مدار الکتریکی

فهرست مطالب

فصل ۱

مقاومت تونن و جریان نورتن

۱.۱ نحوه ی تعیین مقاومت تونن و جریان نورتن

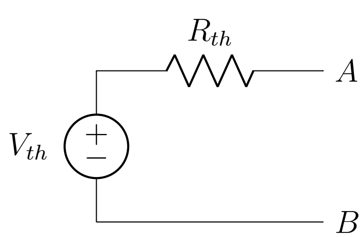
۱. همه ی منابع ولتاژ و جریان مستقل را خاموش می کنیم ، سپس مقاومت معادل را از دو سر ترمینال مورد نظر به دست می آوریم .

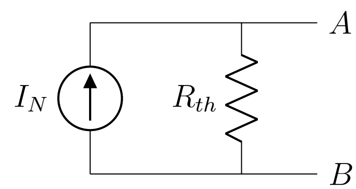
۲. برای به دست آوردن V_{th} ترمینال مورد نظر را باز می کنیم و ولتاژ مدار باز را به دست می آوریم

$$V_{OC} = V_{open\ circuit} = V_{th}$$

۳. برای به دست آوردن I_N یا جریان مدار باز ، ترمینال مورد نظر را اتصال کوتاه می کنیم .

$$I_{SC} = I_{short\ circuit} = I_N$$

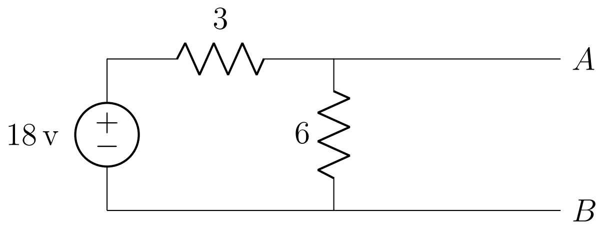




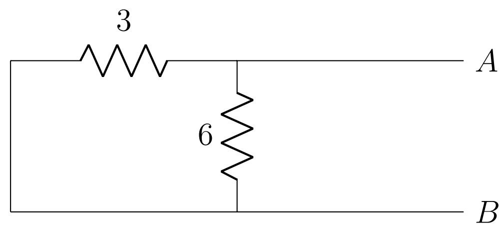
$$I_N = \frac{V_{th}}{R_{th}}$$

مثال

در مدار شکل زیر مقاومت تونن و جریان نورتن را به دست آورید ؟

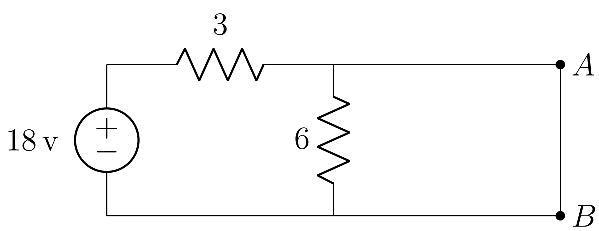


برای به دست آوردن مقاومت تونن منابع ولتاژ را خاموش می کنیم ، یعنی اتصال کوتاه می کنیم



$$R_{th} = \frac{3 \times 6}{3+6} = \frac{18}{9} = 2 \ \Omega$$

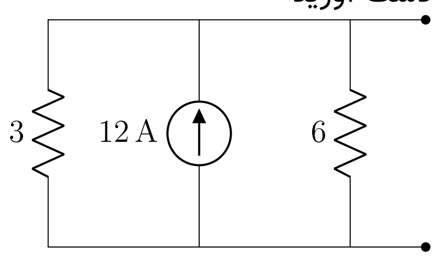
برای به دست آوردن I_N ، A و B را اتصال کوتاه می کنیم .



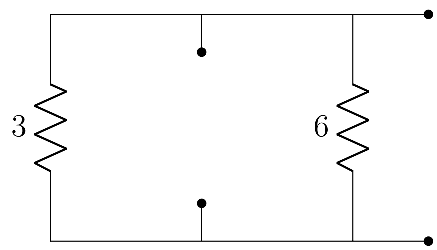
$$I_N = \frac{V}{R} = \frac{18}{3} = 6 \ \ A$$

مثال

در مدار شکل زیر معادل تونن و نورتن را از ترمینال A و B به دست آورید

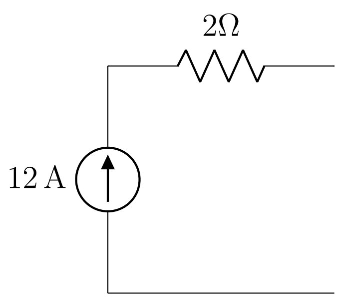


برای به دست آوردن مقاومت تونن منابع ولتاژ را خاموش می کنیم ، یعنی اتصال کوتاه می کنیم



$$R_{th} = \frac{3 \times 6}{3 + 6} = \frac{18}{9} = 2\Omega$$

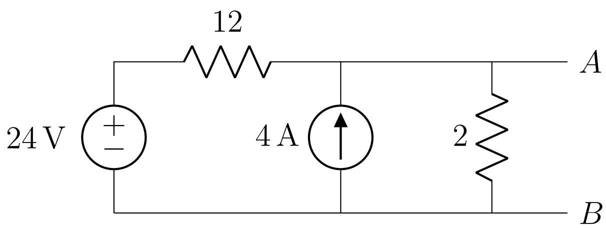
برای به دست آوردن ولتاژ تونن می توانیم از مدار معادل نورتن استفاده کنیم .



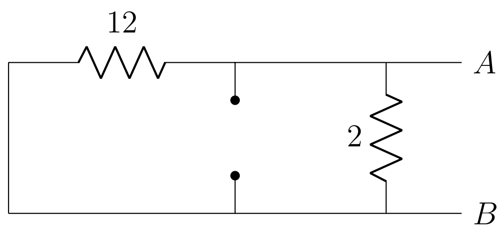
$$V_{th} = R \times I = 2 \times 12 = 24V$$

مثال

در مدار شکل زیر معادل تونن و نورتن را از ترمینال A و B به دست آورید

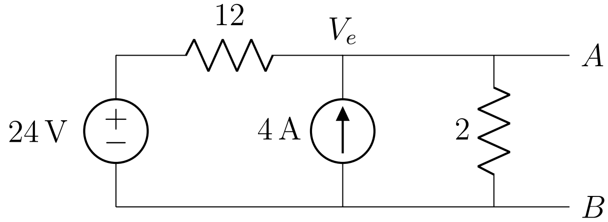


برای به دست آوردن مقاومت تونن ، منابع ولتاژ را اتصال کوتاه می کنیم و منابع جریان را مدار باز می کنیم .



$$R_{th} = \frac{12 \times 2}{12+2} = \frac{24}{12} = \frac{12}{7}$$

محاسبه ی جریان نورتن :



$$\begin{aligned} KCL &\rightarrow \frac{V_e - 24}{12} + \frac{V_e - 0}{2} - 4 = 0 \\ &\xrightarrow{\times 12} V_e - 24 + 6V_e - 48 = 0 \\ &\rightarrow 7V_e = 72 \rightarrow V_e = \frac{72}{7} \ \ volt \end{aligned}$$

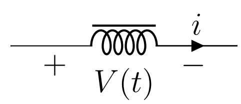
$$I_N = \frac{V_{th}}{R_{th}} = \frac{\frac{72}{7}}{\frac{12}{7}} = \frac{72}{12} = 6 \ \ A$$

فصل ۲

آشنایی با مدارهای مرتبه ی اول

مدارهای مرتبه ی اول مدارهایی هستند که در آنها یک عنصر ذخیره کننده انرژی مثل سلف یا خازن وجود داشته باشند .

