

01.  $\int \sin x \sin(\cos x) dx$  এর মান কোনটি?

- (a)  $\cos(\cos x) + c$  (b)  $\cos(\sin x) + c$   
(c)  $-\sin(\sin x) + c$  (d)  $-\cos(\sin x) + c$

উত্তর: (a)  $\cos(\cos x) + c$

রেফারেন্স: প্রতিস্থাপন পদ্ধতি, যোগজীকরণ, উচ্চতর গণিত ১ম পত্র, এস ইউ আহমেদ স্যার।

কনসেপ্ট: **Technique:** প্রতিস্থাপন পদ্ধতি ব্যবহার করে রাশিটি সহজ বানিয়ে নিতে হবে।

$$\begin{aligned} \int \sin x \sin(\cos x) dx &= \sin \int (\cos x) \sin x dx \\ &= -\sin \int (\cos x) d(\cos x) \\ &= -(-\cos(\cos x)) + c \\ &= \cos(\cos x) + c \end{aligned} \quad \left| \begin{array}{l} \frac{d}{dx}(\cos x) = -\sin x \\ \Rightarrow -d(\cos x) = \sin x dx \end{array} \right.$$

02. যদি  $\int_1^4 f(x) dx = 5$  হয় তবে  $\int_0^1 f(3x+1) dx$  এর মান কতো?

- (a)  $\frac{5}{3}$  (b)  $\frac{3}{5}$   
(c) 5 (d)  $\frac{5}{2}$

উত্তর: (a)  $\frac{5}{3}$

রেফারেন্স: ফাংশানের যোগজ, যোগজীকরণ, উচ্চতর গণিত ১ম পত্র, কেতাবউদ্দীন

কনসেপ্ট: **Shortcut:**  $\frac{I}{x \text{ এর সহগ}}$ ; I = প্রশ্নে দেয়া যোগজের মান।  
 $= \frac{5}{3}$

03.  $\int \frac{x e^x}{(x^2+1)^2} dx =$  কত?

- (a)  $\frac{\ln x}{1+x}$  (b)  $\frac{e^x}{x+1}$   
(c)  $\frac{e^x}{x-1}$  (d)  $\frac{1+x}{\ln x}$

উত্তর: (b)  $\frac{e^x}{x+1}$

রেফারেন্স: অতিরিক্ত সূত্র, যোগজীকরণ, উচ্চতর গণিত ১ম পত্র, কেতাবউদ্দীন স্যার।

কনসেপ্ট: **Formula:**

$$\int e^x \{f(x) + f'(x)\} dx = e^x f(x) + c$$

এখানে,

$$\begin{aligned} \int \frac{x e^x}{(x+1)^2} dx &= \int e^x \frac{x+1-1}{(x+1)^2} dx \\ &= \int e^x \left\{ \frac{1}{x+1} - \frac{1}{(x+1)^2} \right\} dx \\ &= e^x \cdot \frac{1}{x+1} + c \quad [\because \text{formula}] \end{aligned}$$

04. বক্ররেখা  $y = e^{x+y}$  এর (0, 1) বিন্দুতে স্পর্শকের সমীকরণটি কোনটি?

- (a)  $x - y + 1 = 0$  (b)  $\left(\frac{e-1}{e}\right)x + y - 1 = 0$   
(c)  $\left(\frac{e}{e-1}\right)x + y - 1 = 0$  (d)  $e x - (e+1)y + 1 = 0$

উত্তর: (c)  $\left(\frac{e}{e-1}\right)x + y - 1 = 0$

রেফারেন্স: অন্তরকের সাহায্যে স্পর্শক ও অভিলম্ব, অন্তরীকরণ, উচ্চতর গণিত ১ম পত্র, কেতাবউদ্দীন স্যার।

কনসেপ্ট:

$$\begin{aligned} y &= e^{x+y} \\ \Rightarrow \frac{dy}{dx} &= e^{x+y} \cdot \left(1 + \frac{dy}{dx}\right) \\ \Rightarrow \frac{dy}{dx} &= e^{x+y} \cdot \frac{dy}{dx} = e^{x+y} \\ \therefore \frac{dy}{dx} &= \frac{e^{x+y}}{1 - e^{x+y}} \end{aligned}$$

$$(0, 1) \text{ বিন্দুতে } \frac{dy}{dx} = \frac{e^{x+y}}{1 - e^{x+y}} = \frac{e^{0+1}}{1 - e^{0+1}} = \frac{e}{1-e} = -\frac{e}{e-1}$$

অতএব, স্পর্শকের সমীকরণ,

$$\begin{aligned} y - 1 &= \frac{dy}{dx}(x - 0) \\ \Rightarrow y - 1 &= -\frac{e}{e-1}x \\ \Rightarrow \left(\frac{e}{e-1}\right)x + y - 1 &= 0 \end{aligned}$$

05. একটি বস্তু t সেকেন্ড সময়ে  $92t - 6t^2 + t^3$  দূরত্ব অতিক্রম।

t=4 সময়ে বস্তুটির ত্বরণ কত ছিল?

- (a)  $4 \text{ m/s}^2$  (b)  $16 \text{ m/s}^2$   
(c)  $12 \text{ m/s}^2$  (d)  $20 \text{ m/s}^2$

উত্তর: (c)  $12 \text{ m/s}^2$

রেফারেন্স: অন্তরকের সাহায্যে বাস্তব সমস্যা সমাধান, অন্তরীকরণ, উচ্চতর গণিত ১ম পত্র, কেতাবউদ্দীন স্যার।

কনসেপ্ট: আমরা জানি,

$$\text{দূরত্বের দ্বিতীয় অন্তরজ} = \text{ত্বরণ} \left[ a = \frac{d^2s}{dt^2} \right]$$

$$\text{যদি, } s = 92t - 6t^2 + t^3$$

$$\therefore \frac{ds}{dt} = 92 - 12t + 3t^2$$

$$\therefore \frac{d^2s}{dt^2} = 0 - 12 + 6t$$

$$\text{অতএব, } t=4 \text{ সময়ে বস্তুটির ত্বরণ, } \left(\frac{d^2s}{dt^2}\right)_{t=4} =$$

$$-12 + 6 \times 4$$

$$= 12 \text{ m/s}^2$$

06.  $\int_{\frac{\pi}{2}}^{2\pi} \sin^2 \theta \sin \theta d\theta = ?$

- (a)  $\frac{2}{3}$  (b)  $\frac{4}{5}$   
(c)  $\frac{3}{2}$  (d) 1

উত্তর: (a)  $\frac{2}{3}$

রেফারেন্স: নির্দিষ্ট যোগজ, যোগজীকরণ, উচ্চতর গণিত ১ম পত্র, কেতাবউদ্দীন স্যার।

কনসেপ্ট:

$$= \int_{\frac{\pi}{2}}^{2\pi} \sin^2 \theta \sin \theta d\theta$$

$$= \int_{\frac{\pi}{2}}^{2\pi} (1 - \cos^2 \theta) \sin \theta d\theta$$

Let,  $\cos \theta = z \Rightarrow -\sin \theta d\theta = dz$

x	$2\pi$	$\frac{\pi}{2}$
z	1	0

$$= \int_0^1 (1 - z^2) dz$$

$$= \int_0^1 dz - \int_0^1 z^2 dz = \left[ z - \frac{z^3}{3} \right]_0^1 = \frac{2}{3}$$

07.  $y^2 = 4ax$  এবং  $x^2 = 4ay$  পরাবৃত্ত দুটি দ্বারা আবদ্ধ ক্ষেত্রের

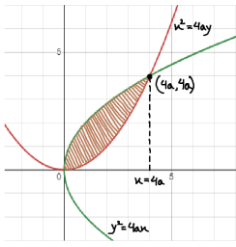
ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক?

- (a)  $\frac{16}{3}a^2$  (b)  $\frac{49}{3}a^2$   
(c)  $\frac{8}{3}a^3$  (d)  $\frac{16}{3}a^2$

উত্তর: (a)  $\frac{16}{3}a^2$

রেফারেন্স: ক্ষেত্রফল নির্ণয়, যোগজীকরণ, উচ্চতর গণিত ১ম পত্র, কেতাবউদ্দীন স্যার।

কনসেপ্ট:



$$y^2 = 4ax$$

$$\Rightarrow \left(\frac{x^2}{4a}\right)^2 = 4ax [\because x^2 = 4ay]$$

$$\Rightarrow \frac{x^4}{16a^2} = 4ax$$

$$\text{let, } y_1^2 = 4ax \Rightarrow y_1 = \sqrt{4ax} \Rightarrow x^2 = 4ay_2 \Rightarrow y_2 = \frac{x^2}{4a}$$

$$x^4 - 64a^3x = 0 \Rightarrow x(x^3 - 64a^3) = 0$$

$$\therefore x = 0, 4a$$

অতএব, নির্ণেয় ক্ষেত্রফল =

$$\int_0^{4a} (y_1 - y_2) dx$$

$$= \int_0^{4a} \left( \sqrt{4ax} - \frac{x^2}{4a} \right) dx$$

$$= \left[ \sqrt{4a} \cdot \frac{x^{3/2}}{3/2} - \frac{1}{4a} \cdot \frac{x^3}{3} \right]_0^{4a}$$

$$= \frac{16a^2}{3} \text{ বর্গ একক}$$

**Shortcut:**  $\frac{16a^2}{3}$  কে আমরা শটকাট হিসেবে ও মনে রাখতে পারি।

08.  $xy = 1$  হলে,  $\frac{dy}{dx}$  এর মান কোনটি?

- (a)  $\frac{y}{x}$  (b)  $\frac{x}{y}$   
(c)  $-\frac{x}{y}$  (d)  $-\frac{y}{x}$

উত্তর: (d)  $-\frac{y}{x}$

রেফারেন্স: অব্যক্ত ফাংশনের অন্তরজ, অন্তরীকরণ, উচ্চতর গণিত ১ম পত্র, কেতাবউদ্দীন স্যার।

কনসেপ্ট:

$$xy = 1$$

$$\Rightarrow \frac{d}{dx}(xy) = \frac{d}{dx}(1) \Rightarrow y + x \cdot \frac{dy}{dx} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{dy}{dx} = -\frac{y}{x}$$

09.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2-1}}{x+1} = ?$

- (a)  $+\infty$  (b)  $-\infty$   
(c) 1 (d) -1

উত্তর: (c) 1

রেফারেন্স: অসীম লিমিট, অন্তরীকরণ, উচ্চতর গণিত ১ম পত্র, কেতাবউদ্দীন স্যার।

কনসেপ্ট: Limit tends to infinity থাকলে আমরা  $\frac{1}{x^n}$  format

এ আনার চেষ্টা করবো; কারণ  $\frac{1}{\infty} = 0$

০ আসলে রাশি সহজ হয়ে যায় গণনা করতে।  $\frac{1}{x^n}$  format এ

আনার জন্য আমরা সর্বোচ্চ ঘাতের পদকে হর ও লবে ভাগ করবো।

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2+1}}{x+1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{\frac{x^2}{x^2} + \frac{1}{x^2}}}{\frac{x}{x} + \frac{1}{x}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{1 + \frac{1}{x^2}}}{1 + \frac{1}{x}}$$

$$= \frac{\sqrt{1 - \frac{1}{\infty}}}{1 + \frac{1}{-\infty}} = 1$$

10.  $\frac{d}{dx} \left( \frac{\sin^{-1} 2x}{1+x^2} \right) =$  কত?

- (a)  $\frac{2}{1+x^2}$  (b)  $\frac{2}{(1+x^2)^2}$   
(c)  $\frac{2x}{1+x^2}$  (d)  $\frac{\cos^{-1} 2x}{1+x^2}$

উত্তর: (a)  $\frac{2}{1+x^2}$

রেফারেন্স: বিপরীত বৃত্তীয় ফাংশনের অন্তরজ, অন্তরীকরণ, উচ্চতর গণিত ১ম পত্র, অসীম কুমার সাহা স্যার।

কনসেপ্ট: আমরা জানি,

$$2 \tan^{-1} x = \tan^{-1} \frac{2x}{1-x^2} = \sin^{-1} \frac{2x}{1+x^2} = \cos^{-1} \frac{1-x^2}{1+x^2}$$

$$\therefore \frac{d}{dx} \left( \sin^{-1} \frac{2x}{1+x^2} \right) = \frac{d}{dx} (2 \tan^{-1} x) = 2 \cdot \frac{1}{1+x^2} = \frac{2}{1+x^2}$$

11. যদি কোনো সমবাহু ত্রিভুজের বাহু প্রতি সেকেন্ডে ৩ সে.মি ও

ক্ষেত্রফল প্রতি সেকেন্ডে ৩৬ বর্গ সে.মি বৃদ্ধি পায় তবে সমবাহু ত্রিভুজের বাহুর দৈর্ঘ্য কত হবে?

- (a)  $8\sqrt{3} \text{ cm}$  (b)  $\frac{8}{\sqrt{3}} \text{ cm}$   
(c)  $24\sqrt{3} \text{ cm}$  (d)  $8 \text{ cm}$

উত্তর: (a)  $8\sqrt{3} \text{ cm}$

রেফারেন্স: অন্তরকের সাহায্যে বাস্তব সমস্যা সমাধান, অন্তরীকরণ,

উচ্চতর গণিত ১ম পত্র, এস ইউ আহমেদ স্যার।

কনসেপ্ট: বাহুর দৈর্ঘ্য a এবং ক্ষেত্রফল A হলে,

$$A = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 \Rightarrow \frac{dA}{dt} = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 2a \times \frac{da}{dt}$$

$$\Rightarrow 36 = \frac{\sqrt{3}}{2} \times a \times 3 \quad \therefore a = 8\sqrt{3}\text{cm}$$

12.  $y = x(3 - x^2)$  এবং  $\frac{dy}{dx} = 0$  হলে,  $x$  এর মান কত?

