

原子核実験 :: α 、 β 、 γ 線の測定

200612296 崔在敦

平成 20 年 10 月 17 日

目 次

1	実験の目的	3
2	比例係数管による α 線の測定	3
2.1	比例係数管	3
2.2	実験の準備	4
2.3	測定	6
2.4	結果	7
2.5	まとめと課題	7
3	比例係数管による電子増幅	9
3.1	測定	9
3.2	結果	11
3.3	まとめと課題	12
4	α 線の飛程と β 線の測定	13
4.1	α 線の飛程	13
4.2	β 線の測定	14
4.3	まとめと課題	17
5	位置敏感型検出器	18
5.1	位置敏感型検出器	18
5.2	実験準備	18
5.3	測定	20
5.4	結果	21
5.5	まとめと課題	22

6	β 線の運動量分布	22
6.1	磁気分析機 (磁気スペクトロメータ) の仕組み	22
6.2	実験準備	25
6.3	測定	25
6.4	結果	26
6.5	まとめと課題	27
7	γ 線スペクトルの観測	28
7.1	実験準備	28
7.2	測定	29
7.3	結果	30
7.4	まとめと課題	35
8	γ 線の吸収係数と光電効果・コンプトン散乱断面積	38
8.1	実験準備	38
8.2	測定	38
8.3	結果	39
8.4	まとめと課題	42

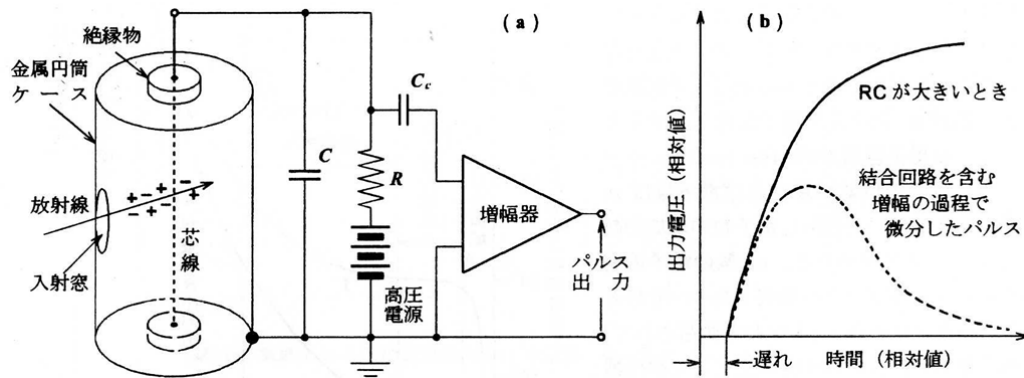
1 実験の目的

標準線源から放出される α 、 β 、 γ 線を系統的に測定し、それぞれの放射線の特性とその検出方法、物質との相互作用について学ぶ。

2 比例係数管による α 線の測定

2.1 比例係数管

比例計数管は 2.5 節で説明する動作モードの領域で動作するガス検出器である。全電荷が 1 次電離の電荷に比例するから、検出器の出力パルス波高は放射線が検出器内に付与しエネルギーに比例する。したがって放射線のエネルギーまたはエネルギー損失を測定することが可能であり、荷電粒子はもとより、X 線の検出にも用いることができる。



上図はこれからの実験で使用する比例計数管の概念図である。2つの電極は同軸構造であるが、なるべく低い印加電圧で動作させ、一方なるべく大きなガス増幅を得て出力パルス波高を高くするために電場 E を大きくしたい。中心導体の半径を a 、外側導体の内半径を b 、印加電圧 V_0 とすれば、中心からの距離 r での電場 $E(r)$ と電位 $V(r)$ はそれぞれ

$$E(r) = \frac{V_0}{\log\left(\frac{b}{a}\right)} \cdot \frac{1}{r}$$

$$V(r) = V_0 \left(1 - \frac{\log\frac{r}{a}}{\log\frac{b}{a}}\right) = \frac{V_0}{\log\frac{a}{b} \log\frac{r}{b}}$$

で与えられる。 E を大きくするには中心導体の半径 a を小さくすれば良い。そこで中心導体には直径 $10 \sim 150 \mu\text{m}$ の細い導体線を張る。これが芯線といわれる理由である。電場は芯線のすぐ周りで非常に強くなり、電子雪崩は芯線の極く近傍で起こる。1 次電離で生じたイオン対の個数を N とすれば、検出器内の全電荷は増幅率に関する式を用いて

$$Q = e_0 N M = e_0 N \frac{m}{1 - m\gamma} \quad (1)$$

であるが、 m は印加電圧を決めれば一定であり、したがって Q/N ($=$ [全電荷]/[1 次電離のイオン対数]) の比も一定で、検出器の出力パルス波高は 1 次電離によるイオンの対数に比例する。 M には統計的揺らぎを伴うが、平均的に関する限り、それが一定であることが比例計数管の動作の前提条件である。紫外線の発生過程は複雑でその確率も常に同じではないので、紫外線が多すぎると M の大きさが不安定、したがって比例計数管の動作も不安定になる。したがって比例計数管を安定に動作させるには、増幅率公式の条件を維持しなければならない。

紫外線による不安定性取り除くために、検出器ガスとしてアルゴンなどの単原子気体にメタンのような有機多原子ガスを少量混ぜる。よく用いられるガスはアルゴン 90 %、メタン 10 % の混合ガスで、これを PR ガスと呼ぶ。また、ヘリウムにブタンを混合した Q ガスもよく使用される。有機多原子ガスの混合には、紫外線を吸収して電子雪崩が極端に激しくならないように抑制し、比例計数管の動作を安定させる効果がある。このため、有機多原子ガスのことを消滅ガス (quenching gas) という。

比例計数管においてエネルギースペクトルに広がりを生ずる原因として、

1. 1 次イオン対数の統計的揺らぎ
2. ガス増倍率 M の統計的揺らぎ
3. 印加電圧の変動に伴う M の変動
4. 電荷の再結合
5. 芯線の大きさの不均一
6. 計数管の端部で電場が同軸電場からずれるので、これによる M の不均一が 1 次イオン対の生成場所によって異なる効果
7. 後続の電子回路の雑音

などが考えられる。

2.2 実験の準備

1. 使用線源は、 ^{241}Am アメリシウム (α 線。4.4MeV、0.74MBq) である。
2. 主な実験装置は次のようである。
 - 比例係数管
 - 金属棒電極
 - PR ガス (アルゴン 90%, メタン 10%)
 - 高電圧電源
 - メインアンプ (主増幅器)

- プリアンプ (前置増幅器)
- 波高分析器 (Multi Channel Analyzer, MCA)
- オシロスコープ
- パソコン
- 各種ケーブル

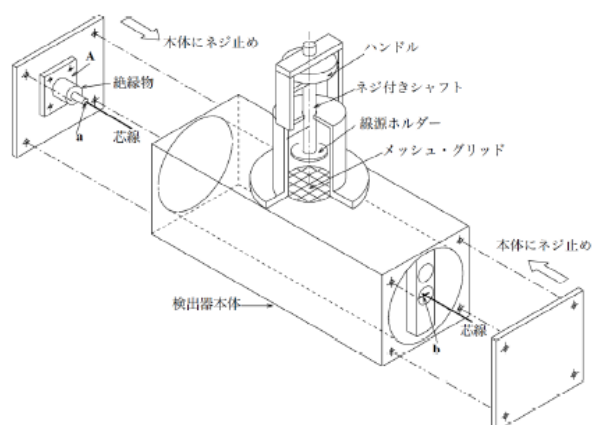


図 1 :: 比例係数管本体

3. まず使用する検出器本体 (図 1) を分解する。上部の線源ホルダー、内部のコリメータを放す。また両側面のねじを放して、ふたを放す。
4. 高圧コネクターに金属棒電極のついた側板に取り替える。
5. もう一方のふたをねじで止める。
6. ^{241}Am を表裏に注意して線源ホルダーにおさめ、コリメータをつけてねじで固定する。
7. 線源ホルダーを本体に固定する。
8. 線源ホルダーのつまみを回し、ホルダーの位置が一番下に来るようにする。

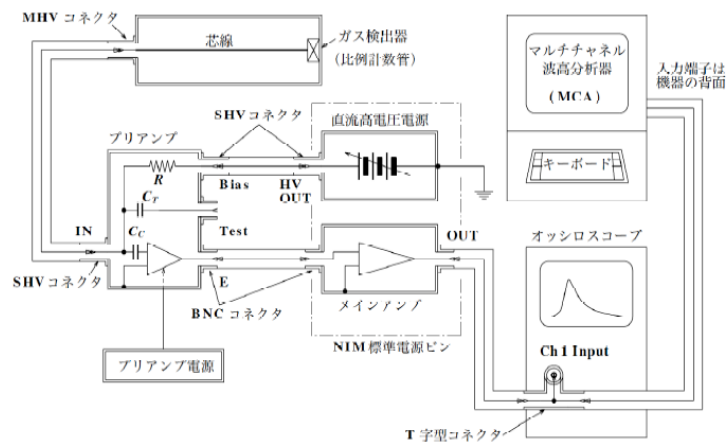


図 2 :: 配線図

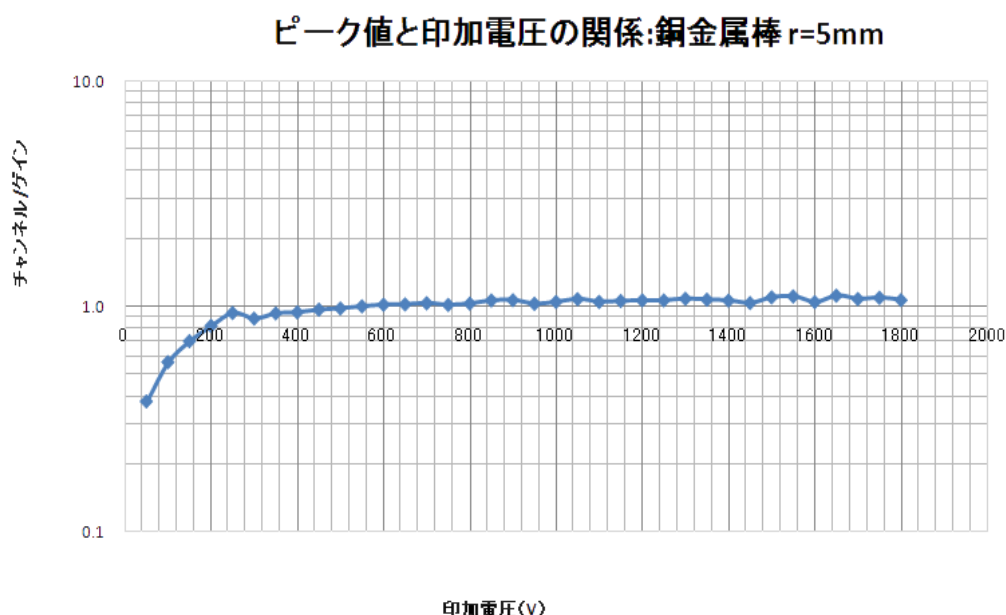
9. 図 2 のように、検出器本体、プリアンプ、メインアンプ、光電圧電源、オシロスコープ、波高分析器を配線する。コネクタの形状には複数の種類 (BNC、SHV、MHV) があるので、合うものを探して接続すること。メインアンプの出力は”UNI OUT”を使う。
10. PR ガスのホースを検出器本体にある細い管に接続し、60 100 cc/min. の流量で PR ガスを流す。動作が安定するまでに約 10 分かかる。

2.3 測定

1. 先の準備でパルスが確認できてから、以下の量を測定する。
 - MC で見られるピークチャンネル (P 値)
 - Couse Gain の値 (F1)
 - Fine Gain の値 (F2) - (F1×F2 を増幅率とする。)
 - 印加電圧 (Volt)
2. 放射線入射により、電離で生じる 1 パルスあたりの電子数は、パルス波高、すなわち MCA で見られるピークチャンネル (P 値) に比例する。P 値は MCA のカーソルで読み取る。ここで、印加電圧依存性を見るには、印加電圧によって異なるゲイン値で補正しなければならないので、実際の縦軸は”P/(F1*F2)”で求める。
3. 印加電圧は、50V から開始し、測定できる最大電圧 (約 1800V) まで測定する。
4. 1 回の測定時間は 30 秒程度にする。
5. この測定を繰り返し、印加電圧 50V から最大電圧まで 50V ごとに測定する。このとき、必ずオシロスコープでシグナルを確認しながら、測定をするシグナルの電圧が

5V を超える場合には、越える前の設定電圧にもどってアンプのゲインを下げた状態 (Course ゲインもしくは Fine ゲインで調整する) でも計測し、アンプゲインの変化を測っておく。

2.4 結果



MCA でとれるピークチャンネルの値 (を Cours Gain, Fine Gain まで考慮して補正した値) は、比例係数管の金属棒アノードがキャッチした電子の数に比例している。印加電圧が上がれば上がるほど、電離の効率が上がり、そもそも金属棒に捕獲されていくようになったのである。ある程度電圧を高めていくと、やがてプラトーに到達するが、それは金属棒が捕まえている電子の数が限界に到達したからである。比例係数管の動作モードによると、プラトーの前の部分は "再結合領域"、プラトーの部分は "電離領域" に該当する。

2.5 まとめと課題

放射線の単位 1 秒間に 1 つの原子核が崩壊して放射線を放つ放射能の量が 1 ベクレル (Bq) と決まっている。これは SI 単位である。しかし、同じ放射能を持つ物質であっても、それからどれくらい離れているか、どれくらい遮蔽されているかによって、その放射能を浴びるものの浴びる量は違うようになる。そのために、放射能を浴びるもの (特に生体) として、浴びている放射能の強さの単位をシーベルト (Sv、実効線量) と決めている。

放射線の種類とそれぞれに対する防御の仕方 アルファ線は普通の紙でも遮蔽できる。ベータ線は数 mm のアルミニウム板程度で食い止めれるが、ガンマー線は非常に透過性が優秀なため、注意をしなければいけない。でも、ある程度の強度のガンマー線なら、10cm 程度の厚さの鉛で遮蔽できる。

アルファ崩壊 比較的に質量が大きい原子の中では、原子核で何かを吐き出して安定していかうとする動きを見せるものが多いが、その体表的な吐き出しがアルファ粒子 (ヘリウム原子核) を抜かすアルファ崩壊である。このとき、親原子とアルファ粒子の間には電磁氣的斥力が作用している。原子の周りに形成されているポテンシャルを古典的にだけ考慮するとどうしても不可能であるが、量子力学的な考慮では、波動関数がポテンシャルの向こうにも続いたりする”トンネル効果”のおかげで、矛盾なくこれを説明することができる。

