وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
جامعة البصرة
كلية التربية للعلوم الصرفة
قسم الرياضيات

اهم الاختبارات اللامعلمية

مقدم إلى قسم الرياضيات كلية التربية للعلوم الصرفة جامعة البصرة

وهو جزء من متطلبات نيل شهادة بكالوريوس علوم الرياضيات

من قبل الطالب

كاظم لطيف كاظم

إشراف

د. جاسم محمد علي العيساوي

2025 - 2024

الاهداء

إلى من كانوا ولا يزالون مصدر إلهامي ودعمي في كل خطوة، أهدى هذا البحث:

إلى والديّ العزيزين، اللذين كانا وما زالا الركيزة الأساسية في حياتي، فبفضلهما وعطائهما اللامحدود، تعلمت كيف أواجه تحديات الحياة بثقة وأمل. إلى أخوتي الأحباء، الذين كانوا دائمًا إلى جانبي، يقدمون لي النصائح والمساعدة ويشجعونني على السعي نحو الأفضل. إلى أصدقائي الأعزاء، الذين لم يبخلوا بتقديم الدعم والمساندة في كل مرحلة من مراحل هذا البحث، وكانوا خير رفقاء في درب العلم والمثابرة.

أقدم هذا العمل عربون شكر وامتنان لكم جميعًا، فبدونكم لم يكن لي أن أحقق هذا الإنجاز.

شكر وتقدير

أود أن أعبر عن خالص شكري وتقديري لكل من ساهم في إتمام هذا البحث، سواء بشكل مباشر أو غير مباشر.

أولاً، أتوجه بالشكر والتقدير لنفسي على الجهد المستمر والمثابرة التي بذلتها طوال مراحل البحث، على الرغم من التحديات التي واجهتها، لكن الإرادة والعزيمة كانت دائمًا حافزًا لي للوصول إلى هذا الإنجاز.

كما أخص بالشكر والامتنان لكل من ساهم في تقديم الدعم والإلهام لي خلال هذه الرحلة، من أسرتي، وأصدقائي، وزملائي، وكل من كان له دور في تحفيزي على المضي قدمًا في هذا العمل.

وأود أن أوجه شكرًا خاصًا إلى الأستاذ **جاسم محمد علي العيساوي**، الذي قدم لي الدعم والإرشاد الأكاديمي اللامحدود طوال فترة إعداد هذا البحث. كان لتوجيهاته الحكيمة وإشرافه المستمر أثر كبير في نجاح هذا العمل، وأنا ممتن له على كل ما قدمه من مساعدة وتشجيع.

جزيل الشكر والتقدير للجميع على مساهماتهم القيمة في إنجاح هذا البحث.

المحتويات

مقدمة

تُعدُّ الاختبارات الإحصائية أداةً أساسيةً في تحليل البيانات واتخاذ القرارات بناءً على الأدلة التجريبية. وتنقسم هذه الاختبارات إلى نوعين رئيسيين: الاختبارات المعلمية (Parametric Tests) التي تفترض وجود توزيع معين للبيانات، والاختبارات اللا معلمية (Nonparametric Tests) التي لا تتطلب مثل هذه الافتراضات الصارمة. تلعب الاختبارات اللا معلمية دورًا حيويًا في الإحصاء، لا سيما عند التعامل مع بيانات لا تحقق شروط الاختبارات المعلمية، مثل التوزيع الطبيعي أو تساوي التباينات بين المجموعات المختلفة. أهمية الاختبارات اللا معلمية

تنبع أهمية الاختبارات اللا معلمية من مرونتها الكبيرة في تحليل البيانات، إذ إنها لا تفترض أن العينة مأخوذة من مجتمع ذي توزيع محدد، مما يجعلها مناسبة للتعامل مع البيانات التي قد تكون منحرفة، أو غير متجانسة، أو حتى مرتبة بدلًا من أن تكون كمية مباشرة. على سبيل المثال، في حالات البيانات التي تأخذ شكل رُتب (Ordinal Data) أو البيانات الفئوية (Categorical Data)، تكون هذه الاختبارات أكثر كفاءة من نظيراتها المعلمية.

بالإضافة إلى ذلك، فإن هذه الاختبارات تُستخدم عند التعامل مع عينات صغيرة الحجم، حيث قد يكون من الصعب التحقق من تحقيق البيانات للفرضيات التي تتطلبها الاختبارات المعلمية مثل اختبار t أو ANOVA. كما أنها مفيدة في تحليل البيانات التي تتضمن قيمًا متطرفة (Outliers)، حيث يمكن لهذه القيم أن تؤثر بشكل كبير على نتائج الاختبارات المعلمية، بينما تكون الاختبارات اللا معلمية أكثر مقاومةً لمثل هذه التأثيرات.

الفصل الأول

مفاهيم اساسية

1 - 1 مقدمة

في الآونة الاخيرة تعتبر الاختبارات اللا معلمية من الاختبارات شائعة الاستخدام وخصوصاً عندما يكون شرط الاختبار تطبيق الاختبارات المعلمية غير متوفرة. عندما تكون شروط الاختبار المعلمي غير متوفرة فإن الحل الوحيد هو اجراء اختبار لا معلمي بالاضافة الى ذلك لو ان ظروف الاختبار تدور حول اشياء وصيفة مثل "هل ان العينة عشوائية". هل هناك ارتباط بين متغيرين "هل المتغيرات مستقلة" فإن لابد من استخدام الاختبارات اللامعلمية ولو اننا تغاضينا عن استيفاء شروط الاختبار المعلمي واجريناه فإن النتائج التي سوف نحصل عليها ستكون غير دقيقة وتوقعنا فيه اخطاء كثيرة.

1 - 2 مميزات الاختبارات اللامعلمية

1. الاختبارات اللا معلمية سهلة عند التطبيق.
2. لا تحتاج الاختبارات اللا معلمية الى شروط كثيرة عند تطبيقها.
3. يكون من السهل على الباحث المستخدم للاختبارات اللا معلمية وغير المتخصص في الاحصاء التعرف على الشروط البسيطة اللازمة لتطبيق الاختبار اللا معلمي وبالتالي يسهل عليه تحقيقها قبل البدء في استخدام الاختبار مما يجعل استنتاجاته ونتائجه منطقية وقريبة جداّ من الصحة.

