

# സംഖ്യാലോകം



## പേരും പെരുമയും

സംഖ്യകളെക്കുറിച്ച് പലതും പഠിച്ചല്ലോ, അറിയാവുന്ന ഏറ്റവും വലിയ സംഖ്യ ഏതാണ് ?

അതിനുമപ്പുറം സംഖ്യകളില്ലേ ?

ഏറ്റവും ചെറിയ സംഖ്യയിൽ നിന്നു തുടങ്ങി, സംഖ്യകൾ വലുതാക്കി കൊണ്ടിരിക്കാൻ എളുപ്പമാണ്; നോക്കൂ:

1	ഒന്ന് (One)
10	പത്ത് (Ten)
100	നൂറ് (Hundred)
1000	ആയിരം (Thousand)
10000	പതിനായിരം (Ten thousand)

ഗണിതം സ്റ്റാൻഡേർഡ് V

ഇങ്ങനെ എഴുതുവോൾ, സംഖ്യകൾ വലുതാകുന്നത് എങ്ങനെ ?

സംഖ്യയിൽ 1 എന്ന അക്കത്തിന്റെ സ്ഥാനം ഇടത്തോട്ട് നീങ്ങുന്നതും, പത്തു മടങ്ങ് വലുതാകും:

പതിനായിരം	ആയിരം	നൂറ്	പത്ത്	ഒന്ന്
				1
			1	0
		1	0	0
	1	0	0	0
1	0	0	0	0

അപ്പോൾ ഒന്നിനെ ഇനിയും ഇടത്തേക്ക് നീക്കി കൂടുതൽ വലിയ സംഖ്യകൾ ഉണ്ടാക്കിക്കൂടേ ?

ആകാം:

100000 ലക്ഷം (Lakh)  
 1000000 പത്തുലക്ഷം (Ten lakh)  
 10000000 കോടി (Crore)

കോടി	പത്തുലക്ഷം	ലക്ഷം	പതിനായിരം	ആയിരം	നൂറ്	പത്ത്	ഒന്ന്
		1	0	0	0	0	0
	1	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0

ഇനിയും പൂജ്യങ്ങൾ ചേർത്താൽ പത്തുകോടി, നൂറുകോടി എന്നിങ്ങനെ തുടരാം.

വിദേശ രാജ്യങ്ങളിൽ ഈ ക്രമത്തിന് അല്പം വ്യത്യാസമുണ്ട്.

100000 നൂറായിരം (Hundred thousand)  
 1000000 മില്യൻ (Million)  
 10000000 പത്തു മില്യൻ (Ten million)  
 100000000 നൂറു മില്യൻ (Hundred million)  
 1000000000 ബില്യൻ (Billion)

തൃശ്ശൂർ പത്ത് ബില്യൻ, നൂറു ബില്യൻ എന്നിങ്ങനെ ആയിരം ബില്യനെ ട്രില്യൻ (trillion) എന്നു വിളിക്കും.

ഇത്ര വലിയ സംഖ്യകളുടെ ആവശ്യമെന്താണ് ?

നമ്മുടെ കേരളത്തിൽ എത്ര ആളുകൾ ഉണ്ടെന്ന് അറിയാമോ ?

2011 ലെ കണക്കെടുപ്പനുസരിച്ച്, ഏതാണ്ട് മൂന്നു കോടി നാല്പതുലക്ഷം. മറ്റൊരു രീതിയിൽ പറഞ്ഞാൽ, ഏകദേശം മുപ്പത്തിനാലു മില്യൻ.

അപ്പോൾ ഇന്ത്യ മുഴുവൻ എടുത്താലോ ?

നൂറുകോടിയേക്കാൾ, അഥവാ, ഒരു ബില്യനേക്കാൾ കൂടുതൽ.

ലോകം മുഴുവൻ ?

കുട്ടിസംഖ്യ

അമേരിക്കയിലെ ഒരു ഗണിതാധ്യാപകനായിരുന്നു എഡ്വേർഡ് കാസ്സർ. ഒമ്പതുവയസുള്ള മരുമകൻ മിൽട്ടൺ കണക്കിൽ താൽപര്യമുണ്ടാക്കാനായി അദ്ദേഹം അവനോട് ചോദിച്ചു, “ഒന്നു കഴിഞ്ഞു നൂറു പുഷ്പമിട്ടാൽ കിട്ടുന്ന സംഖ്യയെ എന്തു വിളിക്കും?” കൂട്ടിയുടെ ഉത്തരം, “ഗുഗോൾ” (googol) എന്നായിരുന്നു. കാസ്സർ പിന്നീടെഴുതിയ “കണക്കും ഭാവനയും” എന്ന പുസ്തകത്തിലൂടെ ഈ പേര് പ്രസിദ്ധമായി. ഇന്ന് ഇന്റർനെറ്റിൽ വിഷയങ്ങൾ തിരയാൻ ഉപയോഗിക്കുന്ന “ഗൂഗിൾ” (Google) എന്ന സംവിധാനത്തിനു പേരിട്ടത് ഈ സംഖ്യയുടെ അടിസ്ഥാനത്തിലാണ്.