比例係数管の動作モード

1. 再結合領域：印加電圧が低い場合は検出器中の電場が弱く、電子と陽イオンは低速で移動するが、電子と陽イオンが電極に到達しないうちに再結合を起こす確率が高い。印加電圧を増やすにつれて電場 E が強くなって電子と陽イオンの移動速度が速くなり、これに伴って再結合が減少し、その結果パルス波高も印加電圧の増大と共に高くなる。
2. 電離領域：再結合の確率は殆ど無視できるほどに小さい。検出器内の電荷は放射線によって生じた一定量の電荷のみで、収集電荷は印加電圧によらず殆ど一定である。この領域を電離領域 (Ionization Region) または飽和領域といい、この領域で動作させるガス検出器を電離箱 (Ionization Chamber) という。
3. 比例領域：放射線によって電子やイオンが生成される過程を一次電離と呼ぶことにする。電場が十分に強くなると、1 次電離で生じた電子が電場によって移動する間に加速されてエネルギーが高くなり、検出器内のガス原子と衝突してそれをイオン化する。ここで一時的に電子のエネルギーは下がるが、ふたたび加速されて次のイオン化を行う。このような過程が繰り返されて、1 次電離の電子 1 個が m 個の 2 次電子を発生させるとする。これを電子崩壊 (electron avalanche) と呼ぶ。他に電子の供合が無ければ電子数は m より増えることは無い。しかし電子数の増加を起こすもう一つの過程がある。 M 個の電子の発生がそもそも気体原子との衝突であり、そのとき原子がイオン化されて (すなわち励起されて) 紫外線が発生し、この紫外線が主として検出器の容器の内壁に当たって光電効果による光電子を放出する。そこで 1 個の電子当り、紫外線による光電子の発生確率を γ とすれば、 $m\gamma$ 個の光電子が発生する。この $m\gamma$ 個の光電子もそれぞれが 1 次電離で生じた電子と同様に加速されイオン化に寄与するので、 m 個の 2 次電子は $m^2\gamma$ 個の 3 次電子を作り出す。このような過程が繰り返されると電子数の増え方は 1 次電離によって生じた電子 1 個につき規則性を持つようになる。したがって 1 次電離による電子 1 個当りの電子数の増倍率は次の式で与えられる。

$$M = m + m^2\gamma + m^3\gamma^2 + \dots = \frac{m}{1 - m\gamma} \quad (m\gamma < 1)$$

このように 2 次電離以降の電離によって検出器内の電荷が増加することをガス増幅と呼び、上式の M をガス増幅率という。印加電圧が高くなると紫外線の発生確率も高くなり、 $m\gamma$ が 1 に近づくにつれて M は急速に大きくなる。比例性は保たれるものの、紫外線の効果が大きく比例定数が安定しない制限付き比例領域 (図 13 を見よ) を経て、次に述べるガイガー領域へと移行する。

4. ガイガー・ミュラー領域：比例領域よりもさらに高い印加電圧を与えると、大きな紫外線の効果によって電子雪崩が急激に増大する。比例領域で見られた全電荷と 1 次電離電荷との比例性は失われ、検出器は 1 次電離や粒子の種類と無関係にほぼ一定波高のパルスを出力する。電子雪崩は非常に強く起こるが、同時に生成される陽イオンが検出機内で空間電荷を形成して電子雪崩の成長が限界に達するので連続放電には至らない。
5. 連続放電領域：1 次電離に無関係に連続的な気体放電が起こる領域で、放射線検出器には使えない。

3 比例係数官による電子増幅

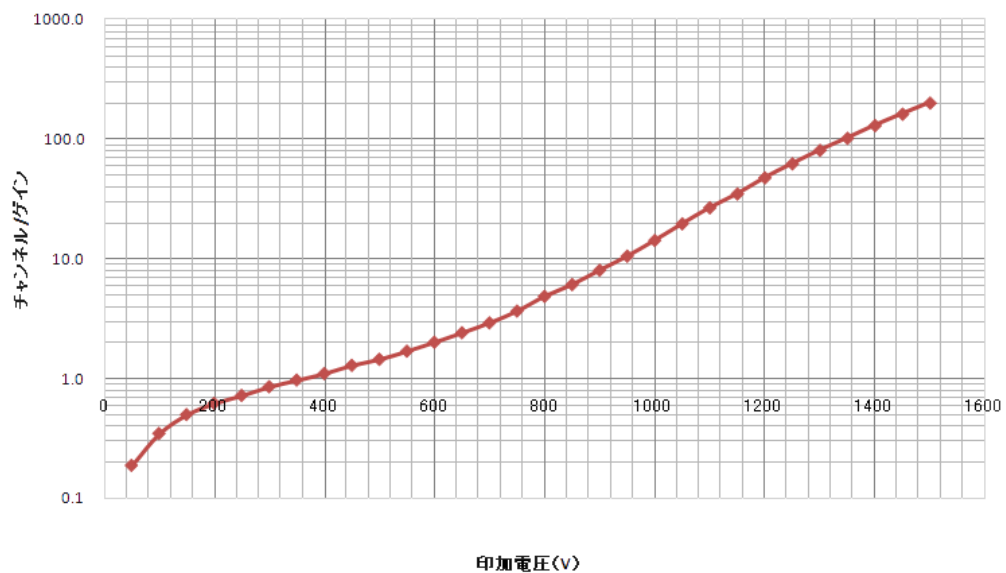
3.1 測定

1. 使用線源は、 ^{241}Am アメリシウム (α 線。4.4MeV、0.74MBq) である。
2. 主な実験装置は次のようである。
 - 比例係数官
 - 導線 (芯線) $\phi = 30, 200\mu\text{m}$
 - PR ガス (アルゴン 90%, メタン 10%)
 - 高電圧電源
 - メインアンプ (主増幅器)
 - プレアンプ (前置増幅器)
 - 波高分析器 (Multi Channel Analyzer, MCA)
 - オシロスコープ
 - パソコン
 - 各種ケーブル

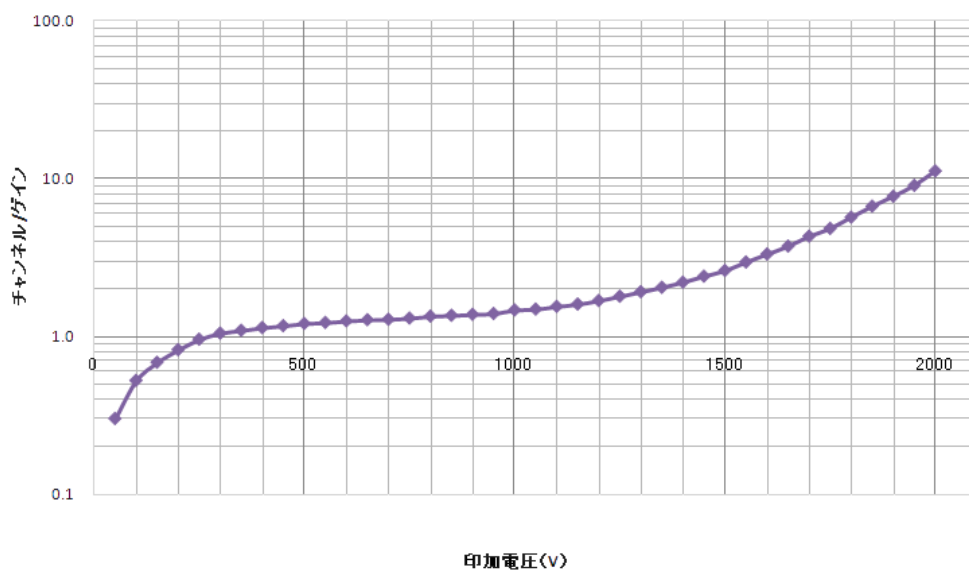
3. まず使用する検出器本体（図1）を分解する。上部の線源ホルダー、内部のコリメータを外す。また両側面のねじを外して、ふたを外す。
4. ハンダごてを暖める。
5. $30\mu\text{m}$ の芯線を適当な長さに切り、先ほど外したふたのコネクター部分の金属の先端にハンダ付けする。このとき突起が出来ないように注意する。ハンダの量は少量でよい。
6. ハンダ付けしていない方の芯線の先端を、検出器本体に入れ、もう一端の穴の中に通し、ふたをねじで止める。芯線をピンと張り、ハンダ付けし、突起が出来ないように芯線を切断する。
7. マルチメータを使って導通チェックをする。
8. もう一方のふたをねじで止める。
9. α 線源 ^{241}Am を、表裏に注意して線源ホルダーにおさめ、コリメータを着けてねじで固定して、線源ホルダーを本体に固定する。
10. 線源ホルダーのつまみを回し、ホルダーの位置が一番下にくるようにする。
11. 回路接続は前回図2と同じである。アンプに設定した Course ゲインと Fine ゲインの位置も前回通りになっているか確認する。
12. PR ガスのホースを検出器本体にある細い管（下の方にある）に接続し、 $60 - 100\text{ cc/min.}$ の流量で PR ガスを流す。動作が安定するまでに約 10 分かかる。
13. 印加電圧は、50V から開始し、測定できる最大電圧（約 1800V）まで測定する。
14. 1 回の測定時間は 30 秒程度にする。
15. この測定を繰り返し、印加電圧 50 V から最大電圧まで、50 ボルトごとに測定する。ゲインを変えたときは忘れずに較正をする。
16. 測定終了後、高電圧をゆっくりと下げ、高電圧電源を切る。
17. $200\mu\text{m}$ の芯線に交換して、4 ～ 16 の測定を繰り返す。
18. $30\mu\text{m}$ の芯線でベータ線源を用いて同様の測定を行う。

3.2 結果

ピーク値と印加電圧の関係 (30 μm)



ピーク値と印加電圧の関係 (200 μm)

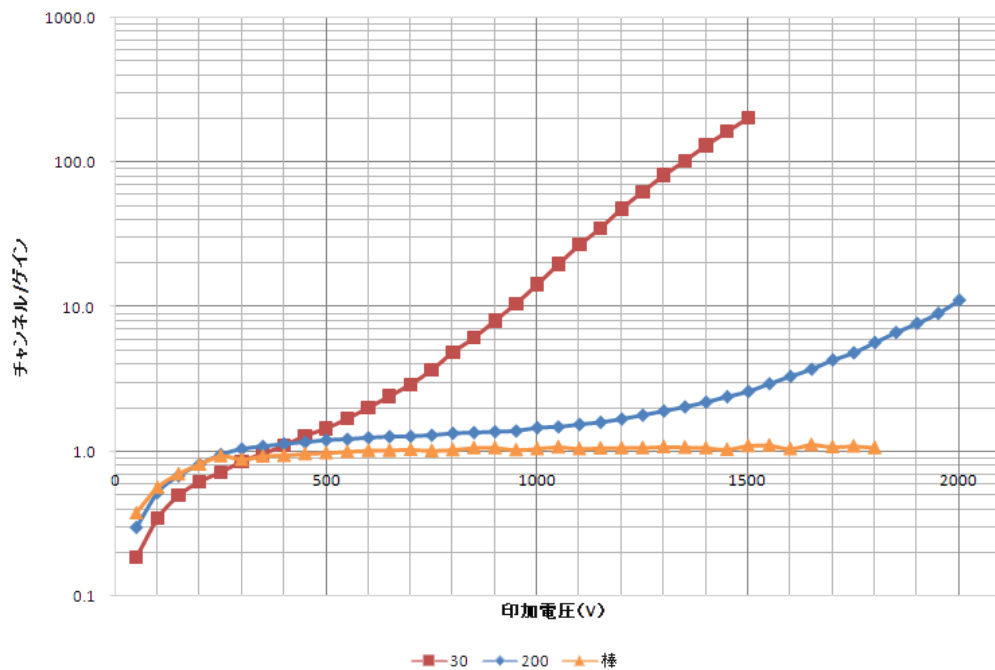


200 μm はそうでないが、30 μm では再結合領域、比例領域を識別するのが比較的容易であるのに対して、電離領域がほとんどない。これは、円筒の中に芯線があって、それぞれがアノード、キャソードとなったときの電場分布が

$$E(r) = \frac{V_0}{\log\left(\frac{b}{a}\right)} \frac{1}{r}$$

と与えられるからである。ここで、 b が円筒の半径、 a が芯線の半径である。それで、芯線 a が細ければ細いほど、電場は強くなる。電場がある程度以上強くなると、実験 1 のまとめで説明した比例係数官の動作モードの中の "比例領域" に入ることになる。電場十分強いので、アノードによる 1 時電子飽和状態など電子がしばらくも止まらず、すぐ電子雪崩をはじめてしまうのである。

3.3 まとめと課題



これが、5mm 棒、200 μ m 線、30 μ m 線のプロットを集めたものである。確かに、芯線が細くなればなるほど、電離領域の職別がだんだんできなくなっている。

4 α 線の飛程と β 線の測定

4.1 α 線の飛程

4.1.1 実験準備

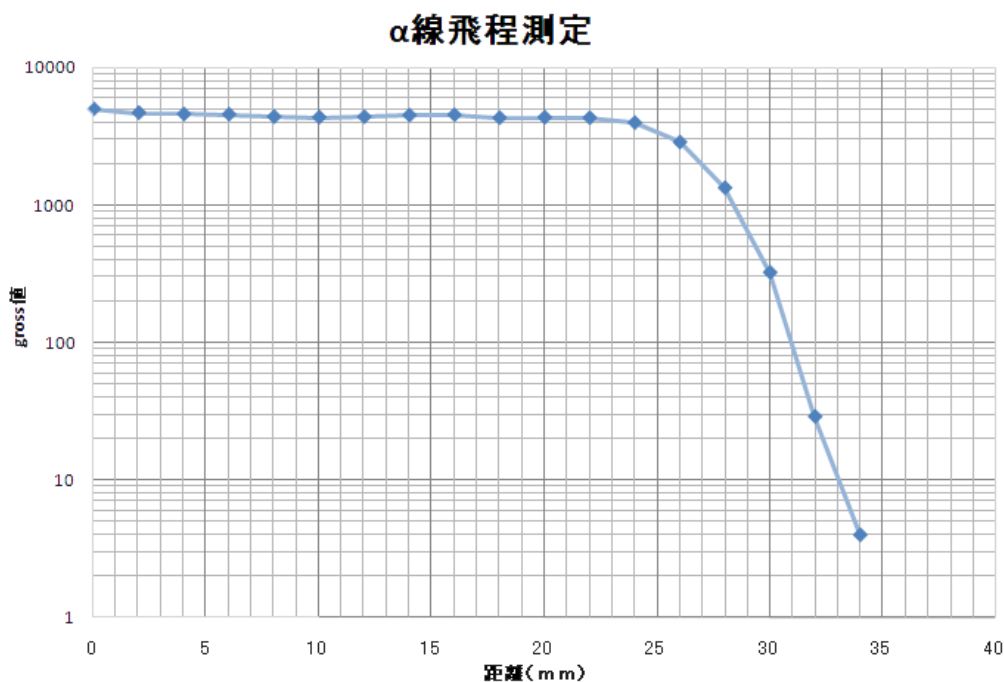
1. 線源ホルダーを外し、コリメータの中に ^{241}Am 線源をセットする。
2. 検出器本体の側面のふた（両側）をはずし、前回のつかった $200\mu\text{m}$ の導線を取り除く。
3. $30\mu\text{m}$ の導線を適当な長さに切り、 $200\mu\text{m}$ の導線と同様に、たるみや突起ができないようにハンダ付けする。導通をチェックし、検出器のふたをする。
4. PR ガスのチューブを検出器本体につなぎ、 $60 \sim 100\text{cc}/\text{min.}$ でガスを流す。
5. 線源ホルダーのつまみを回し、ホルダーの位置が一番下にくるようにする。このときの線源ホルダー横の目盛りの読みを確認し、そこを基準として測定する。
6. MCA の測定時間を 60 sec. に固定する。
7. 前回の実験と同じケーブルを検出器本体につなぐ。
8. 印加電圧を 1000V に設定し、固定する。
9. オシロスコープでシグナルを確認しつつ、メインアンプのゲインつまみ（2つ）を動かしながら、オシロスコープで見るシグナルの大きさが 5 V 程度になるように調節する。
10. MCA で測定し、ピークが見えているかを確認する。

