وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
جامعة البصرة
كلية التربية للعلوم الصرفة
قسم الرياضيات

كثيرات حدود شيبشيف من النوع الثاني

بحث تخرج تقدم به الى

قسم الرياضيات كلية التربية للعلوم الصرفة جامعة البصرة

وهو جزء من متطلبات نيل شهادة بكالوريوس علوم الرياضيات

من قبل الطالبة

زهراء مؤيد قاهر

إشراف

م.م. ايمان عزيز عبدالمجيد

1446 هـ **2025 م**

الآية

قال تعالى

(وَآخِرُ دَعْوَاهُمْ أَنِ الْحَمْدُ لِلَّهِ رَبِّ الْعَالَمِينَ)

صدق الله العلي العظيم
سورة يونس (10)

الإهداء

إلى الكهف الحصين وغياث المضطر المستكين وملاذ المؤمنين ومنقذ العالمين حضرة جناب الموقر صاحب الزمان (عج).

إلى من بها أعلوا وعليها ارتكز ، إلى الينبوع الذي لا يمل من العطاء ، والدعاء المستجاب (والدتي العزيزة).

إلى والدي المبجل أطال الله في عمره وأمده بالصحة والعافية.

إلى خير سند (اخوتي واخواتي).

الى اكثر استاذة الهمتني وحببتني بالتخصص... كلمة الشكر لا توفيها، كانت بصمة جميلة في حياتي اسأل الله كل التوفيق لها ... الى (م.م. ايمان)

شكر و تقدير

الحمد لله ما تناهى درب ولا ختم جهداً ولا تم سعي الا بفضله اللهم ليس بجهدي واجتهادي وانما بفضلك وتوفيق كرمك.

وقبل ان نمضي نقدم اسمى ايات الشكر والامتنان والتقدير والمحبة الى الذين حملوا اقدس رسالة في الحياة ، الى الذين مهدوا لنا طريق العلم والمعرفة ، الى جميع اساتذتنا الافاضل.

ونخص بالشكر والتقدير الاستاذة (ايمان عزيز عبدالمجيد).

اتشرف بوقوفي امام حضرتكم اليوم

المحتويات

الخلاصة 1

المقدمة 2

الفصل الأول : مفاهيم أساسية

1 - 1 كثيرات الحدود 2

1 - 2 الدوال الزوجية و الدوال الفردية 2

1 - 3 الدوال المتعامدة 2

1 - 4 التقريب 2

1 - 5 الأخطاء 2

1 - 6 كثيرة حدود شيبشيف من النوع الاول 3

الفصل الثاني : كثيرات حدود شيبشيف من النوع الثاني مع بعض خواصها

2 - 1 المقدمة 7

2 - 2 التعريف و العلاقة التكرارية 7

2 - 3 التعبير عن الدوال x^n بكثيرات حدود شيبشيف من النوع الثاني 9

2 - 4 العلاقة بين النوع الاول و النوع الثاني 13

2 - 5 استخدامات النوعين 13

الاستنتاج 14

المصادر 15

الخلاصة

درسنا في هذا المشروع كثيرات حدود شيبشيف من النوع الثاني. في الفصل الاول عرفنا بعض المفاهيم الاساسية وبالاضافة الى تعريف كثيرات حدود شيبشيف من النوع الاول وبعض خواصها. وفي الفصل الثاني وضحنا كثيرات حدود شيبشيف من النوع الثاني وبعض خواصها وكذلك تعرفنا على العلاقات الرياضية التي تربط بين النوع الاول والنوع الثاني.

المقدمة

كانت مسألة التقريب محط اهتمام الكثير من العلماء في الرياضيات والفيزياء. وتعد القدرة على استبدال دالة معطاة بأخرى ابسط منها مثل كثيرات الحدود من الامور المفيدة جداً في مسائل الرياضيات التي توصف ظواهر معينة في الفيزياء والكيمياء وغيرها، حيث توضع شروط وقيود تكون في معظم الاحيان شروطاً صعبة ليس من السهل معها الحصول على الحلول الدقيقة ولا تطابق قيك هذه الدالة المعطاة ولكن اما ان تكون قريبة منها بالقدر الكافي او انها تتحكم بدرجة التقريب.