- (a) 1 (b) -1  
(c)  $\pm 1$  (d) 0

উত্তর: (c)  $\pm 1$

রেফারেন্স: ফাংশানের অন্তরজ, অন্তরীকরণ, উচ্চতর গণিত ১ম

পত্র, অসীম কুমার সাহা স্যার।

কনসেপ্ট: দেওয়া আছে,

$$y = x(3 - x^2) \Rightarrow y = 3x - x^3$$

$$\Rightarrow \frac{dy}{dx} = 3 - 3x^2$$

প্রশ্নমতে,  $3 - 3x^2 = 0 \Rightarrow 3(1 - x^2) = 0 \Rightarrow x^2 = 1 \therefore x = \pm 1$

13.  $f(x) = \sec x$  হলে  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$  এর মান কতো?

- (a)  $n \cdot \sec x \cdot \tan x$  (b)  $\sec x \cdot \tan x$   
(c)  $\sec^2 x$  (d)  $n^2 \tan^2 x \sec x$

উত্তর: (a)  $n \cdot \sec x \cdot \tan x$

রেফারেন্স: মূল নিয়মে অন্তরজ, অন্তরীকরণ, উচ্চতর গণিত ১ম

পত্র, এস ইউ আহমেদ স্যার।

কনসেপ্ট:

দেওয়া আছে,  $f(x) = \sec x$

$$\Rightarrow f'(x) = \sec x \cdot \tan x.$$

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} [\because \text{মূল নিয়মে অন্তরজ}]$$

$$\Rightarrow f'(x) = \lim_{nh \rightarrow 0} \frac{f(x+nh) - f(x)}{nh}$$

$$\Rightarrow \sec x \tan x = \lim_{nh \rightarrow 0} \frac{f(x+nh) - f(x)}{h} \times \frac{1}{n}.$$

$$\Rightarrow n \cdot \sec x \cdot \tan x = \lim_{nh \rightarrow 0} \frac{(x+nh) - f(x)}{h}$$

14.  $\int (x) = e^{(x-3a)^{50}}$  হলে,  $\int (3a+1)$  এর মান কতো?

- (a)  $e^0$  (b)  $e$   
(c)  $e^{32}$  (d)  $e^{a+1}$

উত্তর: (b)  $e$

রেফারেন্স: ফাংশানের যোগজ, যোগজীকরণ, উচ্চতর গণিত ১ম

পত্র, কেতাউদ্দীন স্যার।

কনসেপ্ট:

$$f(x) = e^{(x-3a)^{50}}; f(3a+1) = e^{(3a+1-3a)^{50}}$$

$$= e^{(1)^{50}} = e$$

15.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)(e^x-1)\tan^2 x}{x^4} =$  কত?

- (a)  $\infty$  (b) অনির্ণেয়  
(c) 1 (d) 0

উত্তর: (c) 1

রেফারেন্স: ফাংশানের লিমিট ও ধর্মাবলী, অন্তরীকরণ, উচ্চতর

গণিত ১ম পত্র, অসীম কুমার সাহা স্যার।

কনসেপ্ট: **Technique:** চিরচেনা ফর্মুলা ফরম্যাটে আনার চেষ্টা

করবো, প্রত্যেক রাশির ক্ষেত্রে।

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)(e^x-1)\tan^2 x}{x^4} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x} \times \frac{(e^x-1)}{x} \times \frac{\tan^2 x}{x^2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x} \times \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x-1}{x} \times \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan^2 x}{x^2}$$

$$= 1 \times 1 \times 1 = 1$$

16.  $\frac{dy}{dx} = \frac{\log m}{x}$  হলে  $y =$  কত?

- (a)  $\log(mx) + c$  (b)  $\log x \cdot \log m + c$   
(c)  $\log x + \log m + c$  (d)  $\log x + c$

উত্তর: (b)  $\log x \cdot \log m + c$

রেফারেন্স: লগারিদম সংক্রান্ত, যোগজীকরণ, উচ্চতর গণিত ১ম

পত্র, কেতাউদ্দীন স্যার।

কনসেপ্ট:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\log m}{x} \Rightarrow \int \frac{dy}{dx} = \int \frac{\log m}{x}$$

$$\Rightarrow y = \log m \int \frac{1}{x} dx$$

$$\therefore y = \log m \cdot \log x + c$$

17.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x}-1}{x}$  এর মান কোনটি?

- (a) 1 (b) 2  
(c) -2 (d) 0

উত্তর: (b) 2

রেফারেন্স: ফাংশানের লিমিট, অন্তরীকরণ, উচ্চতর গণিত ১ম পত্র,

অসীম কুমার সাহা স্যার।

কনসেপ্ট: **Technique:** চিরচেনা ফরম্যাটে নিয়ে আসবো।

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x}-1}{x}$$

$$= \lim_{2x \rightarrow 0} \frac{e^{2x}-1}{2x} \times 2 = 2 \times \lim_{2x \rightarrow 0} \frac{e^{2x}-1}{2x} = 2$$

18. যদি  $y = \frac{\sin x + \cos x}{\sqrt{1-\sin 2x}}$  হয়, তাহলে  $\frac{dy}{dx}$  কত হবে?

- (a) 0 (b)  $\sin x$   
(c)  $-\cos^2 x$  (d)  $\sec^2 x$

উত্তর: (d)  $\sec^2 x$

রেফারেন্স: বৃত্তীয় ফাংশানের অন্তরজ, অন্তরীকরণ, উচ্চতর গণিত

১ম পত্র, কেতাউদ্দীন স্যার।

কনসেপ্ট:

$$y = \frac{\sin x + \cos x}{\sqrt{1-\sin 2x}} = \frac{\sin x + \cos x}{\sqrt{\sin^2 x + \cos^2 x - 2\sin x \cos x}}$$

$$= \frac{\sin x + \cos x}{\sqrt{(\sin x - \cos x)^2}} = \frac{\sin x + \cos x}{\sin x - \cos x}$$

$$= \frac{\sin x + \cos x + \sin x - \cos x}{\sin x + \cos x - \sin x + \cos x}$$

$$= \frac{\sin x}{\cos x} = \tan x$$

$$\therefore \frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx} (\tan x) = \sec^2 x$$

[বয়োজন]

**Shortcut:**

$$\frac{\sin x + \cos x}{\sqrt{1-\sin 2x}} = \tan x;$$

$$\frac{\sin x + \cos x}{\sqrt{1+\sin x}} = 1;$$

এ দুটি ত্রিকোনোমিতির এই পরিচিত রাশি।

তাই আমরা এগুলো ফর্মুলা

আকারে

মনে রাখতে পারি।

19.  $y = x^{x^2}$  হলে,  $\frac{dy}{dx}$  এর মান কোনটি?

(a)  $2x \ln x + x$  (b)  $x^x(2x \ln x + x)$

(c)  $x^{x^2}(2x \ln x + x)$  (d)  $x^x(2x \ln x - x^2)$

উত্তর: (c)  $x^{x^2}(2x \ln x + x)$

রেফারেন্স:  $u^v$  এর অন্তরজ, অন্তরীকরণ, উচ্চতর গণিত ১ম পত্র, এস ইউ আহমেদ স্যার।

কনসেপ্ট:

$$\begin{aligned} \text{Formula: } \frac{d}{dx}(u^v) &= u^v \cdot \frac{d}{dx}(v \ln u) \\ \frac{dy}{dx} &= x^{x^2} \cdot \frac{d}{dx}(x^2 \ln x) \\ &= x^{x^2} \left( 2x \ln x + \frac{x^2}{x} \right) \\ &= x^{x^2}(2x \ln x + x) \end{aligned}$$

20.  $\int \cos(2x + b)dx =$  কত?

(a)  $-\frac{1}{a} \cos(2x + b) + c$  (b)  $\frac{1}{2} \sin(2x + b) + c$

(c)  $\frac{3}{2} \sin(2x + b) + c$  (d)  $\frac{1}{b} \sin(2x + b) + c$

উত্তর: (b)  $\frac{1}{2} \sin(2x + b) + c$

রেফারেন্স: অনির্দিষ্ট যোগজ, যোগজীকরণ, উচ্চতর গণিত ১ম পত্র, অসীম কুমার সাহা স্যার।

কনসেপ্ট:  $\int \cos(2x + b)dx = \frac{\sin(2x+b)}{2} + c =$

$\frac{1}{2} \sin(2x + b) + c$

21.  $x = a(\theta - \sin \theta)$ ;  $y = a(1 - \cos \theta)$  হলে,  $\frac{dy}{dx}$  এর মান

কতো?

(a)  $\tan\left(\frac{\theta}{2}\right)$  (b)  $\cot\left(\frac{\theta}{2}\right)$

(c)  $\tan \theta$  (d)  $\cot \theta$

উত্তর: (b)  $\cot\left(\frac{\theta}{2}\right)$

রেফারেন্স: তৃতীয় চলকের সাপেক্ষে অন্তরক নির্ণয়, অন্তরীকরণ, উচ্চতর গণিত ১ম পত্র, কেতাউদ্দীন স্যার।

কনসেপ্ট: প্রশ্নে এর  $x$  সাপেক্ষে  $y$  এর অন্তরজ বের করতে

বলেছে। কিন্তু  $x$  এর সাথে  $y$  এর সম্পর্কযুক্ত কোনো সমীকরণ

দেয়া নেই। কিন্তু  $x, y$  এর সাথে  $\theta$  সম্পর্কিত সমীকরণ দেয়া

আছে। তাই আমরা,  $\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{d\theta}}{\frac{dx}{d\theta}}$  এ রূপান্তর করবো।

$$\begin{aligned} \frac{dx}{d\theta} &= \frac{d}{d\theta}\{a(\theta - \sin \theta)\} = a(1 - \cos \theta) = a \cdot 2\sin^2 \frac{\theta}{2} \\ \frac{dy}{d\theta} &= \frac{d}{d\theta}\{a(1 - \cos \theta)\} = a \sin \theta = a \cdot 2\sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \end{aligned}$$

$$\therefore \frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{d\theta}}{\frac{dx}{d\theta}} = \frac{2a \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2}}{2a \sin^2 \frac{\theta}{2}} = \cot \frac{\theta}{2}$$

22.  $\int \ln x dx$  এর মান কোনটি?

(a)  $x \ln x + c$

(b)  $\frac{1}{x} + c$

(c)  $\frac{x}{\ln x} + c$

(d)  $x \ln x - x + c$

উত্তর: (d)  $x \ln x - x + c$

রেফারেন্স: অংশায়ন সূত্র (uv), যোগজীকরণ, উচ্চতর গণিত ১ম

পত্র, এস ইউ আহমেদ স্যার।

কনসেপ্ট:

$$\begin{aligned} \text{Formula: } \int u v dx &= v \int u dx - \int \left\{ \frac{d}{dx}(v) \int u dx \right\} dx \\ &= \int \ln x dx = \ln x \int 1 dx - \int \left\{ \frac{d}{dx}(\ln x) \int 1 dx \right\} dx \\ &= x \ln x - \int dx \\ &= x \ln x - x + c \end{aligned}$$

23.  $\int \sqrt{e^{3x}} dx =$  কত?

(a)  $\frac{2}{3}(e^x)^{3/2} + c$

(b)  $\frac{1}{2}\sqrt{e^x} + c$

(c)  $2e^{\frac{x}{2}} + c$

(d)  $-e^{\frac{\pi}{2}} + c$

উত্তর: (a)  $\frac{2}{3}(e^x)^{3/2} + c$

রেফারেন্স: অনির্দিষ্ট যোগজ, যোগজীকরণ, উচ্চতর গণিত ১ম পত্র, অসীম কুমার সাহা স্যার।

কনসেপ্ট:

$$\begin{aligned} \int \sqrt{e^{3x}} dx &= \int (e^{3x})^{\frac{1}{2}} dx = \int e^{\frac{3x}{2}} dx = \frac{e^{\frac{3x}{2}}}{\frac{3}{2}} + c \\ &= \frac{2e^{\frac{3x}{2}}}{3} + c \end{aligned}$$

24.  $\int_0^1 x e^x dx$  এর মান কতো?

(a) 0

(b) 1

(c) -1

(d) 1/2

উত্তর: (b) 1

রেফারেন্স: অংশায়ন সূত্র (uv), যোগজীকরণ, উচ্চতর গণিত ১ম

পত্র, এস ইউ আহমেদ স্যার।

কনসেপ্ট:

Formula:  $y = u \cdot v$ ;

$$\begin{aligned} \int u v dx &= v \int u dx - \int \left[ \frac{d}{dx}(v) \int u dx \right] dx \\ \therefore \int_0^1 x e^x dx &= x \int e^x dx - \int \left[ \frac{d}{dx}(x) \cdot \int e^x dx \right] dx \\ &= x \cdot e^x - \int e^x dx = [x \cdot e^x - e^x]_0^1 \\ &= 1 \cdot e - 0 - e + 1 = 1 \end{aligned}$$

25.  $y = 3x$  এবং  $4y = x^2$  দ্বারা আবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক?

(a)  $\frac{41}{3}$

(b) 144

(c) 72

(d)  $\frac{41}{2}$

উত্তর: (c) 72

রেফারেন্স: ক্ষেত্রফল নির্ণয়, যোগজীকরণ, উচ্চতর গণিত ১ম পত্র, কেতাউদ্দীন স্যার।

কনসেপ্ট: Shortcut:  $x^2 = 4ay$  পরাবৃত্তের এবং  $y = mx$

সরলরেখার দ্বারা আবদ্ধ ক্ষেত্রফল  $= \frac{8a^2 m^3}{3}$  বর্গ একক

অতএব, নির্ণেয় ক্ষেত্রফল =  $\frac{8(1)^2(3)^3}{3}$  বর্গ একক = 72 বর্গ একক

26.  $\int \frac{dx}{e^x + e^{-x}}$  এর মান কতো?

- (a)  $(x+1) + c$  (b)  $\tan^{-1} x + c$   
(c)  $e^x + c$  (d)  $\tan^{-1} e^x + c$

উত্তর: (d)  $\tan^{-1} e^x + c$

রেফারেন্স: অনির্দিষ্ট যোগজ, যোগজীকরণ, উচ্চতর গণিত ১ম পত্র, কেতাবউদ্দীন স্যার।

কনসেপ্ট: **Technique:** লবে  $e^x$  আকৃতির ফরম্যাটের ক্ষেত্রে হর-লবে  $e^x$  দ্বারা গুণ করতে পারে।

$$\int \frac{dx}{e^x + e^{-x}} = \int \frac{e^x dx}{(e^x)^2 + 1}$$

$$\text{let, } e^x = 2 \\ \Rightarrow e^x dx = dz$$

$$\int \frac{1}{1+z^2} dz = \tan^{-1} z + c = \tan^{-1} e^x + c$$

27. (2, 5) বিন্দুতে  $y = x^2 + 5$  বক্ররেখাটি কেমন হবে?