4.1.2 測定

1. シグナルを確認して、線源が一番下の位置から測定を開始する。1 回の測定は 60 秒 で固定する。
2. MCA で測定した波高分布の積分値を記録する。それにはまず MCA カーソルで下限と上限のチャンネル値をセットし、ROI (Region of Interest) を指定する。ROI が指定できている場合は、そのチャンネル領域の色が変わる。ROI の指定には、通常ピークを十分に含む領域を選ぶが、この測定の場合、線源ホルダーの位置を上げて行くと、線源起源の小さなピークが生じるので、後々のために ROI 下限値はノイズを含まない程度に、ゼロの近傍でとると良い。
3. ROI が設定できたら、その積分値をとる。ここでは “ Gross ” 値を記録する。

4. その位置での測定が終わったら、線源ホルダーの位置を 2mm 上げ、測定する。この作業をデータが取れるところまで繰り返す。Fig. 6 は、この測定で得られるグラフの例である。
5. 測定の限界がきたら、線源のホルダーを最上部まで上げ、バックグラウンドを測定する。
6. 測定が終了したら、電圧をゼロにし、ガスを止めて、線源ホルダーから α 線源を外す。また検出器本体のメッシュとコリメータの間には、約 1 cm 程度のオフセットがある。コリメータなどをノギスで測定して、オフセットを求めて、実験結果を補正する。

4.1.3 結果



Offset は 10mm である。バックグラウンドは 1 であったが、この値は非常に小さいので、飛程には影響しないものと考えられる。

4.2 β 線の測定

4.2.1 実験準備

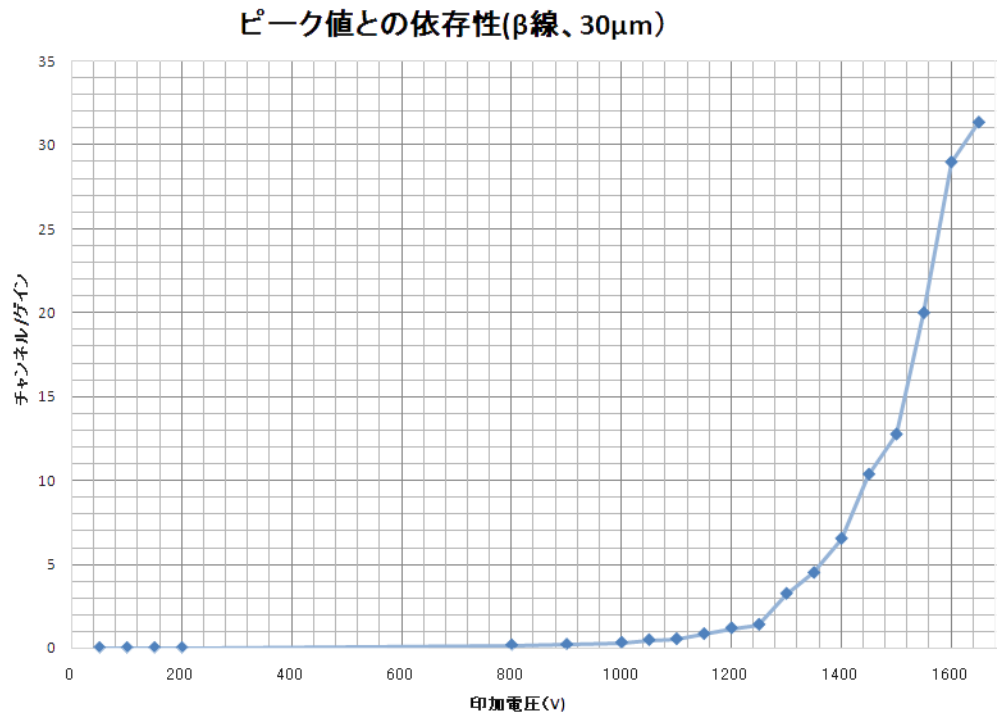
1. 飛程の測定が終了したら、高電圧をゼロにし、ガスを止めて、ガスのホースを外す。線源ホルダーを外し、コリメータから α 線源を外す。

2. 次に、 β 線源 (^{137}Cs) を、コリメータにセットする。このとき β 線源専用のコリメータがあるので、それを装着する。特に、 β 線源の表面をめったに触らないように注意する。
3. β 線源が入った線源ホルダーを本体にセットする。
4. 検出器本体の側面のふたを外し、 $30\mu\text{m}$ の芯線を外す。
5. 直径 $30\mu\text{m}$ の金属棒とコネクターがついたふたを装着し、検出器を密封する。
6. PR ガスのチューブを検出器本体につなぎ、 $60 \sim 100 \text{ cc/min.}$ でガスを流す。
7. 線源ホルダーのつまみを回し、線源の位置を一番下にする。
8. 前回の実験と同じケーブルを検出器本体につなぐ。
9. 電圧を 1000V 程度かけて、ゲインつまみを調節しながら、シグナルが見えるかどうかを確認する。

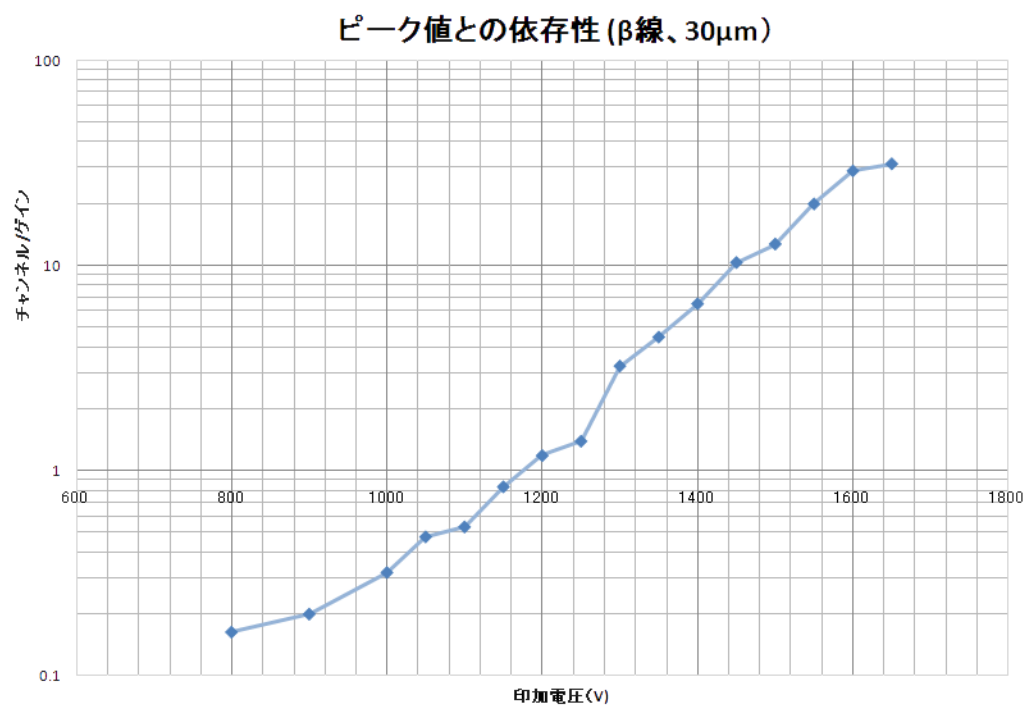
4.2.2 測定

1. 第 1 回の実験と同じように、印加電圧を上げながら、ピークチャンネル、ゲイン値 (Course、Fine) の値を記録して、集められる電子の印加電圧依存性を測定する。
2. 測定が終了したら、電圧をゼロにし、ガスを止め、線源ホルダーを外す。検出器からオシロスコープまでの配線を全て外し、かたづける。

4.2.3 結果



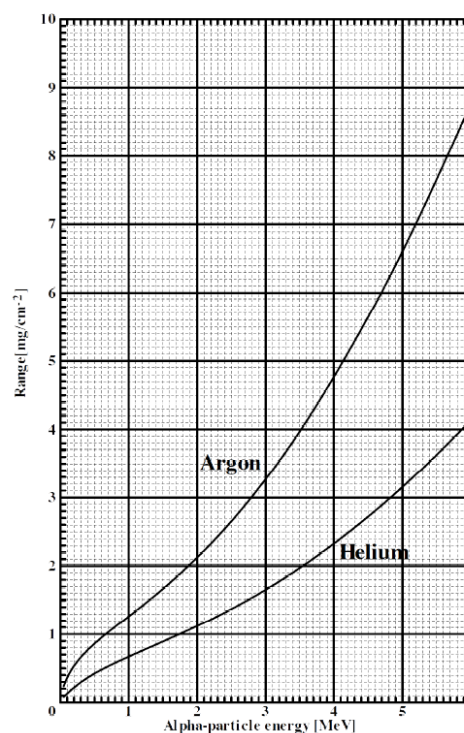
電圧がある程度になるまでは、gross が 0 であった。



そのため、片対数グラフでは、はじめて 0 でない値を持った 800V のところから表わした。

4.3 まとめと課題

1. グラフでは 22mm まではほぼ一定だったので、物質層の厚み 32mm まで一定とみなせる。物質層の厚みがグラフより薄いときの粒子計数の平均は約 4328 であった。そしてその半分のところの物質層の厚みが約 27.0mm であった。実際の物質層の厚みは、オフセットの厚みを足して約 37.0mm であった。これが平均飛程 R_m である。また、外挿した線と x 軸との交点は約 29.5mm だったので、実際の長さは約 39.5mm だった。これが外挿飛程 R_e である。



2. 上のグラフからの値に、アルゴンガスでは摂氏 20 度 1 気圧での密度 $1.16619\text{mg}/\text{cm}^3$ 、ヘリウムガスでは $0.1663\text{mg}/\text{cm}^3$ で割ってから α 粒子の飛程を得る。これによると、4.4MeV にてアルゴンが $5.4\text{mg}/\text{cm}^3$ なので、ここから算出した値は 4.67cm と、測定値よりも大きくなった。この原因について一つは、実際に α 線が物質中に入射する際に、 α 粒子が曲がってしまうことが原因だと考えられる。この他に α 線の電離によるエネルギーの損失も原因だと考えられる。
3. 今回の測定結果の飛程から求められるエネルギーは 3.75MeV、つまりエネルギーが約 0.65MeV だけの失われている。これより理想的な損失より多くのエネルギーの電離損失がなされていると考えられる。ここで α 粒子の電離阻止能のグラフより、飛程の理想値の電離阻止能の値と測定値の電離阻止能の値の差をとると、約 0.622[MeV] のエネルギーが通常電離するエネルギーよりも多く失われていることがわかる。

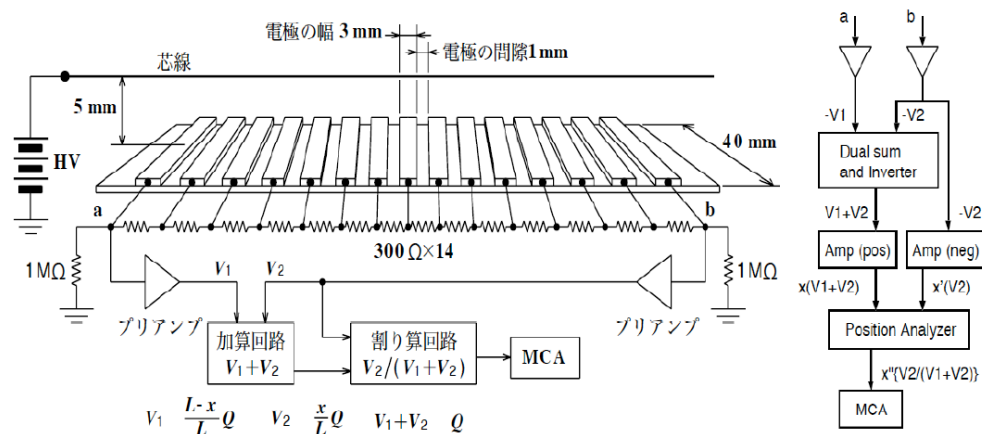
5 位置敏感型検出器

5.1 位置敏感型検出器

位置敏感型検出器の小型のガス容器中に希ガスを満たし、張ってある直径 $20\mu\text{m}$ の芯線に高電圧を掛ける。芯線から約 5mm のところに絶縁体を配置し、その上に幅 3mm 、長さ 40mm の短冊形の銅板を 1mm 間隔で 13 個置く。隣接する銅板は、 300Ω の抵抗で互いに接続されている。シグナルは両端 (a, b) から読み出し、それぞれプリアンプや加算回路、割り算回路を経て、MCA で波高を読み取る。

荷電粒子がこの検出器を通過した際、ガスは電離し、電子は芯線へと向かう。その電子は電子雪崩をおこしながら、陽極へと達する。この検出器では増幅された電子をシグナルとして読み出すのではなく、その反対側に置かれた銅板に誘起された電荷を読み出す。

銅板上の誘起電荷 Q は、 a (左側)、 b (右側) につながれた抵抗の数に対応する電位差 (V_1, V_2) をつくりだす。この左右の電圧を前置増幅し、演算回路を用いて “ $\frac{V_2}{V_1+V_2}$ ” の値をつくる。この “ $\frac{V_2}{V_1+V_2}$ ” の波高は線源の入射位置によって単調に変化するので、逆に波高を調べれば検出器のどこに放射線が入射したのかがわかる。



5.2 実験準備

1. 使用線源は、 ^{241}Am アメリシウム (α 線。4.4MeV、0.74MBq) である。
2. 主な実験装置は次のようである。
 - 位置検出器
 - 金属棒電極
 - PR ガス (アルゴン 90%, メタン 10%)
 - メインアンプ (主増幅器、2 つ)
 - プリアンプ (前置増幅器、2 つ)

- Dual sum and Inverter モジュール (DSI と略)
 - Position Analyzer モジュール
 - 波高分析器 (Multi Channel Analyzer, MCA)
 - オシロスコープ
 - パソコン
 - 各種ケーブル
3. 箱形の位置検出器、 ^{241}Am α 線源、位置検出器校正用の線源ホルダーを用意する。
 4. 線源ホルダーを開け、 ^{241}Am α 線源をいれる。このとき線源の向きに注意すること。線源ホルダーのスリット幅は 1mm 弱であることを確認する。
 5. 図 3 の右の配線を BNC ケーブルを使って行う。出力はいずれも “ UNI OUT ” を使う。メインアンプには極性がある事に注意する。DSI の出力 “ V1+V2 ” の極性は正 (POS), -V2 の極性は負 (NEG) であるので、それぞれメインアンプの極性スイッチを設定する。
 6. Amp (POS) の出力は Position Analyzer の “ Energy Input ” へ、Amp (NEG) の出力は “ Position Input ” へ接続する。
 7. Position Analyzer の設定として、Energy Discri. を “ 1.0 ” とする。
 8. メインアンプの設定として、Course Gain、Fine Gain を 2 つとも “ 2 ” にしておく。
 9. 位置検出器の左右にあるシグナル用コネクターとプリアンプを接続し、高電圧用コネクターと高電圧モジュールを接続する。
 10. 検出器に PR ガスを 60-100 cc/min. の流量で流す。
 11. 高電圧電源のスイッチを入れ、電圧をゆっくり上げて、1200V に設定する。
 12. 線源の入った線源ホルダーを検出器の窓 (アルミナイズドマイラーの部分) に近づけ、シグナルを確認する。もしノイズがある場合は、Position Analyzer の Energy Discri. のつまみを回転させてみる。
 13. 線源の位置を左右に動かし、その動きにともなって、オシロスコープの波高が上下する事を確認する。
 14. MCA でデータを取り、図 4 の様なピークが見えるかを確認する。