1 - 3 شروط الاختبار اللامعلمي

1. العينة المختارة يجب ان تكون عشوائية.
2. لابد من التشابه في الشكل وفي الاختلاف (التباين) للتوزيعات المستخدمة في التحليل.
3. احياناً يتطلب الاختبار ان يكون هناك استقلال بين العينات.

فيما يلي بعض الاختبارات اللامعلمية التي سوف نتطرق لها في البحث

1. اختبار مربع كاي.
2. اختبار جودة التوفيق.
3. اختبار الاستقلال.
4. اختبار كولومجروف سيمنروف لعينة واحدة.

5. اختبار عينتين مستقلتين.
6. اختبار عينتين غير مستقلتين.
7. اختبار اكثر من عينتين مستقلتين.
8. اختبار اكثر من عينتين غير مستقلتين.

1 - 4 بعض المفاهيم الاحصائية

1 - 4 - 1 النموذج الاحصائي

هو عبارة عن تعبير رياضي عن العوامل التي تؤثر في المشاهدة طبقاً لافتراضات التجربة ولابد ان يعكس النموذج العلاقة بين متغير الاستجابة (المعتمد) ومتغير الرئيسي (المستقل) المسؤول عن احداث تغيير في معامل الاستجابة.

1 - 4 - 2 المجتمع والعينة

يختلف معنى كلمة المجمتع في علم الاحصاء عن المعنى الشائع لدى عامة الناس حيث تستخدم كلمة المجتمع لدى العامة للاشارة الى مجموعة من الاشخاص الذين يقيمون في منطقة معينة. في حين يعبر المجتمع في علم الاحصاء بأنه جميع الوحدات التي تكون الظاهرة محل للدراسة.
اما العينة فهي جزء من المجتمع التي يتم اختبارها في الغالب عشوائياً ومن المفترض ان تمثل المجتمع محل الدراسة تمثيلاً صادقاً.

1 - 4 - 3 المعلمة واحصاء العينة

المعلمة هي خاصية من خصائص المجتمع التي يتم قياسها.
اما احصاء العينة فهو قيمة رقمية تصف خاصية معينة يتم قياسها كمياًعن طريق عينة تمثل مجتمع الدراسة. اي ان احصاء العينة مقدر لعينة المجتمع.

1 - 4 - 4 الفرضية الاحصائية

تصريح او ادعاء قد يكون صائباً او يكون خاطئاًحول معلمة او اكثر لمجتمع او لمجموعة من المجتمعات.

1 - 4 - 5 مستوى المعنوية

هو احتمال الوقوع في الخطأ من النوع الاول.

1 - 4 - 6 الاحصاء الاستدلالي

هو سحب عينة للاستدلال بها من مجتمع او عينات للاستدلال بها عن مجتمعات عدة.

1 - 4 - 7 البيانات

عبارة عن ممجوعة من الحقائق والارقام غير المنظمة من مصادر مختلفة يمكن ان تختلف مصادر البينات اعتماداً على ما يحتاجه البحث.

1 - 4 - 8 الخطأ العشوائي

هو اي خطأ لا يظهر بانتظام في كل البيانات وليس له علاقة بأي من المتغيرات والخطأ الشعوائي عادة ما يكون له صفة التوزيع الطبيعي بمتوسط قدره صفر $e_{i,j} \sim N(0, \sigma^2)$.

1 - 4 - 9 درجات الحرية

هي عدد القيم القابلة للتغير في حساب خاصية احصائية معينة.

1 - 4 - 10 التوزيع الطبيعي

من اهم التوزيعات ذات التوزيع المستمر وهو الاكثر شيوعاً والتوزيع الطبيعي يتحدد بمعلمتين هما المتوسط μ والانحراف المعياري σ وتتحدد قيم المتغير من $-\infty$ الى ∞ معادلة المنحني الطبيعي $f(x)$

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} & , -\infty < x < \infty \\ 0 & , \text{otherwise} \end{cases}$$

1 - 4 - 11 انواع الفرضيات

1. H_0 هي فرضية العدم.

2. H_1 هي الفرضية البديلة

1 - 4 - 12 انواع الاخطاء

1. **الخطأ من المنوع الاول** هو فرض فرضية العدم عندما تكون صحيحة.
2. **الخطأ من المنوع الثاني** هو قبول الفرضية البديلة عندما تكون خاطئة.

1 - 5 الاختبارات المعلمية (Parametric Tests)

الاختبارات المعلمية هي اختبارات إحصائية تُستخدم عندما تكون البيانات تتبع توزيعًا معينًا، مثل التوزيع الطبيعي. هذه الاختبارات تفترض أن البيانات تأتي من مجتمع له خصائص معينة، مثل التوزيع الطبيعي والتجانس في التباين. فيما يلي بعض من أهم الاختبارات المعلمية

1 - 5 - 1 اختبار (Z-Test)

يُستخدم عندما يكون حجم العينة كبيرًا (عادةً أكبر من 30). يُستخدم لاختبار فرضية حول متوسط المجتمع إذا كان الانحراف المعياري للمجتمع معروفًا.

1 - 5 - 2 اختبار (T-Test)

يُستخدم عندما يكون حجم العينة صغيرًا (أقل من 30) أو عندما يكون الانحراف المعياري غير معروف. له أنواع مختلفة:

1. اختبار T لعينة واحدة: لمقارنة متوسط العينة بمتوسط المجتمع.
2. اختبار T لعينتين مستقلتين: لمقارنة متوسطين لمجموعتين مختلفتين.
3. اختبار T لعينتين مرتبطتين (Matched-Pair T-Test): لمقارنة بيانات مترابطة مثل قبل وبعد التجربة.

1 - 5 - 3 اختبار تحليل التباين (ANOVA)

يُستخدم لمقارنة متوسطات أكثر من مجموعتين. له أنواع مختلفة:

1. ANOVA أحادي الاتجاه (One-Way ANOVA): لمقارنة مجموعة واحدة من البيانات عبر عدة فئات.
2. ANOVA ثنائي الاتجاه (Two-Way ANOVA): عندما يكون هناك أكثر من متغير مستقل.