۱.۲ آشنایی با سلف



L ضریب خود القایی سلف می باشد و برابر است با :

$$V_L(t) = L = \frac{di}{dt}$$

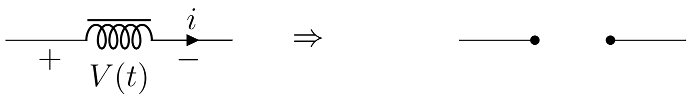
ولتاژ سلف برابر است با مشتق جریان سلف
انرژی سلف از رابطه ی زیر به دست می آید .

$$W_L = \frac{1}{2}Li^2$$

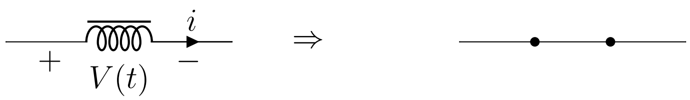
نکات

۱. سلف ، تغییرات ناگهانی جریان ندارد

۲. در لحظه ی اول شارژ شدن ، سلف از نظر مداری ، مدار باز می باشد .

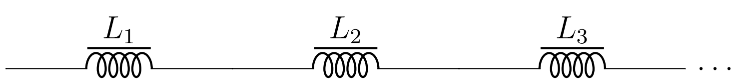


۳. سلف در شارژ کامل یعنی حالت ماندگار از نظر مداری اتصال کوتاه می باشد .



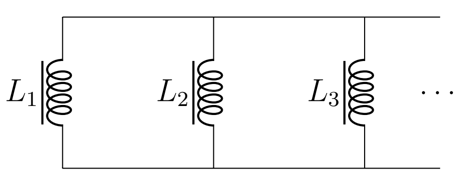
۲.۲ به هم بستن سلف ها

۱. سری



$$L_T = L_1 + L_2 + L_3 + \dots$$

۲. موازی



$$\frac{1}{L_T} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \frac{1}{L_3} + \dots$$

۳.۲ تحلیل مدارهای مرتبه ی اول سلفی

هدف ما این است که در هر لحظه ی دلخواه ، ولتاژ و جریان همه ی عناصر مدار را به دست آوریم .

اگر ولتاژ و یا جریان هر قسمتی از مدار باشد ، از رابطه ی زیر به دست می آید .

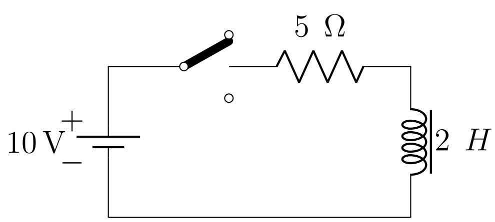
x می تواند کمیتی مثل ولتاژ و یا جریان باشد

$$x(t) = (x(0) - x(\infty))\, e^{-\dfrac{t}{\tau}} + x(\infty)$$

$$\tau = \frac{L}{R_{th}}$$

مثال

در مدار شکل زیر کلید در لحظه ی $t = 0$ بسته می شود ، معادله ریاضی جریان و ولتاژ سلف برای همه ی لحظات t را به دست آورید

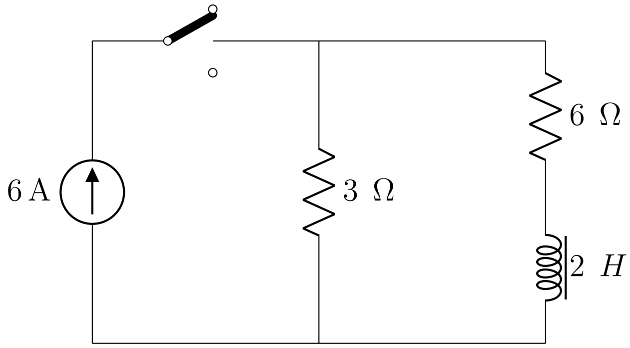


$$\begin{aligned} i_L &= [i_L(0) - i_L(\infty)]\, e^{-\dfrac{t}{\tau}} + i_L(\infty) \\ &= -2e^{-5t} + 2 \\ &= 2(1 - e^{-5t}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V_L(t) &= [V_L(0) - V_L(\infty)]\, e^{-\dfrac{t}{\tau}} + V_L(\infty) \\ &= 10e^{-5t} \end{aligned}$$

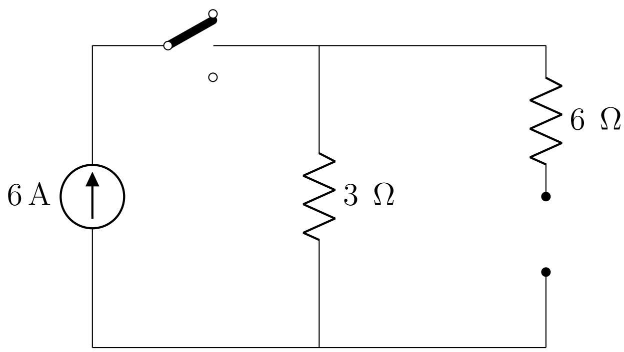
مثال

در مدار شکل زیر جریان سلف را برای همه ی لحظات به دست آورید



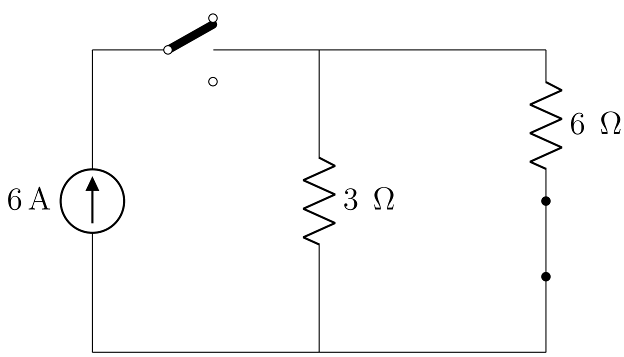
در لحظه ی $t = 0$ مدار به صورت شکل زیر در می آید و جریان در لحظه ی صفر برابر است با :

$$i_L(0) = 0A$$



در لحظه ی $t = \infty$ مدار به صورت شکل زیر در می آید و جریان در لحظه ی صفر برابر است با :

$$i_L(\infty) = 2A$$



در نتیجه داریم :

$$R_{th} = \frac{3 \times 6}{3+6} = \frac{18}{8} = 2\Omega$$
$$\tau = \frac{L}{R_{th}} = \frac{2}{9}$$

$$i_L(t) = [i_L(0) - i_L(\infty)]\, e^{-\frac{t}{\tau}} + i_L(\infty)$$
$$= -2e^{-\frac{t}{\frac{2}{9}}} + 2$$
$$= 2(1 - e^{-\frac{9t}{2}})$$