- (a) ক্রমবর্ধমান (b) ক্রমহ্রাসমান  
(c) কমবেও না বাড়বেও না (d) কোনোটিই নয়

উত্তর: (a) ক্রমবর্ধমান

রেফারেন্স: ক্রমবর্ধমান ও ক্রমহ্রাসমান ফাংশন, অন্তরীকরণ, উচ্চতর গণিত ১ম পত্র, অসীম কুমার সাহা স্যার।

কনসেপ্ট:  $\frac{dy}{dx} > 0$  হলে ক্রমবর্ধমান ফাংশন

$\frac{dy}{dx} < 0$  হলে ক্রমহ্রাসমান ফাংশন

$\frac{dy}{dx} = 0$  হলে চরমবিন্দু পাওয়া যাবে

$$\text{এখানে, } \frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}(x^2 + 5) = 2x$$

অতএব, (2, 5) বিন্দুতে  $\frac{dy}{dx} = 2.2 = 4 > 0$ ; যা ক্রমবর্ধমান

28.  $\int \frac{1}{\cos^2 x \sqrt{\tan x - 1}} dx$  এর মান কতো?

- (a)  $\tan^{-1} x + c$  (b)  $2\sqrt{\tan x} + c$   
(c)  $2\sqrt{\tan x - 1} + c$  (d)  $\sec x + c$

উত্তর: (c)  $2\sqrt{\tan x - 1} + c$

রেফারেন্স: অতিরিক্ত সূত্রের ব্যবহার, যোগজীকরণ, উচ্চতর গণিত ১ম পত্র, কেতাবউদ্দীন স্যার।

কনসেপ্ট:

$$\text{Formula: } \int \frac{f'(x)}{f(x)} dx = 2\sqrt{f(x)}$$

$$\therefore \int \frac{1}{\cos^2 x \sqrt{\tan x - 1}} dx = \int \frac{\sec^2 x}{\sqrt{\tan x - 1}} dx \\ = 2\sqrt{\tan x - 1} + c$$

29.  $y = \sqrt[3]{x + \sqrt[3]{x + \sqrt[3]{x + \dots}}} \infty$  হলে,  $\frac{dy}{dx} = ?$

- (a)  $\frac{1}{2y-1}$  (b)  $\frac{1}{3y^2-1}$   
(c)  $\frac{1}{1-2y}$  (d)  $\frac{1}{3-2y^2}$

উত্তর: (b)  $\frac{1}{3y^2-1}$

রেফারেন্স: অসীম ফাংশনের অন্তরজ, অন্তরীকরণ, উচ্চতর গণিত ১ম পত্র, কেতাবউদ্দীন স্যার।

কনসেপ্ট: যদি,  $y = \sqrt[3]{x + \sqrt[3]{x + \sqrt[3]{x + \dots}}} \infty$  হয়,

তাহলে বলা যায়,

$$y = \sqrt[3]{x + y} \\ \Rightarrow y^3 = x + y \\ \Rightarrow 3y^2 \cdot \frac{dy}{dx} = 1 + \frac{dy}{dx} \\ = \frac{dy}{dx} = \frac{1}{3y^2 - 1}$$

**Shortcut:** যদি,  $y = \sqrt[n]{x + \sqrt[n]{x + \sqrt[n]{x + \dots}}} \infty$ ;

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{ny^{n-1}-1}$$

30.  $\int_{e^4}^{e^5} \frac{(\ln x)^3}{x} dx = ?$

- (a)  $\frac{65}{4}$  (b)  $\frac{e^2}{4}$   
(c)  $\frac{465}{4}$  (d)  $\frac{369}{4}$

উত্তর: (d)  $\frac{369}{4}$

রেফারেন্স: নির্দিষ্ট যোগজ, যোগজীকরণ, উচ্চতর গণিত ১ম পত্র, কেতাবউদ্দীন স্যার।

কনসেপ্ট:  $\int_{e^4}^{e^5} \frac{(\ln x)^3}{x} dx$

$$\therefore \int_{e^4}^{e^5} (\ln x)^3 d(\ln x) \quad \left[ \frac{d}{dx}(\ln x) = \frac{1}{x} \right] \\ = \left[ \frac{(\ln x)^4}{4} \right]_{e^4}^{e^5} = \frac{(\ln e^5)^4}{4} - \frac{(\ln e^4)^4}{4} = \frac{(5)^4}{4} - \frac{(4)^4}{4} \\ = \frac{369}{4}$$

31.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2(b - \sqrt{b^2 + x^2})}{x^2}$  এর সীমাস্থ মান কতো হবে?

- (a)  $-\frac{1}{b}$  (b)  $b^2 + 2$   
(c) 0 (d)  $\frac{2}{3}b^2$

উত্তর: (a)  $-\frac{1}{b}$

রেফারেন্স: ফাংশনের লিমিট ও ধর্মাবলী, অন্তরীকরণ, উচ্চতর গণিত ১ম পত্র, অসীম কুমার সাহা স্যার।

কনসেপ্ট: **Technique:** Limit এ বর্গমূল থাকলে, হর - লবে বর্গমূল অন্তর্ভুক্ত রাশিটির অনুবন্ধী দ্বারা গুণ করতে হবে।

$$\therefore \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2(b - \sqrt{b^2 + x^2})}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2(b - \sqrt{b^2 + x^2})(b + \sqrt{b^2 + x^2})}{x^2(b + \sqrt{b^2 + x^2})} \\ = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2(b^2 - b^2 - x^2)}{x^2(b + \sqrt{b^2 + x^2})} \\ = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-2}{b + \sqrt{b^2 + x^2}} = \frac{-2}{b + \sqrt{b^2}} = -\frac{1}{b}$$

32.  $\sin \theta$  এর কোন মানের জন্য  $5 \sec \theta - 7 \tan \theta$  এর মান সর্বনিম্ন হবে?

- (a) 5/7 (b) 3/7  
(c) 7/5 (d) 0

উত্তর: (c) 7/5

রেফারেন্স: সর্বোচ্চ ও সর্বনিম্ন মান সম্পর্কিত, অন্তরীকরণ, উচ্চতর

গণিত ১ম পত্র, কেতাবউদ্দীন স্যার।

কনসেপ্ট:

$$\Rightarrow f(x) = 5\sec \theta - 7\tan \theta$$

$$\Rightarrow f'(x) = 5\sec \theta \cdot \tan \theta - 7\sec^2 \theta$$

লঘুমানের শর্তানুসারে,

$$f'(x) = 0 \Rightarrow 5\sec \theta \cdot \tan \theta - 7\sec^2 \theta \Rightarrow 5\tan \theta = 7\sec \theta$$

$$\Rightarrow 5 \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = 7 \frac{1}{\cos \theta} \Rightarrow \sin \theta = \frac{7}{5}$$

**Shortcut:**  $f(x) = m\sec \theta - n\tan \theta$  হলে,  $\sin \theta$  এর মান =

$$\frac{n}{m}$$

33. একটি ধ্রুবককে সময়ের সাপেক্ষে সমাকলণ করলে কি পাওয়া যায়?

- (a) বৃত্ত (b) অধিবৃত্ত  
(c) সরলরেখা (d) বক্ররেখা

উত্তর: (c) সরলরেখা

রেফারেন্স: বিবিধ, যোগজীকরণ, উচ্চতর গণিত ১ম পত্র, এস ইউ আহমেদ স্যার।

কনসেপ্ট: ধরি,  $c = \text{ধ্রুবক}$

অতএব,  $y = \int c dt = ct$  [ $y = mx$  আকৃতি, যেখানে  $m$  হল ঢাল]

অতএব,  $y = ct$  একটি মূলবিন্দুগামী সরলরেখা।

34.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4^x - 4^{-x}}{4^x + 4^{-x}}$  এর মান কতো?

- (a) 1 (b) 0  
(c) 2 (d) -1

উত্তর: (a) 1

রেফারেন্স: অসীম লিমিট সংক্রান্ত, অন্তরীকরণ, উচ্চতর গণিত ১ম পত্র, কেতাবউদ্দীন স্যার।

কনসেপ্ট: Limit tends to infinity দেখলেই আমরা  $\frac{1}{x^n}$  বা,

$\frac{1}{m^{nx}}$  ফরম্যাটে আনার চেষ্টা করবো; কারণ,  $\frac{1}{\infty} = 0$

$$\therefore \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4^x - 4^{-x}}{4^x + 4^{-x}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4^x - \frac{1}{4^x}}{4^x + \frac{1}{4^x}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4^x \left(1 - \frac{1}{4^{2x}}\right)}{4^x \left(1 + \frac{1}{4^{2x}}\right)}$$

$$\therefore \frac{1 - \frac{1}{\infty}}{1 + \frac{1}{\infty}} = 1$$

35.  $x$  এর  $y = (\cos x)^{\sin x}$  সাপেক্ষে এর অন্তরক সহগ = ?

- (a)  $\cos x \cdot \ln \cos x$   
(b)  $y(\ln(\tan x))$   
(c)  $y(\tan x \cdot \sin x - \cos x \cdot \ln \cos x)$   
(d)  $y(-\tan x \cdot \sin x + \cos x \cdot \ln \cos x)$

উত্তর: (d)  $y(-\tan x \cdot \sin x + \cos x \cdot \ln \cos x)$

রেফারেন্স:  $u^v$  এর অন্তরজ, অন্তরীকরণ, উচ্চতর গণিত ১ম পত্র, এস ইউ আহমেদ স্যার।

কনসেপ্ট: **Technique:** ফাংশানের ঘাতে ফাংশান থাকলে দুই

দিকেই লন নিতে হবে।

$$\ln y = \ln (\cos x)^{\sin x}$$

$$\Rightarrow \ln y = \sin x \cdot \ln (\cos x)$$

$$\Rightarrow \frac{d}{dx} (\ln y) = \frac{d}{dx} (\sin x \cdot \ln \cos x)$$

$$\Rightarrow \frac{y_1}{y} = -\frac{\sin x}{\cos x} \cdot \sin x + \ln \cos x \cdot \cos x$$

$$\Rightarrow y_1 = y(-\tan x \cdot \sin x + \cos x \cdot \ln \cos x)$$

36.  $y = x^5$  হলে,  $\frac{d^5 y}{dx^5}$  এর মান কতো?

- (a)  $\frac{6}{x}$  (b)  $360x^2$   
(c) 120 (d)  $640x^3$

উত্তর: (c) 120

রেফারেন্স: পর্যায়ক্রমিক অন্তরীকরণ, অন্তরীকরণ, উচ্চতর গণিত ১ম পত্র, কেতাবউদ্দীন স্যার।

কনসেপ্ট: **Shortcut:**

যদি  $y = x^m$ ;

$y_n = {}^m P_n \cdot x^{m-n}$  [যখন  $m \geq 0$ ]

$$y_5 = \frac{d^5}{dx^5} (x^5) = {}^5 P_5 \cdot x^{5-5} = \frac{5!}{(5-5)!} \cdot 1$$

$$= \frac{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{0!} \cdot 1$$

$$= 120$$

37.  $\cos 3x$  এর  $n$  তম অন্তরক সহগ কত?

- (a)  $3^n \cos \left(\frac{n\pi}{2} + 3x\right)$  (b)  $3^n \sin 3x$   
(c)  $3^n \cos 3x$  (d)  $3^n \sin \left(\frac{n\pi}{2} + 3x\right)$

উত্তর: (a)  $3^n \cos \left(\frac{n\pi}{2} + 3x\right)$

রেফারেন্স:  $n$  তম অন্তরক সহগ, অন্তরীকরণ, উচ্চতর গণিত ১ম পত্র, কেতাবউদ্দীন স্যার।

কনসেপ্ট:

গুরুত্বপূর্ণ  $n$  তম অন্তরক সহগ

ফাংশান	$n$ তম অন্তরক
$y = e^{mx}$	$y_n = m^n \cdot e^{mx}$
$y = x^m$	$y_n = {}^m P_n x^{m-n}$ [ $m > n$ ] $y_n = n!$ [ $m = n$ ] $y_n = 0$ [ $m < n$ ]
$y = \sin(bx)$	$y_n = b^n \cdot \sin\left(\frac{n\pi}{2} + bx\right)$
$y = \cos(bx)$	$y_n = b^n \cdot \cos\left(\frac{n\pi}{2} + bx\right)$
$y = \ln(ax)$	$y_n = \frac{(-1)^{n-1}(n-1)!}{(ax)^n}$
$y = \frac{1}{ax}$	$y_n = \frac{(-1)^n \cdot n!}{(ax)^{n+1}}$

38.  $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{dx}{1 - \cos x}$  এর মান কোনটি?