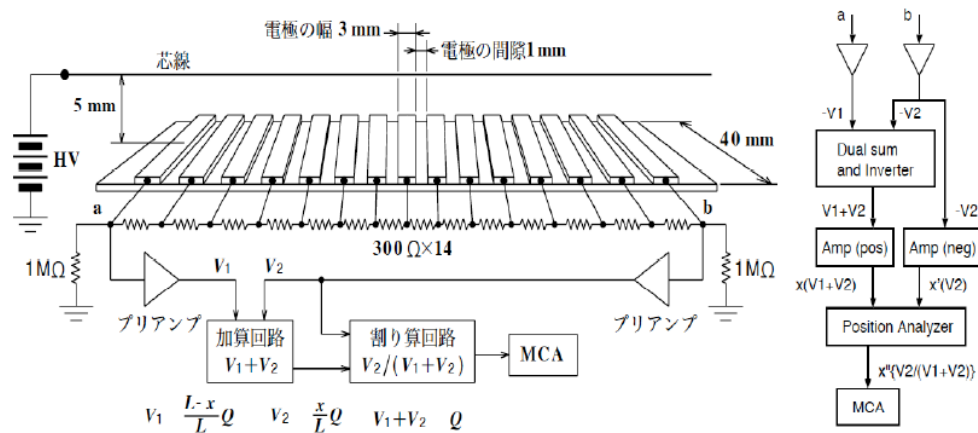
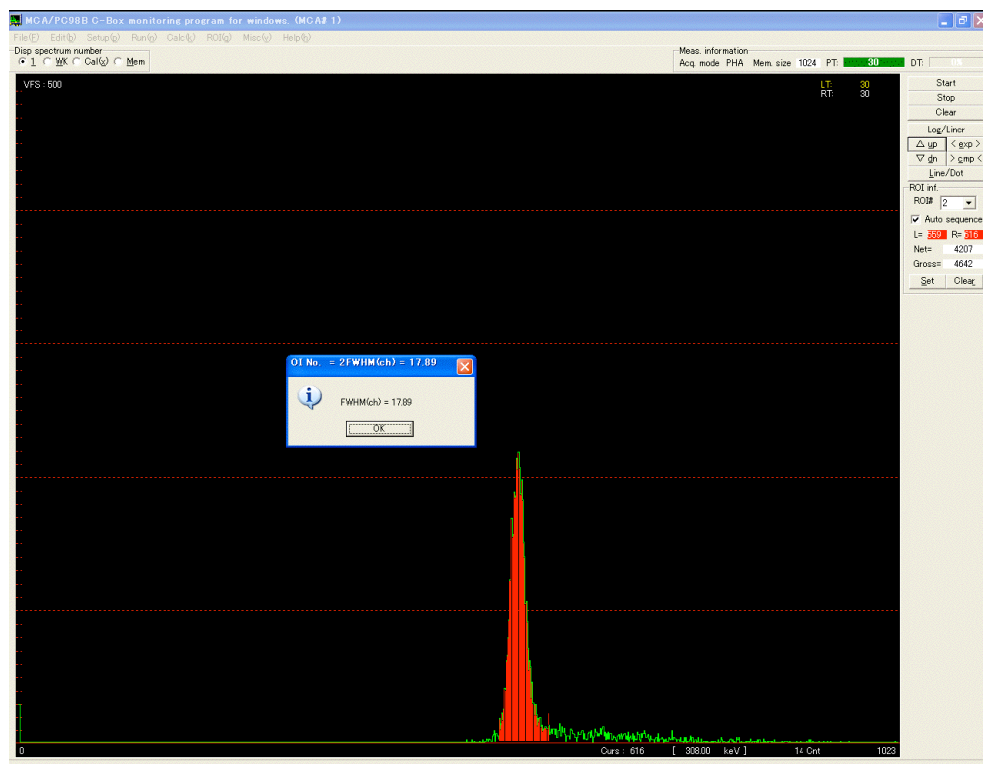


図 3 :: 位置敏感型検出器の原理と配線

図 4 :: 波高分析機でみた、位置敏感型検出器による α 線の波高分布

5.3 測定

1. 検出器の印加電圧を 1200V から 1400V の間に設定する。適切な設定電圧は検出器によって異なるが、最大 1500V までは測定可能である。
2. α 線源を検出器の窓に置き、左右どちらかに線源の位置をずらして行く。オシロスコープで波高が確認できるぎりぎりの位置をみつけ、そこから測定を開始する。

3. 測定量は次のようである。

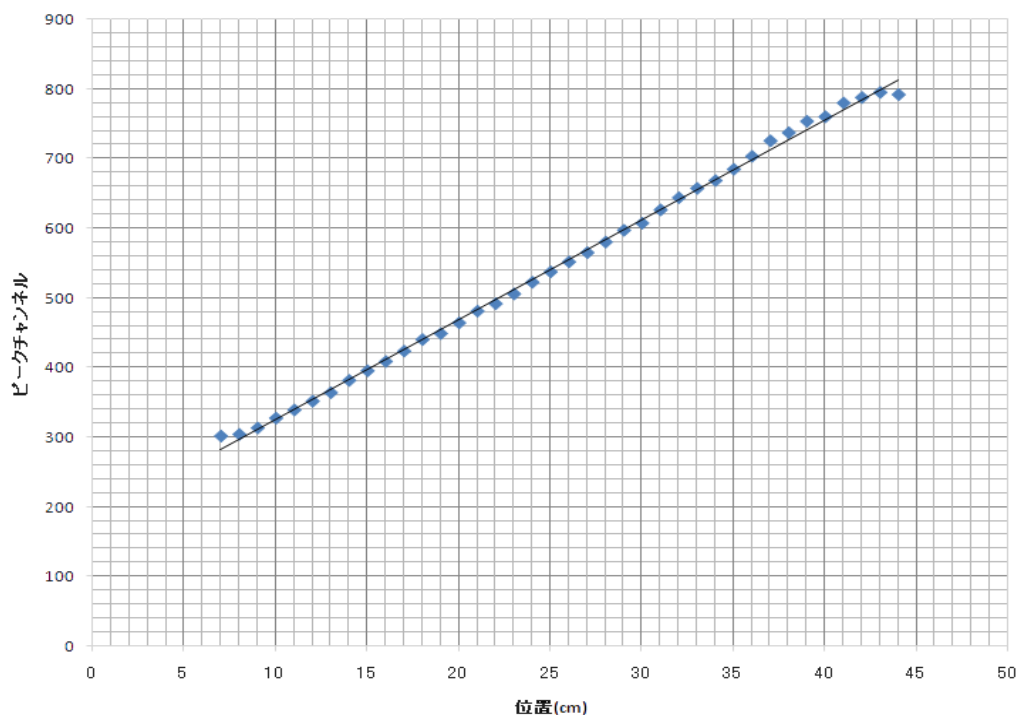
- 線源の位置 (mm、検出器上の目盛と線源ホルダーの目印を参照する)
- MCA で計られるピークチャンネル (ch)、
- ピークの幅 FWHM (ch)

FWHM とは半値全幅のことで、MCA で ROI を設定し、メニューから“ Calc ” “ FWHM ”を選択すると、自動的に値を返してくれる (図 4)。

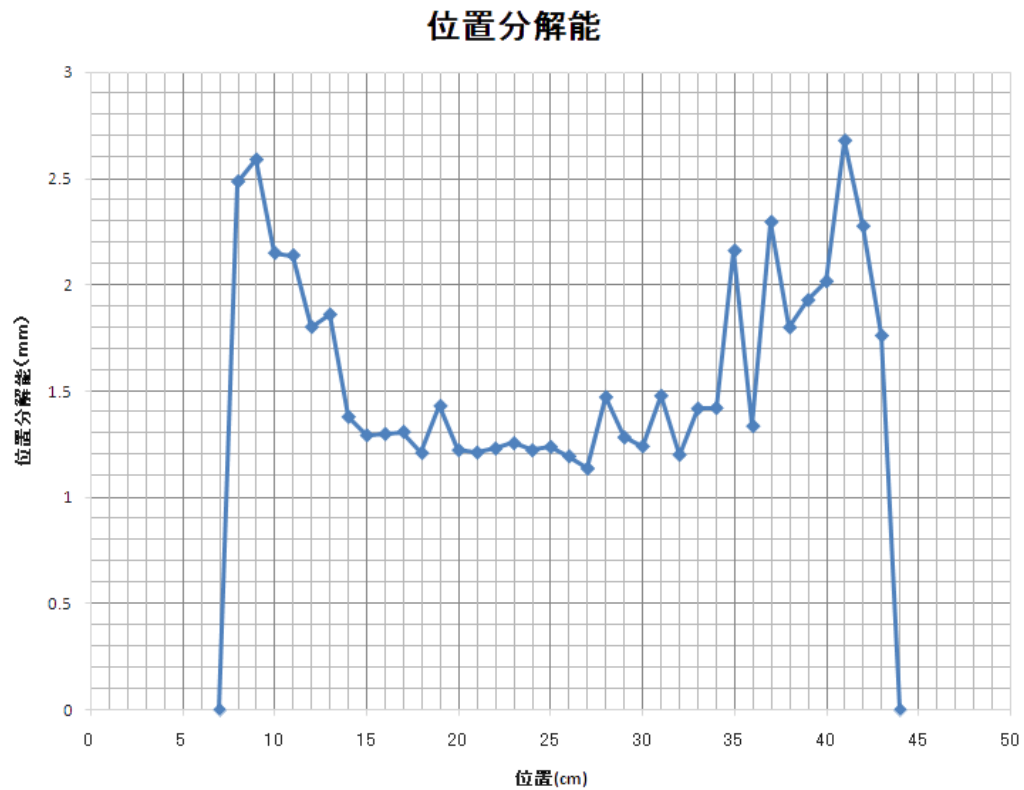
4. 1 mm ステップで線源の位置を端から動かし、同じ測定を繰り返す。1 回の測定は 30 秒程度にする。
5. 電圧を下げ、ガスを止め、線源を返却する。

5.4 結果

測定結果は次のようである。



原点をどこにとるかによるが、線源の位置とともにピークチャンネルの位置も単調に移動することが分かる。この近似曲線 (1 時間数) の傾きは 14.33 ch/mm である。これを測定したピーク幅 FWHM (ch) を mm の単位に変換できる。この FWHM (mm) がこの検出器の位置分解能である。それをグラフ化すると次のようである。



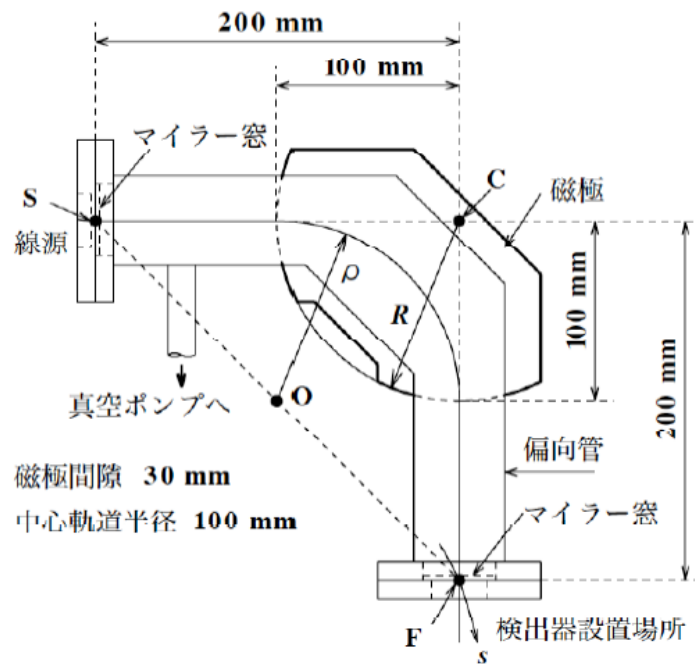
5.5 まとめと課題

- 線源の位置とピークチャンネルは線形的に対応している。そして位置分解能は、左右端っこに行けばいくほど悪くなり、真中に行けば行くほど効率良くなっている。
- 寺部実験組によると、HV が 1300V の時、分解能は 1.489 であり、1500V の時は 0.783 であった。よって、HV を上げれば電子雪崩の芯線への収束度合いが上がるので、分解能があがる。なので、HV を十分大きくすればできると思われる。その他、封入ガスの種類や気圧を変えれば電離度合いが変化するので分解能に影響があると、また芯線、銅極の間隔も関係していると考えられる。

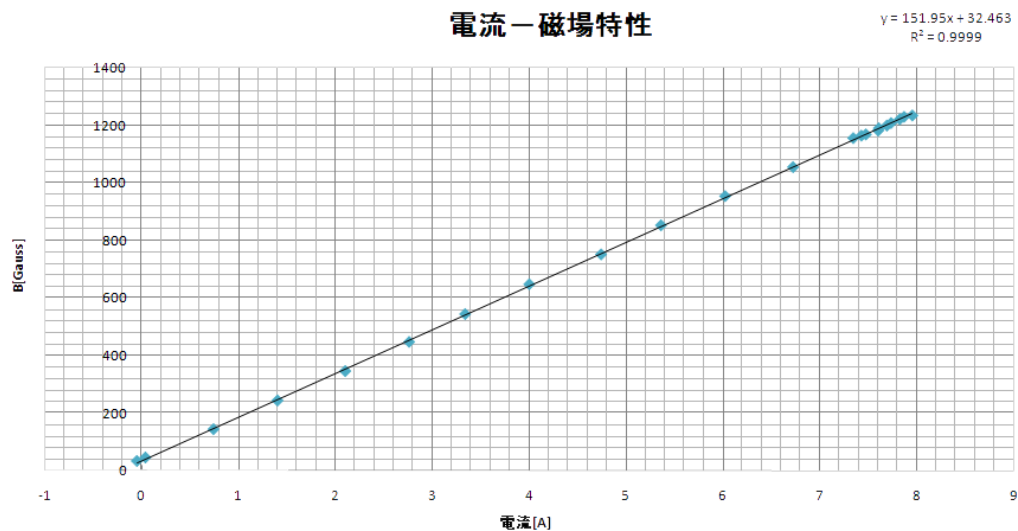
6 β 線の運動量分布

6.1 磁気分析機 (磁気スペクトロメータ) の仕組み

磁気分析器の形は次のような形をしている。



そして、電流と磁気の強さの相関関係は次のようである。



中央の本体の扇型のものが電磁石本体で、(第一) 直線コース - 四分円コース - (第二) 直線コースとつながる「く」の形をしている部分が偏向管である。偏向管の中は β 線と空気との衝突を抑えるために、真空ポンプを使って 20mTorr 程度の真空度に保つ。このマグネットの曲率半径は ρ である。今、磁束密度を B 、運動エネルギーを $E(\text{keV})$ 、運動量を p 、電子の電荷を e_0 として、これらの間の関係を探ろう。まずはよく知られている、古典電磁気学での磁場中の荷電粒子の受ける力に関する方程式からはじめよう。

$$\vec{F} = e_0 (\vec{v} \times \vec{B}) \quad (2)$$

ここで、四分円ゾーンでだけ磁場がかかるので、その磁場の影響で荷電粒子は力を受けるが、これによって粒子の軌跡は円の曲率を持つ。なので磁場スペースで荷電粒子が受ける力は求心力とみなすことができる。ゆえに、

$$\begin{aligned} e_0 v B &= m \frac{v^2}{\rho} \\ e_0 B &= \frac{mv}{\rho} \\ \therefore B\rho &= \frac{p}{e_0} \end{aligned} \quad (3)$$