۴.۲ تحلیل مدارهای مرتبه ی اول خازنی

x می تواند کمیتی مثل ولتاژ و یا جریان باشد

$$x(t) = [x(0) - x(\infty)]\, e^{-\frac{t}{\tau}} + x(\infty)$$

$$\tau = R \times C$$

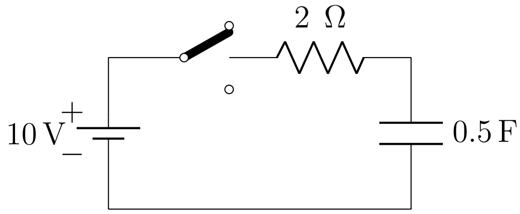
R مقاومت معادل دیده شده از دو سر خازن است .

نکته :

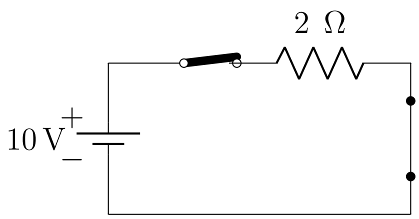
- خازن تغییرات ناگهانی ولتاژ ندارد یعنی در لحظه ی قبل و بعد از کلید زنی ولتاژ خازن تغییری نمی کند .
- خازن در لحظه ی اول شارژ شدن $short\ circuit$ است
- خازن در شارژ کامل $open\ circuit$ می شود

مثال

در مدار شکل زیر ولتاژ خازن را برای همه ی لحظه های $t > 0$ به دست آورید ؟



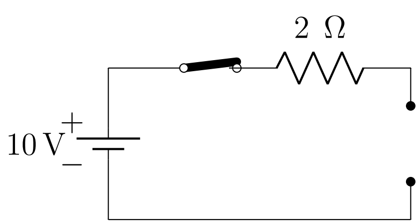
مدار در لحظه ی $t = 0^+$



ولتاژ دو سر خازن صفر است چون خازن اتصال کوتاه شده است و ولتاژ اتصال کوتاه صفر است .

$$V_C(0^+) = 0$$

مدار در لحظه ی $t = \infty$



چون مدار قطع است بنابراین جریان صفر است و داریم :

$$+10 - (2 \times (i = 0)) + V_C(\infty) = 0 \Rightarrow V_C(\infty) = 10V$$

$$V_C(t) = \left[V_C(0^+) - V_C(\infty)\right] e^{-\dfrac{t}{RC}} + V_C(\infty)$$

$$
\begin{aligned}
V_C(t) &= 10 + [0 - 10]e^{-\dfrac{t}{2 \times \frac{1}{2}}} \\
&= 10 - 10e^{-t} \\
&= 10(1 - e^{-t})
\end{aligned}
$$

$$\tau = R \times C = 2 \times \frac{1}{2} = 1 \ \ second$$

$$t = 1 \Rightarrow V_C(1) = 10 \underbrace{(1 - e^{-1})}_{0.63} = 6.3 \ \ volt$$

این بدان معنی است که در $t = 1$ ولتاژ (یا جریان) به ۶۳% مقدار نهایی خودش می رسد .

۵.۲ مفهوم ثابت زمانی

به طور کلی چه در مدار های مرتبه ی اول سلفی و چه در مدار های مرتبه ی اول خازنی ثابت زمانی مقدار زمانی است که کمیت X به ۶۳% مقدار نهایی خود می رسد .

و این زمانی اتفاق می افتد که داشته باشیم :

$$(1 - e^{-\dfrac{t}{\tau}}) = (1 - e^{-1}) = 0$$

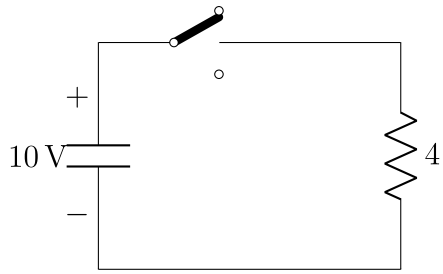
یعنی :

$$t = \tau$$

مثال

خازنی با ظرفیت $C = 2 \ F$ را از قبل تا ۱۰ ولت شارژ کرده ایم، و طبق مدار شکل زیر در لحظه ی $t = 0$ کلید بسته شده و این خازن به مقاومت $4 \ \Omega$ متصل می شود ، معادله ی ریاضی ولتاژ خازن را به ازای

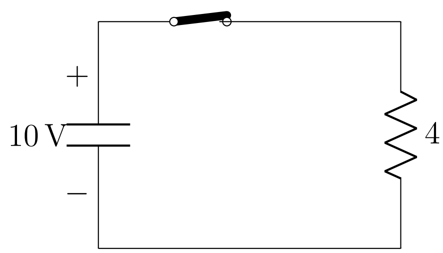
$t > 0$ به دست آورید



خازن و سلف تغییرات ناگهانی ولتاژ را قبول نمی کنند ، بنابراین داریم :

$$V_C(0^-) = V_C(0^+) = 10 \ \ volt$$

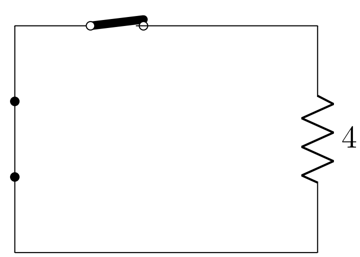
مدار در لحظه ی $t = 0$



$$V_C(0^+) = 10 \ \ V$$

مدار در لحظه ی $t = \infty$

از آنجایی که ولتاژ خازن در بی نهایت صفر می شود می توانیم خازن را اتصال کوتاه فرض کنیم چون ولتاژ اتصال کوتاه نیز صفر است .



$$V_C(\infty) = 0$$

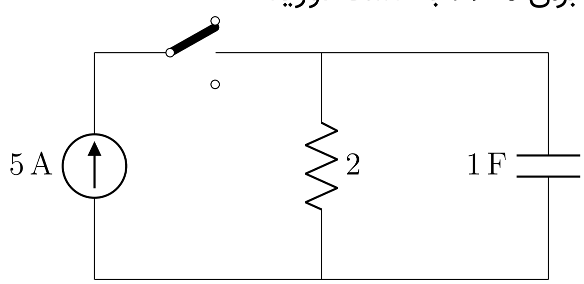
$$V_C(t) = \left[V_C(0^+) - V_C(\infty)\right] e^{-\frac{t}{RC}} + V_C(\infty)$$

$$V_C(t) = [10 - 0]e^{-\frac{t}{2 \times 4}} + 0$$
$$= 10e^{-\frac{t}{8}}$$

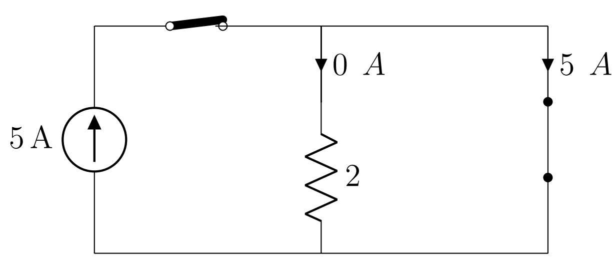
در این مثال ، خازن در $t = \tau$ ۶۳% دشارژ می شود
در حالت دشارژ ، ثابت زمانی (τ) مقداری زمانی است که در آن خازن به اندازه ی ۶۳% دشارژ شده است . یعنی ۳۷% مقدار اولیه در خازن باقی مانده است .