- (a)  $1 + \sqrt{3}$  (b)  $1 - \sqrt{3}$   
(c)  $2\sqrt{3}$  (d) অনির্ণেয়

উত্তর: (d) অনির্ণেয়

রেফারেন্স: নির্দিষ্ট যোগজের, যোগজীকরণ, উচ্চতর গণিত ১ম পত্র, কেতাবউদ্দীন স্যার।

কনসেপ্ট:  $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{dx}{1-\cos x}$ ; এরকম লবে ত্রিকোনোমিতিক অনুপাত থাকলে অনুবন্ধী রাশি দ্বারা হর-লবে গুণ করে লবকে ঐকিক রাশিতে রূপান্তর করে যায়।

$$\begin{aligned} &= \int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{dx}{1-\cos x} = \int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{1+\cos x}{1-\cos^2 x} dx = \int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{1+\cos x}{\sin^2 x} dx \\ &= \int_0^{\frac{\pi}{3}} (\operatorname{cosec}^2 x + \operatorname{cosec} x \cdot \cot x) dx = - \int_0^{\frac{\pi}{3}} (-\operatorname{cosec} x - \operatorname{cosec} x \cdot \cot x) dx \\ &= -[\cot x + \operatorname{cosec} x]_0^{\frac{\pi}{3}} = -\left\{\left(\cot \frac{\pi}{3} + \operatorname{cosec} \frac{\pi}{3}\right) - (\cot 0 + \operatorname{cosec} 0)\right\} \\ &= -\left(\frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{2}{\sqrt{3}}\right) - \left(\frac{1}{0} + \frac{1}{0}\right) \\ &= \text{অনির্ণেয়} \end{aligned}$$

39.  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 + \cos x)^2 \sin x dx$  এর মান -

- (a)  $\frac{\pi}{2}$  (b)  $\frac{7}{3}$   
(c)  $\frac{3}{7}$  (d) 0

উত্তর: (b)  $\frac{7}{3}$

রেফারেন্স: নির্দিষ্ট যোগজ, যোগজীকরণ, উচ্চতর গণিত ১ম পত্র, কেতাউদ্দীন স্যার।

কনসেপ্ট: **Technique:** প্রতিস্থাপন পদ্ধতি।

$$\begin{aligned} &\int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 + \cos x)^2 \sin x dx \\ &= - \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 + \cos x)^2 d(1 + \cos x) \\ &= - \left[ \frac{(1 + \cos x)^3}{3} \right]_0^{\frac{\pi}{2}} \\ &= - \left[ \frac{1}{3} - \frac{2^3}{3} \right] = - \left( \frac{1}{3} - \frac{8}{3} \right) = \frac{7}{3} \end{aligned}$$

40.  $\lim_{x \rightarrow 0} (\sec x)^x$  এর মান কোনটি?

- (a) 0 (b) 1  
(c) -1 (d) অসংজ্ঞায়িত

উত্তর: (b) 1

রেফারেন্স: ফাংশনের লিমিট ও ধর্মাবলী, অন্তরীকরণ, উচ্চতর গণিত ১ম পত্র, অসীম কুমার সাহা স্যার।

কনসেপ্ট: কিছু লিমিটের প্রশ্নে লিমিটের মান বসালেই উত্তর চলে আসে।

$$\lim_{x \rightarrow 0} (\sec x)^x - (\sec 0)^0 = (1)^0 = 1$$

41.  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{7}{2}x^2 + 10x + 5$  এর চরমমান  $x$  এর কোন মানের জন্য পাওয়া যাবে?

- (a) 4 (b) 3  
(c) 2 (d) 1

উত্তর: (c) 2

রেফারেন্স: চরমমান, সর্বোচ্চ ও সর্বনিম্ন মান, অন্তরীকরণ, উচ্চতর গণিত ১ম পত্র, কেতাউদ্দীন স্যার।

কনসেপ্ট:

$$f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{7}{2}x^2 + 10x + 5$$

$$\begin{aligned} f'(x) &= x^2 - 7x + 10 = 0 \quad [\text{শর্তানুসারে}] \\ &\Rightarrow (x-2)(x-5) = 0 \\ &\therefore x = 2, 5 \end{aligned}$$

42.  $x^4 - 4x^3 + 4x^2 + 5$  ফাংশানের কোন ব্যবধিতে ক্রমহ্রাসমান হবে?

- (a)  $(0, \infty)$  (b)  $(0, 1)$   
(c)  $(1, 2)$  (d)  $(2, \infty)$

উত্তর: (c)  $(1, 2)$

রেফারেন্স: ক্রমবর্ধমান ও ক্রমহ্রাসমান ফাংশন, অন্তরীকরণ,

উচ্চতর গণিত ১ম পত্র, এস ইউ আহমেদ স্যার।

কনসেপ্ট: দেয়া আছে,  $f(x) = x^4 - 4x^3 + 4x^2 + 5$

$$\begin{aligned} f'(x) &= 4x^3 - 12x^2 + 8x \\ &= 0 \quad [\text{চরমমান বের করার শর্তে}] \end{aligned}$$

$$\Rightarrow x^3 - 3x^2 + 2x = 0$$

$$\Rightarrow x(x^2 - 3x + 2) = 0$$

$$\Rightarrow x(x-1)(x-2) = 0; \therefore x = 0, 1, 2$$

$$-\infty \quad \frac{dy}{dx} < 0 \quad \frac{dy}{dx} > 0 \quad \frac{dy}{dx} < 0 \quad \frac{dy}{dx} > 0 \quad +\infty$$

0                      1                      2

$\therefore$  ক্রমবর্ধমান ব্যবধি  $(-\infty, 0)$  এবং  $(1, 2)$

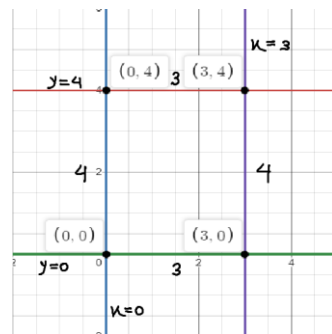
43.  $x = 0, x = 3, y = 0, y = 4$  দ্বারা আবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কোনটি?

- (a) 3 (b) 6  
(c) 12 (d) 108

উত্তর: (c) 12

রেফারেন্স: ক্ষেত্রফল নির্ণয়, যোগজীকরণ, উচ্চতর গণিত ১ম পত্র, অসীম কুমার সাহা স্যার।

কনসেপ্ট:



অতএব, আবদ্ধ ক্ষেত্রফল =  $3 \times 4 = 12$  বর্গ একক।

**Shortcut:**  $\Delta x \times \Delta y = 3 \times 4 = 12 \text{ unit}$

44.  $\int_2^6 f(x) dx = 7$  হলে,  $\int_5^9 f(x-3) dx = ?$

- (a) 6 (b) 7  
(c) 5 (d) 2

উত্তর: (b) 7

রেফারেন্স: ফাংশানের যোগজ, যোগজীকরণ, উচ্চতর গণিত ১ম পত্র, কেতাউদ্দীন স্যার।

কনসেপ্ট: দেয়া আছে,

$$\int_2^6 f(x)dx \Rightarrow 7$$

$$\Rightarrow \int_2^6 f(z)dz = 7 \quad \left[ \int_a^b f(x)dx = z \int_a^b f(z)dz \right]$$

$$\text{ধরি, } x - 3 = z \\ \Rightarrow dx = dz$$

x	5	9
z	2	6

$$\therefore \int_5^9 f(x-3)dx = \int_2^6 f(z)dz = 7$$

**Shortcut:**  $\frac{I}{x \text{ এর সহগ}}$ ; I = প্রদত্ত দেয়া যোগজের মান।  
 $= \frac{7}{1} = 7$

45.  $y^2 = 4cx$  পরাবৃত্তের  $(ct^2, 2ct)$  বিন্দুতে স্পর্শকের ঢাল কত হবে?

- (a)  $-\frac{1}{t}$  (b)  $\frac{1}{t}$   
(c)  $-\frac{1}{t^2}$  (d)  $t$

উত্তর: (b)  $\frac{1}{t}$

রেফারেন্স: অন্তরকের সাহায্যে স্পর্শক ও অভিলম্ব, অন্তরীকরণ, উচ্চতর গণিত ১ম পত্র, অসীম কুমার সাহা স্যার।

কনসেপ্ট:

$$\begin{aligned} y^2 &= 4cx \\ \Rightarrow \frac{d}{dx}(y^2) &= \frac{d}{dx}(4cx) \\ \Rightarrow 2y \cdot \frac{dy}{dx} &= 4c \\ \therefore \frac{dy}{dx} &= \frac{4c}{2y} \\ \therefore (ct^2, 2ct) \text{ বিন্দুতে স্পর্শকের ঢাল} &= \frac{dy}{dx} = \frac{4c}{2(2ct)} = \frac{1}{t} \end{aligned}$$

46.  $x^2 + y^2 = 4$  রেখা দ্বারা আবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত বর্গ

একক?  $\pi$

- (a)  $\pi$  (b)  $2\pi$   
(c)  $4\pi$  (d)  $6\pi$

উত্তর: (c)  $4\pi$

রেফারেন্স: ক্ষেত্রফল নির্ণয়, যোগজীকরণ, উচ্চতর গণিত ১ম পত্র, অসীম কুমার সাহা স্যার।

কনসেপ্ট:  $x^2 + y^2 = 4$ ; সমীকরণটি বৃত্তের, যার ব্যাসার্ধ ২ একক।

$$\text{অতএব, আবদ্ধ ক্ষেত্রফল} = \pi r^2 = \pi(2)^2 = 4\pi$$

47.  $\int_0^1 \left( \frac{1-x}{1+x} \right) dx$  এর মান কত?

- (a)  $\ln \left( \frac{2}{e} \right)$  (b)  $\ln \left( \frac{4}{e} \right)$   
(c)  $\ln \left( \frac{3}{e} \right)$  (d) কোনোটিই নয়

উত্তর: (d) কোনোটিই নয়

রেফারেন্স: নির্দিষ্ট যোগজ, যোগজীকরণ, উচ্চতর গণিত ১ম পত্র, কেতাবউদ্দীন স্যার।

কনসেপ্ট: **Technique:** সাধারণ সূত্রের আকৃতিতে না থাকলে সূত্রের আকৃতিতে আনার চেষ্টা করি।

$$\begin{aligned} \int_0^1 \left( \frac{1-x}{1+x} \right) dx &= \int_0^1 \left\{ \frac{2-(1+x)}{(1+x)} \right\} dx \\ &= \int_0^1 \left( \frac{2}{1+x} - 1 \right) dx = [2\ln(1+x) - x]_0^1 \\ &= 2\ln 2 - 1 - 2\ln 1 + 0 = 2\ln 2 - 1 - 0 + 0 \\ &= \ln 2^2 - \ln e = \ln \left( \frac{4}{e} \right) \end{aligned}$$

48.  $f(x) = \frac{|x|}{x}$  ফাংশানের  $x=0$  বিন্দুতে -

- (a) অসীম (b) অবিচ্ছিন্ন  
(c) বিচ্ছিন্ন (d) একটিও না

উত্তর: (c) বিচ্ছিন্ন

রেফারেন্স: বিচ্ছিন্ন ও অবিচ্ছিন্ন ফাংশান, অন্তরীকরণ, উচ্চতর গণিত ১ম পত্র, এস ইউ আহমেদ স্যার।

কনসেপ্ট: বামবর্তী লিমিট = ডানবর্তী লিমিট -----> অবিচ্ছিন্ন

বামবর্তী লিমিট  $\neq$  ডানবর্তী লিমিট -----> বিচ্ছিন্ন

$$\therefore \text{বামবর্তী লিমিট} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{|x|}{x} = -1$$

$$\text{ডানবর্তী লিমিট} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{|x|}{x} = +1$$

যেহেতু,  $-1 \neq +1$ ; অতএব, বিচ্ছিন্ন।

49. যদি  $\ln(x^n y^n) = x^n + y^n$  হয়, তাহলে  $\frac{dy}{dx}$  কত হবে?

- (a)  $\frac{x^{n-1}}{1-y^n}$  (b)  $\frac{y(x^{n+1}-1)}{x(y^{n+1}-1)}$   
(c)  $\frac{x(x^{n-1}-1)}{y(y^{n-1}+1)}$  (d)  $\frac{y(x^n-1)}{x(1-y^n)}$

উত্তর: (d)  $\frac{y(x^n-1)}{x(1-y^n)}$

রেফারেন্স: অব্যক্ত ফাংশানের অন্তরজ, অন্তরীকরণ, উচ্চতর গণিত ১ম পত্র, এস ইউ আহমেদ স্যার।

কনসেপ্ট: **Shortcut:**  $\frac{dy}{dx} = -\frac{x \text{ এর সাপেক্ষে আংশিক অন্তরজ}}{y \text{ এর সাপেক্ষে আংশিক অন্তরজ}} =$

$$-\frac{f_x}{f_y} \quad [\text{এই ফর্মুলা ব্যবহার করতে হলে সমীকরণের ডানপাশে}$$

শুধু ০ রাখতে হবে]

$$\begin{aligned} \text{এখন, } \frac{dy}{dx} &= -\frac{f_x}{f_y} = -\frac{\frac{1}{n} \cdot x^{n-1} \cdot x^{n-1}}{\frac{1}{n} \cdot y^{n-1} \cdot y^{n-1}} = -\frac{\frac{1-x^n}{x}}{\frac{1-y^n}{y}} \\ &= -\frac{y}{x} \cdot \frac{1-x^n}{1-y^n} \\ &= \frac{y(x^n-1)}{x(1-y^n)} \end{aligned}$$

50.  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^{\frac{9}{2}} - a^{\frac{9}{2}}}{x^{\frac{2}{5}} - a^{\frac{2}{5}}} = ?$

- (a)  $\frac{9}{2} a^2$  (b)  $\frac{1}{2} a^4$   
(c)  $\frac{9}{5} a^2$  (d)  $a^2$

উত্তর: (c)  $\frac{9}{5} a^2$

রেফারেন্স: ফাংশানের লিমিট, অন্তরীকরণ, উচ্চতর গণিত ১ম পত্র, এস ইউ আহমেদ স্যার।



কনসেপ্ট: আমরা জানি,  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^n - a^n}{x - a} = na^{n-1}$ ;

অতএব,  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{\frac{9}{5} \frac{9}{5} x^{\frac{9}{5}} - a^{\frac{9}{5}}}{x - a} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{\frac{9}{5} \frac{9}{5} x^{\frac{9}{5}-1}}{1} = \frac{9}{5} \frac{9}{5} a^{\frac{9}{5}-1} = \frac{9}{5} a^{\frac{9}{5}-\frac{5}{5}} = \frac{9}{5} a^2$

**Shortcut:**  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^{\frac{m}{n}} - a^{\frac{m}{n}}}{x - a} = (\frac{m}{n})a^{\frac{m}{n}-1}$ ; এই আকারকে আমরা

ফর্মুলা হিসেবে মনে রাখতে পারি।

51.  $\sin^2 x$  কে  $\sin x$  এর সাপেক্ষে অন্তরীকরণ কোনটি?