次に、特殊相対論を考慮して、この荷電粒子の全エネルギーを考えてみると、

$$E_{all}^2 = p^2 c^2 + m_e^2 c^4 \quad (4)$$

である。ここで、全エネルギーというのは、電子の質量によるエネルギーに、ある程度の運動エネルギーを与えたとき、その二つの量の和だともみなせるので、与えた運動エネルギーを E とすると、

$$E_{all} = E + m_e c^2 \quad (5)$$

(3) と (4) を融合し、さらに p に (2) を代入すると、

$$\begin{aligned} (E + m_e c^2)^2 &= p^2 c^2 + m_e^2 c^4 \\ (E + m_e c^2)^2 &= (e_0 B \rho)^2 c^2 + m_e^2 c^4 \\ E^2 + 2E m_e c^2 &= (e_0 B \rho)^2 c^2 \\ (B\rho)^2 &= \left(\frac{m_e c}{e_0} \right)^2 \left\{ \left(\frac{E}{m_e c^2} \right)^2 + \frac{2E}{m_e c^2} \right\} \\ B\rho &= \frac{m_e c^2}{e_0 c} \sqrt{\left(\frac{E}{m_e c^2} \right)^2 + \frac{2E}{m_e c^2}} \end{aligned} \quad (6)$$

ここで、必要ないくつかの量の数値を確認すると、

$$\begin{aligned} e_0 &= 1.602\,176\,462 \times 10^{-19} \text{ [C]} \\ c &= 299\,792\,458 \text{ [m/s]} \\ m_e c^2 &= 0.511 \text{ [keV]} \end{aligned}$$

である。これを代入して片付けると、

$$\begin{aligned} B\rho &= \frac{511 \times 1.602176462 \times 10^{-19} \times 10^3}{1.602176462 \times 10^{-19} \times 299792458} \sqrt{\left(\frac{E}{511} \right)^2 + \frac{2E}{511}} \\ \therefore B\rho &= 1.7045 \times 10^{-3} \sqrt{\left(\frac{E}{511} \right)^2 + \frac{2E}{511}} \text{ [T} \cdot \text{m]} \end{aligned} \quad (7)$$

となる。

6.2 実験準備

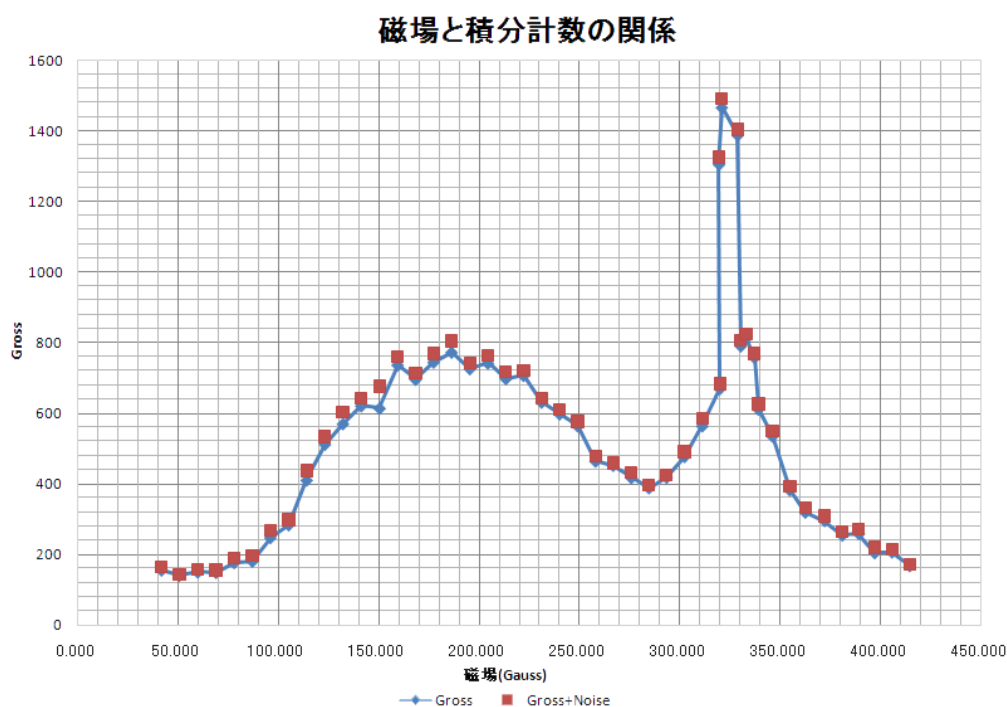
1. フランジをはずし、磁場の中心付近までホールプローブを差し込み、磁場を測る。電流と磁場の較正曲線を作成する。磁場の向きが電子を正しく曲げる方向になっているか確認する。
2. フランジを取り付け、リークバルブを閉じる。真空ポンプのスイッチを入れる。真空度を計るピラニーゲージが着いている場合は、真空度も測定する。約 50 ~ 20mTorr 程度になっていれば良い。(真空ポンプを止めるときには必ずリークバルブを開放して、チェンバー内部を 1 気圧にしておくこと)
3. 位置検出器を側のフランジの窓に、薄い銅板 2 枚を、隙間を開けてテープで固定する。隙間の間隔は 3mm 程度になるようにする。
4. 検出器を偏向管の台上に固定する。検出器の向きは、アルミナイズドマイラー膜の部分が偏向管に向くようにし、検出器とフランジを密着させるようにテープで固定する。高さが合わない場合は、金属板を入れて調節する。
5. ベータ線源を検出器とは反対側の偏向管のくぼみに線源をセットする。
6. 検出器に PR ガスのチューブをつなぎ、60 ~ 100 cc/min. の流量でガスを流す。
7. 検出器に 1600V の印加電圧を掛ける。
8. 電磁石に掛ける電圧値を 1.8V にセットする。
9. メインアンプのゲインのつまみは、Course、Fine とともに “ 2 ” にする。
10. MCA で測定時間を 90 sec に設定する。
11. MCA で測定する。
12. 次に、電磁石の電圧を 0V にしたとき、MCA でほとんどカウントがないことを確認する。

6.3 測定

1. 1 回の測定時間は 90 sec 程度に設定する。
2. 電圧値が小さい方から測定を開始する。測定する量は、各電圧（電流）値における MCA での分布の積分量である。ROI を大きめに設定し、その領域内の “ Gross ” を記録する。
3. 電圧のステップ幅は 0.1V 程度で良い。最初に電圧値のステップ幅を大きくとって、大体の傾向をつかんでも良い。

4. 電磁石に掛ける電圧が上がらない場合は、Over load Current の設定値を上げる。
5. 内部転換電子のピークを観測する。その付近は特に詳細にデータをとること。例えば、0.02 V step など。
6. 測定が終了後、検出器の高電圧をゼロにし、ガスを止める。検出器と線源を教員に渡す。真空ポンプを止め、必ずリークバルブを開放して、チェンバー内部を 1 気圧にしておく。

6.4 結果



実験で得られた電流と Gross の関係と電流-磁場特性から上のようなグラフがえられる。議論を易しくするために、同じデータでより見やすいグラフを以下に示す。そこで、右側の青と緑の線で示したピークはそれぞれ、K 殻、L 殻からの内部転換電子であると考えられる。また、 ^{137}Cs 原子核から直接放出された電子の最大エネルギーを見ようとしたが、分解能がわるくはっきり分からないため、とりあえず Gross の値が極小をとった点にオレンジ色の線を引いた。

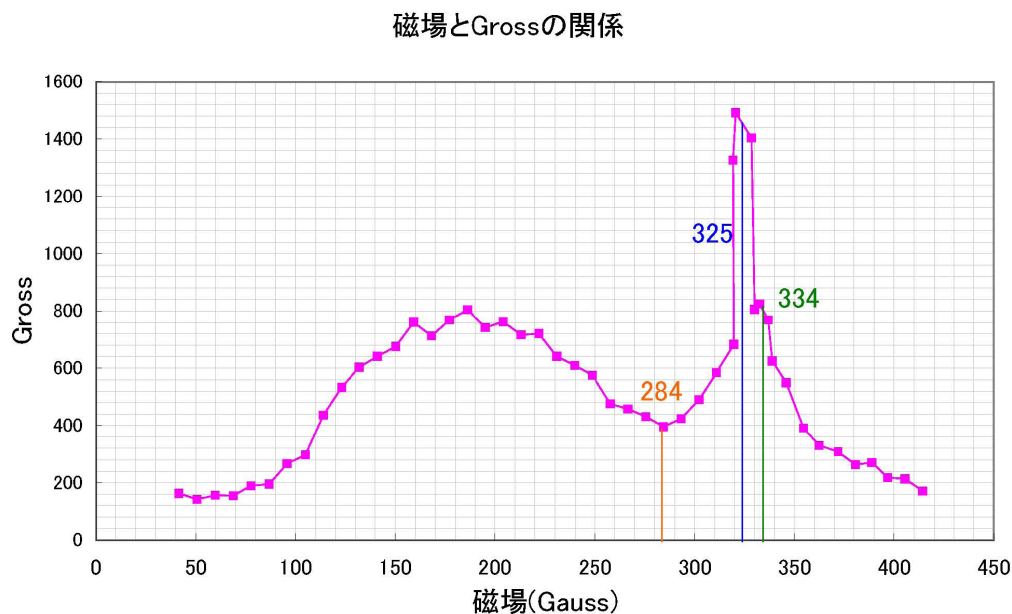


図 5

6.5 まとめと課題

1. ベータ線とは、原子核（中性子）がベータ崩壊をした際に放出される放射線である。ただし、熱電子、光電効果による電子など、中性子のベータ崩壊以外の原因で放出された電子線は、ベータ線とは言わない。透過力は弱いので、数 mm のアルミニウム板や 1cm 程度のプラスチック板で遮蔽できる。
2. ベータ崩壊によって、中性子は陽子、電子、反ニュートリノに 3 体崩壊をする。ニュートリノは、エネルギー保存則を保つために理論的に予見されたが、実際にその実体が確認されている。ここで、 ^{137}Cs 原子核がベータ崩壊によって ^{137}Ba になる事象を考えよう。これらはエネルギー保存則と運動量保存則に従うので、書き下ろすと、

$$\vec{p}_{Ba} + \vec{p}_e + \vec{p}_{\bar{\nu}} = 0$$

$$E_{Ba} + E_e + E_{\bar{\nu}} = M_{Cs}c^2$$

であるが、これ以上の方程式はない。つまり、エネルギーはもちろん、運動量も一意的に決まらない。ゆえに、ベータ線のエネルギー状態は連続的に分布するようになる。

3. 内部転換電子は、励起状態にある原子核が γ 線を放出する代わりに、軌道電子との直接電磁相互作用によりエネルギーを与えることで原子の外に蹴飛ばした電子のことをいう。仮にエネルギーを受け取る軌道電子が K 軌道にいた場合、その運動エネ

ルギーを E_K 、原子核の励起状態と基底状態のエネルギー差を δE 、軌道電子の束縛エネルギーを I_K とすると

$$E_K = \delta E - I_K$$

となる。内部転換の起こる確率は外側の軌道ほど小さく、K 殻、L 殻、M 殻からの放出比が

$$K : L : M = 566 : 100 : 26$$

となることが知られている。

4. 6.1 節で求めたエネルギーと磁場密度の関係で Gauss を keV に変換した。

ピーク青の電子のエネルギー: $E_{Blue} = 589.202[\text{keV}]$

ピーク緑の電子のエネルギー: $E_{Green} = 613.167[\text{keV}]$

Gross が極小となった電子のエネルギー: $E_{Orange} = 481.991[\text{keV}]$

実際は、 ^{137}Cs 原子核と ^{137}Ba 原子核の励起状態とのエネルギー差が 516.939keV 、 ^{137}Ba 原子核の励起状態とその基底状態とのエネルギー差が 661.660keV 、Ba 原子の K 殻、L 殻の束縛エネルギーがそれぞれ 37.4406keV 、 5.9888keV であるので、

K 殻からの内部転換電子のエネルギー: $661.660 - 37.4406 = 624.2194[\text{keV}]$

L 殻からの内部転換電子のエネルギー: $661.660 - 5.9888 = 655.6712[\text{keV}]$

連続分布をとる電子の最大エネルギー: $516.939[\text{keV}]$

程度でなければならないが、実験結果はどれも $30\sim 40\text{keV}$ ほど小さな値となってしまった。また、電子の軌道による内部転換の起こる確率のちがいについても、ピーク付近のデータが少なく確かめることができなかった。

7 γ 線スペクトルの観測

7.1 実験準備

1. 検出器 (NaI(Tl)+光電子増倍管)、高電圧電源、増幅器 (プリアンプ、メインアンプ) MCA を識別・確認し、電源やシグナルケーブルの接続を確かめる。確認が終わったら、高電圧電源の出力電圧調整ダイヤルがゼロ (最小) になっていることを確認して、増幅器系と MCA の電源を “ ON ” にする。
2. ^{60}Co 線源を検出器の前に置く。線源と検出器前面までの距離は約 10cm にする。検出器プリアンプの出力をオシロスコープで確認しながら光電子増倍管の高電圧 (HV) を静かに増加する。最大電圧は 700V までとする。ここでは $\text{HV} = 600\text{V}$ 付近でプリアンプの出力パルスが確認されるはずである。シグナルの波高電圧はおおよそ 1V 程度である。