مثال

در مدار شکل زیر معادله ی ریاضی ولتاژ خازن را برای $t > 0$ به دست آورید



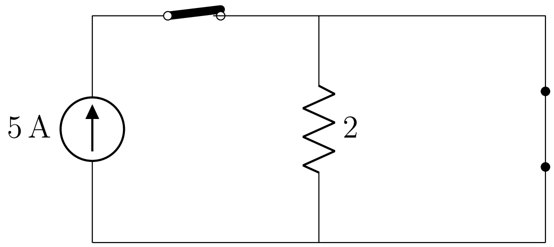
رسم مدار در $t = 0^+$



در $t = 0$ خازن اتصال کوتاه شده و ولتاژ دو سر اتصال کوتاه صفر است .

$$V_C(0^+) = 0$$

رسم مدار در $t = \infty$



در $t = \infty$ ولتاژ دو سر خازن که مدار باز شده ، ولتاژ دو سر مقاومت ۲ اهم می باشد .

$$V_C(\infty) = 2 \times 5 = 10 \ \ volt$$

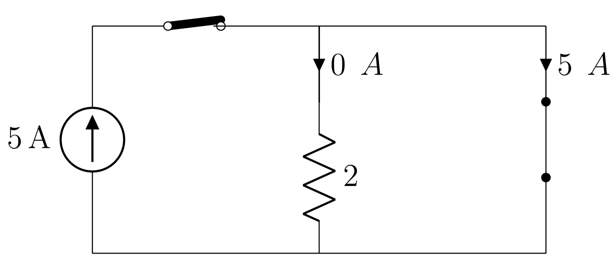
$$\tau = R \times C = 2 \times 1 = 2$$

$$\begin{aligned} V_C(t) &= \left[V_C(0^+) - V_C(\infty)\right] e^{-\frac{t}{\tau}} + V_C(\infty) \\ &= [0 - 10]e^{-\frac{t}{2}} + 10 \\ &= 10 - 10e^{-\frac{t}{2}} \\ &= 10(1 - e^{-\frac{t}{2}}) \end{aligned}$$

مثال

در مسئله ی قبل معادله ی ریاضی جریان مقاومت $2 \ \Omega$ را برای $t > 0$ به دست آورید

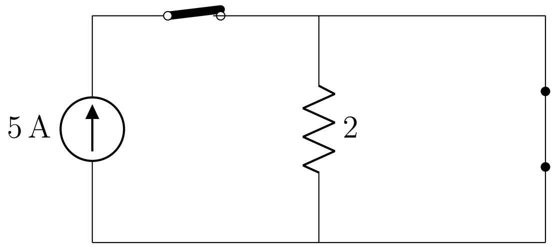
مدار در $t = 0^+$



در لحظه ی $t = 0^+$ چون تمام جریان از اتصال کوتاه می گذرد ، جریان مقاومت صفر می باشد .

$$i_R(0^+) = 0$$

رسم مدار در $t = \infty$



در لحظه ی $t = \infty$ تمام جریان از مقاومت می گذرد ، بنابراین جریان مقاومت برابر با ۵ آمپر می باشد .

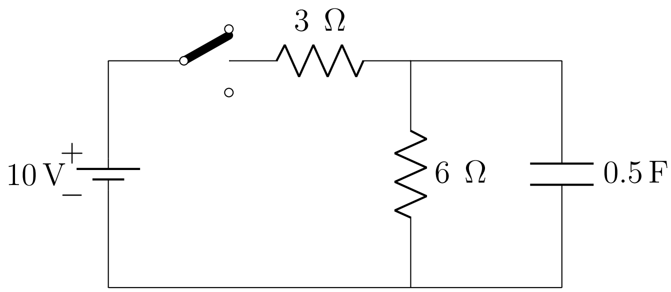
$$i_R(\infty) = 5 \ \ A$$

$$\tau = R \times C = 2 \times 1 = 2$$

$$\begin{aligned} i_R(t) &= [i_R(0^+) - i_R(\infty)]e^{-\frac{t}{\tau}} + i_R(\infty) \\ &= [0 - 5]e^{-\frac{t}{2}} + 5 \\ &= 5 - 5e^{-\frac{t}{2}} \\ &= 5(1 - e^{-\frac{t}{2}}) \end{aligned}$$

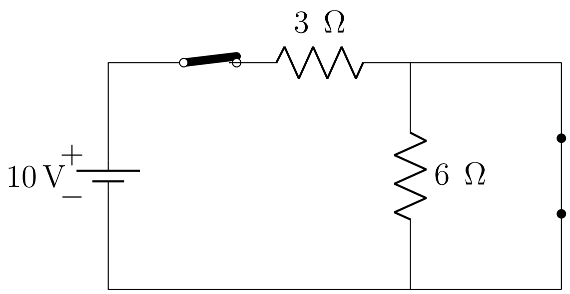
مثال

در مدار شکل زیر جریان خازن را برای $t > 0$ محاسبه کنید



رسم مدار در لحظه ی $t = 0^+$

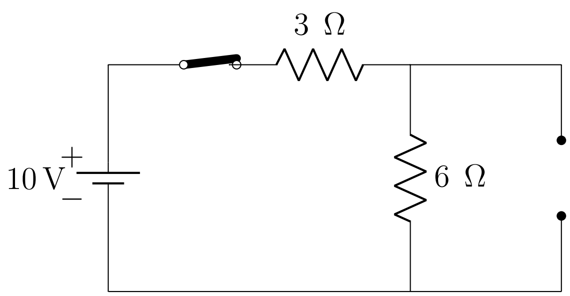
در لحظه ی $t = 0^+$ خازن اتصال کوتاه می باشد و مقاومت ۶ اهم اتصال کوتاه شده و جریان گذرنده از خازن اتصال کوتاه شده برابر جریان مقاومت ۳ اهم می باشد .



$$i_C(0^+) = \frac{V}{R} = \frac{10}{3} \ A$$

رسم مدار در لحظه ی $t = \infty$

در لحظه ی $t = \infty$ خازن مدار باز شده و بنابراین جربان گذرنده از خارن صفر می باشد



