

2

സംഖ്യാലോകം



പേരും പെരുമയും

സംഖ്യകളെറിച്ച് പലതും പഠിച്ചില്ലോ, അതിയാവുന്ന ഏറ്റവും വലിയ സംഖ്യ എത്രാണ് ?

അതിനുമപ്പീറം സംഖ്യകളിലേ ?

എറ്റവും ചെറിയ സംഖ്യയിൽ നിന്നു തുടങ്ങി, സംഖ്യകൾ വലുതാക്കി ക്രമാണ്ടിരിക്കാൻ ഏഴുപ്പമാണ്; നോക്കു:

1	ഒന്ന് (One)
10	പത്ത് (Ten)
100	നൂറ് (Hundred)
1000	ആയിരം (Thousand)
10000	പതിനായിരും (Ten thousand)

ഇങ്ങനെ എഴുതുന്നോൾ, സംഖ്യകൾ വലുതാക്കുന്നത് എങ്ങനെ?

സംഖ്യയിൽ 1 എന്ന അക്കത്തിന്റെ സ്ഥാനം ഇടത്തോട് നീങ്ങുന്നതാറും, പത്തു മട്ടങ്ങൾ വലുതാക്കും:

പതിനായിരം	ആയിരം	നൂറ്	പത്ത്	ഒന്ന്
				1
			1	0
		1	0	0
	1	0	0	0
1	0	0	0	0

അപ്പോൾ ഒന്നിനെ ഇനിയും ഇടത്തോട് നീക്കി കൂടുതൽ വലിയ സംഖ്യകൾ ഉണ്ടാക്കിമ്പുണ്ടോ?

ആക്കാം:

- | | |
|----------|-----------------------|
| 100000 | ലക്ഷം (Lakh) |
| 1000000 | പത്തുലക്ഷം (Ten lakh) |
| 10000000 | കോടി (Crore) |

കോടി	പത്തുലക്ഷം	ലക്ഷം	പതിനായിരം	ആയിരം	നൂറ്	പത്ത്	ഒന്ന്
		1	0	0	0	0	0
	1	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0

ഇനിയും പുജ്യങ്ങൾ ചേർത്താൽ പത്തുകോടി, നൂറുകോടി എന്നിങ്ങനെ തുടരാം.

വിദേശ രാജ്യങ്ങളിൽ ഈ ക്രമത്തിന് അല്ലെങ്കിലും വ്യത്യാസമുണ്ട്.

- | | |
|------------|-------------------------------|
| 100000 | നൂറായിരം (Hundred thousand) |
| 1000000 | മില്യൺ (Million) |
| 10000000 | പത്തു മില്യൺ (Ten million) |
| 100000000 | നൂറു മില്യൺ (Hundred million) |
| 1000000000 | ബില്യൺ (Billion) |

തുടർന്ന് പത്ത് ബില്യൺ, നൂറു ബില്യൺ എന്നിങ്ങനെ ആയിരം ബില്യുനെൻ ലില്യൻ (trillion) എന്നു വിളിക്കും.

ഇതു വലിയ സംഖ്യകളുടെ ആവശ്യമെന്നാണ് ?

നമ്മുടെ കേരളത്തിൽ എത്ര ആളുകൾ ഉണ്ടെന്ന് അറിയാമോ ?

2011 ലെ കണക്കെടുപ്പുനുസരിച്ച്, ഏതാണ്ട് മുന്നു കോടി നാല്പതുലക്ഷം. മറ്ററാറു രീതിയിൽ പരഞ്ഞാൽ, ഏകദേശം മുപ്പത്തിനാലു മില്യൻ.

അപ്പോൾ ഇത്യു മുഴുവൻ എടുത്താലോ ?

നൂറുകോടിയേക്കാൾ, അമീവാ, ഒരു ബില്യുനേക്കാൾ കൂടുതൽ.

ലോകം മുഴുവൻ ?