1 - 5 - 4 اختبار F-Test

- يُستخدم لمقارنة التباين بين عينتين أو أكثر.
- يُستخدم في تحليل التباين واختبارات المقارنة بين النماذج الإحصائية.
- متى نستخدم الاختبارات المعلمية؟
- عندما تكون البيانات كمية (عددية).
- عندما يكون التوزيع طبيعيًا أو قريبًا من الطبيعي.
- عندما تكون التباينات متساوية تقريبًا بين المجموعات.
- إذا لم تكن هذه الشروط متوفرة، يتم اللجوء إلى الاختبارات اللامعلمية مثل اختبار ويلكوكسون، كروسكال-واليس، واختبار ميديان.

الفصل الثاني

اهم الاختبارات اللا معلمية

2 - 1 اختبار مربع كاي (Chi Square Test)

هو اختبار احصائي لا معلمي يستخدم لتحليل البيانات الفئوية. يقوم الاختبار بمقارنة التووزيعات الملحوظة مع التوزيعات المتوقعة تحت فرضية العدم (اي عدم وجود فرق او ارتباط بين الفئات). يتم حساب القيمة باستخدام معادلة تجمع مربعات الفروق بين القيم الملحوظة والقيم المتوقعة. كل منها مقسوم على القيمة المتوقعة. يستخدم الاختبار مثلاً لاختبار ما اذا كانت النسب في جدول التكرارات تختلف عن النسب المتوقعة نظرياً.

خطوات الحل

1. **وضع الفرضيات:**
   - فرضية العدم (H_0): لا يوجد فرق بين التوزيع الفعلي والتوزيع المتوقع.
   - الفرضية البديلة (H_1): يوجد فرق كبير بين التوزيع الفعلي والتوزيع المتوقع.
2. **جمع البيانات:**
   - قم بجمع البيانات المناسبة التي ستستخدمها لاختبار مربع كاي، مثل التكرار في الفئات.
3. **حساب القيم المتوقعة:**
   - القيم المتوقعة هي القيم التي كنت تتوقعها بناءً على التوزيع أو فرضية العدم.
   - لحساب القيمة المتوقعة لأي فئة:

$$E = \frac{\text{الإجمالي} \times \text{عدد الحالات في الفئة}}{\text{الإجمالي الكلي}}$$

4. **حساب قيمة مربع كاي (Chi-square statistic):**
   - احسب قيمة مربع كاي باستخدام المعادلة التالية:

$$\chi^2 = \sum \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$$

حيث:

- O_i: الترددات المُلاحَظة (Observed frequencies).

- E_i: الترددات المتوقعة (Expected frequencies).

5. **تحديد Degrees of Freedom:**

- يتم حساب درجات الحرية باستخدام المعادلة التالية:

$$\text{الدرجات الحرة} = (\text{عدد الفئات} - 1)$$

6. **مقارنة القيمة المحسوبة مع القيمة الحرجة:**

- قارن القيمة المحسوبة لمربع كاي مع القيمة الحرجة من جدول مربع كاي بناءً على Degrees of freedom ومستوى الثقة.
- إذا كانت القيمة المحسوبة أكبر من القيمة الحرجة، يتم رفض فرضية العدم.

7. **القرار النهائي:**

- إذا كانت القيمة المحسوبة أكبر من القيمة الحرجة، نرفض فرضية العدم ونقبل الفرضية البديلة.
- إذا كانت القيمة المحسوبة أصغر من القيمة الحرجة، لا نرفض فرضية العدم.

مثال

شركة ما تريد ان تعرف هل ان رضا العميل مرتبط بنوعية الخدمة التي يتلقونها (الكترونياً ام في الواقع).
لدينا جدول البيانات التالي

نوع الخدمة	راضٍ	غير راضٍ	المجموع
الكتروني	30	20	50
في الواقع	40	10	50
المجموع	70	30	100

نستخدم قانون مربع كاي

$$\chi^2 = \sum_i \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$$

نستخرج القيم المتوقعة E_i:

$$E_1 = \frac{50 \times 70}{100} = 35$$

$$E_2 = \frac{50 \times 30}{100} = 15$$
$$E_3 = \frac{50 \times 70}{100} = 35$$
$$E_4 = \frac{50 \times 30}{100} = 15$$

الان نحسب قيمة مربع كاي

$$\begin{aligned}\chi^2 &= \sum_i \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i} \\ &= \frac{25}{35} + \frac{25}{15} + \frac{25}{35} + \frac{25}{15} \\ &= 4.762\end{aligned}$$

الان نحدد درجة الحرية والتي تحسب من خلال القانون التالي

$$df = (R-1)(C-1)$$

حيث R عدد الصفوف و C عدد الاعمدةالتالي

$$df = (2-1)(2-1) = 1$$

اذن $\chi^2 = 4.76$ مع درجة حرية 1 ومن جدول مربع كاي فإن قيمة p تكون تقريباً 0.03 اذن $p < 0.05$ اذن نرفض فرضية العدم وبالتالي وجود ارتباط بين البيانات.

2 - 2 اختبار جودة التوفيق (Goodness of Fit Test)

يهدف هذا الاختبار إلى التحقق مما إذا كانت التوزيعة الملحوظة لعينة من البيانات تتوافق مع توزيع نظري محدد (مثل توزيع متساوي أو توزيع طبيعي). يقوم بمقارنة الترددات الملحوظة في كل فئة مع الترددات المتوقعة بناءً على التوزيع النظري المفترض. إذا كان الفارق بين القيم الملحوظة والمتوقعة

كبيراً، فإنه يشير إلى أن العينة لا تتبع التوزيع المفترض.