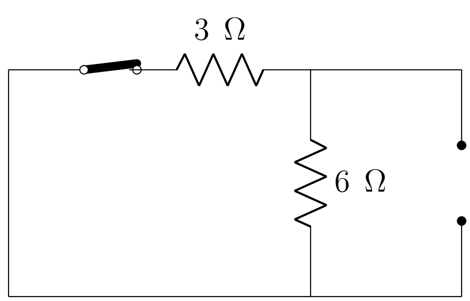
$$i_C(\infty) = 0 \ A$$

به دست آوردن مقاومت تونن :

برای به دست آوردن مقاومت تونن برای ثابت زمانی خازن ، باید مقاومت تونن را از دو سر خازن به دست آوریم

و منابع ولتاژ را اتصال کوتاه می کنیم

و منابع جریان را مدار باز می کنیم



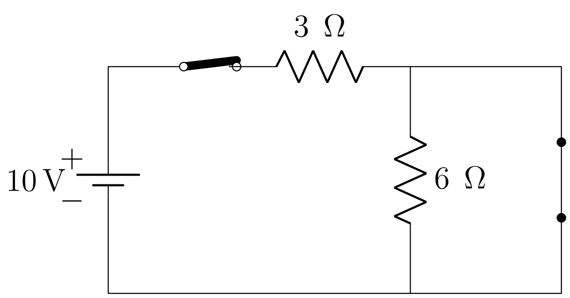
$$R_{eq} = \frac{3 \times 6}{3 + 6} = \frac{18}{9} = 2 \ \Omega$$

$$\tau = R \times C = 2 \times \frac{1}{2} = 1$$

$$\begin{aligned} i_C(t) &= [i_C(0^+) - i_C(\infty)]e^{-\frac{t}{\tau}} + i_C(\infty) \\ &= [\frac{10}{3} - 0]e^{-\frac{t}{1}} \\ &= \frac{10}{3}e^{-t} \end{aligned}$$

مثال

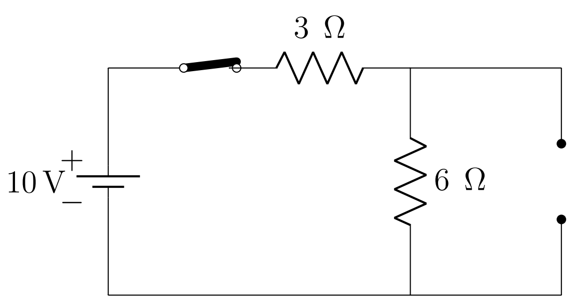
در مثال قبل ولتاژ خازن را برای $t > 0$ محاسبه کنید
مدار در لحظه ی $t = 0^+$



ولتاژ دو سر اتصال کوتاه صفر است ، بنابراین :

$$V_C(0^+) = 0\ V$$

مدار در لحظه ی $t = \infty$



$$R_T = 3 + 6 = 9$$

$$I = \frac{V}{R} = \frac{10}{9}A$$

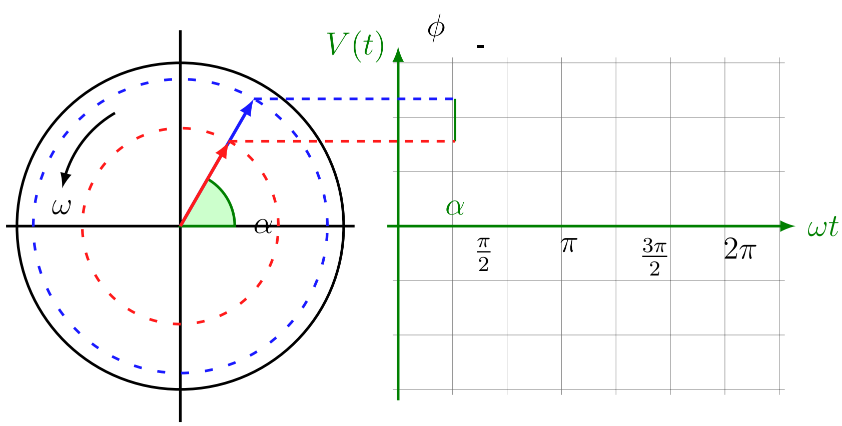
$$V_{6\ \Omega} = R \times I = 6 \times \frac{10}{9} = \frac{20}{3}$$

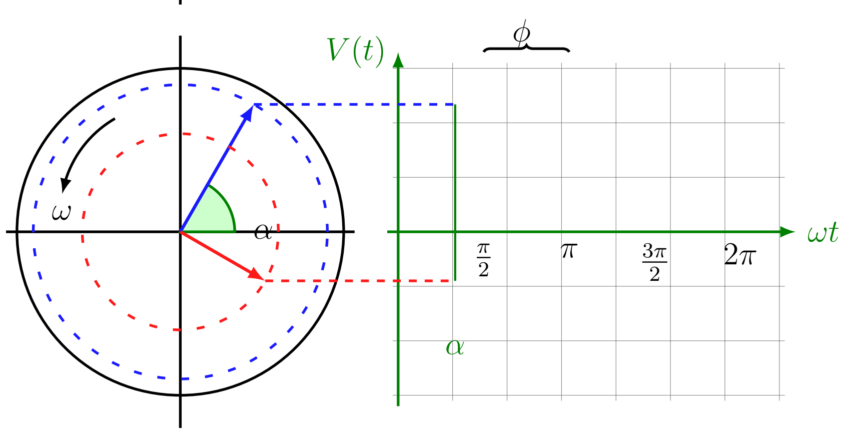
$$\Rightarrow V_C(\infty) = \frac{20}{3}\ V$$

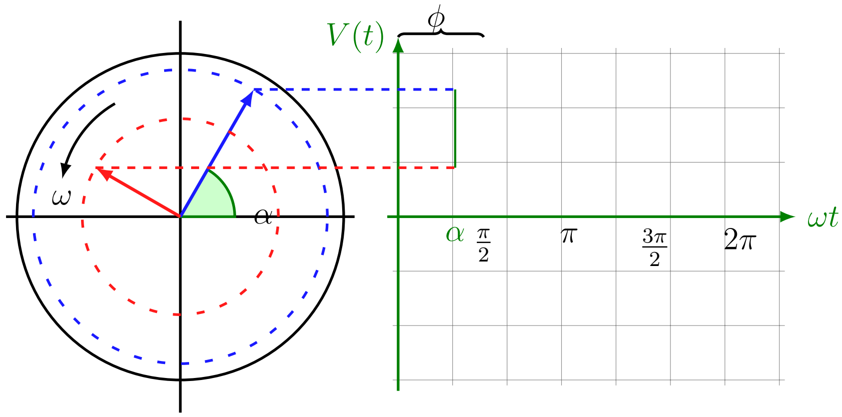
$$V_C(t) = [V_C(0^+) - V_C(\infty)]e^{-\dfrac{t}{\tau}} + V_C(\infty)$$
$$= [0 - \frac{20}{3}]e^{-\dfrac{t}{1}} + \frac{20}{3}$$
$$= \frac{20}{3}(1 - e^{-t})$$

۶.۲ فازور و تحلیل مدارهای سینوسی

در این مدار ها تغذیه AC است .