കുട്ടിസംഖ്യ

അമേരിക്കയിലെ ഒരു ഗണിതാധ്യാപകനായിരുന്നു എയേജർഡ് കാസ്റ്റൽ. ഒന്തു വയസ്സുള്ള മരുമകൻ മിൽട്ടൻ കണക്കിൽ താൽപര്യമുണ്ടാക്കാനായി അദ്ദേഹം അവനോട് ചോദിച്ചു, “ഒന്നു കഴിഞ്ഞ് നൂറു പുജ്യമിട്ടാൽ കിട്ടുന്ന സംഖ്യയെ എത്രു വിളിക്കും ?” കുട്ടിയുടെ ഉത്തരം, “സുഗോൾ” (Google) എന്നായിരുന്നു. കാസ്റ്റൽ പിന്നീടെഴുതിയ “കണക്കും ഭാവനയും” എന്ന പുസ്തകത്തിലും ഈ പേര് പ്രസിദ്ധമായി. ഈ ഇൻറ്റർനെറ്റിൽ വിഷയങ്ങൾ തിരയാൻ ഉപയോഗിക്കുന്ന “സുഗർ” (Google) എന്ന സംവിധാനത്തിനു പേരിട്ട് ഈ സംഖ്യയുടെ അടിസ്ഥാനത്തിലാണ്.



ഏതാണ്ട് എന്നുറു കോടി, അമീവാ എടു ബില്യൻ.

ങന്നിനു ശ്രേഷ്ഠ കുറേ പുജ്യങ്ങൾ മാത്രമുള്ള സംഖ്യകളെ ഇങ്ങനെന്നയല്ലാം പേരുകളിട്ടു പറയാം. അങ്ങനെന്നയല്ലാത്ത സംഖ്യകളെയോ ?

സംഖ്യാവായന

362880 വായിക്കാൻ മരുഭാരു വഴിയുണ്ട്. അദ്യം 0 മുതൽ ഇടത്തോട്, ഒന്ന്, പത്ത്, നൂറ് എന്നിങ്ങനെ 3 വരെയുള്ള അക്കങ്ങളുടെ സ്ഥാനങ്ങൾ കണക്കാക്കുക:

- 0 ഒന്ന്
- 8 പത്ത്
- 8 നൂറ്
- 2 ആയിരം
- 6 പതിനായിരം
- 3 ലക്ഷം

ഇനി തിരിച്ച് “മുന്നുലക്ഷത്തി അറുപത്തിരണ്ടായിരത്തി എല്ലുറ്റി എണ്ണപത്” എന്നു വായിക്കാം.

ഉദാഹരണമായി, ഒന്നു മുതൽ ഓൺപത് വരെയുള്ള സംഖ്യകളെയെല്ലാം തമിൽ ഗുണിച്ചാൽ കിട്ടുന്നത് 362880 (ക്ഷമയുണ്ടെങ്കിൽ ചെയ്യു നോക്കു. തുടർന്നുള്ള കുറേ സംഖ്യകൾ ഓരോന്നായി ഗുണിക്കുന്നോൾ, ഗുണന ഫലങ്ങൾ എങ്ങനെ വലുതാകുന്നു എന്നും പരീക്ഷിച്ചു നോക്കാം).

ഇത് എങ്ങനെ വായിക്കും ?

ഇടത്തുനിന്ന് വായിച്ചു തുടങ്ങാം:

- 3 മൂന്ന്
- 36 മുപ്പത്തിയാൻ
- 362 മുന്നുറ്റി അറുപത്തിരണ്ട്

3628 മുവായിരത്തി അറുനുറ്റി ഇരുപത്തിയെട്ട്

36288 മുപ്പത്തിയാറായിരത്തി ഇരുനുറ്റി എണ്ണപത്തിയെട്ട്

362880 മുന്നുലക്ഷത്തി അറുപത്തിരണ്ടായിരത്തി എല്ലുറ്റിയെണ്ണപത്

ലക്ഷം	പതിനായിരം	ആയിരം	നൂറ്	പത്ത്	ഒന്ന്
					3
				3	6
			3	6	2
		3	6	2	8
	3	6	2	8	8
3	6	2	8	8	0

അക്കങ്ങൾ എന്തിയും വായിക്കാം:

- രക്കസംഖ്യ 1 മുതൽ 9 വരെ
- രണ്ടുക്കസംഖ്യ 10 മുതൽ 99 വരെ
- മൂന്നുക്കസംഖ്യ 100 മുതൽ 999 വരെ
- നാലുക്കസംഖ്യ 1000 മുതൽ 9999 വരെ
- അഞ്ചുക്കസംഖ്യ 10000 മുതൽ 99999 വരെ
- ആറുക്കസംഖ്യ 100000 മുതൽ 999999 വരെ
- എഴുക്കസംഖ്യ 1000000 മുതൽ 9999999 വരെ

ഇത് ഇനിയും തുടരാം.

അപ്പോൾ 234567 എങ്ങനെ വായിക്കും? ആറുക്ക സംഖ്യ ആയതിനാൽ ലക്ഷ്യത്തിനു മേലെയാണ്, വായിക്കുന്നത്.