في الرياضيات حدوديات شيبشيف (**chebyshev polynomials**) هي حدوديات يعود اسمها الى عالم الرياضيات الروسي بافنوتي شيبشيف في عام (1953) (مؤسس علم التقريب المنتظم) هي متتالية من حدوديات متعامدة ذات اهمية اساسية في العديد من العلوم وفروع الرياضيات ونظرية التقريب وتطبيقاتها. وساهم الكثير من الباحثين باستخدام كثيرات الحدود المتعامدة في حل مسائل قيم حدية ومسائل قيم ابتدائية المتمثلة بمعادلات تفاضلية اعتيادية غير خطية والتي لها تطبيقات عملية عديدة في الهندسة التفاضلية والفيزياء اللاخطية والعلوم التطبيقية وغيرها. سنهتم بشكل اساسي بدراسة النوع الثاني لكثيرات حدود شيبشيف.

الفصل الأول

مفاهيم أساسية

1 - 1 كثيرات الحدود

كثيرة الحدود: عبارة عن تعبيرات رياضية تتكون من متغيرات ومعاملات وعمليات الجمع والطرح والضرب والاسس غير السالبة.

1 - 2 الدوال الزوجية و الدوال الفردية

الدالة الزوجية: يقال للدالة $f(x)$ دالة زوجية اذا تحقق ان $f(-x) = f(x)$ لكل x ويكون منحني الدالة الزوجية متماثل مع المحور y.

الدالة الفردية: يقال للدالة $f(x)$ دالة فردية اذا تحقق ان $f(-x) = -f(x)$ لكل x ويكون منحني الدالة الزوجية متماثل مع نقطة الاصل $(0, 0)$.

1 - 3 الدوال المتعامدة

لنفرض الدالتين $h_1(x)$ و $h_2(x)$ المعرفتين و القابلتين للتفاضل و التكامل على الفترة $[a, b]$ اذا كان

$$\int_a^b w(x)h_1(x)h_2(x)\, dx = 0$$

حيث ان $w(x) > 0$ هي دالة الوزن القابلة للتكامل على الفترة $[a, b]$ فإنه يقال أن الدالة $h_1(x)$ متعامدة على الدالة $h_2(x)$ في الفترة $[a, b]$ بالنسبة لدالة الوزن $w(x)$.

1 - 4 التقريب

التقريب في الرياضيات هو عملية استبدال عدد حقيقي بقيمة قريبة منه ولكن أبسط أو أسهل في التعامل معها، مع الحفاظ على دقة معقولة حسب الحاجة. يتم ذلك لتسهيل العمليات الحسابية أو لتقريب النتيجة إلى أقرب عدد يمكن استخدامه بسهولة.

1 - 5 الأخطاء

الخطأ: تنتج الاخطاء نتيجة لعدم حصولنا على القيمة الحقيقية فالخطأ من جهة النظر الر ياضية هو الفرق بين القيمة المحسوبة و القيمة الحقيقية الدقيقة.

أخطاء القطع: أن الآلات الحاسبة الالكترونية لا تدور الاعداد غالبا و انما تقطعها الى مرتبة معينة. و ينتج هذا الخطأ عند بتر عدد ذو مراتب عشرية عديدة الى عدد ذو مراتب عشرية اقل و بدون تدوير.

6 - 1 كثيرة حدود شيبشيف من النوع الاول

تعرف كثيرات حدود شيبشيف من النوع الاول بالشكل التالي

$$T_n(x) = \cos(n \cos^{-1} x); \quad n \geq 0, x \in [-1, 1] \tag{1}$$

$$T_0(x) = \cos(0) = 1$$ (كثيرة حدود شيبشيف من الدرجة 0)

$$T_1(x) = \cos(\cos^{-1} x) = x$$ (كثيرة حدود شيبشيف من الدرجة 1)

العلاقة التكرارية

الان لايجاد العلاقة التكرارية لكثيرة حدود شيبشيف نضع

$$\theta = \cos^{-1} x \iff x = \cos\theta$$

$$T_{n+1}(x) = \cos(n+1)\theta = \cos(n\theta)\cos\theta - \sin(n\theta)\sin\theta \tag{2}$$

$$T_{n-1}(x) = \cos(n-1)\theta = \cos(n\theta)\cos\theta + \sin(n\theta)\sin\theta \tag{3}$$