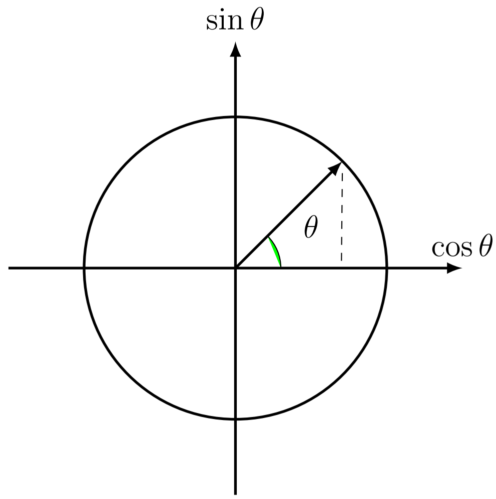




$$V(t) = V_m \cos(\omega t + \theta) = V_m \ \underline{/\theta^\circ}$$

$$\begin{array}{llll}
\omega t = 0 & \rightarrow & V(t) = V_m & \cos 0 = 1 \\
\omega t = \dfrac{\phi}{2} & \rightarrow & V(t) = 0 & \cos 0 = 0 \\
\omega t = \pi & \rightarrow & V(t) = -V_m & \cos 0 = -1 \\
\omega t = \dfrac{3\phi}{2} & \rightarrow & V(t) = 0 & \cos 0 = 0 \\
\omega t = 2\pi & \rightarrow & V(t) = V_m & \cos 0 = 1
\end{array}$$

مثال



$$V(t) = V_m \cos \omega t + 45^\circ = V_m \angle 45^\circ$$

نکته

فازور برداری است که از یک فاز اولیه شروع به چرخش می کند و جهت چرخش جهت مثلثاتی است

یک ولتاژ سینوسی با معادله ریاضی :

$$V(t) = V_m \cos \omega t + \phi$$

دارای فازور :

$$V = V_m \angle \phi^\circ$$

(که خوانده می شود V_m با زاویه ی ϕ

و همچنین یک جریان الکتریکی با معادله ی

$$I(t) = I_m \cos (\omega t + \phi)$$

دارای فازور

$$I = I_m \angle \phi^\circ$$

می باشد

باید توجه شود که برای نوشتن فازور باید فرمت حتماً کوسینوسی باشد و اگر سینوسی باشد باید ابتدا به فرم کوسینوسی تبدیل شود .

$$\sin \omega t = \cos(\omega t - \frac{\pi}{2})$$

$$\cos \omega t = \sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$$

۷.۲ عملیات ریاضی در حوزه ی فازور

۱.۷.۲ ضرب

اندازه ها در هم ضرب و زاویه ها با هم جمع می شوند

مثال

$$V_1 = 4\angle 90^\circ \qquad V_2 = 10\angle -45^\circ$$

$$\begin{aligned} V_1 \times V_2 &= 4 \times 10\angle 90 + (-45) \\ &= 40\angle 45^\circ \\ &\Rightarrow V(t) = 40\cos \omega t + 45 \end{aligned}$$

۲.۷.۲ تقسیم

اندازه ها بر هم تقسیم و زاویه ها از هم کم می شوند

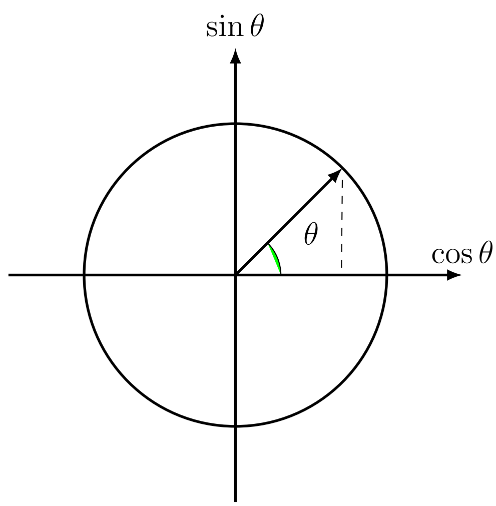
$$V_1 = 4\angle 90^\circ \qquad V_2 = 10\angle -45^\circ$$

$$\begin{aligned} V_1 \div V_2 &= \frac{4}{10}\angle 90 - (-45) \\ &= 40\angle 135^\circ \\ &\Rightarrow V(t) = 40\cos \omega t + 135 \end{aligned}$$

۳.۷.۲ جمع و تفریق

در این حالت بهتر است فازور به شکل دکارتی نوشته شود
کلاً دو نوع نمایش برای فازور داریم :

- قطبی (یعنی اندازه و زاویه)
- دکارتی (یعنی حقیقی و موهومی)
- در ضرب و تقسیم بهترین حالت قطبی است
- در جمع و تفریق بهترین حالت دکارتی است ، در حالت دکارتی حقیقی ها با هم جمع یا تفریق می شوند و موهومی ها با هم .



$$V = V_m \underline{/\phi} = V_m \cos \omega t + \phi$$

$$\begin{aligned} V &= (V_m \cos\phi + V_m \sin\phi) \\ &= V_m \cos\phi + jV_m \sin\phi \end{aligned}$$

J یعنی ۹۰ درجه جلوتر

$$J \quad = \text{جلوتر} \; 90^\circ \quad = \quad 1\underline{/90^\circ}$$

$$-J \quad = \text{عقبتر} \; 90^\circ \quad = 1\underline{/-90^\circ}$$

۴.۷.۲ تبدیل از قطبی به دکارتی

$$V = 4\angle 30^\circ$$

$$\begin{aligned} V &= 4\cos 30^\circ + J4\sin 30^\circ \\ &= 4\sqrt{\frac{3}{2}} + J.4.\frac{1}{2} \\ &= 2\sqrt{3} + J2 \end{aligned}$$

مثال

$$V_1 = 4 + J3 \qquad V_2 = 2 - J$$

$$\begin{aligned} V_1 + V_2 &= 6 - 2J \\ V_1 - V_2 &= 2 + 4J \end{aligned}$$

مثال

فرض کنید جریان الکتریکی در دو شاخه ی یک مدار به صورت زیر است .

$$I_1(t) = 10\cos(t + 30^\circ) \rightarrow I_1 = 10\angle 30^\circ$$

$$I_2(t) = 5\cos(t + 45^\circ) \rightarrow I_2 = 5\angle 45^\circ$$

چهار عمل اصلی ریاضی را بر روی این جریان ها پیاده کنید .

$$\begin{aligned} I_1 &= 10\angle 30^\circ \\ &= 10\cos 30 + J.10\sin 30 \\ &= 10\frac{\sqrt{3}}{2} + J.10.\frac{1}{2} \\ &= 5\sqrt{3} + J.5 \end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
I_2 &= 5\underline{/45^\circ} \\
&= 5\cos 45 + J.5.\sin 45 \\
&= 5\frac{\sqrt{2}}{2} + J.5\frac{\sqrt{2}}{2}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
I_1 \times I_2 &= 10 \times 5\underline{/30+45} = 50\underline{/75} \\
I_1/I_2 &= 10/5\underline{/30-45} = 2\underline{/-15} \\
I_1 + I_2 &= (5\sqrt{3} + 5\frac{\sqrt{2}}{2}) + J(5 + 5\frac{\sqrt{2}}{2}) \\
I_1 - I_2 &= (5\sqrt{3} - 5\frac{\sqrt{2}}{2}) + J(5 - 5\frac{\sqrt{2}}{2})
\end{aligned}
$$

نکته

در تحلیل مدارهای سینوسی ابتدا مدار به حوزه ی فازور منتقل می شود . در حوزه ی فازور دقیقاً مثل مدارهای مقاومتی ، مدار را حل می کنیم .