ഏതാണ്ട് എണ്ണൂറു കോടി, അഥവാ എട്ടു ബില്യൻ.

ഒന്നിനു ശേഷം കുറേ പുഷ്പങ്ങൾ മാത്രമുള്ള സംഖ്യകളെ ഇങ്ങനെയെല്ലാം പേരുകളിട്ടു പറയാം. അങ്ങനെയല്ലാത്ത സംഖ്യകളെയോ ?

### സംഖ്യാവായന

362880 വായിക്കാൻ മറ്റൊരു വഴിയുണ്ട്. ആദ്യം 0 മുതൽ ഇടത്തോട്ട്, ഒന്ന്, പത്ത്, നൂറ് എന്നിങ്ങനെ 3 വരെയുള്ള അക്കങ്ങളുടെ സ്ഥാനങ്ങൾ കണക്കാക്കുക:

- 0 ഒന്ന്
- 8 പത്ത്
- 8 നൂറ്
- 2 ആയിരം
- 6 പതിനായിരം
- 3 ലക്ഷം

ഇനി തിരിച്ച് “മൂന്നുലക്ഷത്തി അറുപത്തിരണ്ടായിരത്തി എണ്ണൂറ്റി എൺപത്” എന്നു വായിക്കാം.

ഉദാഹരണമായി, ഒന്നു മുതൽ ഒൻപത് വരെയുള്ള സംഖ്യകളെയെല്ലാം തമ്മിൽ ഗുണിച്ചാൽ കിട്ടുന്നത് 362880 (ലക്ഷമയുണ്ടെങ്കിൽ ചെയ്തു നോക്കൂ. തുടർന്നുള്ള കുറേ സംഖ്യകൾ ഓരോന്നായി ഗുണിക്കുമ്പോൾ, ഗുണനഫലങ്ങൾ എങ്ങനെ വലുതാകുന്നു എന്നും പരീക്ഷിച്ചു നോക്കാം).

ഇത് എങ്ങനെ വായിക്കും ?

ഇടത്തുനിന്ന് വായിച്ചു തുടങ്ങാം:

3 മൂന്ന്

36 മുപ്പത്തിയാറ്

362 മൂന്നുറ്റി അറുപത്തിരണ്ട്

3628 മൂവാതിരത്തി അറുനൂറ്റി ഇരുപത്തിയെട്ട്

36288 മൂപ്പത്തിയാറായിരത്തി ഇരുനൂറ്റി എൺപത്തിയെട്ട്

362880 മൂന്നുലക്ഷത്തി അറുപത്തിരണ്ടായിരത്തി എണ്ണൂറ്റിയെൺപത്

ലക്ഷം	പതിനായിരം	ആയിരം	നൂറ്	പത്ത്	ഒന്ന്
					3
				3	6
			3	6	2
		3	6	2	8
	3	6	2	8	8
3	6	2	8	8	0



അക്കങ്ങൾ എണ്ണിയും വായിക്കാം:

ഒരക്കസംഖ്യ 1 മുതൽ 9 വരെ  
 രണ്ടക്കസംഖ്യ 10 മുതൽ 99 വരെ  
 മൂന്നക്കസംഖ്യ 100 മുതൽ 999 വരെ  
 നാലക്കസംഖ്യ 1000 മുതൽ 9999 വരെ  
 അഞ്ചക്കസംഖ്യ 10000 മുതൽ 99999 വരെ  
 ആറക്കസംഖ്യ 100000 മുതൽ 999999 വരെ  
 ഏഴക്കസംഖ്യ 1000000 മുതൽ 9999999 വരെ  
 ഇത് ഇനിയും തുടരാം.

അപ്പോൾ 234567 എങ്ങനെ വായിക്കും? ആറക്ക സംഖ്യ ആയതിനാൽ ലക്ഷത്തിനു മേലെയാണ്, വായിക്കുന്നത്.

രണ്ടു ലക്ഷത്തി .....

ചുവടെക്കൊടുത്തിരിക്കുന്ന വാക്യങ്ങൾ വായിക്കാമോ ?