بجمع المعادلتين (2) و (3) نحصل على

$$T_{n+1}(x) + T_{n-1}(x) = 2\cos(n\theta)\cos\theta$$

$$T_{n+1}(x) = 2\cos(n\theta)\cos\theta - T_{n-1}(x)$$

$$T_{n+1(x)} = 2xT_n(x) - T_{n-1}(x) \tag{4}$$

بعض خواص كثيرة شيبشيف

1. بما ان $-1 \leq \cos x \leq 1$ فإن $-1 \leq T_n(x) \leq 1$
2. درجة كثيرة حدود شيبشيف هي n.
3. بما ان $\cos x$ هي دالة زوجية فإن $T_n(x) = T_{-n}(x)$ و كذلك $T_{2n}(x) = T_{2n}(-x)$ و $T_{2n+1}(-x) = -T_{2n+1}(x)$ وعليه فإن جميع كثيرات حدود شيبشيف $T_{2n}(x)$ هي دوال زوجية اما $T_{2n+1}(x)$ فهي دوال فردية اي $T_n(-x) = (-1)^{-n}T_n(x)$
4. كثيرة حدود شيبشيف متعامدة على المجال $[-1, 1]$ بالنسبة لدالة الوزن $w(x) = \dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
5. التركيب (compositiion): $T_n(T_m(x)) = T_{nm}(x)$

6. جذور كيثرة حدود شيبشيف هي $\quad r = 1, 2, \ldots, n, \quad x_r = \left[\cos\left(\frac{2r-1}{2n}\pi\right)\right]$

برهان خاصية (4)

$$I = \int_{-1}^{1} \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} T_n(x) T_m(x)\, dx$$

نفرض

$$x = \cos\theta \Rightarrow \theta = \cos^{-1}(x) \Rightarrow d\theta = \frac{1}{1-x^2}\, dx$$

$$x = -1 \Rightarrow \theta = \pi$$

$$x = 1 \Rightarrow \theta = 0$$

$$\begin{aligned}
I &= \int_{-1}^{1} \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} T_n(x) T_m(x)\, dx \\
&= \int_{0}^{\pi} T_n(\cos\theta) T_m(\cos\theta)\, d\theta \\
&= \int_{0}^{\pi} \cos(n\theta)\cos(m\theta)\, d\theta \\
&= \frac{1}{2}\int_{0}^{\pi} \cos(n+m)\theta \cos(n-m)\theta\, d\theta \\
&= \frac{1}{2}\left[\frac{\sin(n+m)\theta}{n+m} - \frac{\sin(n-m)\theta}{n-m}\right]_{0}^{\pi} \\
&= \begin{cases} 0 & ; n \neq m \\ \pi & ; n = m = 0 \\ \frac{\pi}{2} & ; n = m \neq 0 \end{cases}
\end{aligned}$$

برهان خاصية (5)

$$
\begin{aligned}
T_{nm}(\cos\theta) &= \cos(nm\theta) \\
&= \cos(n(m\theta)) \\
&= T_n(\cos(m\theta)) \\
&= T_n(T_m(x))
\end{aligned}
$$

برهان خاصية (6)

$$
\begin{aligned}
T_n\left(\frac{2r-1}{2n}\pi\right) &= \cos\left(n\frac{2r-1}{2n}\pi\right) \\
&= \cos\left[(2r-1)\frac{\pi}{2}\right] \\
&= \cos\frac{\pi}{2} \\
&= 0
\end{aligned}
$$

الفصل الثاني

كثيرات حدود شيبشيف من النوع الثاني مع بعض خواصها

2 - 1 المقدمة

كثيرة حدود شيبشيف هي عبارة عن متتالية من كثيرات حدود متعامدة وهي اربعة انواع كثيرة حدود من النوع الاول و يرمز لها $T_n(x)$ و كثيرات حدود من النوع الثاني و يرمز لها بالرمز $U_n(x)$ وكثيرة حدود من النوع الثالث ويرمزلها $V_n(x)$ و كثيرة حدود من النوع الرابع و يرمز لها $W_n(x)$. حيث النوع الاول والنوع الثاني هما حلول المعادلة التفاضلية

$$(1-x^2)y'' - xy' + n^2 y = 0 \tag{1}$$

n عدد صحيح أكبر من الصفر. و هذه المعادلة لها حلان مستقلان هما

$$T_n(x) = \cos(n\cos^{-1}x) \qquad -1 \le x \le 1, \quad n \ge 0 \tag{2}$$
النوع الاول

$$U_n(x) = \sin(n\cos^{-1}x) \qquad -1 \le x \le 1, \quad n \ge 0 \tag{3}$$
النوع الثاني

و هنا سوف نهتم بدراسة النوع الثاني فقط

2 - 2 التعريف و العلاقة التكرارية

تعريف 2 - 1

كثيرات حدود شيبشيف من النوع الثاني $U_n(x)$ تعرف كالاتي

$$U_n(x) = \frac{\sin(n+1)\theta}{\sin\theta}, \quad n \ge 0 \quad -1 \le x \le 1$$