پس از حل مدار و به دست آوردن مجهول نتیجه را از حوزه ی فازور به حالت معمول بر می گردانیم .

قطعاتی که در یک مدار داریم	حوزه ی غیر فازور (زمان)	حوزه ی فازور
مقاومت	R	R
سلف	L	$J.L.\omega$
خازن	C	$\frac{1}{J.C.\omega}$
منبع ولتاژ	$V(t) = V_m \cos(\omega t + \phi)$	$V = V_m\underline{/\phi}$
منبع جریان	$I(t) = I_m \cos(\omega t + \phi)$	$I = I_m\underline{/\phi}$

ω فرکانس زاویه ای می باشد و برابر است با :

$$\omega = 2\pi f$$

نکته

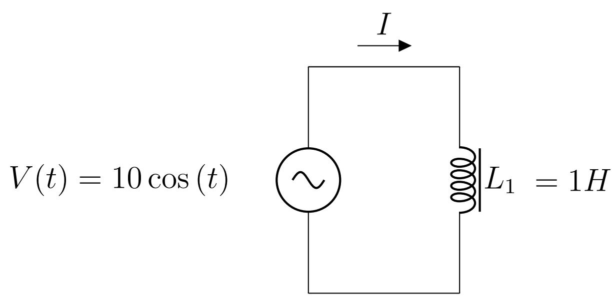
در حوزه ی فازور سلف و خازن را همچون مقاومت در نظر می گیریم .

سلف ← مقاومت القایی

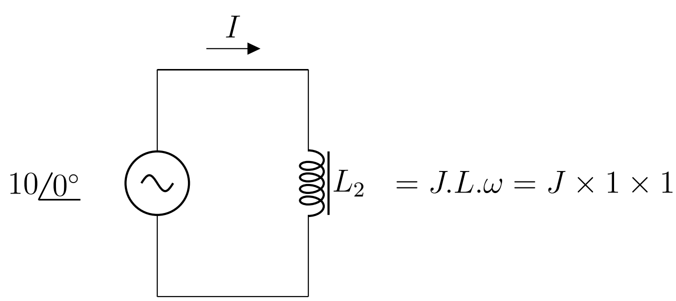
خازن ← مقاومت خازنی

مثال

در مدار شکل زیر معادله ی ریاضی سلف را به دست آورید



مدار را به حوزه ی فازور می بریم :



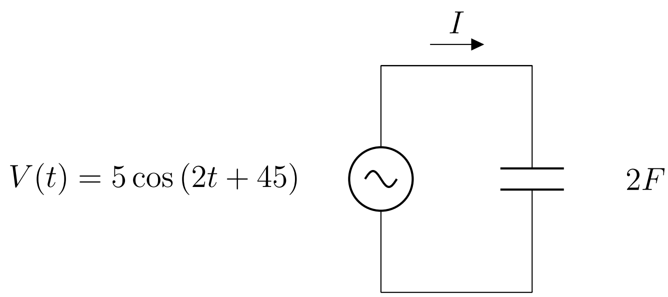
$$I = \frac{V}{R} = \frac{10\angle 0^\circ}{J} = \frac{10\angle 0^\circ}{1\angle 90^\circ} = 10\angle -90^\circ$$

معادله ی جریان بر حسب زمان :

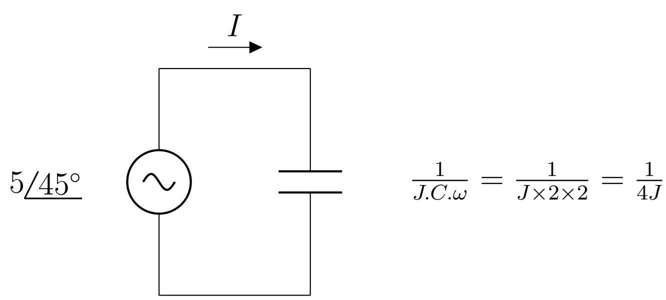
$$\Rightarrow I(t) = 10\cos(t - 90)$$

مثال

در مدار شکل زیر معادله ی ریاضی جریان خازن را به دست آورید



مدار را به حوزه ی فازور می بریم :



$$I = \frac{V}{R} = \frac{5\underline{/45}}{\frac{1}{4J}} = 5\underline{/45} \times 4\underline{/90} = 20\underline{/135}$$

معادله ی جریان بر حسب زمان :

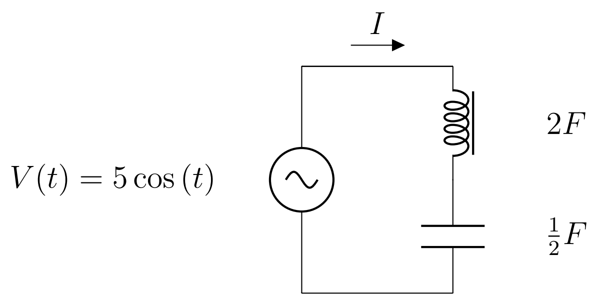
$$\Rightarrow I(t) = 20\cos(2t+135)$$

نکته

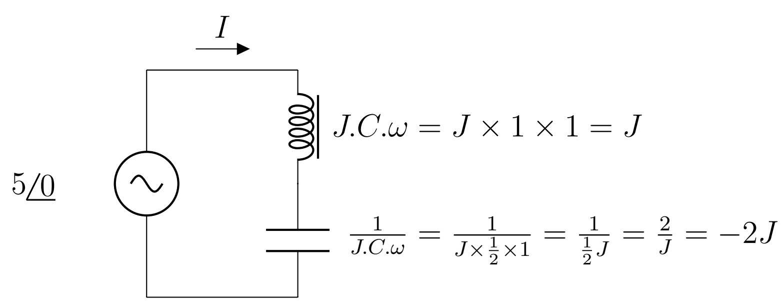
$$\frac{1}{J} = -J$$

مثال

در مدار شکل زیر معادله ی ریاضی جریان را به دست آورید



مدار را به حوزه ی فازور می بریم :



مقاومت معادل :

$$R_T = J + (-2J) = -J$$

$$I = \frac{V}{R} = \frac{5\angle 0}{-J} = \frac{5\angle 0}{1\angle -90} = 5\angle 0-(-90) = 5\angle 90$$