രണ്ടു ലക്ഷ്യത്തി
.....

ചുവടെക്കാടുത്തിരിക്കുന്ന വാക്യങ്ങൾ വായിക്കാമോ?

1. 2023 ത്ത് ഭൂമിയും ചന്ദ്രനും തമ്മിലുള്ള ഏറ്റവും കുറഞ്ഞ ദൂരം 356569 കിലോമീറ്ററും ഏറ്റവും കുറിയ ദൂരം 406458 കിലോമീറ്ററും ആണ്.
2. 2011 ലെ കണക്കെടുപ്പ് പ്രകാരം, കേരളത്തിലെ ജനസംഖ്യ 33406061 ഉം, ഇന്ത്യയിലെ മൊത്തം ജനസംഖ്യ 1210854977 ഉം ആണ്.
3. 1 മുതൽ 11 വരെയുള്ള സംഖ്യകളുടെ ഗുണനഫലം 39916800 ആണ്.

പെരുകുന്ന സംഖ്യകൾ

1, 2, 3, 9 എന്നിങ്ങനെ ഒൻപത് രക്കസംഖ്യകളുള്ളതും. രണ്ടുക്ക സംഖ്യകൾ എത്രയെന്നുമുണ്ട്?

അതായത് 10 മുതൽ 99 വരെയുള്ള സംഖ്യകൾ.

$99 - 10 = 89$ ആണോ?

ഇങ്ങനെ ആലോചിക്കാം:

- 1 മുതൽ 99 വരെ 99 സംഖ്യകൾ.

ഗഹിം

ഗഹിം സുര്യനു ചുറ്റും കഠിനമോഹനം, സുര്യനോട് ഏറ്റവും അടുത്തു വരുന്ന ഭൂരവും, അകന്നുപോകുന്ന ഭൂരവുമാണ്, ചുവടെയുള്ള പട്ടികയിൽ കിലോമീറ്ററുകളായി കാണിച്ചിരിക്കുന്നത്.



ഗഹം	കുറഞ്ഞ ദൂരം	കുടിയ ദൂരം
ബുധൻ	46375340	70310999
ശുക്രൻ	107710467	109206446
ഭൂമി	146605913	152589828
ചൊവ്	206445062	249828444
വ്യാഴം	746509460	815308395
ശനി	1347876815	1506450558
യുറാനസ്	2734649076	3005421222
സെപ്ട്യൂൺ	4458016547	4535807440

- അവയിൽനിന്ന് 1 മുതൽ 9 വരെയുള്ള ഒക്കെസംഖ്യകൾ മാറ്റണം.
- അപേശാൾ $99 - 9 = 90$ സംഖ്യകൾ.

ഇതുപോലെ എത്ര മുന്നക്കെസംഖ്യകളുണ്ടോ കണക്കാക്കാം: 1 മുതൽ 999 വരെയുള്ള സംഖ്യകളിൽ നിന്ന് 1 മുതൽ 99 വരെയുള്ള സംഖ്യകൾ മാറ്റണം.

$$999 - 99 = 900$$

മറ്റാരു കണക്ക് ആലോചിക്കാം.

ആദ്യം നിസ്സാരമായ ഒരു ചോദ്യം: 1, 3 എന്നീ രണ്ടുക്ക്രമങ്ങളും വരുന്ന എത്ര രണ്ടുക്കെസംഖ്യകളുണ്ട്?

13 ഉം 31 ഉം

1, 3, 5 എന്നീ മുന്നക്കെങ്ങളും വരുന്ന എത്ര മുന്നക്കെസംഖ്യകളുണ്ട്?

എല്ലാൻ വരട്ടു; അല്ലെന്നാലോചിക്കാം (പ്രവൃത്തിക്കു മുമ്പ് ചിന്ത എന്നതാണ് കണക്കിന്റെ രീതി).

1 ഉം 3 ഉം ചേർന്ന രണ്ടുക്കെസംഖ്യകൾ രണ്ടുണ്ടുമുണ്ടോ. ഈവ ഓരോനിനോടും 5 എങ്ങനെയെല്ലാം ചേർത്ത് മുന്നക്കെസംഖ്യ ഉണ്ടാക്കാം?

ഉദാഹരണമായി 13 എടുക്കാം:

5 ആദ്യം, 513



5 നടുക്ക്, 153



5 അവസാനം, 135



ഇതുപോലെ 31 ലും 5 മുന്നു തരത്തിൽ ചേർക്കാം:

5 ആദ്യം, 531



5 നടുക്ക്, 351



5 അവസാനം, 315



ആകെ 6 എല്ലാം



അപേശാൾ 1, 3, 5, 7 എന്നീ അക്കങ്ങലെല്ലാം വരുന്ന എത്ര നാലുക്കെസംഖ്യകളുണ്ട്? എങ്ങനെയാണ് ആലോചിക്കേണ്ടത്?