حيث $\theta = \cos^{-1}(x) \iff x = \cos\theta$ ، حيث أن

$$U_0(x) = 1, \quad U_1(x) = \frac{\sin 2\theta}{\sin\theta} = \frac{2\sin\theta\cos\theta}{\sin\theta} = 2\cos\theta = 2x$$

الآن لايجاد الصيغة التكرارية لكثيرة حدود شيبشيف نضع

$$\begin{aligned} U_{n+1}(x) &= \frac{\sin(n+2)\theta}{\sin\theta} \\ &= \frac{\sin[(n+1)\theta + \theta]}{\sin\theta} \end{aligned}$$

$$= \frac{\sin(n+1)\theta\cos\theta + \sin\theta\cos(n+1)\theta}{\sin\theta} \tag{4}$$

حيث استخدمنا قانون جمع الزاويتين لدالة sin

$$\begin{aligned} U_{n-1}(x) &= \frac{\sin n\theta}{\sin\theta} \\ &= \frac{\sin[(n+1)\theta - \theta]}{\sin\theta} \\ &= \frac{\sin(n+1)\theta\cos\theta - \sin\theta\cos(n+1)\theta}{\sin\theta} \end{aligned} \tag{5}$$

حيث استخدمنا قانون طرح الزاويتين لدالة sin

الآن بجمع المعادلتين (4) و (5) نحصل على

$$\begin{aligned} U_{n+1}(x) + U_{n-1}(x) &= \frac{2\sin(n+1)\theta\cos\theta}{\sin\theta} \\ &= 2\cos\theta \cdot \frac{\sin(n+1)\theta}{\sin\theta} \\ &= 2xU_n(x) \end{aligned}$$

بالتالي

$$\boxed{U_{n+1}(x) = 2xU_n(x) - U_{n-1}(x), \quad n = 1, 2, 3, \ldots} \tag{6}$$

و هذه اول سبع حدود لكثيرات حدود شيبشيف بأستخدام العلاقة التكرارية (6)

$$U_2(x) = 2xU_1(x) - U_0(x) = 2x(2x) - 1 = 4x^2 - 1$$

$$U_3(x) = 2xU_2(x) - U_1(x) = 2x(4x^2 - 1) - 2x = 8x^3 - 4x$$

$$U_4(x) = 2xU_3(x) - U_2(x) = 2x(8x^3 - 4x) - (4x^2 - 1) = 16x^4 - 12x^2 + 1$$

$$\begin{aligned} U_5(x) &= 2xU_4(x) - U_3(x) \\ &= 2x(16x^4 - 12x^2 + 1) - (8x^3 - 4x) \end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
&= 32x^5 - 32x^3 + 6x \\
U_6(x) &= 2xU_5(x) - U_4(x) \\
&= 2x(32x^5 - 32x^3 + 6x) - (16x^4 - 12x^2 + 1) \\
&= 64x^6 - 80x^4 + 24x^2 - 1 \\
U_7(x) &= 2xU_6(x) - U_5(x) \\
&= 2x(64x^6 - 80x^4 + 24x^2 - 1) - (32x^5 - 32x^3 + 6x) \\
&= 128x^7 - 192x^5 + 80x^3 - 80x
\end{aligned}
$$

2 - 3 التعبير عن الدوال x^n بكثيرات حدود شيبشيف من النوع الثاني

يمكن التعبير عن أي دالة أسية x^n لأي متعددة حدود بإستخدام كثيرات حدود شيبشيف بالشكل التالي

$$
\begin{aligned}
1 &= U_0(x) \\
x &= \frac{1}{2}U_1(x) \\
x^2 &= \frac{1}{4}[U_0(x) + U_2(x)] \\
x^3 &= \frac{1}{8}[U_3(x) + 2U_1(x)] \\
x^4 &= \frac{1}{16}[U_4(x) + 3U_2(x) + 2U_0(x)] \\
x^5 &= \frac{1}{32}[U_5(x) + 4U_3(x) + 5U_1(x)]
\end{aligned}
$$

مثال 2 - 2

عبر عن الدالة $f(x) = x^4 - x^3 + 3x + 2$ باستخدام كثيرات حدود شيبشيف من النوع الثاني