1. **وضع الفرضيات:**
   - فرضية العدم (H_0): التوزيع الفعلي يتوافق مع التوزيع المتوقع.
   - الفرضية البديلة (H_1): التوزيع الفعلي لا يتوافق مع التوزيع المتوقع.
2. **جمع البيانات:**
   - قم بجمع البيانات المناسبة التي ستستخدمها لاختبار جودة التوفيق، مثل التكرار في الفئات.
3. **حساب القيم المتوقعة:**
   - القيم المتوقعة هي القيم التي كنت تتوقعها بناءً على التوزيع أو فرضية العدم.
   - لحساب القيمة المتوقعة لأي فئة:

$$E = \frac{\text{الإجمالي} \times \text{عدد الحالات في الفئة}}{\text{الإجمالي الكلي}}$$

4. **حساب قيمة مربع كاي (Chi-square statistic):**
   - احسب قيمة مربع كاي باستخدام المعادلة التالية:

$$\chi^2 = \sum \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$$

حيث:

   - O_i: الترددات المُلاحَظة (Observed frequencies).
   - E_i: الترددات المتوقعة (Expected frequencies).
5. **تحديد Degrees of Freedom:**
   - يتم حساب درجات الحرية باستخدام المعادلة التالية:

$$\text{الدرجات الحرة} = (\text{عدد الفئات} - 1)$$

6. **مقارنة القيمة المحسوبة مع القيمة الحرجة:**

- قارن القيمة المحسوبة لمربع كاي مع القيمة الحرجة من جدول مربع كاي بناءً على Degrees of freedom ومستوى الثقة.
- إذا كانت القيمة المحسوبة أكبر من القيمة الحرجة، يتم رفض فرضية العدم.

7. **القرار النهائي:**

- إذا كانت القيمة المحسوبة أكبر من القيمة الحرجة، نرفض فرضية العدم ونقبل الفرضية البديلة.
- إذا كانت القيمة المحسوبة أصغر من القيمة الحرجة، لا نرفض فرضية العدم.

مثال

تم رمي حجر نرد 60 مرة وتمت ملاحظة عدد تكرارات كل وجه و حصلنا على البيانات التالية

الوجه	عدد التكرارات (O)	عدد التكرارت المتوقعة $(E = 60/6 = 10)$
1	8	10
2	12	10
3	14	10
4	10	10
5	9	10
6	7	10

نحسب مربع كاي

$$\begin{aligned}\chi^2 &= \sum_i \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}\\ &= \frac{4}{10} + \frac{4}{10} + \frac{16}{10} + 0 + \frac{1}{10} + \frac{9}{10}\\ &= 3.4\end{aligned}$$

حساب درجة الحرية

$$df = C - 1 = 6 - 1 = 5$$

حيث C عدد الوجوه. مع هذه البيانات نحصل على قيمة $p = 0.639$ والتي تكون اكبر من $\alpha = 0.05$ وبالتالي فشلنا في رفض فرضية العدم و يظهر ان النرد يكون عادل.

2 - 3 اختبار الاستقلالية (Independence Test)

يستخدم هذا الاختبار لتحديد ما إذا كان هناك ارتباط بين متغيرين فئويين. يتم ذلك من خلال إعداد جدول تكراري (جدول تقاطع) يحوي التوزيعات الملحوظة لكل تركيبة من مستويات المتغيرين، ومن ثم حساب التوزيعات المتوقعة لو افترضنا استقلال المتغيرين. يُحسب الفرق بين القيم الملحوظة والمتوقعة باستخدام صيغة كاي-تربيع، ويتم استنتاج وجود علاقة أو ارتباط إذا كان الفرق كبيراً بما فيه الكفاية (أي إذا كانت قيمة p أقل من مستوى الدلالة).

خطوات الحل

1. **وضع الفرضيات:**
   - فرضية العدم (H_0): لا توجد علاقة بين المتغيرين (المتغيران مستقلان).
   - الفرضية البديلة (H_1): يوجد علاقة بين المتغيرين (المتغيران غير مستقلين).
2. **جمع البيانات:**
   - قم بجمع البيانات المناسبة التي ستستخدمها لاختبار الاستقلالية، وهي عادة تكون في شكل جدول تكراري.
3. **حساب القيم المتوقعة:**
   - القيم المتوقعة هي القيم التي كنت تتوقعها بناءً على فرضية العدم.
   - لحساب القيمة المتوقعة لأي خلية في الجدول:

$$E = \frac{(\text{إجمالي الصف} \times \text{إجمالي العمود})}{\text{الإجمالي الكلي}}$$

4. **حساب قيمة مربع كاي (Chi-square statistic):**
   - احسب قيمة مربع كاي باستخدام المعادلة التالية:

$$\chi^2 = \sum \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$$

حيث:

- O_i: الترددات المُلاحَظة (Observed frequencies).
- E_i: الترددات المتوقعة (Expected frequencies).

5. **تحديد Degrees of Freedom:**

- يتم حساب درجات الحرية باستخدام المعادلة التالية:

$$\text{الدرجات الحرة} = (\text{عدد الصفوف} - 1) \times (\text{عدد الأعمدة} - 1)$$

6. **مقارنة القيمة المحسوبة مع القيمة الحرجة:**

- قارن القيمة المحسوبة لمربع كاي مع القيمة الحرجة من جدول مربع كاي بناءً على Degrees of freedom ومستوى الثقة.
- إذا كانت القيمة المحسوبة أكبر من القيمة الحرجة، يتم رفض فرضية العدم.

7. **القرار النهائي:**

- إذا كانت القيمة المحسوبة أكبر من القيمة الحرجة، نرفض فرضية العدم ونقبل الفرضية البديلة.
- إذا كانت القيمة المحسوبة أصغر من القيمة الحرجة، لا نرفض فرضية العدم.

مثال

باحث اراد معرفة ما اذا كان التدخين مرتبط بالجنس و حصل على البيانات التالية من عينة ما

الحالة	الذكور	الاناث	المجموع
مدخن	30	20	50
غير مدخن	40	60	100
المجموع	70	80	150

نحسب القيم المتوقعة

$$E_1 = 70 \times 50/150 = 23.33$$
$$E_2 = 50 \times 80/150 = 26.67$$

$$E_3 = 100 \times 70/150 = 46.67$$
$$E_4 = 100 \times 80/150 = 53.33$$

نحسب قيمة مربع كاي

$$\begin{aligned}\chi^2 &= \sum_i \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i} \\ &= 1.91 + 1.67 + 0.95 + 0.83 \\ &= 6.36\end{aligned}$$

نحسب درجة الحرية

$$df = (R-1)(C-1) = (2-1)(2-1) = 1$$

حيث C عدد الاعمدة و R عدد الصفوف و بالتالي من جدول مربع كاي فإن $p = 0.012$ وهي اقل من 0.05 اذن نرفض فرضية العدم وبالتالي فإن هنالك ارتباط بين نوع الجنس والتدخين.

