

3. Verificar que el conjunto de soluciones de un conjunto de desigualdades de matrices lineales es convexa.

Como la intersección de conjuntos convexos es convexa, basta demostrar el resultado para una sola desigualdad matricial. Sea  $A$  una matriz de  $m$  x  $n$  componentes y  $b$  un vector vertical de  $m$  componentes, y sean  $v_1, v_2$  vectores tales que  $Av_1 \preceq B, Av_2 \preceq B$ . Tomemos  $0 \leq \theta \leq 1$ . Para ver que  $\theta Av_1 + (1 - \theta)Av_2 \preceq B$ , observe que para todo  $i$ ,  $(\theta Av_1 + (1 - \theta)Av_2)_i = \theta(Av_1)_i + (1 - \theta)(Av_2)_i \leq \theta b_i + (1 - \theta)b_i = b_i$ , por definición de  $\preceq$ . Esto es justamente lo que había que demostrar. Por lo tanto, la solución de cualquier conjunto de desigualdades de matrices lineales es convexa.