$S_1()$
$S_2()$
$L:$
$S_1 \to$
S_2
$f \in$
S_1
$f(x) \geq$
$0, \forall x$
$\Rightarrow$
$L(f)$
$(L(f))(x) =$
$L(f;x) \geq$
$0, \forall x$
L
L
$L(af+$
$bg) =$
$aL(f)+$
$bL(g)$
$f(t)$
$[a,b]$
$[0,\infty]$
$L_n(f;x)$
$L_n(1;x) \to$
1
$n \to$
∞
$L_n(t;x) \to$
x
$n \to$
∞
$L_n(t^2;x) \to$
x^2
$n \to$
∞
$L_n(f;x) \to$
$f(x)$
$n \to$
∞
$f(t) \in$
$C[0,1]$
n

$$B_n(f(t);x) = \sum_{k=0}^{n} nkx^k(1-x)^{n-k} f\left(\frac{k}{n}\right)$$

$B_n(f(t);x)$

***Proof*:**

<u>**Operator:**</u>

$B_n(f;x)$
$f(t) \to$
$B_n(f;x)$
x

<u>**Positive:**</u>

f
$f(t) \geq$
0
$t \in$
$[0,1]$
$x \in$
$[0,1]$
$nk >$
0
$x^k(1-$
$x)^{n-k} \geq$
0
$b_{n,k}(x) \geq$
0
$x \in$
$[0,1]$
$B_n(f;x) \geq$
0
$x \in$
$[0,1]$
$B_n(f;x)$
$[0,1]$

<u>**Linear:**</u>

$\forall f, g \in$
$C[0,1]$
$\forall r, s \in$
$\sum_{k=0}^{n} b_{n,k}(x)(rf+$
$sg)\left(\frac{k}{n}\right)$
$=$
$\sum_{k=0}^{n} b_{n,k}(x)\left\{rf\left(\frac{k}{n}\right) + sg\left(\frac{k}{n}\right)\right\}$
$=$
$r\sum_{k=0}^{n} b_{n,k} f\left(\frac{k}{n}\right)+$
$s\sum_{k=0}^{n} b_{n,k} g\left(\frac{k}{n}\right)$
$=$
$rB_n(f;x)+$