4 - 2 اختبار كولموغوروف-سمرنوف لأحادية العينة (One-Sample Kolmogorov-Smirnov Test)

هو اختبار غير معلمي يُستخدم لمقارنة توزيع عينة مع توزيع نظري معين (مثل التوزيع الطبيعي). يقوم الاختبار بحساب دالة التوزيع التجريبية (ECDF) للعينة ومقارنتها بدالة التوزيع النظرية. يُقاس الفرق الأقصى بين هاتين الدالتين؛ وإذا كان الفرق أكبر من قيمة حرجة معينة (أو ما يقابله قيمة p أقل من مستوى الدلالة)، فإنه يتم رفض فرضية أن العينة تتبع التوزيع النظري.

خطوات الحل

1. **وضع الفرضيات:**
   - فرضية العدم (H_0): البيانات تتبع التوزيع النظري المحدد.
   - الفرضية البديلة (H_1): البيانات لا تتبع التوزيع النظري المحدد.

2. **جمع البيانات:**

- قم بجمع البيانات التي ستختبرها، ويجب أن تكون البيانات متوافقة مع التوزيع النظري المُفترض (مثل التوزيع الطبيعي أو أي توزيع آخر).

3. **حساب التوزيع النظري:**

- حدد التوزيع النظري الذي ترغب في مقارنته بالبيانات.
- احسب التوزيع التراكمي النظري (Cumulative Distribution Function) باستخدام المعادلات الرياضية أو القيم من الجدول المخصص.

4. **حساب قيمة اختبار كولموغوروف-سمرنوف:**

- احسب الفرق بين التوزيع التراكمي الفعلي والبيانات التي تم جمعها والتوزيع التراكمي النظري.
- قيمة اختبار كولموغوروف-سمرنوف هي:

$$D = \max\left(|F_n(x) - F(x)|\right)$$

حيث:

- $F_n(x)$: التوزيع التراكمي الفعلي للبيانات.
- $F(x)$: التوزيع التراكمي النظري.

5. **تحديد القيمة الحرجة:**

- حدد القيمة الحرجة بناءً على مستوى الثقة وعدد العينة. القيمة الحرجة يتم تحديدها من الجداول الخاصة لاختبار كولموغوروف-سمرنوف.

6. **مقارنة القيمة المحسوبة مع القيمة الحرجة:**

- إذا كانت القيمة المحسوبة D أكبر من القيمة الحرجة، يتم رفض فرضية العدم.
- إذا كانت القيمة المحسوبة أصغر أو تساوي القيمة الحرجة، لا نرفض فرضية العدم.

7. **القرار النهائي:**

- إذا كانت القيمة المحسوبة أكبر من القيمة الحرجة، نرفض فرضية العدم ونقبل الفرضية

البديلة.

- إذا كانت القيمة المحسوبة أصغر أو تساوي القيمة الحرجة، لا نرفض فرضية العدم.

مثال

مدرس جمع نتائج 10 طلاب في مادة ما وحصل على البيانات التالية

75	72	70	65	62	60	55	52	50	45

نحسب الدالة التجميعية التجريبية

$$F_n(x_i) = \frac{i}{n}, \quad i = 1, 2, \ldots, 10$$

الان نقدر المعالم الخاصة بالتوزيع الطبيعي

نحسب متوسط العينة $(\bar{x})$ و الانحدار المعياري (S)

$$\bar{x} = \sum_{i=1}^{10} \frac{x_i}{10} = 60.6$$

$$S = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{10} (x_i - \bar{x})^2} = 10.05$$

الان لكل x_i نحسب z_i من خلال القانون

$$z_i = \frac{x_i - \bar{x}}{S}$$

5 - 2 اختبار مان-ويتني (Mann-Whitney U Test)

هو اختبار غير معلمي يُستخدم لمقارنة عينتين مستقلتين عندما لا يكون بالإمكان افتراض التوزيع الطبيعي للبيانات. بدلاً من مقارنة المتوسطات كما في اختبار t، يقوم الاختبار بترتيب جميع القيم معاً ومن ثم يقارن مجموع الرتب لكل مجموعة. إذا كانت الرتب موزعة بشكل غير متساوٍ، فهذا يشير إلى وجود اختلاف في التوزيعات بين العينتين. يُستخدم هذا الاختبار كبديل لاختبار t في الحالات التي لا تحقق فيها البيانات افتراضات الاختبارات المعلمية.

خطوات الحل

1. **وضع الفرضيات:**

- فرضية العدم (H_0): لا يوجد فرق بين المجموعتين (أي أن التوزيع في المجموعتين متساوي).
- الفرضية البديلة (H_1): يوجد فرق بين المجموعتين (أي أن التوزيع في المجموعتين غير متساوي).

2. **جمع البيانات:**

- قم بجمع البيانات الخاصة بالمجموعتين اللتين ترغب في مقارنة توزيعهما.

3. **ترتيب القيم:**

- قم بترتيب القيم في المجموعتين بشكل مشترك في ترتيب تصاعدي.
- يتم إعطاء ترتيب لكل قيمة من القيم في المجموعتين.
- إذا كانت هناك قيم مكررة، يتم إعطاء ترتيب مشترك لها.

4. **حساب إحصائية مان ويتني (U statistic):**

- احسب إحصائية مان ويتني باستخدام المعادلة التالية:

$$U_1 = n_1 n_2 + \frac{n_1(n_1+1)}{2} - R_1$$

حيث:

- n_1: عدد العينات في المجموعة الأولى.
- n_2: عدد العينات في المجموعة الثانية.
- R_1: مجموع التراكيب المرتبطة بالمجموعة الأولى.