1. 2023 ൽ ഭൂമിയും ചന്ദ്രനും തമ്മിലുള്ള ഏറ്റവും കുറഞ്ഞ ദൂരം 356569 കിലോമീറ്ററും ഏറ്റവും കൂടിയ ദൂരം 406458 കിലോമീറ്ററും ആണ്.
2. 2011 ലെ കണക്കെടുപ്പ് പ്രകാരം, കേരളത്തിലെ ജനസംഖ്യ 33406061 ഉം, ഇന്ത്യയിലെ മൊത്തം ജനസംഖ്യ 1210854977 ഉം ആണ്.
3. 1 മുതൽ 11 വരെയുള്ള സംഖ്യകളുടെ ഗുണനഫലം 39916800 ആണ്.

### പെരുകുന്ന സംഖ്യകൾ

1, 2, 3, ..... 9 എന്നിങ്ങനെ ഒൻപത് ഒരക്കസംഖ്യകളേയുള്ളൂ. രണ്ടക്ക സംഖ്യകൾ എത്രയെണ്ണമുണ്ട് ?

അതായത് 10 മുതൽ 99 വരെയുള്ള സംഖ്യകൾ.

$$99 - 10 = 89 \text{ ആണോ ?}$$

ഇങ്ങനെ ആലോചിക്കാം:

- 1 മുതൽ 99 വരെ 99 സംഖ്യകൾ.

### ഗ്രഹദൂരം

ഗ്രഹങ്ങൾ സൂര്യനു ചുറ്റും കറങ്ങുമ്പോൾ, സൂര്യനോട് ഏറ്റവും അടുത്തു വരുന്ന ദൂരവും, അകന്നുപോകുന്ന ദൂരവുമാണ്, ചുവടെയുള്ള പട്ടികയിൽ കിലോ മീറ്ററുകളായി കാണിച്ചിരിക്കുന്നത്.



ഗ്രഹം	കുറഞ്ഞ ദൂരം	കൂടിയ ദൂരം
ബുധൻ	46375340	70310999
ശുക്രൻ	107710467	109206446
ഭൂമി	146605913	152589828
ചൊവ്വ	206445062	249828444
വ്യാഴം	746509460	815308395
ശനി	1347876815	1506450558
യുറാനസ്	2734649076	3005421222
നെപ്റ്റ്യൂൺ	4458016547	4535807440

ഗണിതം സ്റ്റാൻഡേർഡ് V

- അവയിൽനിന്ന് 1 മുതൽ 9 വരെയുള്ള ഒരക്കസംഖ്യകൾ മാറ്റണം.
- അപ്പോൾ  $99 - 9 = 90$  സംഖ്യകൾ.

ഇതുപോലെ എത്ര മൂന്നക്കസംഖ്യകളുണ്ടെന്നും കണക്കാക്കാം: 1 മുതൽ 999 വരെയുള്ള സംഖ്യകളിൽ നിന്ന് 1 മുതൽ 99 വരെയുള്ള സംഖ്യകൾ മാറ്റണം.

$$999 - 99 = 900$$

മറ്റൊരു കണക്ക് ആലോചിക്കാം.

ആദ്യം നിസ്സാരമായ ഒരു ചോദ്യം: 1, 3 എന്നീ രണ്ടക്കങ്ങളും വരുന്ന എത്ര രണ്ടക്കസംഖ്യകളുണ്ട് ?

13 ഉം 31 ഉം

1, 3, 5 എന്നീ മൂന്നക്കങ്ങളും വരുന്ന എത്ര മൂന്നക്കസംഖ്യകളുണ്ട് ?

എണ്ണാൻ വരട്ടെ; അല്ലെങ്കിൽ ആലോചിക്കാം (പ്രവൃത്തിക്കു മുമ്പ് ചിന്ത എന്നതാണ് കണക്കിന്റെ രീതി).

1 ഉം 3 ഉം ചേർന്ന രണ്ടക്ക സംഖ്യകൾ രണ്ടെണ്ണമുണ്ടല്ലോ. ഇവ ഓരോന്നിനോടും 5 എങ്ങനെയെല്ലാം ചേർത്ത് മൂന്നക്കസംഖ്യ ഉണ്ടാക്കാം ?

ഉദാഹരണമായി 13 എടുക്കാം:

5 ആദ്യം, 513



5 നടുക്ക്, 153



5 അവസാനം, 135



ഇതുപോലെ 31 ലും 5 മൂന്നു തരത്തിൽ ചേർക്കാം:

5 ആദ്യം, 531



5 നടുക്ക്, 351



5 അവസാനം, 315



ആകെ 6 എണ്ണം



അപ്പോൾ 1, 3, 5, 7 എന്നീ അക്കങ്ങളെല്ലാം വരുന്ന എത്ര നാലക്ക സംഖ്യകളുണ്ട് ? എങ്ങനെയാണ് ആലോചിക്കേണ്ടത് ?