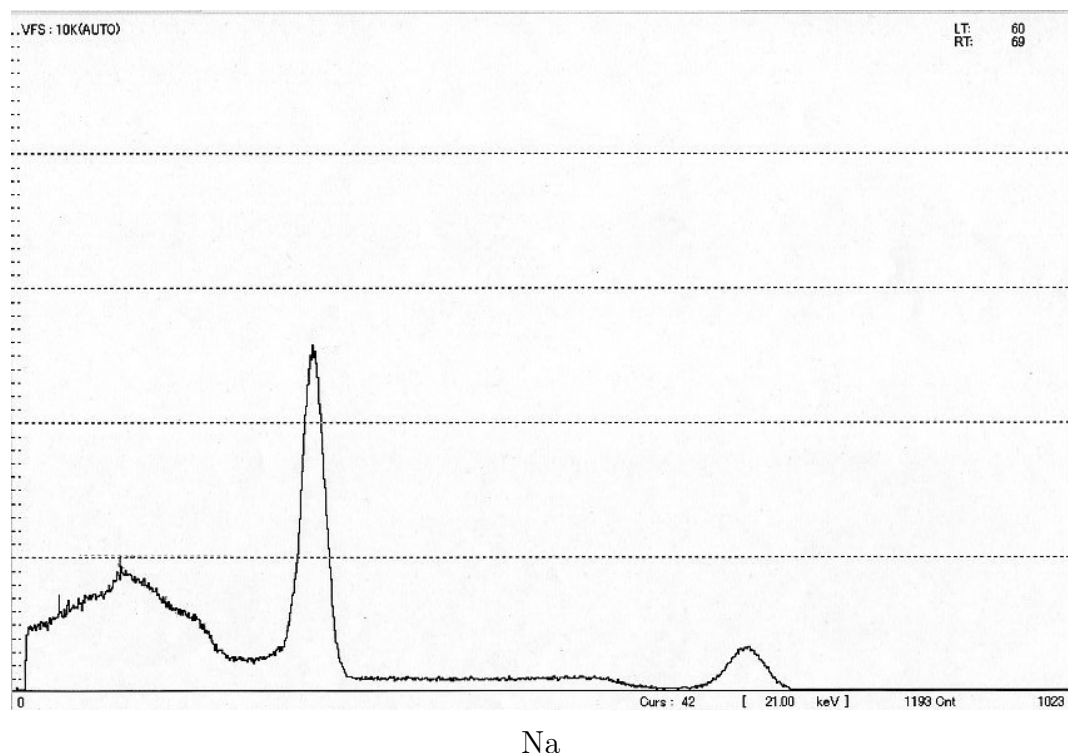
3. ^{60}Co の γ 線によるシグナルを思われるパルスが観測されたら、一度線源を十分遠ざけて、今まで見ていたパルスがオシロスコープから消えることを確認する。
4. 再び ^{60}Co 線源を検出器の前に置き、プリアンプ出力の波形をスケッチしておく。パルスの最大値、立ち上がり時間、減衰時間などが後で分かるように、電圧と時間の目盛りを入れて記録する。
5. プリアンプの出力信号をメインアンプの入力端子 (INPUT) に接続する。その際、プリアンプの出力信号が正パルスならばメインアンプの入力極性切り替えスイッチを “ POS ” (Positive, 正) へ、負パルスならば “ NEG ” (Negative, 負) へ切り替える。
6. メインアンプの “ UNI OUT ” (Uni-polar output) の出力信号をオシロスコープで観測し、プリアンプ出力と同様にスケッチする。オシロスコープの垂直感度は $2 \sim 5 \text{ V/div}$ 、時間軸は $1 \sim 5 \mu\text{sec}$ 程度に設定する。また信号の極性は “ 正 ” である。メインアンプの増幅度 (ゲイン、Gain) のつまみを動かして、出力パルスの電圧振幅が増減することを確認する。
7. メインアンプの出力パルス・電圧振幅は、メインアンプの Gain または HV の電圧のうち、どちらを調整しても可能であることを確認する。Gain の COARSE (粗調整) と FINE (微調整) の機能を確認する。
8. ひとまず検出器の HV を 600V に設定して、メインアンプのゲインを調整し、パルス波高が $7 \sim 8 \text{ V}$ になるようにし、波高分析器 (MCA) に入力する。
9. MCA, PC の電源を入れ、波高分布を PC で測定する。

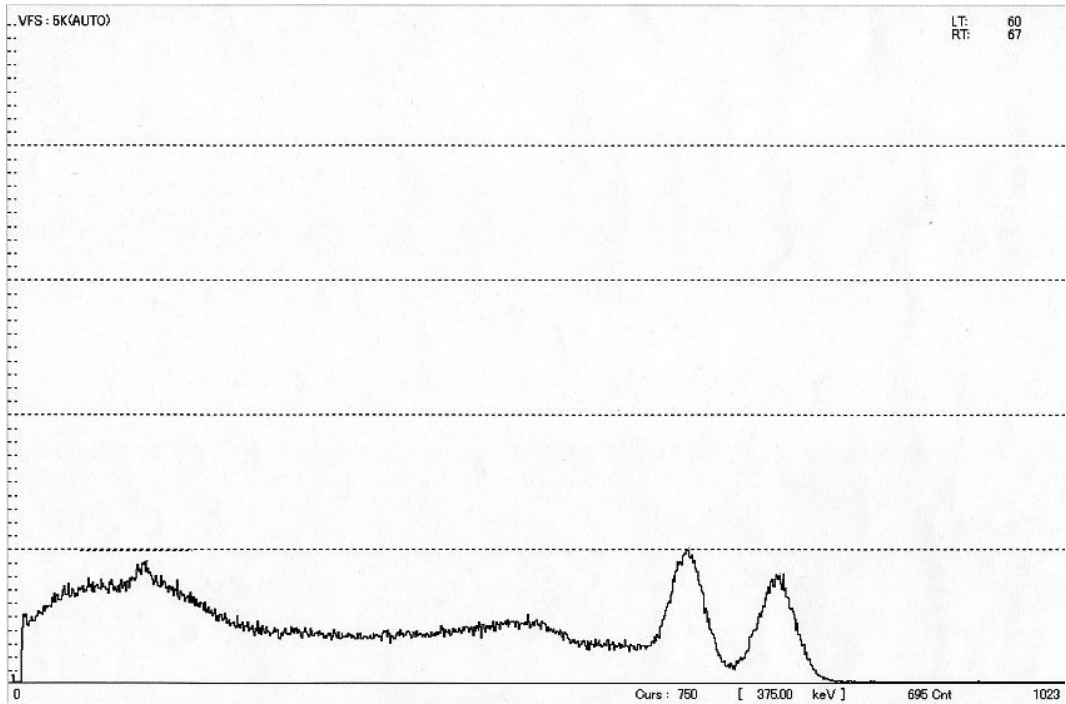
7.2 測定

1. HV と Gain を適当に調節し、 ^{60}Co に対して 波高分布を測定し、グラフをプリントしてそれぞれのピーク値を記入する。後の自然放射線測定の都合上、Pco-1(コバルトの一番右側のピーク) が約 750 channel になるように HV, メインアンプのゲインを調整する。
2. HV の値、メインアンプのゲイン等の設定は一切変えず、線源のみを ^{137}Cs 、及び ^{22}Na に順次交換して、波高分布を測定し、同様にプリントし、以下の 3. で必要な情報を記録する。
3. 上で得られた 3 つの波高分布から読み取った全エネルギーピーク (Pco-1、Pco-2、Pcs、Pna-1、Pna-2) と、表 6-1 で与えられた γ 線のエネルギーの関係をグラフにし、「チャンネル数 vs. γ 線のエネルギー」の関係を調べる。実験中は目測で直線を引く。ひとたびこの様な関係が得られた後、HV の値、メインアンプのゲイン値の設定は一切変えないことにする。

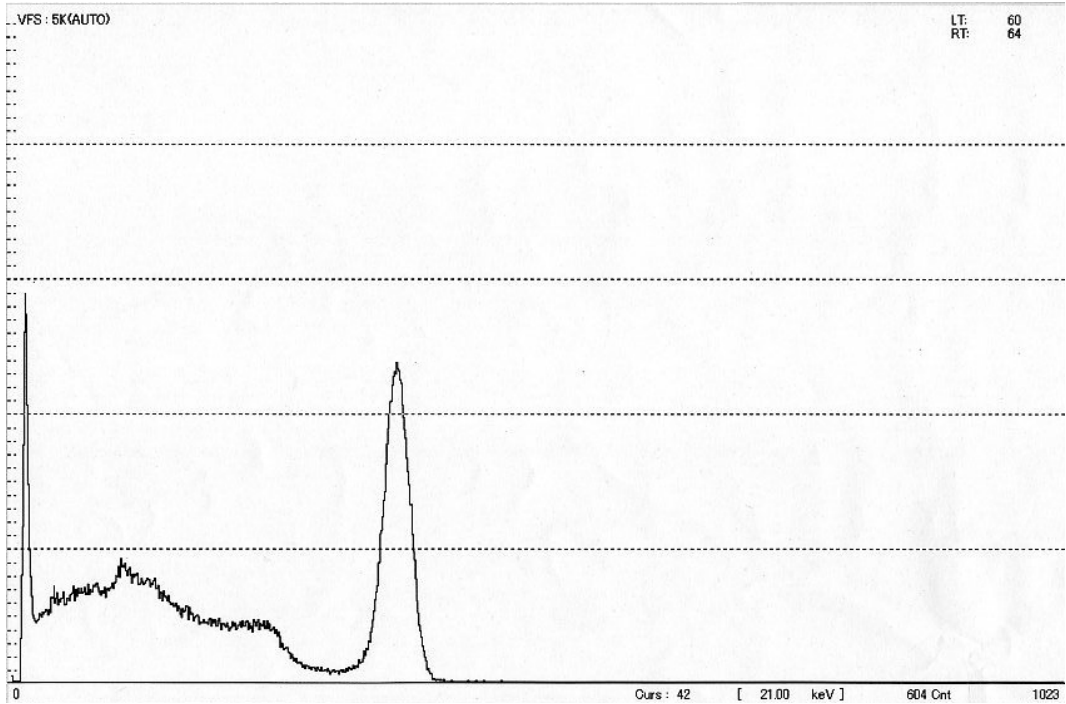
4. 次に ^{137}Cs 線源を先ほどと同じ距離 (約 10cm) に置き、その線源の後ろ側に鉛ブロックを置いて、同様の測定をする。先の鉛ブロックなしの ^{137}Cs のグラフと比較して、違いを調べよ。
5. 同様に、鉛ブロックの代わりにアルミの板を置いた場合について比較する。
6. 線源を ^{137}Cs とし、線源と検出器間の距離を 6cm から始めて 2 ~ 3cm ずつ増やしながら、距離の関数として波高分布を測定する。このとき波高分布はすべての距離に対して同じ時間だけ測定する (MCA で測定時間設定をする)。また、MCA に表示される LT (Live Time), RT (Real Time) も記録する。
7. 実験中には距離を横軸に、全エネルギーピークの計数の積分値を縦軸にとってグラフを作る。全エネルギーピークの積分計数は MCA に ROI (Region of Interest) を設定し、それに対して表示されるグロスカウント数 (Gross, GRS) をとる。
8. 線源を全て取り除き、自然放射線によるバックグラウンドを測定する。40K からの 1.46 MeV γ 線の全エネルギーピークを確認する。
9. ^{137}Cs 線源を検出器からの距離 10cm に置き、HV とメインアンプのゲインを調節して、Pcs(Cs の一番右側のピーク) が約 900ch になるようにして波高分布を測定する。
10. HV を 50V ずつ減少させながら、その度毎に Pcs のチャンネル数を記録し、HV と Pcs チャンネル数との関係を両対数グラフに示す。