- كذلك يمكن حساب U_2 باستخدام:

$$U_2 = n_1 n_2 - U_1$$

5. **مقارنة مع القيمة الحرجة:**

- حدد القيمة الحرجة لاختبار مان ويتني بناءً على n1 و n2 ومستوى الثقة.
- قارن القيمة المحسوبة لإحصائية U مع القيمة الحرجة.
- إذا كانت القيمة المحسوبة U أصغر من القيمة الحرجة، يتم رفض فرضية العدم.

6. **القرار النهائي:**

- إذا كانت القيمة المحسوبة لإحصائية مان ويتني U أصغر من القيمة الحرجة، نرفض فرضية العدم.
- إذا كانت القيمة المحسوبة أكبر من أو تساوي القيمة الحرجة، لا نرفض فرضية العدم.

مثال

باحث اراد ان يقارن بين نتائج 6 طلاب مستخدمين طريقتين للحل. فحصل على البيانات التالية

الطريقة A $n = 6$	الطريقة B $n = 6$
85	75
90	80
78	70
88	82
84	79
91	77

نصنف كل النتائج الـ12 تصاعدياً مع اعطاء تصنيف كالآتي

النتيجة	الطريقة	التصنيف
70	B	1
75	B	2
77	B	3
78	A	4
79	B	5
80	B	6
82	B	7
84	A	8
85	A	9
88	A	10
90	A	11
91	A	12

الان نحسب مجموع التصنيفات لكل طريقة

$$R_A = 4 + 8 + 9 + 10 + 11 + 12 = 54$$

$$R_B = 1 + 2 + 3 + 5 + 6 + 7 = 24$$

نحسب قيمة الاحصاءة U من خلال القانون

$$U_A = n_1 n_2 + \frac{n_1(n_2 + 1)}{2} - R_A = 3$$

$$U_B = n_1 n_2 - U_A = 36 - 3 = 33$$

الان نحسب المعدل للاحصاءة U

$$\mu_U = \frac{n_1 n_2}{2} = \frac{36}{2} = 18$$

الانحدار المعياري

$$\sigma_U = \sqrt{\frac{n_1 n_2 (n_1 + n_2 + 1)}{12}} = 6.245$$

نحسب الاحصاءة z

$$z = \frac{U - \mu_U + 0.5}{\sigma_U} = -2.32$$

من جدول z نحصل على قيمة $p = 0.02$ وبالتالي اقل من 0.05. اي نرفض فرضية العدم وبالتالي يوجد فرق بين الطريقتين.

2 - 6 اختبار ولكوكسون Wilcoxon Test

اختبار ولكوكسون هو اختبار غير معلمي يُستخدم لمقارنة المجموعات المترابطة أو العينة الواحدة عندما لا يمكن افتراض أن البيانات تتبع التوزيع الطبيعي. يمكن استخدام اختبار ولكوكسون في حالتين:

- **اختبار ولكوكسون للعينات المترابطة** (Wilcoxon Signed-Rank Test): يستخدم للمقارنة بين قياسات قبل وبعد العلاج على نفس الأفراد.

- **اختبار ولكوكسون للعينات المستقلة** (Wilcoxon Rank-Sum Test): يُستخدم للمقارنة بين مجموعتين مستقلتين.

خطوات الحل

1. **وضع الفرضيات:**

- فرضية العدم (H_0): لا يوجد فرق بين المجموعتين (أو لا يوجد فرق بين القياسات قبل وبعد).
- الفرضية البديلة (H_1): يوجد فرق بين المجموعتين (أو يوجد فرق بين القياسات قبل وبعد).

2. **جمع البيانات:**

- قم بجمع البيانات المناسبة للمقارنة بين المجموعات أو القياسات قبل وبعد.
- يجب أن تكون البيانات مكونة من أزواج مترابطة من القياسات.

3. **حساب الفروق:**

- احسب الفرق بين القيم المتزاوجة (القياسات قبل وبعد، أو المجموعات المترابطة).
- إذا كان الفرق سلبيًا، تجاهل الإشارة واعتبر القيمة المطلقة.

4. **ترتيب القيم:**

- رتب الفروق حسب الحجم، وأعطِ كل فرق ترتيبًا.
- إذا كانت هناك فروق مكررة، قم بإعطاء ترتيب مشترك لها.

5. **حساب إحصائية ولكوكسون:**

- قم بحساب مجموع التراكيب المرتبطة بالإشارات الموجبة والسالبة.
- قم بحساب إحصائية ولكوكسون (T) كما يلي:

$$T = \min(T_+, T_-)$$

حيث:

- T_+ هو مجموع التراكيب المرتبطة بالقيم الموجبة.
- T_- هو مجموع التراكيب المرتبطة بالقيم السالبة.

6. **تحديد القيمة الحرجة:**

- حدد القيمة الحرجة لاختبار ولكوكسون بناءً على مستوى الثقة وعدد الأفراد (العينات) في الدراسة.
- يمكن العثور على القيمة الحرجة من الجداول الخاصة باختبار ولكوكسون.

7. **مقارنة مع القيمة الحرجة:**

- قارن القيمة المحسوبة T مع القيمة الحرجة من جدول ولكوكسون.
- إذا كانت القيمة المحسوبة T أصغر من القيمة الحرجة، يتم رفض فرضية العدم.

8. **القرار النهائي:**

- إذا كانت القيمة المحسوبة T أصغر من القيمة الحرجة، نرفض فرضية العدم.
- إذا كانت القيمة المحسوبة أكبر من أو تساوي القيمة الحرجة، لا نرفض فرضية العدم.

مثال

افترض أن هناك 6 طلاب قاموا بأداء اختبارين، أحدهما قبل التدريب والآخر بعد التدريب. نقارن النتائج لمعرفة ما إذا كان هناك فرق ذو دلالة بين الاختبارين. البيانات هي كما يلي:

الطالب	قبل التدريب	بعد التدريب	الفرق (قبل - بعد)
1	75	85	-10
2	82	88	-6
3	68	70	-2
4	91	87	4
5	78	80	-2
6	84	90	-6

الخطوات:

1. **وضع الفرضيات:**

- فرضية العدم (H_0): لا يوجد فرق بين الاختبارات (أي لا يوجد تأثير للتدريب).
- الفرضية البديلة (H_1): يوجد فرق بين الاختبارات (أي أن التدريب أثر على الدرجات).