- 1, 3, 5 വരുന്ന എത്ര മൂന്നക്ക സംഖ്യകളുണ്ട് ?
- ഓരോന്നിലും 7 ഏതൊക്കെ സ്ഥാനങ്ങളിൽ ചേർക്കാം ?
- ആകെ എത്ര സംഖ്യകളായി ?

അവസാനം  $4 \times 6 = 24$  എന്ന് ഉത്തരം കിട്ടിയാൽ ആലോചന ശരിയായ വഴിക്കാണ് പോയത്.

ഉത്തരം വേറെയാണെങ്കിൽ, മൂന്നക്ക സംഖ്യകൾ കണ്ടുപിടിച്ച രീതിയും, ഇപ്പോൾ ചോദിച്ച ചോദ്യങ്ങളും അല്പം കൂടി മനസ്സിലാക്കി വായിക്കുക.

ഇനിയിപ്പോൾ 1, 3, 4, 5 എന്നീ അക്കങ്ങളെല്ലാം വരുന്ന നാലക്ക സംഖ്യകൾ എത്രയെണ്ണം ഉണ്ടെന്ന് കണക്കാക്കിക്കൂടെ? 1 മുതൽ 9 വരെയുള്ള എല്ലാ അക്കങ്ങളും ഉപയോഗിക്കുന്ന എത്ര ദ്വൈപതക്കസംഖ്യകളുണ്ട്?

കണ്ടുപിടിക്കേണ്ട രീതി ആലോചിച്ചു കഴിഞ്ഞാൽ, ഗുണിച്ചു തുടങ്ങുന്നതിനു മുമ്പ് ഓർക്കുക, ഈ ഗുണനഫലം പാഠത്തിന്റെ ആദ്യഭാഗത്ത് എവിടെയോ കണക്കാക്കി പറഞ്ഞിട്ടുണ്ട്.

ഈ കണക്കുകളിലെല്ലാം 0 എന്ന അക്കം ഒഴിവാക്കിയത് ശ്രദ്ധിച്ചോ?

എന്തുകൊണ്ടാണിത്?

ഉദാഹരണമായി 0, 1, 3 എന്നീ അക്കങ്ങളെല്ലാം വരുന്ന എത്ര മൂന്നക്ക സംഖ്യകൾ ഉണ്ടെന്ന് എങ്ങനെ കണക്കാക്കും? നേരത്തെ 1, 3, 5 ഇവ ഉപയോഗിച്ചുള്ള കണക്കുകൂട്ടലിൽ എന്തു വ്യത്യാസമാണ് വരുത്തേണ്ടത്? 0 ആദ്യസ്ഥാനത്തു വരില്ലല്ലോ.

അപ്പോൾ 0 വരാവുന്ന രണ്ട് സ്ഥാനങ്ങളേയുള്ളൂ. സംഖ്യകളുടെ എണ്ണം  $2 \times 2 = 4$

0, 1, 3, 5 എന്നീ അക്കങ്ങളെല്ലാം വരുന്ന നാലക്കസംഖ്യകളോ?

- 1, 3, 5 എന്നീ അക്കങ്ങളെല്ലാം വരുന്ന മൂന്നക്ക സംഖ്യകൾ 6 എണ്ണം. ഓരോന്നിലും 0 മൂന്നു സ്ഥാനങ്ങളിൽ ചേർത്ത് നാലക്കസംഖ്യയാക്കാം.
- ആകെ  $6 \times 3 = 18$

### കൂട്ടലും ഗുണിക്കലും

രണ്ടു കൂട്ടം സംഖ്യകൾ കൂട്ടാനായി തന്നിരിക്കുന്നു

$$\begin{array}{r} 100000000 + \\ 120000000 \\ 123000000 \\ 123400000 \\ 123450000 \\ 123456000 \\ 123456700 \\ 123456780 \\ \hline 123456789 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 + \\ 21 \\ 321 \\ 4321 \\ 54321 \\ 654321 \\ 7654321 \\ 87654321 \\ \hline 987654321 \end{array}$$

ഏതു തുകയാണ് വലുത്?

$$9 \times 1 = 1 \times 9$$

$$8 \times 2 = 2 \times 8$$

$$7 \times 3 = 3 \times 7$$

.....