- 1, 3, 5 വരുന്ന എത്ര മുന്നക്കെസംഖ്യകളുണ്ട്?
- ഓരോനിലും 7 ഏതൊക്കെ സ്ഥാനങ്ങളിൽ ചേർക്കാം?
- ആകെ എത്ര സംഖ്യകളായി?

അവസാനം $4 \times 6 = 24$ എന്ന് ഉത്തരം കിട്ടിയാൽ ആലോചന ശരിയായ വഴിക്കാണ് പോയത്.

ഉത്തരം വേറെയാണെങ്കിൽ, മുന്നകൾ സംഖ്യകൾ കണ്ണുപിടിച്ച് രീതിയും, ഇപ്പോൾ ചോദിച്ച് ചോദ്യങ്ങളും അല്ലാം കൂടി മനസ്സിരുത്തി വായിക്കുക.

ഇനിയിപ്പോൾ 1, 3, 4, 5 എന്നീ അക്കങ്ങളെല്ലാം വരുന്ന നാലക്ക സംഖ്യകൾ എത്രയെല്ലാം ഉണ്ടെന്ന് കണക്കാക്കിക്കും? 1 മുതൽ 9 വരെയുള്ള എല്ലാ അക്കങ്ങളും ഉപയോഗിക്കുന്ന എത്ര ഒൻപത്ക്കണ്ണംബുകളുണ്ട്?

കണ്ണുപിടിക്കേണ്ട രീതി ആലോചിച്ചു കഴിഞ്ഞാൽ, ഗുണിച്ചു തുടങ്ങുന്നതിനു മുമ്പ് ഓർക്കുക, ഈ ഗുണനഫലം പാംത്തിന്റെ ആദ്യഭാഗത്ത് എവിടെയോ കണക്കാക്കി പറഞ്ഞിട്ടുണ്ട്.

ഈ കണക്കുകളിലെല്ലാം 0 എന്ന അക്കം ഒഴിവാക്കിയത് ശ്രദ്ധിച്ചോ? എന്തുകൊണ്ടാണിത്?

ഉദാഹരണമായി 0, 1, 3 എന്നീ അക്കങ്ങളെല്ലാം വരുന്ന എത്ര മുന്നകൾ സംഖ്യകൾ ഉണ്ടെന്ന് എങ്ങനെ കണക്കാക്കും? നേരത്തെ 1, 3, 5 ഇവ ഉപയോഗിച്ചുള്ള കണക്കുകൂട്ടലിൽ എന്തു വ്യത്യാസമാണ് വരുത്തേണ്ടത്? 0 ആദ്യസമാനത്തു വരിപ്പില്ലോ.

അപ്പോൾ 0 വരാവുന്ന ഒൻപത് സ്ഥാനങ്ങളുള്ളൂ. സംഖ്യകളുടെ എല്ലാം $2 \times 2 = 4$

0, 1, 3, 5 എന്നീ അക്കങ്ങളെല്ലാം വരുന്ന നാലക്കണ്ണംബുകളോ?

- 1, 3, 5 എന്നീ അക്കങ്ങളെല്ലാം വരുന്ന മുന്നകൾ സംഖ്യകൾ 6 എല്ലാം.
- ഓരോന്നിലും 0 മുമ്പു സ്ഥാനങ്ങളിൽ ചേർത്ത് നാലക്കണ്ണംബുകൾ.
- ആകെ $6 \times 3 = 18$

കൂട്ടലും ഗുണിക്കലും

രണ്ടു കൂടം സംഖ്യകൾ കൂട്ടാനായി തന്നിരിക്കുന്നു

100000000	+
120000000	
123000000	
123400000	
123450000	
123456000	
123456700	
123456780	
123456789	

1	+
21	
321	
4321	
54321	
654321	
7654321	
87654321	
987654321	

എത്ര തുകയാണ് വലുത്?

$$\begin{aligned} 9 \times 1 &= 1 \times 9 \\ 8 \times 2 &= 2 \times 8 \\ 7 \times 3 &= 3 \times 7 \\ \dots\dots\dots & \end{aligned}$$

എന്നിലും ഓർത്താൽ, കൂടി നോക്കാതെതന്നെ ഉത്തരം പറയാം.