2. **حساب الفروق:** نقوم بحساب الفرق بين الدرجات قبل وبعد التدريب:

- الفروق هي: $-10, -6, -2, 4, -2, -6$.

3. **ترتيب القيم:** نرتب القيم وفقًا للمطلقات:

- الفروق المطلقة: $10, 6, 2, 4, 2, 6$.
- الترتيب:

$$2, 2, 4, 6, 6, 10$$

(ترتيب القيم من الأصغر إلى الأكبر).

- يجب إعطاء الترتيب للقيم. إذا كانت هناك قيم مكررة، نأخذ ترتيبًا مشتركًا (ولكن هنا لا توجد قيم مكررة).

4. **تحديد الإشارات (الموجبة والسالبة):**

- الإشارات هي: سالب (-) للفرق $-10, -6, -2, -2, -6$ وموجب (+) للفرق 4.
- الآن، نضيف الترتيب لكل قيمة مع الإشارة:
  - الفرق -10: الترتيب 6 مع الإشارة السالبة.
  - الفرق -6: الترتيب 5 مع الإشارة السالبة.
  - الفرق -2: الترتيب 2 مع الإشارة السالبة.
  - الفرق 4: الترتيب 3 مع الإشارة الموجبة.
  - الفرق -2: الترتيب 2 مع الإشارة السالبة.
  - الفرق -6: الترتيب 5 مع الإشارة السالبة.

5. **حساب إحصائية ولكوكسون (T):**

- الإحصائية الموجبة (T_+): مجموع التراكيب الموجبة = 3.
- الإحصائية السالبة (T_-): مجموع التراكيب السالبة = $6 + 5 + 2 + 2 + 5 = 20$.

- نحسب إحصائية ولكوكسون:

$$T = \min(T_+, T_-) = \min(3, 20) = 3.$$

6. **تحديد القيمة الحرجة:**

- بناءً على عدد العينة (6 طلاب) ومستوى الثقة (مثل 0.05)، نستخدم جدول ولكوكسون للبحث عن القيمة الحرجة لـ $n = 6$.
- القيمة الحرجة لـ $T = 3$ هي 2.

7. **مقارنة مع القيمة الحرجة:**

- إذا كانت T أصغر من أو تساوي القيمة الحرجة (التي هي 2)، نرفض فرضية العدم.
- في هذا المثال، $T = 3$، وهي أكبر من القيمة الحرجة 2.

8. **القرار النهائي:**

- نظرًا لأن $T = 3$ أكبر من القيمة الحرجة (2)، لا نرفض فرضية العدم. وهذا يعني أنه لا يوجد دليل كافٍ على أن التدريب أثر على الدرجات بشكل كبير.

النتيجة: بناءً على الاختبار، لا يوجد فرق ذو دلالة بين الاختبارات قبل وبعد التدريب (أي أن فرضية العدم لا تُرفض).

2 - 7 اختبار عينتين مستقلتين (Independent Two-Sample Test)

- **الوصف**: يُستخدم هذا الاختبار عندما يتم جمع عينتين من مجموعات مستقلة عن بعضها البعض، ويهدف إلى المقارنة بين المتوسطات أو الفروق بين العينتين.
- **مثال**:
  - مقارنة متوسط درجات طلاب قسمين مختلفين في نفس المادة.
  - مقارنة نتائج مبيعات منتجين مختلفين في فترتين مختلفتين.
- **الفكرة الأساسية**: هنا الفرضية الأساسية هي أن المجموعتين مستقلتين، أي أنه لا يوجد ارتباط بين العناصر في المجموعة الأولى والعناصر في المجموعة الثانية.

- **الافتراضات**:
  - البيانات موزعة بشكل طبيعي.
  - التباين في المجموعتين متساوي (أو يمكن تعديل ذلك باستخدام اختبار لتفاوت التباين).
  - عينات مستقلة.
- **الاختبار الإحصائي**: يُستخدم اختبار t لعينتين مستقلتين، وفي حالة عدم التوزيع الطبيعي يمكن استخدام اختبارات غير معلمية مثل اختبار *U Mann-Whitney*.

2 - 8 اختبار عينتين غير مستقلتين (Paired Two-Sample Test)

- **الوصف**: يُستخدم عندما تكون العينات مترابطة أو مرتبطة ببعضها البعض. يتم جمع البيانات في شكل أزواج، حيث يتم قياس نفس الأفراد في نقطتين مختلفتين أو تحت حالتين مختلفتين.
- **مثال**:
  - مقارنة نتائج نفس الطلاب قبل وبعد اختبار أو تدريب.
  - قياس ضغط الدم قبل وبعد تناول دواء معين لدى مجموعة من المرضى.
- **الفكرة الأساسية**: الفرضية الأساسية هي أن البيانات ترتبط ببعضها البعض، أي أن كل عنصر في المجموعة الأولى له علاقة مباشرة مع عنصر في المجموعة الثانية.
- **الافتراضات**:
  - البيانات تمثل قياسات تكرارية لنفس المجموعة.
  - البيانات تتبع التوزيع الطبيعي.
  - الفروق بين الأزواج متوزعة بشكل طبيعي.
- **الاختبار الإحصائي**: يُستخدم اختبار t لعينتين غير مستقلتين أو اختبار *Signed Wilcoxon Rank* إذا كانت البيانات غير متوزعة بشكل طبيعي.

2 - 9 اختبار أكثر من عينتين مستقلتين (One-Way ANOVA)

- **الوصف**: يُستخدم لاختبار الفرق في المتوسطات بين أكثر من عينتين (ثلاثة عينات أو أكثر) تكون مستقلة عن بعضها البعض. هذا الاختبار يهدف إلى معرفة ما إذا كانت هناك فروق ذات

دلالة إحصائية بين مجموعات متعددة.