- (a)  $2\sin x$  (b)  $2\cot x$   
(c)  $\cos 2x$  (d)  $\sec x$

উত্তর: (a)  $2\sin x$

রেফারেন্স: ফাংশনের সাপেক্ষে ফাংশনের অন্তরক নির্ণয়,

অন্তরীকরণ, উচ্চতর গণিত ১ম পত্র, কেতাবউদ্দীন স্যার।

কনসেপ্ট:

$$\frac{d(\sin^2 x)}{d\sin x} = \frac{\frac{d(\sin^2 x)}{dx}}{\frac{d\sin x}{dx}} = \frac{2\sin x \cos x}{\cos x} = 2\sin x$$

52.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5x + 6\sin 2x + 7\tan^{-1} x}{2\sin^{-1} 3x + 9e^x - 9} = ?$

- (a)  $\frac{21}{16}$  (b)  $\frac{24}{15}$   
(c)  $\frac{61}{13}$  (d)  $\frac{65}{16}$

উত্তর: (b)  $\frac{24}{15}$

রেফারেন্স: ফাংশনের লিমিট ও ধর্মাবলী, অন্তরীকরণ, উচ্চতর

গণিত ১ম পত্র, অসীম কুমার সাহা স্যার।

কনসেপ্ট: **Shortcut:** লিমিট সরিয়ে যেই পদ বা ফাংশান গুলোকে

চেনা ফর্মুলার আকৃতিতে আনা সম্ভব সেগুলোর সকল সহগ রেখে

এবং মধ্যবর্তী যোগ/ বিয়োগ চিহ্ন রেখে দিয়ে হিসাব করি।

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{5x + 6\sin^2 x + 7\tan^{-1} x}{2\sin^{-1} 3x + 9e^x - 9} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{5x + 6\sin^{-1} 2x + 7\tan^{-1} x}{2\sin^{-1} 3x + 9(e^x - 1)} \\ &= \frac{5 + 6.2 + 7}{2.3 + 9} = \frac{24}{15} \end{aligned}$$

53. ১ টি গোলাকার সাবানের বুদবুদের আয়তন বৃদ্ধির হার তার

ব্যাসার্ধের বৃদ্ধির হারের কতগুণ?

- (a)  $2\pi r^2$  (b)  $4\pi r^2$   
(c)  $\pi r^2$  (d)  $\pi$

উত্তর: (b)  $4\pi r^2$

রেফারেন্স: অন্তরকের সাহায্যে বাস্তব সমস্যা সমাধান, অন্তরীকরণ,

উচ্চতর গণিত ১ম পত্র, এস ইউ আহমেদ স্যার।

কনসেপ্ট: ব্যাসার্ধ  $r$  হলে, ব্যাসার্ধ বৃদ্ধির হার  $= \frac{dr}{dt}$

আয়তন  $v$  হলে, আয়তন বৃদ্ধির হার  $= \frac{dv}{dt}$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \frac{dv}{dt} &= \frac{d}{dt} \left( \frac{4}{3} \pi r^3 \right) \quad [\text{গোলাকার বুদবুদ}] \\ \Rightarrow \frac{dv}{dt} &= \frac{4 \times 3}{3} \times \pi \times r^2 \times \frac{dr}{dt} \\ \Rightarrow \frac{dv}{dt} &= (4\pi r^2) \cdot \frac{dr}{dt} \end{aligned}$$

54.  $\int \frac{2xdx}{1+x^2}$  এর মান কতো?

- (a)  $\tan^{-1} x + c$  (b)  $\ln(1+x^2) + c$   
(c)  $\ln(1+x) + c$  (d)  $\sec^{-1} x + c$

উত্তর: (b)  $\ln(1+x^2) + c$

রেফারেন্স:  $\frac{f'(x)}{f(x)}$  সংক্রান্ত, যোগজীকরণ, উচ্চতর গণিত ১ম পত্র,

কেতাবউদ্দীন স্যার।

কনসেপ্ট:

**Formula:**  $\int \frac{f'(x)}{f(x)} dx = \ln(f(x)) + c$

$$\therefore \int \frac{2x}{1+x^2} dx = \ln(1+x^2) + c \quad \left[ \because \frac{d}{dx}(1+x^2) = 2x \right]$$

55.  $\int x \cos x dx$  এর মান কোনটি?

- (a)  $x \cos x + \sin x + c$  (b)  $x \sin x - \cos x + c$   
(c)  $x \sin x + \cos x + c$  (d)  $x \sin x + \cos x$

উত্তর: (c)  $x \sin x + \cos x + c$

রেফারেন্স: অংশায়ন সূত্র (uv), যোগজীকরণ, উচ্চতর গণিত ১ম

পত্র, এস ইউ আহমেদ স্যার।

কনসেপ্ট:

**Formula:**  $\int uv dx = v \int u dx - \int \left\{ \frac{d}{dx}(v) \int u dx \right\} dx$

$$\begin{aligned} \therefore x \cos \int x dx &= \cos \int x dx - \int \left\{ \frac{d}{dx} x \cos \int x dx \right\} dx \\ &= x \sin x - \sin \int x dx = x \sin x + \cos x + c \end{aligned}$$

56.  $\frac{d}{dx} [\ln(e^x + e^{-x})] =$  কত?

- (a)  $\frac{1}{e^x + e^{-x}}$  (b)  $\frac{e^{2x}}{e^x + e^{-x}}$   
(c)  $\frac{e^{-x} - e^x}{e^x + e^{-x}}$  (d)  $\frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$

উত্তর: (d)  $\frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$

রেফারেন্স: চেইন রুল, অন্তরীকরণ, উচ্চতর গণিত ১ম পত্র, অসীম

কুমার সাহা স্যার।

কনসেপ্ট:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dx} [\ln(e^x + e^{-x})] &= \frac{1}{e^x + e^{-x}} \times (e^x - e^{-x}) \\ &= \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} \end{aligned}$$

57.  $y^2 = 16x$  পরাবৃত্ত ও এর উপকেন্দ্রিক লম্ব দ্বারা সীমাবদ্ধ ক্ষেত্রের

ক্ষেত্রফল কত হবে?

- (a)  $\frac{64}{3}$  বর্গ একক (b)  $\frac{128}{3}$  বর্গ একক  
(c)  $\frac{8}{3}$  বর্গ একক (d)  $\frac{256}{3}$  বর্গ একক

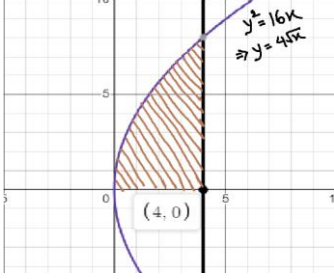
উত্তর: (b)  $\frac{128}{3}$  বর্গ একক

রেফারেন্স: ক্ষেত্রফল নির্ণয়, যোগজীকরণ, উচ্চতর গণিত ১ম পত্র,  
কেতাউদ্দীন স্যার।

কনসেপ্ট:  $y^2 = 16x \Rightarrow y^2 = 4.4.x$

$\therefore a = 4$

$\therefore$  উপকেন্দ্রিক লম্বের সমীকরণ,  $x = 4$



অতএব, ক্ষেত্রফল  $= 2 \int_0^4 4\sqrt{x} dx = 8 \left[ \frac{x^{3/2}}{3/2} \right]_0^4 = \frac{128}{3}$  বর্গ একক

**Shortcut:** এই টাইপের এর সাথে সম্পৃক্ত সকল টাইপের Shortcut

১। $x^2 + y^2 = a^2$ বৃত্তের দ্বারা আবদ্ধ ক্ষেত্রফল $= \pi a^2$ বর্গ একক
২। $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ পরাবৃত্তের দ্বারা আবদ্ধ ক্ষেত্রফল $= \pi ab$ বর্গ একক
৩। $y^2 = 4ax$ ও $x^2 = 4ay$ পরাবৃত্তের দ্বারা আবদ্ধ ক্ষেত্রফল $= \frac{16a^2}{3}$ বর্গ একক
৪। $y^2 = 4ax$ ও $x^2 = 4by$ পরাবৃত্তের দ্বারা আবদ্ধ ক্ষেত্রফল $= \frac{16ab}{3}$ বর্গ একক
৫। $y^2 = 4ax$ ও $x^2 = 4ay$ পরাবৃত্ত এবং এদের উপকেন্দ্রিক লম্ব দ্বারা আবদ্ধ ক্ষেত্রফল $= \frac{8a^2}{3}$ বর্গ একক
৬। $y^2 = 4ax$ পরাবৃত্তের এবং $y = mx$ সরলরেখার দ্বারা আবদ্ধ ক্ষেত্রফল $= \frac{8a^2}{3m^3}$ বর্গ একক
৭। $x^2 = 4ay$ পরাবৃত্তের এবং $y = mx$ সরলরেখার দ্বারা আবদ্ধ ক্ষেত্রফল $= \frac{8a^2 m^3}{3}$ বর্গ একক

58.  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^5 x \cos x dx$  এর মান কতো?

(a)  $\frac{1}{5}$

(b)  $\frac{\pi}{5}$

(c)  $\frac{5}{2}$

(d)  $\frac{1}{6}$

উত্তর: (d)  $\frac{1}{6}$

রেফারেন্স: নির্দিষ্ট যোগজ, যোগজীকরণ, উচ্চতর গণিত ১ম পত্র,

এস ইউ আহমেদ স্যার।

কনসেপ্ট:

$$\begin{aligned} &= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^5 x \cos x dx \\ &= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^4 x d(\sin x) \\ &= \left[ \frac{\sin^6 x}{6} \right]_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{1}{6} \end{aligned} \quad \left| \quad \begin{aligned} \frac{d}{dx}(\sin x) &= \cos x \\ &= \cos x dx \end{aligned} \right.$$

59.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^3 - (2m+1)x^2 + 2x + m}{x-1} = -6$  হলে m এর মান কতো হবে?

(a) 1

(b) -1

(c) 3

(d) -1/2

উত্তর: (c) 3

রেফারেন্স: ফাংশনের লিমিট ও ধর্মাবলী, অন্তরীকরণ, উচ্চতর

গণিত ১ম পত্র, এস ইউ আহমেদ স্যার।

কনসেপ্ট: **Technique:** লিমিটের মান বসিয়ে  $\frac{0}{0}$  আকৃতি পেলে

L'Hospital ব্যবহার করে লিমিটের মান বসিয়ে দিবে।

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^3 - (2m+1)x^2 + 2x + m}{x-1} &= -6 \\ \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \frac{6x^2 - 2x(2m+1) + 2}{1} &= -6 \text{ [ L'Hospital ]} \\ \Rightarrow 6 - 2(2m+1) + 2 &= -6 \\ \Rightarrow 6 - 4m - 2 + 2 &= -6 \\ \Rightarrow 4m &= 12 \therefore m = 3 \end{aligned}$$

60. k এর কোন মানের জন্য নিম্নোক্ত ফাংশান  $f(x)$ ,  $x=0$  বিন্দুতে

অবিচ্ছিন্ন হয়? [ $k \neq 0$ ]

$f(x) =$

$$\begin{cases} \frac{\tan kx}{x}; & x < 0 \\ 3x + 2k^2; & x \geq 0 \end{cases}$$

(a) 0

(b) 1

(c) 1/2

(d) 3/2

উত্তর: (c) 1/2

রেফারেন্স: বিচ্ছিন্ন ও অবিচ্ছিন্ন ফাংশান, অন্তরীকরণ, উচ্চতর

গণিত ১ম পত্র, অসীম কুমার সাহা স্যার।

কনসেপ্ট: L.H.L = R.H.L =  $f(0) \rightarrow$  অবিচ্ছিন্ন

$$\begin{aligned} L.H.L &= \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\tan kx}{x} = \lim_{kx \rightarrow 0^-} \frac{\tan kx}{kx} \times \frac{k}{1} \\ &= 1 \times k = k \end{aligned}$$

$f(0) = 3x + 2k^2 =$

$3(0) + 2k^2 = 2k^2$

শর্তমতে,  $k = 2k^2 \Rightarrow 2k^2 - k = 0 \Rightarrow$

$k(2k - 1)$

$\therefore k = 0, \frac{1}{2} \therefore k \neq 0$

অতএব,  $k = \frac{1}{2}$

61. যদি  $y = e^{\sqrt{x}}$  হয়, তাহলে  $\frac{dy}{dt} = ?$

(a)  $e^{\sqrt{x}}$

(b)  $2\sqrt{x} \cdot e^{\sqrt{x}}$

(c)  $\frac{e^{\sqrt{x}}}{2\sqrt{x}}$

(d)  $\frac{\sqrt{x} \cdot e^{\sqrt{x}}}{2}$

উত্তর: (c)  $\frac{e^{\sqrt{x}}}{2\sqrt{x}}$

রেফারেন্স:  $u^v$  এর অন্তরজ, অন্তরীকরণ, উচ্চতর গণিত ১ম পত্র, কেতাবউদ্দীন স্যার।

কনসেপ্ট: ফাংশানের মধ্যে বা ঘাতে ফাংশান থাকলে 'চেইন রুল' ব্যবহার করতে হবে।

$$y = e^{\sqrt{x}} \Rightarrow \frac{dy}{dx} = e^{\sqrt{x}} \cdot \frac{d}{dx}(\sqrt{x}) = e^{\sqrt{x}} \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}} = \frac{e^{\sqrt{x}}}{2\sqrt{x}}$$

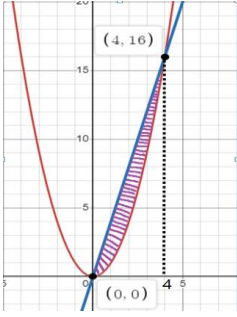
62.  $y = x^2$  এবং  $y = 4x$  দ্বারা আবদ্ধ এলাকার ক্ষেত্রফল কত হবে?