കാപ്രേകർ സംഖ്യ

എത്തെങ്കിലും നാലുക്ക്രമങ്ങൾ എടുത്ത്, അവയെല്ലാം ചേർത്ത് ഉണ്ടാക്കാവുന്ന ഏറ്റവും ചെറിയ നാലുക്ക്രമസംഖ്യയും, ഏറ്റവും വലിയ നാലുക്ക്രമസംഖ്യയും എഴുതുക, ഉദാഹരണമായി,

2, 3, 5, 6

എന്നീ അക്കങ്ങളാണ് എടുക്കുന്ന തെളിൽ,

വലിയ സംഖ്യ 6532

ചെറിയ സംഖ്യ 2356

ഇവയുടെ വ്യത്യാസം

$$6532 - 2356 = 4176$$

ഈ ഇളം വ്യത്യാസത്തിലെ അക്കങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ച്, ഈ ക്രിയകൾ ആവർത്തിച്ചാൽ

$$7641 - 1467 = 6174$$

6174 ലെ അക്കങ്ങൾ എടുത്ത് ഈ ക്രിയകൾ ആവർത്തിച്ചാലോ? മറ്റേതെങ്കിലും നാലുക്ക്രമങ്ങളുടെ ലോഹിതം കുറഞ്ഞുവരുന്നതു അവസാനിക്കുന്നുണ്ടോ?



മഹാരാഷ്ട്രയിലെ സ്കൂൾ അധ്യാപക നായിരുന്ന കാപ്രേകർ എന്ന ഗണിതശാസ്ത്രജ്ഞനാണ് ഈ ക്രിയ പിടിച്ചത്. അതിനാൽ 6174 കാപ്രേകർ സംഖ്യ എന്നാണ് അറിയപ്പെടുന്നത്.

മറ്റാരു വിധത്തിലും ആലോചിക്കാം:

- 1, 3, 5, 7 എന്നീ അക്കങ്ങളെല്ലാം വരുന്ന 24 നാലുക്ക്രമസംഖ്യകളുണ്ട്.
- ഇവയിൽ 6 എല്ലാത്തിലെ ആദ്യ അക്കം 7 ആണ്.
- 7 നു പകരം 0 എടുത്താൽ, ഈ ആറു സംഖ്യകൾക്ക് പകരമില്ല.
- ആകെ സംഖ്യകൾ $24 - 6 = 18$

ഇനി ഈ കണക്കുകൾ ചെയ്യുന്നോക്കും:

1. 0 എന്ന അക്കം വരുന്ന എത്ര രണ്ടുക്കൾ സംഖ്യകളുണ്ട്?
0 ഇല്ലാത്ത രണ്ടുക്കൾ സംഖ്യകളോ?
2. i. രണ്ടു 0 ഉള്ള എത്ര മൂന്നുക്കൾ സംഖ്യകളുണ്ട്?
ii. ഒരു പൂജ്യം മാത്രമുള്ള എത്ര മൂന്നുക്കൾ സംഖ്യകളുണ്ട്?
iii. 0 ഇല്ലാത്ത എത്ര മൂന്നുക്ക്രമസംഖ്യകളുണ്ട്?
3. ഒരു അക്കം തന്നെ ആവർത്തിച്ചു വരുന്ന എത്ര രണ്ടുക്രമസംഖ്യകളുണ്ട്? ഒരക്കം തന്നെ മൂന്നു തവണ ആവർത്തിച്ചു വരുന്ന മൂന്നുക്രമസംഖ്യകളോ?
4. അക്കങ്ങളെല്ലാം തിരിച്ചിട്ടാലും മാറ്റം സംഖ്യകളുണ്ട്. ഉദാഹരണമായി 46764 ഇത്തരം സംഖ്യകളെ ഇരുവഴി സംഖ്യകൾ (palindromic numbers) എന്നാണ് പറയുന്നത്.
 - രണ്ടുക്രമസംഖ്യകളിൽ എത്രയെല്ലാം ഇരുവഴി സംഖ്യകളാണ്?
 - മൂന്നുക്രമസംഖ്യകളിലോ?
 - നാലുക്രമസംഖ്യകൾ ആയാലോ?
5. 1, 2, 3, 4 എന്നീ അക്കങ്ങളെല്ലാം ഉപയോഗിച്ച് എത്ര നാലുക്രമസംഖ്യകൾ ഉണ്ടാക്കാം? അവയെല്ലാം കൂടിയാൽ കിട്ടുന്ന സംഖ്യ എന്നാണ്?