الحل

بإستخدام كثيرات حدود شيبشيف من النوع الثاني نستطيع التعبير عنها

$$
f(x) = \frac{1}{16}[U_4(x) + 3U_2(x) + 2U_0(x)] - \frac{1}{8}[U_3(x) + 2U_1(x)]
$$

$$+\frac{3}{2}U_1(x)+2U_0(x)$$

$$=\frac{1}{16}U_4(x)+\frac{3}{16}U_2(x)-\frac{1}{8}U_3(x)$$
$$+\left[\frac{-2}{8}+\frac{3}{2}\right]U_1(x)+\left[\frac{2}{16}+2\right]U_0(x)$$

$$=\frac{1}{16}U_4(x)-\frac{1}{8}U_3(x)+\frac{3}{16}U_2(x)+\frac{5}{4}U_1(x)+\frac{17}{8}U_0(x)$$

مثال 2 - 3

عبر عن الدالة e^x للحد من الدرجة الثالثة بإستخدام متسلسلة تايلور و كثيرات حدود شيبشيف من النوع الثاني

الحل

الحدود لغاية الدرجة الثالثة بإستخدام متسلسلة تايلور

$$e^x=1+x+\frac{x^2}{2!}+\frac{x^3}{3!}$$

بإستخدام كثيرات حدود شيبشيف من النوع الثاني نستطيع التعبير عنها

$$\begin{aligned}e^x&=U_0(x)+\frac{1}{2}U_1(x)+\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{4}[U_0(x)+U_2(x)]+\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{8}[2U_1(x)+U_3(x)]\\&=U_0(x)+\frac{1}{2}U_1(x)+\frac{1}{8}U_0(x)+\frac{1}{8}U_2(x)+\frac{1}{24}U_1(x)+\frac{1}{48}U_3(x)\\&=\frac{9}{8}U_0(x)+\frac{13}{24}U_1(x)+\frac{1}{8}U_2(x)+\frac{1}{48}U_3(x)\end{aligned}$$

مثال 2 - 4

عبر عن الدالة $\sin x$ للحد من الدرجة الخامسة بإستخدام متسلسلة تايلور و كثيرات حدود شيبشيف من النوع الثاني

الحل

الحدود لغاية الدرجة الخامسة بإستخدام متسلسلة تايلور

$$\sin x=x-\frac{x^3}{3!}+\frac{x^5}{5!}$$

بإستخدام كثيرات حدود شيبشيف من النوع الثاني نستطيع التعبير عنها

$$\begin{aligned}\sin x &= \frac{1}{2}U_1(x) - \frac{1}{6}\cdot\frac{1}{8}[2U_1(x)+U_3(x)] + \frac{1}{120}\cdot\frac{1}{32}[U_5(x)+5U_1(x)+4U_3(x)]\\ &= \frac{1}{2}U_1(x) - \frac{1}{24}U_1(x) - \frac{1}{48}U_3(x) + \frac{1}{3840}U_5(x) + \frac{1}{768}U_1(x) + \frac{1}{960}U_3(x)\\ &= \frac{353}{768}U_1(x) - \frac{19}{960}U_3(x) + \frac{1}{3840}U_5(x)\end{aligned}$$

بعض خواص كيثرة شيبشيف من النوع الثاني

1. $U_n(-x) = (-1)^{n+1}U_n(x)$
2. جذور كثيرة شيبشيف من النوع الثاني هي $x_r = \cos\left(\frac{r}{n+1}\pi\right), r = 1, 2, \ldots, n$
3. كثيرة حدود شيبشيف من النوع الثاني متعامدة في المجال $[-1, 1]$ بالنسبة لدالة الوزن حيث $w = \sqrt{1-x^2}$

$$\int_{-1}^{1}\sqrt{1-x^2}U_n(x)U_m(x)\,dx = \begin{cases}0 & ; n \neq m\\ \frac{\pi}{2} & ; n = m\end{cases}$$

برهان خاصية (1)

$$\begin{aligned}U_n(-x) &= \frac{\sin[(n+1)\cos^{-1}(-x)]}{\sin(\cos^{-1}(-x))}\\ &= \frac{\sin[(n+1)(\pi-\cos^{-1}x)]}{\sin(\pi-\cos^{-1}x)}\\ &= \frac{-\sin[(n+1)\cos^{-1}x]\cos(n+1)\pi}{-\sin(\cos^{-1}x)}\\ &= (-1)^{n+1}U_n(x)\end{aligned}$$