- (a) 32 বর্গ একক (b) 3 বর্গ একক  
(c)  $32/3$  বর্গ একক (d)  $8/3$  বর্গ একক

উত্তর: (c)  $32/3$  বর্গ একক

রেফারেন্স: ক্ষেত্রফল নির্ণয়, যোগজীকরণ, উচ্চতর গণিত ১ম পত্র, এস ইউ আহমেদ স্যার।

কনসেপ্ট: **Technique:** ক্ষেত্রফলের প্রশ্নগুলোতে রাফ ছবি আঁকিয়ে করার চেষ্টা করি।



$$\begin{aligned} \Rightarrow x^2 &= 4x \\ \Rightarrow x^2 - 4x &= 0 \\ \therefore x &= 0, 4 \\ \therefore \text{ক্ষেত্রফল} &= \int_0^4 (4x - x^2) dx = \left[ 2x^2 - \frac{x^3}{3} \right]_0^4 \\ &= \left( 2 \times 16 - \frac{64}{3} \right) - (0 - 0) = \frac{32}{3} \end{aligned}$$

63.  $\frac{dy}{dx} = e^x(\sin x - \cos x)$  হলে,  $y$  এর মান কোনটি?

- (a)  $-e^x \cos x$  (b)  $-e^x \sin x$   
(c)  $e^x \sec x$  (d)  $e^x(-\sin x + \cos x)$

উত্তর: (a)  $-e^x \cos x$

রেফারেন্স: অতিরিক্ত সূত্র, অন্তরীকরণ, উচ্চতর গণিত ১ম পত্র, কেতাবউদ্দীন স্যার।

কনসেপ্ট: **Formula:**  $\int e^{ax}\{af(x) + f'(x)\}dx = e^{ax}f(x) + c$

$$\begin{aligned} \text{দেয়া আছে, } \frac{dy}{dx} &= e^x(\sin x - \cos x) \\ \Rightarrow \int dy &= -\int e^x(\cos x - \sin x) dx \\ \Rightarrow y &= -e^x \cos x + c \end{aligned}$$

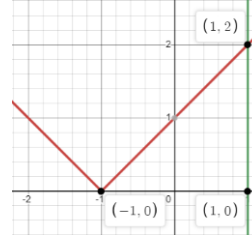
64.  $\int_{-1}^1 |x+1| dx$  এর মান কোনটি?

- (a) -1 (b) 0  
(c) 1 (d) 2

উত্তর: (d) 2

রেফারেন্স: পরমমান সংক্রান্ত, যোগজীকরণ, উচ্চতর গণিত ১ম পত্র, কেতাবউদ্দীন স্যার।

কনসেপ্ট:



$$\begin{aligned} \int_{-1}^1 |x+1| dx &= \int_{-1}^1 (x+1) dx = \left[ \frac{x^2}{2} + x \right]_{-1}^1 \\ &= \left( \frac{1^2}{2} + 1 \right) - \left( \frac{(-1)^2}{2} + (-1) \right) = 2 \end{aligned}$$

01. 65.  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sec(x+h) - \sec x}{h}$  এর মান কতো?

- (a)  $\sec x \cdot \operatorname{cosec} x$  (b) 0  
(c)  $\sec x \cdot \tan x$  (d)  $\sec^2 x$

উত্তর: (c)  $\sec x \cdot \tan x$

রেফারেন্স: L'Hospital এর প্রয়োগ, অন্তরীকরণ, উচ্চতর গণিত ১ম পত্র, কেতাবউদ্দীন স্যার।

কনসেপ্ট: **Shortcut:**  $\frac{0}{0}$  আকৃতি পেলেই আমরা L'Hospital প্রয়োগ করতে পারি।

$$\text{অতএব, } \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sec(x+h) - \sec x}{h} =$$

$$\begin{aligned} \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sec(x+h)\tan(x+h)}{1} &= \sec(x+0)\tan(x+0) \\ &= \sec x \cdot \tan x \end{aligned}$$

66.  $\int \frac{\sin x + \cos x}{\sqrt{1 + \sin 2x}} dx = ?$

- (a)  $x^2 + c$  (b)  $x + c$   
(c)  $2x + c$  (d)  $c$

উত্তর: (b)  $x + c$

রেফারেন্স:  $\sin$  ও  $\cos$  মিশ্রিত যোগজ, যোগজীকরণ, উচ্চতর গণিত ১ম পত্র, কেতাবউদ্দীন স্যার।

কনসেপ্ট: **Shortcut:**  $\frac{\sin x + \cos x}{\sqrt{1 + \sin 2x}} = 1$ ; [চিহ্নচেনা

ত্রিকোনোমিতিক আকার]

$$\therefore \int \frac{\sin x + \cos x}{\sqrt{1 + \sin 2x}} dx = \int 1 dx = x + c$$

67.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{b}{x}\right)^{\frac{x}{a}}$  এর মান কতো?

- (a)  $e^b$  (b)  $e^{\frac{b}{a}}$   
(c)  $e^2$  (d)  $e^a$

উত্তর: (b)  $e^{\frac{b}{a}}$

রেফারেন্স: অসীম লিমিট, অন্তরীকরণ, উচ্চতর গণিত ১ম পত্র, কেতাবউদ্দীন স্যার।

কনসেপ্ট: আমরা জানি,  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$

$$\begin{aligned} & \therefore \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{b}{x}\right)^{\frac{x}{a}} \\ &= \lim_{x \rightarrow \infty} \left[ \left(1 + \frac{1}{\frac{x}{b}}\right)^{\frac{\frac{x}{b}}{a}} \right] \quad \left[ \text{এখানে } \frac{x}{b} \text{ কে } x \text{ ধরা হয়েছে} \right] \\ &= e^{\frac{b}{a}} \quad \left[ \because \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e \right] \end{aligned}$$

68.  $\int \frac{e^x dx}{1+e^{2x}} = ?$

- (a)  $\tan^{-1}(e^x) + c$  (b)  $\sin^{-1}(e^x) + c$   
(c)  $\cos^{-1}(e^x) + c$  (d)  $2 \tan^{-1}(e^x) + c$

উত্তর: (a)  $\tan^{-1}(e^x) + c$

রেফারেন্স: প্রতিস্থাপন পদ্ধতি, যোগজীকরণ, উচ্চতর গণিত ১ম পত্র, অসীম কুমার সাহা স্যার।

কনসেপ্ট: **Technique:** সাধারণ সূত্র আকারে আনা না গেলে প্রতিস্থাপন পদ্ধতিতে (z ধরে) করতে হবে।

ধরি,  $e^x = z \Rightarrow e^x = \frac{dz}{dx} \Rightarrow e^x \cdot dx = dz$

$\int \frac{e^x dx}{1+e^{2x}} = \int \frac{dz}{1+z^2} = \tan^{-1}(z) + c = \tan^{-1}(e^x) + c$

69. (3, 2) বিন্দুতে  $3x^2 + 2y = 2xy + 23$  এর অভিলম্বের ঢাল কতো?

- (a)  $\frac{1}{5}$  (b)  $\frac{1}{7}$   
(c) -7 (d) -5

উত্তর: (b)  $\frac{1}{7}$

রেফারেন্স: অন্তরকের সাহায্যে স্পর্শক ও অভিলম্ব, অন্তরীকরণ, উচ্চতর গণিত ১ম পত্র, এস ইউ আহমেদ স্যার।

কনসেপ্ট:

$\frac{dy}{dx}|_{(x_1, y_1)} \rightarrow$  স্পর্শকের ঢাল

$-\frac{dx}{dy}|_{(x_1, y_1)} \rightarrow$  অভিলম্বের ঢাল

$\therefore \frac{d}{dy}(3x^2 + 2y^2) = \frac{d}{dy}(2xy + 23)$

$\Rightarrow 6x \cdot \frac{dx}{dy} + 4y = 2x + 2y \cdot \frac{dx}{dy} + 0$

$\therefore \frac{dx}{dy} = \frac{4y - 2x}{2y - 6x}$

অতএব,  $-\left(\frac{dx}{dy}\right)_{(3,2)} = -\frac{4.2 - 2.3}{2.2 - 6.3} = \frac{1}{7}$

70.  $y = x^2 - 6x - 93$  ফাংশানের চরমমান কোনটি?

- (a) 120 (b) 102  
(c) 1 (d) কোনোটিই নয়

উত্তর: (d) কোনোটিই নয়

রেফারেন্স: চরমমান নির্ণয়, অন্তরীকরণ, উচ্চতর গণিত ১ম পত্র, অসীম কুমার সাহা স্যার।

কনসেপ্ট:

$y = x^2 - 6x - 93'$

$\Rightarrow \frac{dy}{dx} = 2x - 6$

চরমমানের জন্য,  $\frac{dy}{dx} = 0 \Rightarrow 2x - 6 = 0 = x = 3$

অতএব, চরমমান  $= x^2 - 6x - 93 = (3)^2 -$

$6 \cdot (3) - 93 = -102$

71.  $\int_0^{\frac{\pi}{3}} (\tan^2 x \sec^2 x) dx$  এর মান কোনটি?

- (a)  $\frac{1}{3}$  (b) 3  
(c)  $\frac{1}{\sqrt{3}}$  (d)  $\sqrt{3}$

উত্তর: (d)  $\sqrt{3}$

রেফারেন্স: প্রতিস্থাপন পদ্ধতি, যোগজীকরণ, উচ্চতর গণিত ১ম পত্র, এস ইউ আহমেদ স্যার।

কনসেপ্ট: **Technique:** প্রতিস্থাপন পদ্ধতি ব্যবহার করে রাশি ফর্মুলা ব্যবহারের যোগ্য বানাতে হবে।

$\int_0^{\frac{\pi}{3}} \tan^2 x \sec^2 x dx = \int_0^{\frac{\pi}{3}} \tan^2 x d(\tan x)$

$= \left[ \frac{\tan^3 x}{3} \right]_0^{\frac{\pi}{3}} \Rightarrow \left[ \frac{(\sqrt{3})^3}{3} - 0 \right] = \sqrt{3}$

72.  $\frac{d}{dx} \left\{ \tan^{-1} \left( \frac{x^3 + 3x^2 + 27x}{e^x + \sin x} \right) + \tan^{-1} \left( \frac{e^x + \sin x}{x^3 + 3x^2 + 27x} \right) \right\}$  এর মান কতো হবে?

- (a) 0 (b)  $\frac{x^3 + 3x^2 + 27x}{e^x + \sin x}$   
(c)  $3x^2 e^x$  (d) undefined

উত্তর: (a) 0

রেফারেন্স: বিপরীত বৃত্তীয় ফাংশনের অন্তরজ, অন্তরীকরণ, উচ্চতর গণিত ১ম পত্র, কেতাবউদ্দীন স্যার।

কনসেপ্ট: আমরা জানি,  $\tan^{-1} x + \cot^{-1} x = \frac{\pi}{2}$

তাহলে,  $\tan^{-1} \left( \frac{x^3 + 3x^2 + 27x}{e^x + \sin x} \right) + \tan^{-1} \left( \frac{e^x + \sin x}{x^3 + 3x^2 + 27x} \right)$

$= \tan^{-1} \left( \frac{x^3 + 3x^2 + 27x}{e^x + \sin x} \right) + \cot^{-1} \left( \frac{x^3 + 3x^2 + 27x}{e^x + \sin x} \right)$

$= \frac{\pi}{2}$

অর্থাৎ,  $\frac{d}{dx} \left( \frac{\pi}{2} \right) = 0$

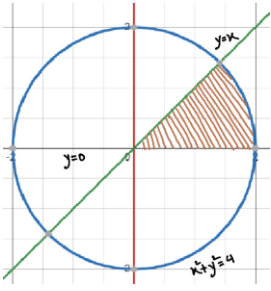
73.  $y = 0, y = x, x^2 + y^2 = 4$  বৃত্ত প্রথ চতুর্ভুজে আবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক?

- (a)  $16\pi$  (b)  $8\pi$   
(c)  $\pi/8$  (d) None

উত্তর: (d) None

রেফারেন্স: ক্ষেত্রফল নির্ণয়, যোগজীকরণ, উচ্চতর গণিত ১ম পত্র, এস ইউ আহমেদ স্যার।

কনসেপ্ট: **Technique:** ক্ষেত্রফল নির্ণয়ের ক্ষেত্রে রাফ ছবি আঁকিয়ে নিলে অঙ্ক সহজ হয়ে যায়।



অতএব, ক্ষেত্রফল  $= \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} \times \pi r^2$   
 $= \frac{1}{8} \times \pi (2)^2$   
 $= \pi/2$  বর্গ একক

74.  $\int f(x)dx = \ln|x + \sqrt{x^2 + a^2}| + c$  হলে,  $f(x)$  এর মান কত?

- (a)  $\frac{1}{\sqrt{a^2+x^2}}$  (b)  $\frac{1}{\sqrt{a^2-x^2}}$   
 (c)  $\frac{1}{a^2-x^2}$  (d)  $\frac{1}{a^2+x^2}$

উত্তর: (a)  $\frac{1}{\sqrt{a^2+x^2}}$

রেফারেন্স: যোগজ নির্ণয়ের সূত্র, যোগজীকরণ, উচ্চতর গণিত ১ম পত্র, এস ইউ আহমেদ স্যার।

কনসেপ্ট: সরাসরি সূত্রের ব্যবহার করে হয়েছে।

সম্পূর্ণ বাকি সূত্র -

- i)  $\int \frac{dx}{a^2+x^2} = \frac{1}{a} \tan^{-1}\left(\frac{x}{a}\right) + c$   
 ii)  $\int \frac{dx^2}{x^2-a^2} = \frac{1}{2a} \ln \left| \frac{x-a}{x+a} \right| + c$   
 iiiv)  $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2-x^2}} = \sin^{-1} \frac{x}{a} + c$   
 iv)  $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2-a^2}} = \ln \left| x + \sqrt{x^2-a^2} \right| + c$   
 v)  $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2+x^2}} = \ln \left| x + \sqrt{a^2+x^2} \right| + c$

75. যদি  $y = e^{e^x}$  হয়, তাহলে  $\frac{dy}{dt} = ?$

- (a)  $e^{e^x} \cdot e^x$  (b)  $e^x \log x$   
 (c) 0 (d) 1

উত্তর: (c) 0

রেফারেন্স: ফাংশানের অন্তরজ, অন্তরীকরণ, উচ্চতর গণিত ১ম পত্র, এস ইউ আহমেদ স্যার।

কনসেপ্ট: প্রশ্নে  $t$  এর সাপেক্ষে অন্তরজ বের করতে বলেছে। ফাংশানে যেহেতু  $t$  এর অস্তিত্ব নেই, তাই সম্পূর্ণ ফাংশানটিকে আওরা ধ্রুবক ধরবো। এবং ধ্রুবকের অন্তরজ ০ হয়।

76.  $\int \frac{dx}{x^2-25}$  এর মান কতো হবে?