7.3 結果

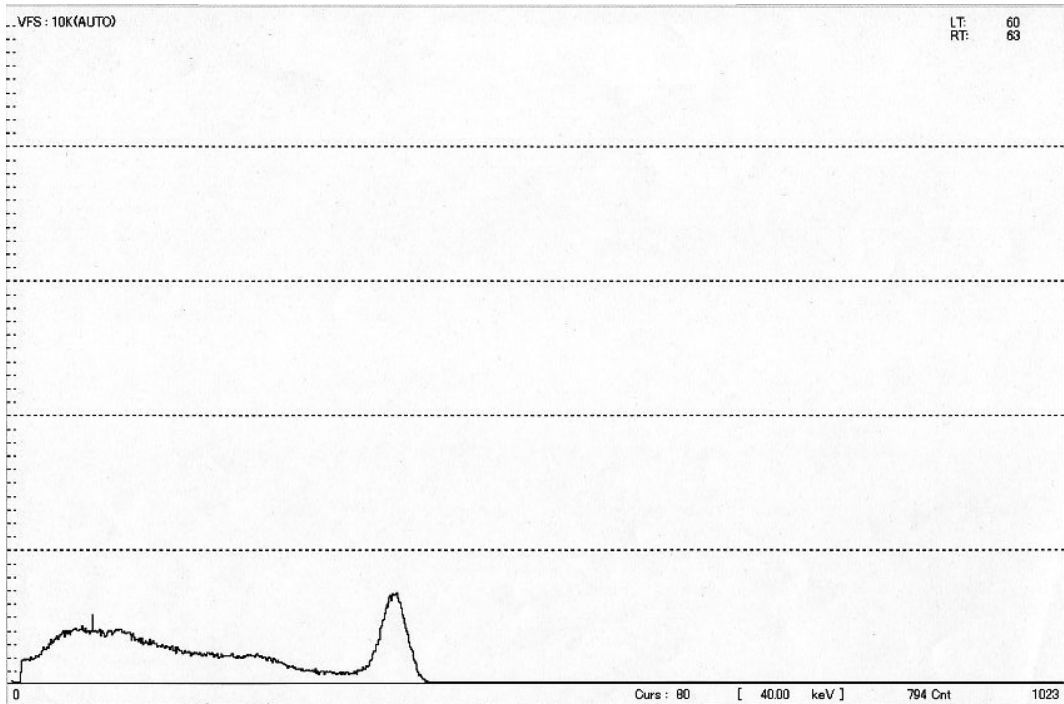




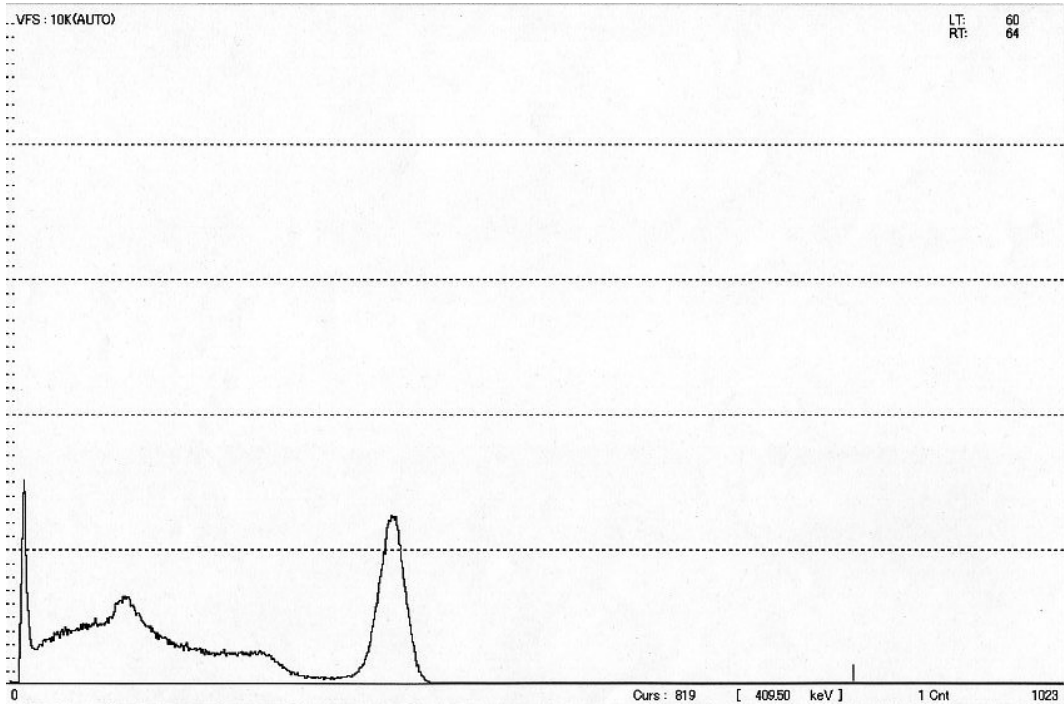
Co



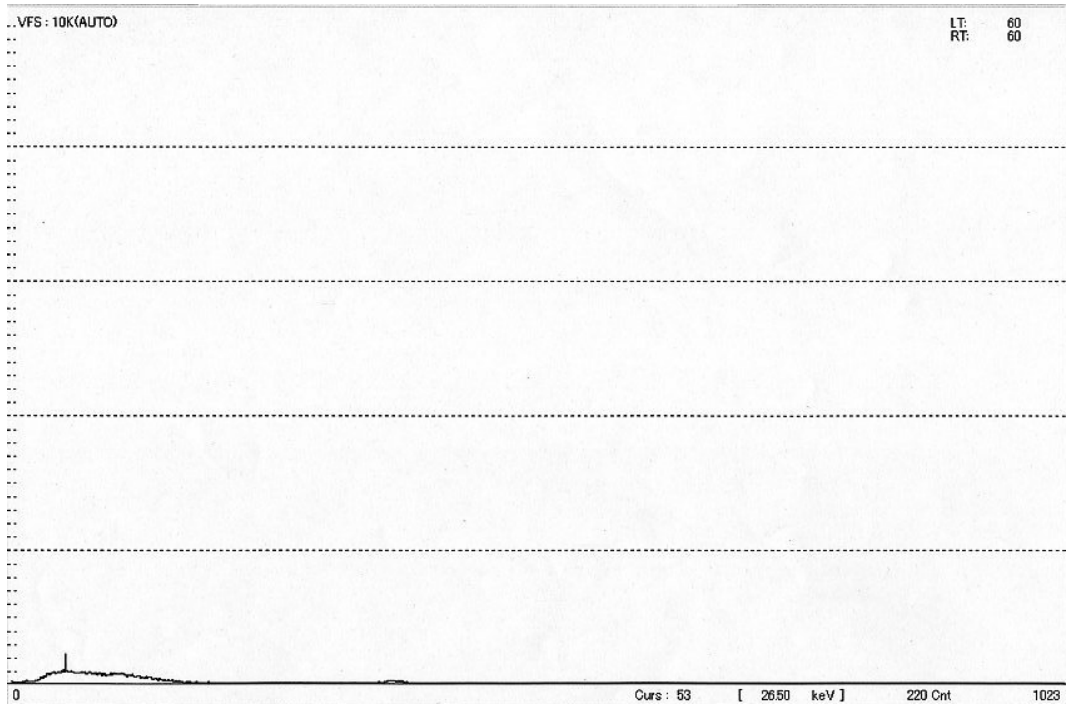
Cs



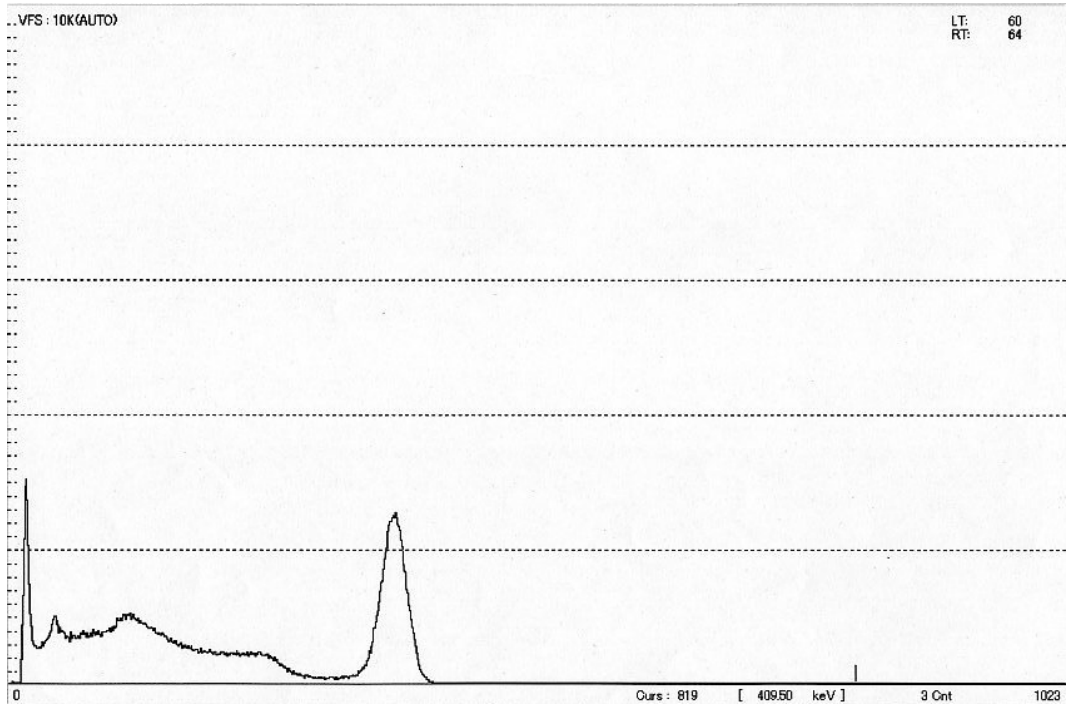
Cs::Al(30.45mm) 前面遮蔽



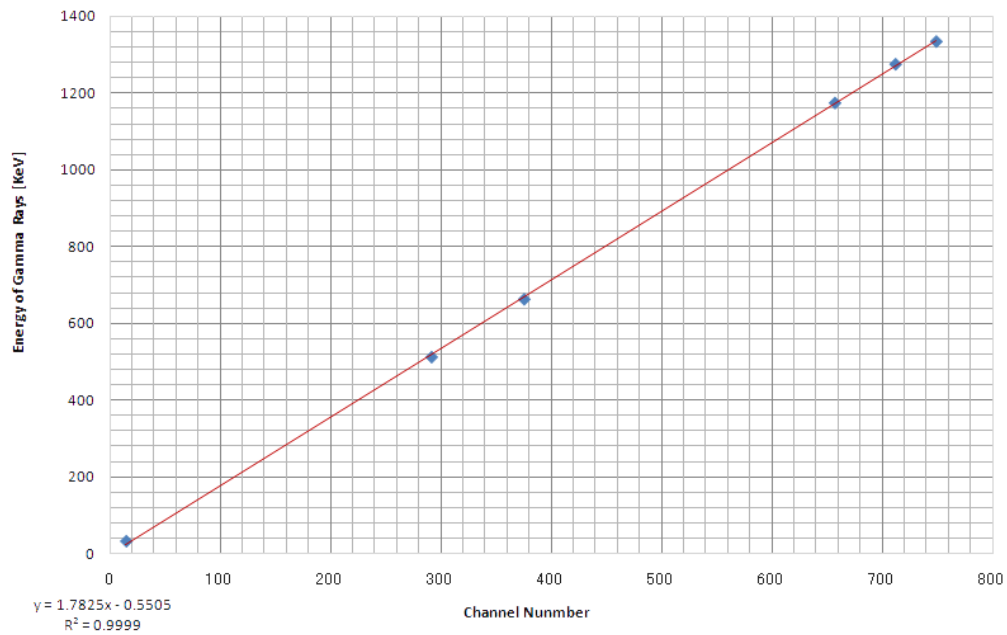
Cs::Al(30.45mm) 後方遮蔽



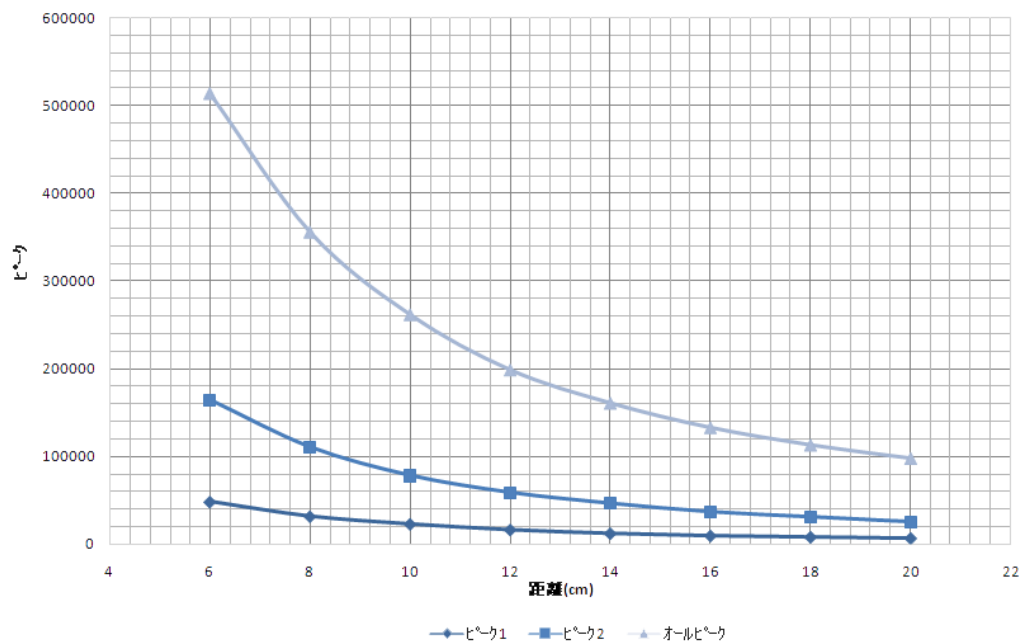
Cs::Pb(33.3mm) 前面遮蔽



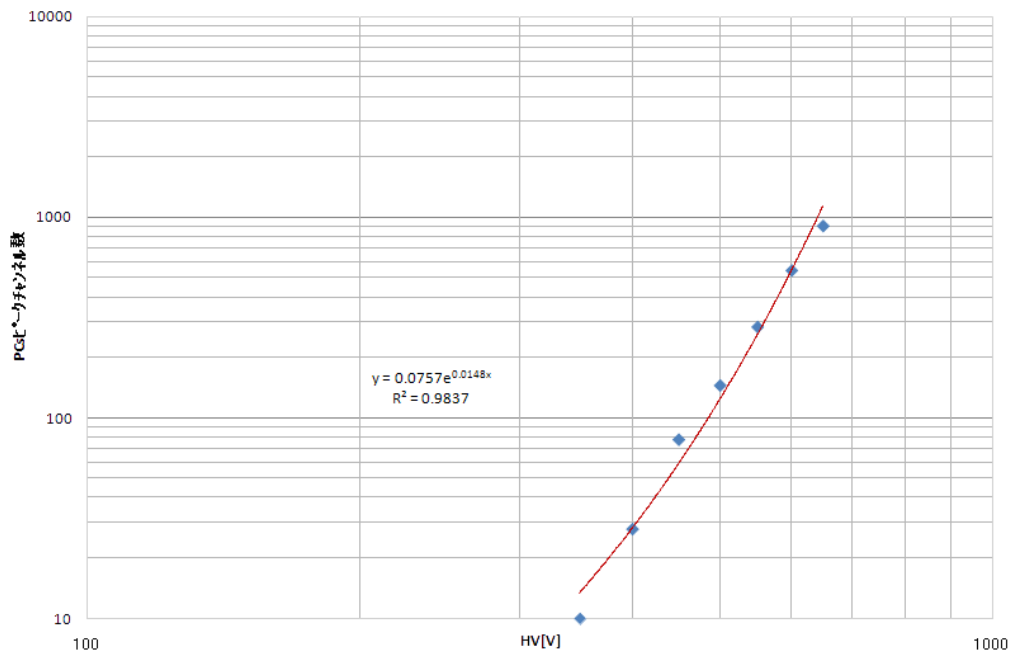
Cs::Pb(33.3mm) 後方遮蔽



Channel number versus Energy のグラフに最少自乗法に基づいて近似曲線をひくと上のようである。 R^2 も 1 に十分近いので、この近似曲線は信頼できる。この関係で、チャンネル数をエネルギー (keV) に変換できる。



これは ^{137}Cs の距離による波高分布である。最初 6cm から線源を放していくと、全面積は急激に減るのがわかる。2つのピークもそれぞれ滑らかさを減らしている。



これはピークチャンネルの HV 依存性を示している。使用した線源はやはり ^{137}Cs である。線形的関係が成り立っている。

7.4 まとめと課題

1. ガンマー線と物質の相互作用

- 光電効果 (photoelectric effect) :: 金属中の電子がエネルギーを持つ光子 (ガンマー線) を吸収して、金属から飛び出ること。
- コンプトン散乱 (Compton effect) :: 物質中の電子がガンマー線と非弾性衝突すること。このとき、ガンマー線はエネルギーを電子に与えるので、波長が長くなる。
- 対生成 (pair creation) :: ガンマー線が原子核の近傍で消滅して電子と陽電子に転換すること。このとき、電子 1 個の質量が 511keV であるのを踏まえて、ガンマー線のエネルギーが少なくとも 1.022MeV でなければならない。

2. 求められた近似式は、”(Energy) = - 0.5505 + 1.7825 (Channel)”である。Excel を用いた。

3. それぞれのチャンネル数は次のようであった。

- F.E. :: 375
- A :: 251
- B :: 107

- C :: 不明
- D :: 14

よって、上の近似公式でエネルギーに変換すると次のようである。

- F.E. :: 668 keV
- A :: 447 keV
- B :: 190 keV
- C :: 不明
- D :: 24.4 keV

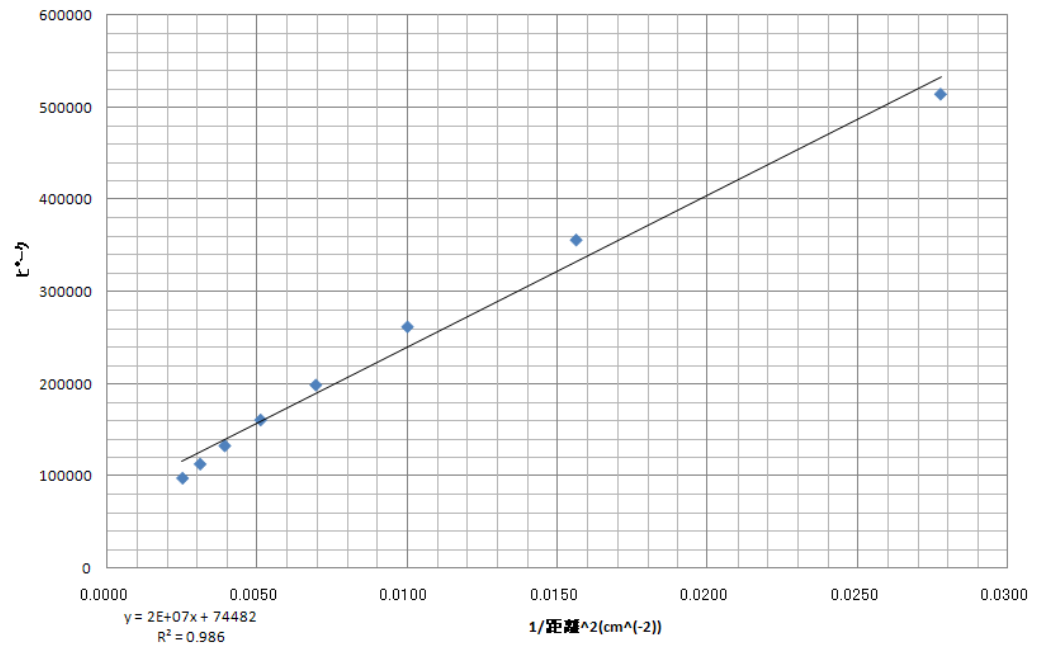
4. 由来は次のようである。

- Full Energy Peak :: 光電吸収 (^{137}Ba の M4 遷移)
- A :: コンプトン散乱
- B :: コンプトン散乱
- C :: Ba の L-X 線
- D :: Ba の K-X 線