എന്നെല്ലാം ഓർത്താൽ, കൂട്ടി നോക്കാതെതന്നെ ഉത്തരം പറയാം.

### കാപ്രേക്കർ സംഖ്യ

ഏതെങ്കിലും നാലക്കങ്ങൾ എടുത്ത്, അവയെല്ലാം ചേർത്ത് ഉണ്ടാക്കാവുന്ന ഏറ്റവും ചെറിയ നാലക്കസംഖ്യയും, ഏറ്റവും വലിയ നാലക്കസംഖ്യയും എഴുതുക, ഉദാഹരണമായി,

2, 3, 5, 6

എന്നീ അക്കങ്ങളാണ് എടുക്കുന്ന തെങ്കിൽ,

വലിയ സംഖ്യ 6532

ചെറിയ സംഖ്യ 2356

ഇവയുടെ വ്യത്യാസം

$$6532 - 2356 = 4176$$

ഇനി ഈ വ്യത്യാസത്തിലെ അക്കങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ച്, ഈ ക്രിയകൾ ആവർത്തിച്ചാൽ

$$7641 - 1467 = 6174$$

6174 ലെ അക്കങ്ങൾ എടുത്ത് ഈ ക്രിയകൾ ആവർത്തിച്ചാലോ? മറ്റേതെങ്കിലും നാലക്കങ്ങളെടുത്ത് ഈ ക്രിയകൾ 6174 എന്ന സംഖ്യയിൽ തന്നെ അവസാനിക്കുന്നുണ്ടോ?



മഹാരാഷ്ട്രയിലെ സ്കൂൾ അധ്യാപകനായിരുന്ന കാപ്രേക്കർ എന്ന ഗണിതശാസ്ത്രജ്ഞനാണ് ഇത് കണ്ടു പിടിച്ചത്. അതിനാൽ 6174 കാപ്രേക്കർ സംഖ്യ എന്നാണ് അറിയപ്പെടുന്നത്.

മറ്റൊരു വിധത്തിലും ആലോചിക്കാം:

- 1, 3, 5, 7 എന്നീ അക്കങ്ങളെല്ലാം വരുന്ന 24 നാലക്കസംഖ്യകളുണ്ട്.
- ഇവയിൽ 6 എണ്ണത്തിലെ ആദ്യ അക്കം 7 ആണ്.
- 7 നു പകരം 0 എടുത്താൽ, ഈ ആറു സംഖ്യകൾക്ക് പകരമില്ല.
- ആകെ സംഖ്യകൾ  $24 - 6 = 18$



ഇനി ഈ കണക്കുകൾ ചെയ്തുകൊണ്ടു:

1. 0 എന്ന അക്കം വരുന്ന എത്ര രണ്ടക്ക സംഖ്യകളുണ്ട്?  
0 ഇല്ലാത്ത രണ്ടക്ക സംഖ്യകളോ?
2. i. രണ്ടു 0 ഉള്ള എത്ര മൂന്നക്ക സംഖ്യകളുണ്ട്?  
ii. ഒരു പൂജ്യം മാത്രമുള്ള എത്ര മൂന്നക്ക സംഖ്യകളുണ്ട്?  
iii. 0 ഇല്ലാത്ത എത്ര മൂന്നക്കസംഖ്യകളുണ്ട്?
3. ഒരു അക്കം തന്നെ ആവർത്തിച്ചു വരുന്ന എത്ര രണ്ടക്കസംഖ്യകളുണ്ട്? ഒരക്കം തന്നെ മൂന്നു തവണ ആവർത്തിച്ചു വരുന്ന മൂന്നക്കസംഖ്യകളോ?
4. അക്കങ്ങളെല്ലാം തിരിച്ചിട്ടാലും മാരാത്ത സംഖ്യകളുണ്ട്. ഉദാഹരണമായി 46764 ഇത്തരം സംഖ്യകളെ ഇരുവഴി സംഖ്യകൾ (palindromic numbers) എന്നാണ് പറയുന്നത്.  
i. രണ്ടക്കസംഖ്യകളിൽ എത്രയെണ്ണം ഇരുവഴി സംഖ്യകളാണ്?  
ii. മൂന്നക്കസംഖ്യകളിലോ?  
iii. നാലക്കസംഖ്യകൾ ആയാലോ?
5. 1, 2, 3, 4 എന്നീ അക്കങ്ങളെല്ലാം ഉപയോഗിച്ച് എത്ര നാലക്കസംഖ്യകൾ ഉണ്ടാക്കാം? അവയെല്ലാം കൂട്ടിയാൽ കിട്ടുന്ന സംഖ്യ എന്താണ്?