برهان خاصية (2)

$$U_n\left(\frac{r}{n+1}\pi\right) = \frac{\sin\left[(n+1)\frac{r}{n+1}\pi\right]}{\sin\left(\frac{r}{n+1}\pi\right)}$$
$$= \frac{\sin(r\pi)}{\sin\left(\frac{r}{n+1}\pi\right)}$$
$$= 0$$

برهان خاصية (3)

نفرض

$$x = \cos\theta \Rightarrow dx = -\sin\theta d\theta$$

$$x = -1 \Rightarrow \theta = \pi, \quad x = 1 \Rightarrow \theta = 0$$

$$\begin{aligned}
I &= \int_{-1}^{1} \sqrt{1-x^2} U_n(x) U_m(x)\, dx \\
&= \int_{\pi}^{0} \sin\theta U_n(\cos\theta) U_m(\cos\theta)(-\sin\theta)\, d\theta \\
&= \int_{0}^{\pi} \cos(n\theta)\cos(m\theta)\, d\theta \\
&= \frac{1}{2}\int_{0}^{\pi} \cos(n-m)\theta - \cos(n+m+2)\theta\, d\theta \\
&= \frac{1}{2}\left[\frac{\sin(n-m)\theta}{n-m} - \frac{\sin(n+m+2)\theta}{n+m+2}\right]_0^{\pi} \\
&= \begin{cases} 0 & ; n \neq m \\ \frac{\pi}{2} & ; n = m \end{cases}
\end{aligned}$$

2 - 4 العلاقة بين النوع الاول و النوع الثاني

هناك علاقة وثيقة بين متعددات حدود شيبشيف من النوع الاول $T_n(x)$ والنوع الثاني $U_n(x)$ حيث ان كلاهما مشتقة من الدوال المثلثية ولهما خصائص متشابهة و بما أن

$$T_n(x) = \cos(n\theta), \quad U_n(x) = \frac{\sin(n+1)\theta}{\sin\theta}$$

فإن

$$T_{n+1}(x) = \cos(n+1)\theta = \cos(n\theta)\cos\theta - \sin(n\theta)\sin\theta$$

$$T_{n-1}(x) = \cos(n-1)\theta = \cos(n\theta)\cos\theta + \sin(n\theta)\sin\theta$$

و بالتالي

$$T_{n-1}(x) - T_{n+1}(x) = 2\sin(n\theta)\sin\theta = 2\sin^2\theta\frac{\sin(n\theta)}{\sin\theta} = 2(1-\cos^2\theta)\cdot\frac{\sin(n\theta)}{\sin\theta}$$

إذن

$$T_{n-1}(x) - T_{n+1}(x) = 2(1-x^2)U_{n-1}(x) \tag{7}$$

ويمكن الحصول على علاقة اخرى من خلال طرح المعادلتين (4) و (5) ، حيث

$$U_{n+1}(x) - U_{n-1}(x) = \frac{2\sin\theta\cos(n+1)\theta}{\sin\theta} = 2\cos(n+1)\theta$$

إذن

$$U_{n+1}(x) - U_{n-1}(x) = 2T_{n+1}(x) \tag{8}$$

2 - 5 استخدامات كلا النوعين

يستخدم النوع الاول بشكل اساسي في التقريب متعددات الحدود وتقليل الاخطاء اما النوع الثاني يستخدم في تحليل الدوال وخصائصها علماً ان كلا النوعين يكملان بعضهما البعض في العديد من التطبيقات الرياضية والتحليلية.

الاستنتاج

تناول هذا البحث دراسة كثيرات حدود شيبشيف من النوع الاول والثاني، حيث تم تحليل خصائص كل منهما. تم استخدام كثيرات حدود شيبشيف من النوع الثاني في تقريب الدوال ، لما تتميز به من خصائص مناسبة في هذا السياق. وقد بينت الدراسة اهمية فهم النوعين معاً لتعزيز استخدامهما في التقريب والتحليل العددي.

المصادر

[1] Martin, A. Snyder: Chebyshev Methods In Numerical Approximations, Prentic -Hall, IncEnglewood Cliffs, N.J, 1996.

[2] J.C Mason, D.C.Handscomb: Chebyshev polynomials, Baco Ruton, London New York Washington, D.C, 2003.

[3] منال طاهر الزيدي وحنان صالح ابو شحمة: التقريب بكثيرات الحدود ، المجلة العلمية لكلية التربية جامعة مصراته ، ليبيا ، المجلد الاول - العدد الثاني عشر ، مارس 2019.

[4] شكر الله، اميل: الرياضيات الهندسية المتطورة ، مؤسسة بيتر للطباعة ، 2002.