5. 光電吸収ピークよりエネルギーが低い部分で、なだらかに連続分布をしているところの右側の端っこがコンプトン散乱による反跳粒子の最大エネルギーであるが、それが A であった。
6. そして外部で後方散乱をしてエネルギーが低くなった状態で検出器に入って光電ピークを作るやつがあってそれを後方散乱ピークというが、それが散乱 γ 線の最小エネルギーとほぼ等しい。これは B だと思われる。
7. ^{137}Cs の距離による波高分布グラフで、Peak2 と全積分係数で Peak-to-Total Ratio を求めると、

- 6cm :: 3.124
- 8cm :: 3.212
- 10cm :: 3.336
- 12cm :: 3.371
- 14cm :: 3.452
- 16cm :: 3.602
- 18cm :: 3.642
- 20cm :: 3.845

8. 次は $1/r^2$ vs. 全エネルギーピーク係数の関係である。



最少自乗法でひいた近似曲線の R^2 が 0.98 であって、1 に十分近いので、線形に近いとみなせる。ゆえに、 $1/r^2$ と全エネルギーピーク係数は近似的に比例している。

8 γ 線の吸収係数と光電効果・コンプトン散乱断面積

8.1 実験準備

1. 第6回で扱ったパルス波高分布測定システムを動作状態に立ち上げる。
2. 図5のように ^{137}Cs 線源、コリメータ、及び検出器を配置する。

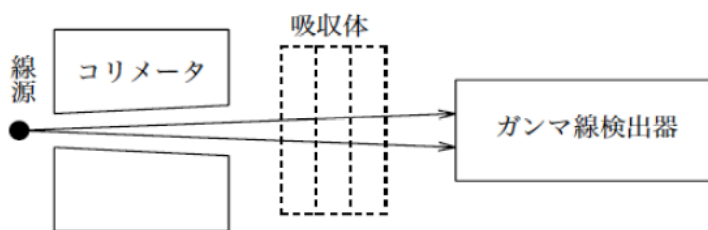
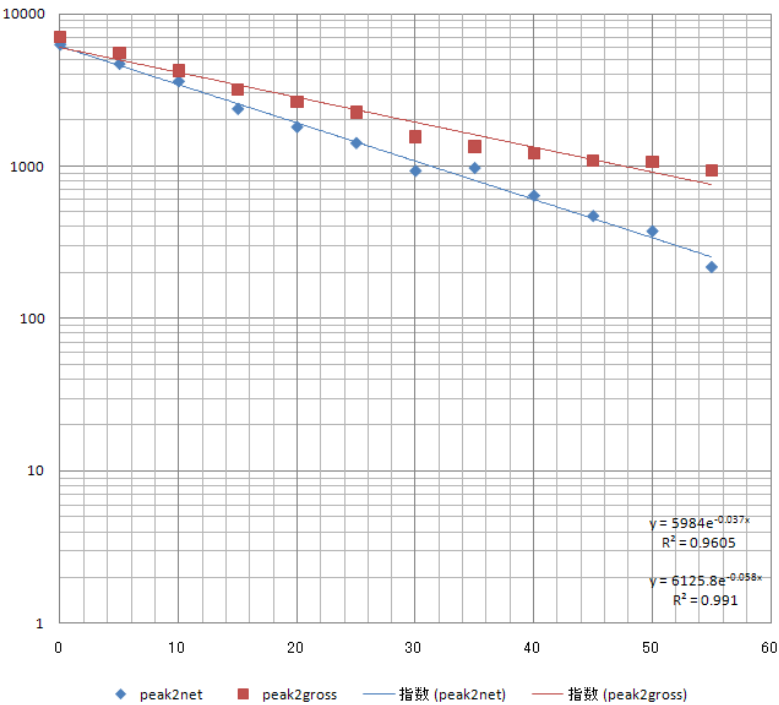


図 5

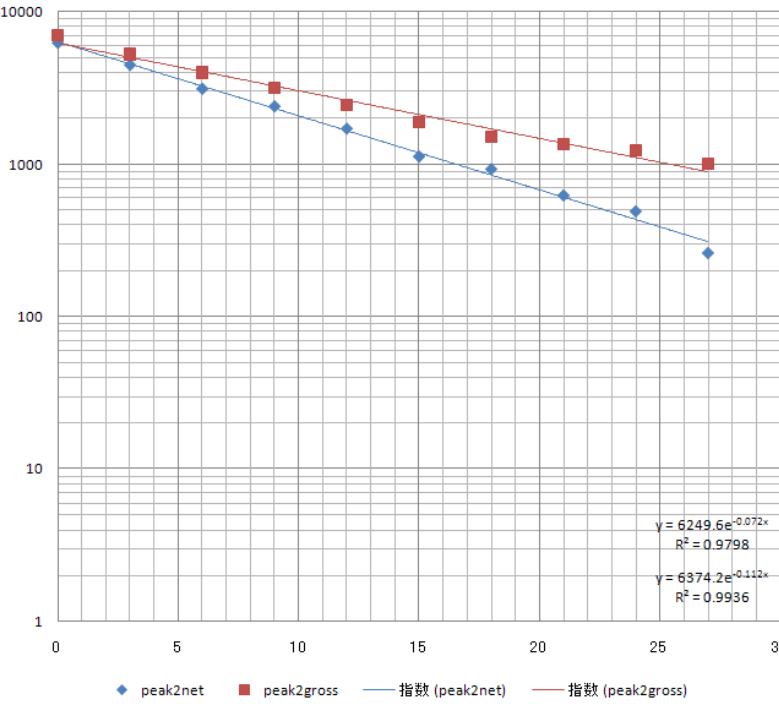
8.2 測定

1. はじめに吸収体を挿入せずに ^{137}Cs 線源に対するパルス波高分布を測定し、全エネルギーピークの積分係数 (Gross (GRS), NET) を記録する。LT (Live Time), RT (Real Time) も記録する。これらの記録は以下全ての測定について共通である。
2. 続いて線源と検出器の間に吸収体を挿入し、その厚さ x (吸収体の枚数) を変えながら、その度毎に波高分布を測定し、全エネルギーピークの積分計数 $I_{FE}(x)$ を測定する。吸収体がある時と無い時で波高分布が相似形であることに注意する。 γ 線は荷電粒子と違って物質を通過したものは相互作用を起こしていないので、強度は変化するがエネルギーは変わらない。
3. 線源を取り除いてバックグラウンドの波高分布を測定し、全エネルギーピークの部分の積分計数を記録する。バックグラウンドは吸収体の厚さを変える度に測定するのが理想的であるが、時間的制約があるので実験の始めと終わりに測定してその平均をとる。
4. 吸収体はアルミニウム (Al), 銅 (Cu), 鉛 (Pb) の3種類とする。
5. $I_{FE}(x)$ を片対数グラフに xx の関数としてプロットし、データがほぼ直線に乗ることを確認する。
6. 同様の測定を ^{60}Co (1333 keV) について行う。

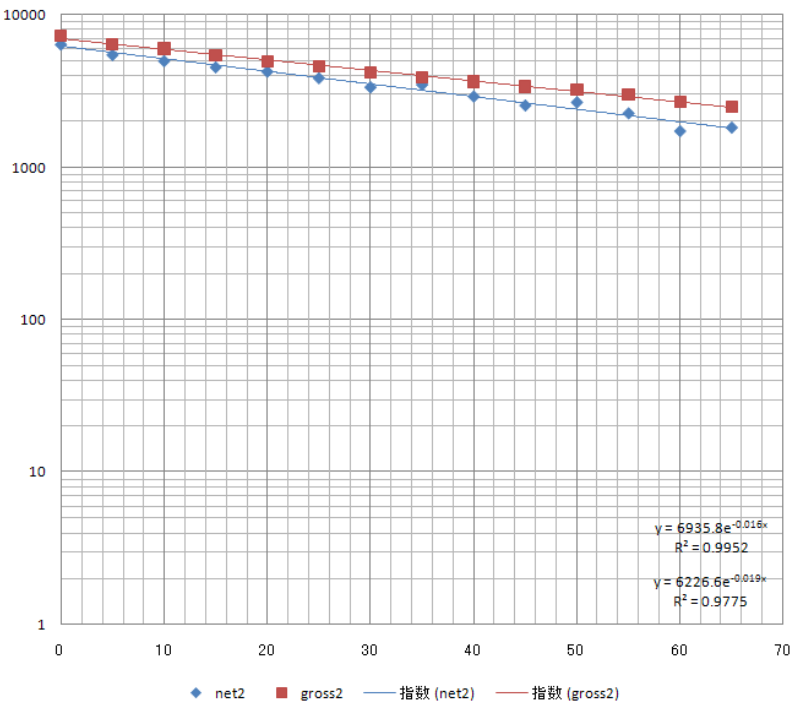
8.3 結果



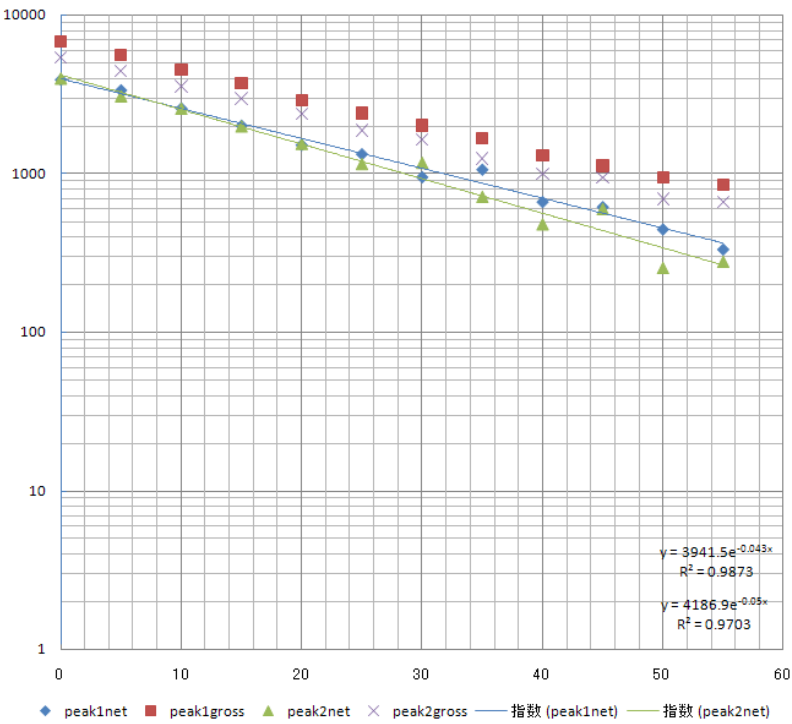
$^{137}\text{Cs} :: \text{Cu}$



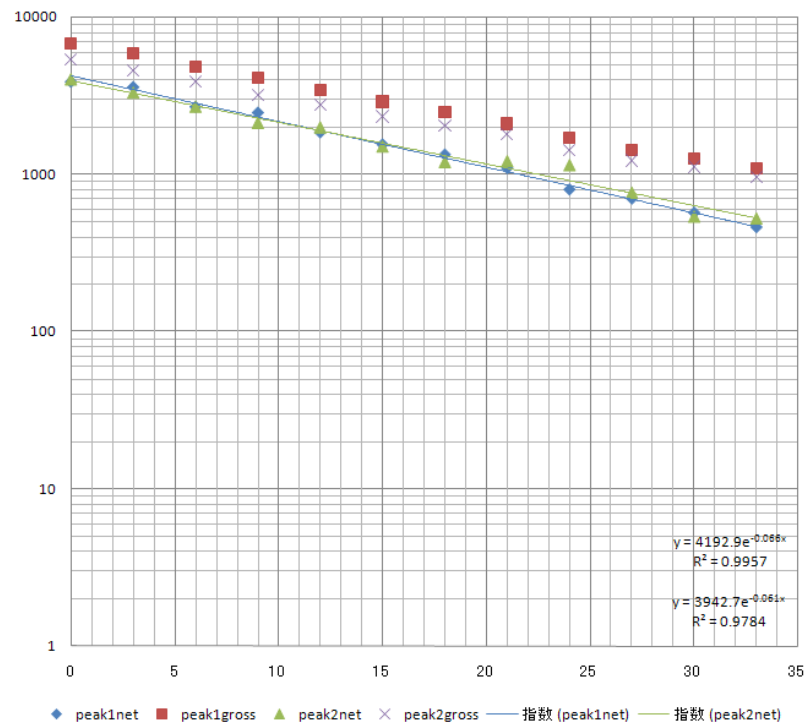
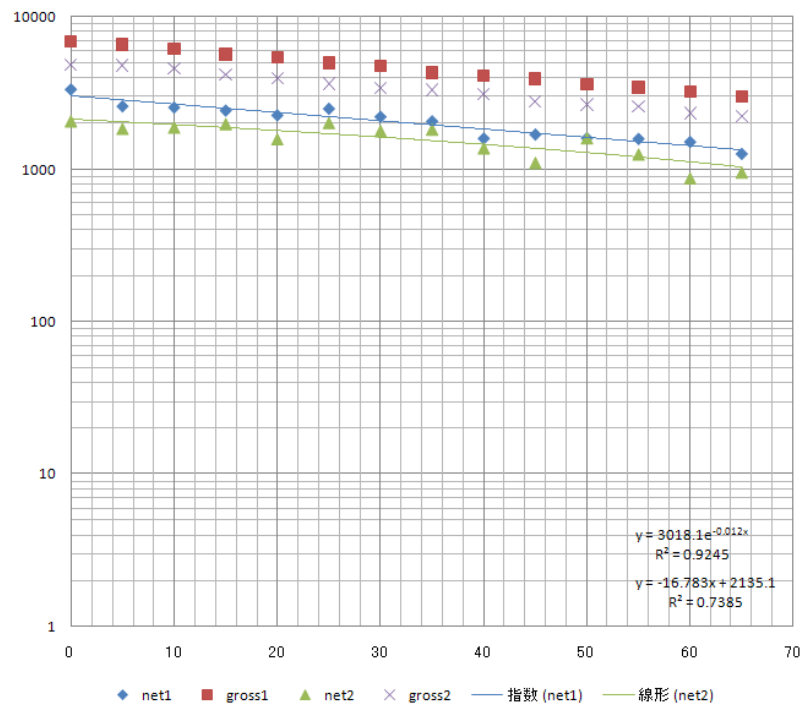
$^{137}\text{Cs} :: \text{Pb}$



$^{137}\text{Cs} :: \text{Al}$



$^{60}\text{Co} :: \text{Cu}$


 $^{60}\text{Co} :: \text{Pb}$

 $^{60}\text{Cs} :: \text{Al}$

8.4 まとめと課題

1. ^{137}Cs からの 661keV γ 線に対する吸収係数は peak2net より計算した。
 - Cu :: 0.058 (理論値 :: 0.066)
 - Pb :: 0.112 (理論値 :: 0.102)
 - Al :: 0.019 (理論値 :: 0.020)
2. ^{60}Co からの 1333keV γ 線に対する吸収係数は peak1net より計算した。
 - Cu :: 0.043 (理論値 :: 0.051)
 - Pb :: 0.066 (理論値 :: 0.066)
 - Al :: 0.012 (理論値 :: 0.014)
3. ただの紙のグラフから値をとっているのに、理論値だといっても正確ではなかった。