. Simulasi memberikan hasil yang lebih mendekati empiris dibanding rumus teoretis, penelitian selanjutnya dapat menambahkan variabel perilaku pelanggan seperti batal antri karena melihat antrian panjang atau keluar dari antrian untuk mendapatkan gambaran yang lebih realistik.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] A. L. Suban, S. Margaretha Itu, R. Nagen og Y. Mbangga Rai Le'o, «ANALISIS SISTEM ANTRIAN PEMBAYARAN REGISTRASI MAHASISWA DENGAN MODEL ANTRIAN SINGLE CHANNEL-SINGLE PHASE POLA M/M/1,» *Jurnal In Create (Inovasi dan Kreasi dalam Teknologi Informasi)*, vol. 8, 2021.
- [2] W. Anggraini, Y. og Y. , «ANALISIS KINERJA SISTEM ANTRIAN DI SPBU JALAN,» *Buletin Ilmiah Math. Stat. dan Terapannya (Bimaster)*, vol. 14, pp. 520-529, 2025.
- [3] D. Sudarwadi, T. M. Suruan og M. M Hutabarat, «Analisis Sistem Antrian Sepeda Motor di SPBU 83.983.02 Sowi Kabupaten Manokwari,» *Lensa Ekonomi*, vol. 15, pp. 104-112, 2021.
- [4] M. I. Ats-Tsauri, A. F. Siddik og N. T. Wiyatno, «Optimisasi Sistem Antrian di Era Pandemi untuk Meningkatkan Kinerja Pelayanan Stasiun Pengisian Bahan Bakar Umum (SPBU),» *JURNAL TEKNIK INDUSTRI*, vol. 3, pp. 33-37, 2022.
- [5] J. F. S. J. M. T. C. M. H. Donald Gross, «Queueing Theory,» i *Fundamentals of Queueing Theory (5th Edition)*, Hoboken, New Jersey, Wiley, 2018, pp. 1–552 (edisi ke-5).
- [6] S. M. Ross, «Introduction to Probability Models,» i *Introduction to Probability Models (11th Edition)*, Amsterdam, Academic Press, 2014, p. 1–782.
- [7] M. Harchol-Balter, «Performance Modeling and Design,» i *Performance Modeling and Design of Computer Systems: Queueing Theory in Action*, Cambridge, Cambridge University Press, 2013, p. 1–573.
- [8] S. U. P. Athanasios Papoulis, «Probability, Random Variables, and Stochastic Processes,» i *Probability, Random Variables, and Stochastic Processes (4th Edition)*, New York, McGraw-Hill, 2013, p. 1–852.
- [9] E. R. B. D'Agostino and M. A. Stephens, «Goodness-of-Fit Techniques,» i *Goodness-of-Fit Techniques*, New York, Marcel Dekker, 2012, p. 1–560.