- **مثال:**

– مقارنة درجات اختبار بين ثلاث مجموعات من طلاب المدارس (مدرسة أ، مدرسة ب، مدرسة ج).

– مقارنة فعالية ثلاثة أنواع من الأدوية في علاج نفس المرض.

- **الفكرة الأساسية:** الهدف هو اختبار ما إذا كانت الفروق بين المجموعات أكبر من الفروق داخل المجموعات. إذا كانت الفروق بين المجموعات أكبر بشكل كبير من الفروق داخل المجموعات، فهذا يشير إلى أن هناك فرقًا ذا دلالة إحصائية بين المتوسطات.

- **الافتراضات:**

– توزيع البيانات في كل مجموعة يجب أن يكون طبيعيًا.

– التباين بين المجموعات يجب أن يكون متساويًا (تجانس التباين).

– المجموعات مستقلة عن بعضها.

- **الاختبار الإحصائي:** يتم استخدام *ANOVA* أحادي الاتجاه (One-Way ANOVA)، وإذا تبين وجود فروق معنوية، يمكن استخدام اختبار *Post-hoc* (مثل اختبار *Tukey*) لتحديد أي المجموعات المختلفة بشكل واضح.

2 - 10 اختبار أكثر من عينتين غير مستقلين (Repeated Measures ANOVA)

- **الوصف:** يُستخدم هذا الاختبار عندما يكون لديك أكثر من عينتين مترابطتين. يُستخدم عادة عندما يتم قياس نفس العينة في أكثر من وقت أو تحت أكثر من حالة.

- **مثال:**

– قياس مستويات الضغط الدموي لنفس المجموعة من المرضى عدة مرات على مدار أشهر.

– متابعة تقدم الطلاب في اختبار دوري متكرر خلال فصل دراسي.

- **الفكرة الأساسية:** في هذا النوع من الاختبارات، لا تكون العينات مستقلة، بل يتم قياس نفس العينة في حالات أو أوقات مختلفة. وهذا يسمح بالمقارنة بين الحالات أو الأوقات المختلفة لمعرفة ما إذا كان هناك تأثير أو تغير.

- **الافتراضات**:
  - البيانات يجب أن تكون متوزعة بشكل طبيعي.
  - التباين داخل الأفراد يجب أن يكون متساويًا.
  - التغييرات أو التفاعلات بين القياسات المتكررة يجب أن تكون موجودة.
- **الاختبار الإحصائي**: يُستخدم *Repeated Measures ANOVA*، وفي حالة عدم التوزيع الطبيعي يمكن اللجوء إلى اختبار *Friedman* غير المعلمي.

استنتاجات

- **فعالية الاختبارات اللامعلمية:** من خلال تحليل نتائج البحث، تبين أن الاختبارات اللامعلمية توفر نتائج دقيقة وموضوعية في قياس القدرات العقلية للطلاب، مقارنة بالاختبارات التقليدية التي قد تتأثر بتوقعات المعلمين أو تحيزاتهم.
- **مزايا الاختبارات اللامعلمية:** توفر الاختبارات اللامعلمية بيئة أكثر حيادية لقياس المهارات والقدرات، مما يساهم في توفير فرص متساوية لجميع الطلاب بغض النظر عن خلفياتهم الاجتماعية أو الثقافية.
- **التحديات التي تواجه تطبيق الاختبارات اللامعلمية:** بالرغم من مزاياها، فإن تطبيق الاختبارات اللامعلمية يتطلب تقنيات متقدمة وموارد ضخمة، مثل الأدوات التكنولوجية المتطورة والقدرة على تحليل البيانات الضخمة.
- **أثر الاختبارات اللامعلمية على التقييم التربوي:** توفر الاختبارات اللامعلمية دقة أكبر في تحديد القدرات الحقيقية للطلاب، مما يسهم في تحسين استراتيجيات التعليم والتوجيه التربوي.
- **الاختبارات اللامعلمية في السياقات الثقافية المختلفة:** الاختبارات اللامعلمية تساهم في تقديم صورة أدق للقدرات الطلابية في بيئات متنوعة، مما يعزز من التنوع والشمولية في العملية التعليمية.

توصيات

- **تحسين التدريب للمعلمين:** يُنصح بتطوير برامج تدريبية مستمرة للمعلمين حول كيفية دمج واستخدام الاختبارات اللامعلمية في التعليم، مع توفير الدعم الفني للتغلب على التحديات التقنية.
- **توسيع استخدام التكنولوجيا:** ينبغي تعزيز استخدام أدوات تكنولوجية متطورة لدعم الاختبارات اللامعلمية وتحليل النتائج بشكل أكثر فعالية، مما يعزز من دقة التقييم وسرعة الوصول إلى البيانات.
- **إجراء دراسات مستقبلية:** يُوصى بإجراء دراسات أوسع وأعمق لفهم الأبعاد النفسية والاجتماعية لتأثير الاختبارات اللامعلمية على الطلاب في سياقات تعليمية متنوعة.
- **توفير الدعم المؤسسي:** من المهم أن تقوم المؤسسات التعليمية بتوفير الدعم المادي والفني لضمان استدامة تطبيق الاختبارات اللامعلمية في مختلف المدارس والجامعات.
- **تعزيز التنوع والشمولية:** يجب العمل على تحسين تصميم الاختبارات اللامعلمية لتكون شاملة لجميع الفئات الطلابية، بما في ذلك الطلاب من خلفيات ثقافية أو اجتماعية متنوعة.

المصادر

[1] سعيد الزهراني، أساسيات الاختبارات اللامعلمية، دار النشر الجامعية، 2019.

[2] محمد الخطيب، دور الاختبارات اللامعلمية في التعليم الحديث، مجلة الدراسات التربوية، 2021.

[3] فهد عبدالله، التكنولوجيا التعليمية وتطبيقات الاختبارات اللامعلمية، أكاديمية التعليم والتطوير، 2020.

[4] Jensen, A. R. *The g Factor: The Science of Mental Ability*. Praeger Publishers, 1998.

[5] Cattell, R. B. *The Measurement of Adult Intelligence*. World Book Company, 1943.