- (a)  $\frac{1}{5} \tan^{-1} \left( \frac{x}{5} \right) + c$  (b)  $\frac{1}{5} \sin^{-1} \left( \frac{x}{5} \right) + c$   
 (c)  $\frac{1}{10} \ln \left| \frac{x-5}{x+5} \right| + c$  (d)  $\frac{1}{5} \ln \left| \frac{x+5}{x-5} \right| + c$

উত্তর: (c)  $\frac{1}{10} \ln \left| \frac{x-5}{x+5} \right| + c$

রেফারেন্স: যোগজ নির্ণয়ের সূত্র ও ধর্ম, যোগজীকরণ, উচ্চতর গণিত ১ম পত্র, অসীম কুমার সাহা স্যার।

কনসেপ্ট:

Formula:  $\int \frac{dx}{x^2-a^2} = \frac{1}{2a} \ln \left| \frac{x-a}{x+a} \right| + c$

$\therefore \int \frac{dx}{x^2-25} = \frac{1}{10} \ln \left| \frac{x-5}{x+5} \right| + c$

77.  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^x (\sin x + \cos x) dx = ?$

- (a)  $e^{\frac{\pi}{2}}$  (b)  $\frac{\pi}{2}$   
 (c)  $e^{\pi}$  (d)  $-\frac{\pi}{2}$

উত্তর: (a)  $e^{\frac{\pi}{2}}$

রেফারেন্স: অতিরিক্ত সূত্রের প্রয়োগ, যোগজীকরণ, উচ্চতর গণিত ১ম পত্র, কেতাবউদ্দীন স্যার।

কনসেপ্ট:

Formula:  $\int e^x \{f(x) + f'(x)\} dx = e^x f(x) + c$

$\therefore \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^x (\sin x + \cos x) dx$

$= [e^x \sin x]_0^{\frac{\pi}{2}} = e^{\frac{\pi}{2}} \sin \frac{\pi}{2} - e^0 \sin 0 = e^{\frac{\pi}{2}}$

78.  $y = (x-2)(x-3) - x + 7$  বক্ররেখার কোন বিন্দুতে স্পর্শকের

ঢাল 4 হবে?

- (a) (5, 4) (b) (2, 3)  
 (c) (2, 7) (d) (3, 7)

উত্তর: (a) (5, 4)

রেফারেন্স: অন্তরকের সাহায্যে স্পর্শক ও অভিলম্ব, অন্তরীকরণ, উচ্চতর গণিত ১ম পত্র, অসীম কুমার সাহা স্যার।

কনসেপ্ট:

$y = (x-2)(x-3) - x + 3$   
 $= x^2 - 5x + 6 - x + 3$   
 $= x^2 - 6x + 9 = (x-3)^2$

$\frac{dy}{dx} = 2(x-3);$  প্রশ্নমতে,  $2(x-3) = 4$

$\therefore x = 5; y = (5-3)^2 = 4$   
 $\therefore (x, y) = (5, 4)$

79. যদি  $x > a > 0$  হয়, তবে  $\int \frac{dx}{a^2-x^2}$  এর মান কতো?

- (a)  $\frac{1}{2a} \ln \left( \frac{x-a}{x+a} \right)$  (b)  $\frac{1}{2a} \ln \left( \frac{a+x}{a-x} \right)$   
 (c)  $\frac{1}{a} \tan^{-1} \frac{x}{a}$  (d)  $\sin^{-1} \frac{x}{a}$

উত্তর: (b)  $\frac{1}{2a} \ln \left( \frac{a+x}{a-x} \right)$

রেফারেন্স: যোগজ নির্ণয়ের সূত্র ও ধর্ম, যোগজীকরণ, উচ্চতর গণিত ১ম পত্র, অসীম কুমার সাহা স্যার।

কনসেপ্ট: সরাসরি সূত্রের ব্যবহার করে হয়েছে।

সম্পূর্ণ বাকি সূত্র -

i)  $\int \frac{dx}{a^2+x^2} = \frac{1}{a} \tan^{-1} \left( \frac{x}{a} \right) + c$

ii)  $\int \frac{dx^2}{x^2-a^2} = \frac{1}{2a} \ln \left| \frac{x-a}{x+a} \right| + c$

$$\begin{aligned} \text{iiiv) } \int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} &= \sin^{-1} \frac{x}{a} + c \\ \text{iv) } \int \frac{dx}{\sqrt{x^2 - a^2}} &= \ln \left| x + \sqrt{x^2 - a^2} \right| + c \\ \text{v) } \int \frac{dx}{\sqrt{a^2 + x^2}} &= \ln \left| x + \sqrt{a^2 + x^2} \right| + c \end{aligned}$$

80.  $y = x + \frac{1}{x}$  ফাংশানের লঘুমান কত?

- (a)  $-\frac{1}{2}$  (b)  $\frac{1}{2}$   
(c) 2 (d) -2

উত্তর: (c) 2

রেফারেন্স: চরমমান, সর্বোচ্চ ও সর্বনিম্ন মান, অন্তরীকরণ, উচ্চতর গণিত ১ম পত্র, এস ইউ আহমেদ স্যার।

কনসেপ্ট:

$$\begin{aligned} y &= x + \frac{1}{x} \\ \Rightarrow y_1 &= 1 - \frac{1}{x^2} \Rightarrow y_2 = \frac{2}{x^3} \\ \text{চরমমানের জন্য, } y_1 &= 0 \Rightarrow 1 - \frac{1}{x^2} = 0 \\ \therefore x &= \pm 1 \\ x = 1 \text{ হলে, } y_2 &= -2 < 0, \text{ গুরুমান পাওয়া যাবে} \\ x = -1 \text{ হলে, } y_2 &= 2 > 0, \text{ লঘুমান পাওয়া যাবে} \\ \therefore \text{লঘুমান} &= 1 + \frac{1}{1} = 2 \end{aligned}$$

81.  $\int \frac{e^x(1+x)}{\sin^2(xe^x)} dx$  এর মান কোনটি?

- (a)  $-\tan(xe^x) + c$  (b)  $\tan(e^x + x) + ce$   
(c)  $-\cot(xe^x) + c$  (d)  $\cot(e^x) + c$

উত্তর: (c)  $-\cot(xe^x) + c$

রেফারেন্স:

কনসেপ্ট: **Technique:** প্রতিস্থাপন পদ্ধতি ব্যবহার করি।

$$\begin{aligned} \frac{d}{dx}(xe^x) &= xe^x + e^x \Rightarrow d(xe^x) = (xe^x + e^x)dx \\ \therefore \int \frac{e^x(1+x)}{\sin^2(1+x)} dx &= \int \frac{(e^x + x \cdot e^x)dx}{\sin^2(xe^x)} \\ &= \int \operatorname{cosec}^2(xe^x) d(xe^x) = -\cot(xe^x) + c \end{aligned}$$

82.  $y^x = e^{x+y}$  হলে,  $\frac{dy}{dx}$  এর মান কোনটি?

- (a)  $\frac{y}{x+y} \cdot (1 + \ln y)$  (b)  $\frac{y}{x+y} (1 - \ln y)$   
(c)  $\frac{y}{x-y} (1 + \ln y)$  (d)  $\frac{y}{x-y} (1 - \ln y)$

উত্তর: (d)  $\frac{y}{x-y} (1 - \ln y)$

রেফারেন্স: অব্যক্ত ফাংশানের অন্তরজ, অন্তরীকরণ, উচ্চতর গণিত ১ম পত্র, কেতাবউদ্দীন স্যার।

কনসেপ্ট: ঘাতেও ফাংশান থাকলে দুই দিকেই আমরা লন নিবো।

$$\begin{aligned} \Rightarrow \ln y^x &= \ln e^{x+y} \\ \Rightarrow x \ln y &= x + y \Rightarrow \frac{d}{dx}(x \ln y) = \frac{d}{dx}(x + y) \\ \therefore x \cdot \frac{dy}{dx} + \ln y &= 1 + \frac{dy}{dx} \\ \Rightarrow \frac{dy}{dx} &= \frac{1 - \ln y}{\frac{x}{y} - 1} = \frac{y}{x - y} (1 - \ln y) \end{aligned}$$

83.  $\int \frac{dx}{x^2 - x + 1} = ?$

- (a)  $\frac{x-1}{x+2}$  (b)  $\frac{2}{3} \tan^{-1} \left( \frac{2x+3}{\sqrt{3}} \right)$   
(c)  $\sin^2 2x$  (d)  $\frac{2}{\sqrt{3}} \tan^{-1} \left( \frac{2x-1}{\sqrt{3}} \right)$   
উত্তর: (d)  $\frac{2}{\sqrt{3}} \tan^{-1} \left( \frac{2x-1}{\sqrt{3}} \right)$

রেফারেন্স: অনির্দিষ্ট যোগজ, যোগজীকরণ, উচ্চতর গণিত ১ম পত্র, এস ইউ আহমেদ স্যার।

কনসেপ্ট: **Technique:** এরকম ফর্ম্যাটে থাকলে লবে দুটি বর্গ রাশির যোগ/ বিয়োগফল আকার আনার চেষ্টা করব।

$$\begin{aligned} \int \frac{dx}{x^2 - x + 1} &= \int \frac{dx}{x^2 - 2 \cdot x - \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4} + 1} \\ &= \int \frac{dx}{\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} \\ &= \frac{1}{\frac{\sqrt{3}}{2}} \tan^{-1} \left( \frac{x - \frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} \right) + c \\ &= \frac{2}{\sqrt{3}} \tan^{-1} \left( \frac{2x-1}{\sqrt{3}} \right) + c \end{aligned}$$

84. যদি  $x^2 = 3y^2 + \cos y$  হয়, তাহলে  $\frac{dy}{dx}$  কত হবে?

- (a)  $\frac{2x}{\cos y + 10y}$  (b)  $\frac{10y}{\cos y + 2x}$   
(c)  $\frac{2x}{6y - \sin y}$  (d)  $\frac{5}{\sin y}$   
উত্তর: (c)  $\frac{2x}{6y - \sin y}$

রেফারেন্স: অব্যক্ত ফাংশানের অন্তরজ, অন্তরীকরণ, উচ্চতর গণিত ১ম পত্র, এস ইউ আহমেদ স্যার।

কনসেপ্ট:

$$\begin{aligned} \Rightarrow x^2 &= 3y^2 + \cos y \\ \Rightarrow \frac{d}{dx}(x^2) &= \frac{d}{dx}(3y^2 + \cos y) \\ \Rightarrow 2x &= 6y \cdot \frac{dy}{dx} - \sin y \cdot \frac{dy}{dx} \\ \Rightarrow \frac{dy}{dx} &= \frac{2x}{6y - \sin y} \end{aligned}$$

85.  $\int \frac{1 + \cos x}{x + \sin x} dx = ?$

- (a)  $\ln |x + \sin x| + c$  (b)  $\frac{1}{x + \sin x} + c$   
(c)  $\tan^{-1} x + c$  (d)  $\ln \left| \frac{x+1}{x-1} \right| + c$

উত্তর: (a)  $\ln |x + \sin x| + c$

রেফারেন্স: অতিরিক্ত সূত্রের ব্যবহার, যোগজীকরণ, উচ্চতর গণিত ১ম পত্র, কেতাবউদ্দীন স্যার।

কনসেপ্ট:

$$\begin{aligned} \text{Formula: } \int \frac{f'(x)}{f(x)} dx &= \ln |f(x)| + c \\ \therefore \int \frac{1 + \cos x}{x + \sin x} dx &= \ln |x + \sin x| + c \end{aligned}$$

86.  $y = \cot^{-1} \sqrt{\frac{1+\cos x}{1-\cos x}}$  হলে  $\frac{dy}{dx}$  এর মান কত?

- (a) 1 (b)  $\frac{1}{2}$   
 (c)  $\frac{1}{2} \sec^2 x$  (d)  $\frac{1}{4}$

উত্তর: (b)  $\frac{1}{2}$

রেফারেন্স: বিপরীত বৃত্তীয় ফাংশনের অন্তরজ, অন্তরীকরণ, উচ্চতর গণিত ১ম পত্র, কেতাবউদ্দীন স্যার।

কনসেপ্ট:

$$\cot^{-1} \sqrt{\frac{1+\cos x}{1-\cos x}} = \cot^{-1} \sqrt{\frac{2\cos^2 \frac{x}{2}}{2\sin^2 \frac{x}{2}}} \left[ \begin{array}{l} \because 1+\cos x = 2\cos^2 \frac{x}{2} \\ 1-\cos x = 2\sin^2 \frac{x}{2} \end{array} \right]$$

$$= \cot^{-1} \sqrt{\tan^2 \frac{x}{2}}$$

$$= \cot^{-1} \left( \tan \left( \frac{x}{2} \right) \right)$$

$$= \frac{x}{2}$$

$$\therefore \frac{d}{dx} \left( \frac{x}{2} \right) = \frac{1}{2}$$

**Shortcut:**

$$\frac{1+\cos x}{1-\cos x} \text{ ত্রিকোনোমিতির চিরচেনা ফরম্যাট।}$$

$$\frac{1+\cos x}{1-\cos x} = \tan^2 \frac{x}{2}; \text{ ফর্মুলা আকারে মনে রাখতে পারি।}$$

$$87. \int_1^2 \frac{dx}{\sqrt{2x-x^2}} = ?$$

- (a)  $\frac{\pi}{2}$  (b)  $\pi$   
 (c)  $2\pi$  (d)  $\frac{\pi}{4}$

উত্তর: (a)  $\frac{\pi}{2}$

রেফারেন্স: নির্দিষ্ট যোগজ, যোগজীকরণ, উচ্চতর গণিত ১ম পত্র, এস ইউ আহমেদ স্যার।

কনসেপ্ট:

$$\int_1^2 \frac{dx}{\sqrt{2x-x^2}} = \int_1^2 \frac{dx}{\sqrt{1-x^2+2x-1}}$$

[ $\because$  দুটি বর্গ রাশির অন্তরফল আকারে প্রকাশ করি]

$$= \int_1^2 \frac{dx}{\sqrt{1^2-(x-1)^2}} = \left[ \sin^{-1} \left( \frac{x-1}{1} \right) \right]_1^2$$

$$= \sin^{-1}(1) - \sin^{-1}(0) = \frac{\pi}{2} - 0 = \frac{\pi}{2}$$

$$88. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{|x|} \text{ এর মান কোনটি?}$$

- (a) -1 (b) 1  
 (c)  $\infty$  (d) বিদ্যমান নয়

উত্তর: (d) বিদ্যমান নয়

রেফারেন্স: লিমিটের অস্তিত্ব ও অস্তিত্বহীনতা, অন্তরীকরণ, উচ্চতর গণিত ১ম পত্র, এস ইউ আহমেদ স্যার।

কনসেপ্ট: লিমিটের অঙ্কে মান বের করার আগে পরীক্ষা করতে হয় যে লিমিট এর অস্তিত্ব আছে কি না।

L.H.L = R.H.L হলে limit exist করে।

এখানে,

$$x > 0, \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x}{|x|} = \frac{x}{x} = 1$$

$$x < 0, \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x}{|x|} = \frac{x}{-x} = -1 \therefore 1 \neq -1$$

অর্থাৎ, লিমিট বিদ্যমান নয়।

**Shortcut:** Modulus ( $|x|$ ) সম্বলিত রাশিগুলোর লিমিট

অস্তিত্বহীন হয়।

$$89. x = \sin^{-1} \left( \frac{2t}{1+t^2} \right), y = \tan^{-1} \left( \frac{2t}{1-t^2} \right) \text{ হলে, } \frac{dy}{dx} \text{ কত?}$$

- (a) -1 (b) 0  
 (c) 2 (d) None

উত্তর: (d) None

রেফারেন্স: বিপরীত বৃত্তীয় ফাংশনের অন্তরজ, অন্তরীকরণ, উচ্চতর গণিত ১ম পত্র, এস ইউ আহমেদ স্যার।

কনসেপ্ট: আমরা জানি,

$$2\tan^{-1} x = \sin^{-1} \frac{2x}{1+x^2} = \cos^{-1} \frac{1-x^2}{1+x^2} = \tan^{-1} \frac{2x}{1-x^2}$$

$$= \frac{dy}{dx} = \frac{d \left( \tan^{-1} \frac{2t}{1+t^2} \right)}{d \left( \sin^{-1} \frac{2t}{1+t^2} \right)} = \frac{d(2\tan^{-1} t)}{d(2\tan^{-1} t)} = 1$$

$$90. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log_e(1+x^2)}{x} \text{ এর মান কোনটি?}$$

- (a) e (b) -e  
 (c) 0 (d) 1

উত্তর: (c) 0

রেফারেন্স: ফাংশনের লিমিট, অন্তরীকরণ, উচ্চতর গণিত ১ম পত্র, অসীম কুমার সাহা স্যার।

কনসেপ্ট: আমরা জানি,

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log_e(1+x)}{x} = 1$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log_e(1+x^2)}{x^2} \times \frac{x}{1} \quad [\because x^2 \text{ কে } x \text{ ধরা হয়েছে}]$$

$$= 1 \times \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{1} = 0$$

$$91. \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{4-3x^2}} \text{ এর মান কতো হবে?}$$

- (a)  $\frac{\pi}{3\sqrt{3}}$  (b)  $\frac{\pi}{\sqrt{3}}$   
 (c)  $\frac{\pi}{2\sqrt{3}}$  (d)  $\frac{\pi}{2}$

উত্তর: (a)  $\frac{\pi}{3\sqrt{3}}$

রেফারেন্স: যোগজ নির্ণয়ের সূত্র ও ধর্ম, যোগজীকরণ, উচ্চতর গণিত ১ম পত্র, অসীম কুমার সাহা স্যার।

কনসেপ্ট:

$$\text{Formula: } \int \frac{dx}{\sqrt{a^2-x^2}} = \sin^{-1} \frac{x}{a} + c$$

$$\therefore \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{4-3x^2}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \left[ \sin^{-1} \frac{\sqrt{3}x}{2} \right]_0^1$$

$$= \frac{1}{\sqrt{3}} \left[ \sin^{-1} \frac{\sqrt{3}}{2} - \sin^{-1} 0 \right] = \frac{1}{\sqrt{3}} \left[ \frac{\pi}{3} - 0 \right] = \frac{\pi}{3\sqrt{3}}$$

$$92. \frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{25} = 1 \text{ উপবৃত্ত দ্বারা আবদ্ধ ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক?}$$

- (a) 15 $\pi$  (b) 60 $\pi$   
 (c) 30 $\pi$  (d) 360 $\pi$

উত্তর: (c) 30 $\pi$

রেফারেন্স: ক্ষেত্রফল নির্ণয়, যোগজীকরণ, উচ্চতর গণিত ১ম পত্র, কেতাবউদ্দীন স্যার।

কনসেপ্ট: **Shortcut:**  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  পরাবৃত্তের দ্বারা আবদ্ধ

ক্ষেত্রফল =  $\pi ab$  বর্গ একক।

অতএব,  $\frac{x^2}{(6)^2} + \frac{y^2}{(5)^2} = 1$  উপবৃত্তের দ্বারা আবদ্ধ ক্ষেত্রফল =  $\pi \times$

$6 \times 5 = 30 \pi$  বর্গ একক

93. একটি গোলকের ব্যাসার্ধ বৃদ্ধির এবং পৃষ্ঠতলের বৃদ্ধির

সংখ্যানুপাতের সমান হলে, গোলকের ব্যাসার্ধের মান -

(a)  $\frac{1}{4\pi}$

(b)  $8\pi$

(c)  $4\pi$

(d)  $\frac{1}{8\pi}$

উত্তর: (d)  $\frac{1}{8\pi}$

রেফারেন্স: অন্তরকের সাহায্যে বাস্তব সমস্যা সমাধান, অন্তরীকরণ,

উচ্চতর গণিত ১ম পত্র, এস ইউ আহমেদ স্যার।

কনসেপ্ট: পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল,  $A = 4\pi r^2$

প্রশ্ন অনুযায়ী,

$$\frac{dA}{dt} = \frac{dr}{dt}$$

$$\Rightarrow \frac{d}{dt}(4\pi r^2) = \frac{dr}{dt}$$

$$\Rightarrow 8\pi r \frac{dr}{dt} = \frac{dr}{dt}$$

$$\Rightarrow 8\pi r = 1$$

$$\therefore r = \frac{1}{8\pi}$$

94.  $y = \sin x$  হলে,  $\frac{d^4 y}{dx^4} - y = ?$

(a) 1

(b) -1

(c) 0

(d) None

উত্তর: (c) 0

রেফারেন্স: পর্যায়ক্রমিক অন্তরীকরণ, অন্তরীকরণ, উচ্চতর গণিত

১ম পত্র, অসীম কুমার সাহা স্যার।

কনসেপ্ট:

$$y = \sin x \Rightarrow y_1 = \cos x \Rightarrow y_2 = -\sin x$$

$$\Rightarrow y_3 = -\cos x \Rightarrow y_4 = \sin x$$

$$\therefore y_4 - y_1 = \sin x - \sin x = 0$$

95.  $\sin x^0$  এর অন্তরজ কত?

(a)  $\frac{\pi}{180} \sin\left(\frac{\pi x}{180}\right)$

(b)  $-\frac{\pi}{90} \sin\left(\frac{\pi x}{180}\right)$

(c)  $\frac{\pi}{180} \cos\left(\frac{\pi x}{180}\right)$

(d)  $-\frac{\pi}{180} \cos\left(\frac{\pi x}{180}\right)$

উত্তর: (c)  $\frac{\pi}{180} \cos\left(\frac{\pi x}{180}\right)$

রেফারেন্স: বৃত্তীয় ফাংশনের অন্তরজ, অন্তরীকরণ, উচ্চতর গণিত

১ম পত্র, অসীম কুমার সাহা স্যার।

কনসেপ্ট:

$$\frac{d}{dx}(\sin x^0) = \frac{d}{dx}\left(\sin \frac{\pi x}{180}\right) \quad \left[ \because 180^\circ = \pi^c \right]$$

$$= \cos \frac{\pi x}{180} \cdot \frac{\pi}{180}$$

96.  $\lim_{x \rightarrow \infty} 7^x \sin\left(\frac{a}{7^x}\right)$  এর মান কোনটি?

(a)  $\infty$

(b) 0

(c) 1

(d) a

উত্তর: (d) a

রেফারেন্স: অসীম লিমিট সংক্রান্ত, অন্তরীকরণ, উচ্চতর গণিত ১ম পত্র, কেতাবউদ্দীন স্যার।

কনসেপ্ট: **Shortcut:**  $\lim_{x \rightarrow \infty} b^x \sin\left(\frac{m}{b^x}\right) = m$ ; এই common

রাশিটি আমরা ফর্মুলা হিসেবে মনে রাখতে পারি।

97.  $4y = x^2$ , x অক্ষ,  $x = 3$  এবং  $x = 5$  দ্বারা আবদ্ধ ক্ষেত্রের

ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক?

(a)  $\frac{98}{3}$

(b) 98

(c)  $\frac{141}{3}$

(d) 125

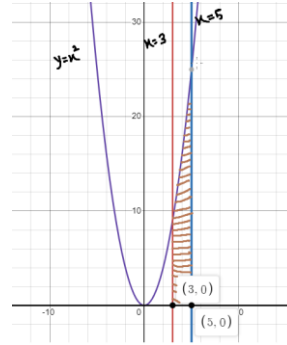
উত্তর: (a)  $\frac{98}{3}$

রেফারেন্স: ক্ষেত্রফল নির্ণয়, যোগজীকরণ, উচ্চতর গণিত ১ম পত্র,

এস ইউ আহমেদ স্যার।

কনসেপ্ট: **Technique:** ক্ষেত্রফল নির্ণয়ের ক্ষেত্রে রাফ ছবি

আঁকিয়ে নিলে অঙ্ক সহজ হয়ে যায়।



অতএব, ক্ষেত্রফল =

$$\int_3^5 x^2 dx = \left[ \frac{x^3}{3} \right]_3^5$$

$$= \frac{5^3}{3} - \frac{3^3}{3}$$

$$= \frac{98}{3} \text{ বর্গ একক}$$

98.  $\tan^{-1}\left(\frac{a+bx}{b-ax}\right)$  এর অন্তরজ কত হবে?

(a)  $\frac{1}{x^2}$

(b)  $\frac{1}{1+x^2}$

(c)  $-\frac{1}{1+x^2}$

(d)  $-\frac{1}{1-x^2}$

উত্তর: (b)  $\frac{1}{1+x^2}$

রেফারেন্স: বিপরীত বৃত্তীয় ফাংশনের অন্তরজ, অন্তরীকরণ, উচ্চতর

গণিত ১ম পত্র, এস ইউ আহমেদ স্যার।

কনসেপ্ট: **Technique:** অন্তরীকরণ সহজ করতে,  $\tan^{-1}x +$

$\tan^{-1}y$  এর সূত্র তে ভাগ্যবো।

$$\tan^{-1} \frac{a+bx}{b-ax} = \tan^{-1} \frac{\frac{a}{b} + \frac{b}{b}x}{\frac{b}{b} - \frac{a}{b}x} = \tan^{-1} \frac{\frac{a}{b} + x}{1 - \frac{a}{b}x} = \tan^{-1} \left( \frac{a}{b} \right) + \tan^{-1} x$$

$$\therefore \frac{d}{dx} \left\{ \tan^{-1} \frac{a}{b} + \tan^{-1} x \right\} = 0 + \frac{1}{1+x^2}$$

99. যদি  $3f(x) - 2f\left(\frac{1}{x}\right) = x$  হয়, তবে  $f'(2) = ?$

(a)  $\frac{2}{7}$

(b)  $\frac{1}{2}$

(c) 2

(d)  $\frac{7}{2}$

উত্তর: (b)  $\frac{1}{2}$



রেফারেন্স: ফাংশানের অন্তরজ, অন্তরীকরণ, উচ্চতর গণিত ১ম

পত্র, কেতাবউদ্দীন স্যার।

কনসেপ্ট: ধরি,  $3f(x) - 2f\left(\frac{1}{x}\right) = x$  --- (i)

তাহলে,  $3f\left(\frac{1}{x}\right) - 2f(x) = \frac{1}{x}$  --- (ii)

$$3 \times (i) + 2 \times (ii) \rightarrow 9f(x) - 6f\left(\frac{1}{x}\right) +$$

$$6f\left(\frac{1}{x}\right) - 4f(x) = 3x + \frac{2}{x}$$

$$\Rightarrow 5f(x) = 3x + \frac{2}{x}$$

$$\Rightarrow 5f'(x) = 3 - \frac{2}{x^2}$$

$$\therefore f'(2) = \frac{1}{2}$$

100. যদি  $(x + y)^2 - xy = 1$  হয়, তাহলে  $\frac{dy}{dx}$  কত হবে?

(a)  $\frac{2x+y}{y+2x}$

(b)  $\frac{2x-y}{x-2y}$

(c)  $\frac{-2x-y}{2y+x}$

(d)  $\frac{-x-2y}{2x+y}$

উত্তর: (c)  $\frac{-2x-y}{2y+x}$

রেফারেন্স: অব্যক্ত ফাংশানের অন্তরজ, অন্তরীকরণ, উচ্চতর গণিত

১ম পত্র, অসীম কুমার সাহা স্যার।

কনসেপ্ট:  $(x + y)^2 - xy = 1$

$$\Rightarrow x^2 + 2xy + y^2 - xy = 1$$

$$\Rightarrow x^2 + xy + y^2 = 1$$

$$\Rightarrow \frac{d}{dx}(x^2 + xy + y^2) = \frac{d}{dx}(1) \Rightarrow 2x + y + x \cdot \frac{dy}{dx} + 2y \cdot \frac{dy}{dx} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{-2x - y}{2y + x}$$