معادله ی جریان بر حسب زمان :

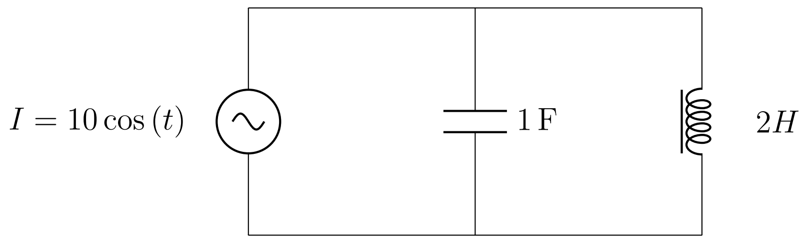
$$I(t) = 5\cos(t + 90)$$

نکته

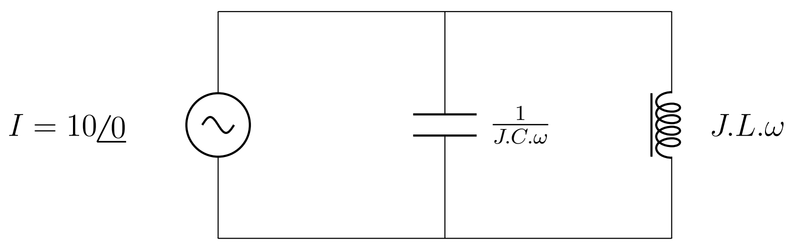
منظور از مدار در مثال ها یک مدار الکتریکی در حالت دائمی سینوسی می باشد

مثال

در مدار شکل زیر جریان سلف و جریان خازن را رسم کرده و دیگرام برداری را برای ولتاژها و جریان ها رسم کنید .



مدار را به حوزه ی فازور می بریم :



$$J.L.\omega = J \times 2 \times 1 = 2J$$

$$\frac{1}{J.C.\omega} = \frac{1}{J \times 1 \times 1} = \frac{1}{J} = -J$$

$$I_C = \frac{2J}{-J + 2J} \times 10\angle 0 = \frac{2J}{J} \times 10\angle 0 = 2 \times 10\angle 0 = 20\angle 0$$

$$\frac{2J}{J} = \frac{2\angle 90}{1\angle 90} = 2\angle 90 - 90 = 2\angle 0 = 2$$

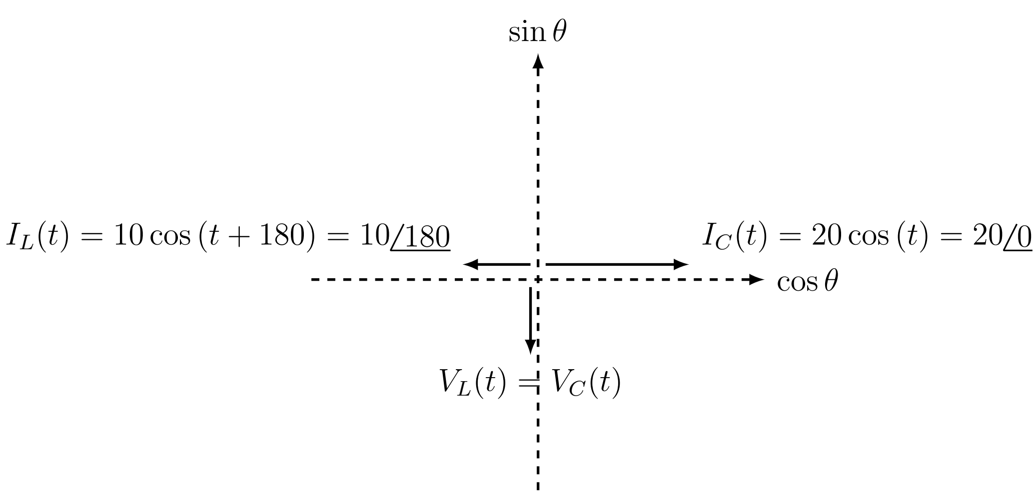
$$I_L = \frac{-J}{-J + 2J} \times 10\angle 0 = \frac{-J}{+J} \times 10\angle 0 = -10\angle 0 = 10\angle 180$$

$$\frac{1\angle -90}{1\angle 90} = 1\angle -180 = 1\angle 180$$

$$I_C(t) = 20\cos(20t)$$
$$I_L(t) = 10\cos(t+180) = 10\cos(t-180)$$

$$V_C = R_C I_C = -J \times 20\angle 0 = 1\angle -90 \times 20\angle 0 = 20\angle -90 = -20J$$

$$V_L = R_L I_L = 2J \times 10\angle 180 = 2\angle 90 \times 10\angle 180 = 20\angle 270 = 20\angle -90 = -20J$$



- جریان خازن ۹۰ درجه نسبت به ولتاژش جلوتر (پیش فاز) است
- جریان سلف ۹۰ درجه نسبت به ولتاژش (پس فاز) است
- جریان و ولتاژ مقاومت هم فاز هستند

اثبات :

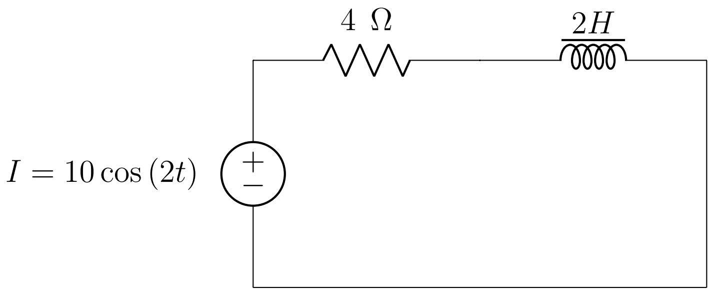
$$I_C = \frac{V_C}{X_C} = \frac{V_C}{\frac{1}{J.C.\omega}} = (V_C.C.\omega)J = (V_C.C.\omega) \times 1\underline{/90^\circ}$$

$$I_L = \frac{V_L}{X_L} = \frac{V_L}{J.L.\omega} = \left(\frac{V_L}{L.\omega}\right) \times \frac{1}{J} = \left(\frac{V_L}{L.\omega}\right) \times -J = \left(\frac{V_L}{L.\omega}\right) \times 1\underline{/-90^\circ}$$

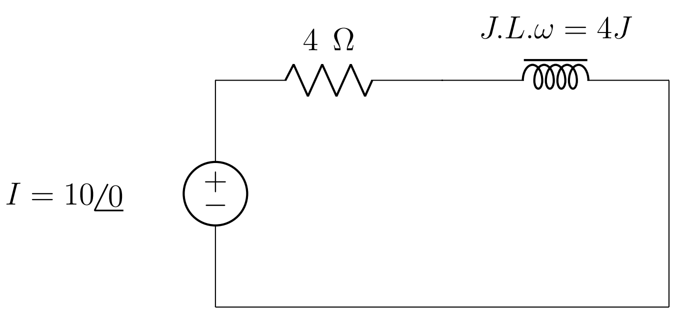
$$I_R = \frac{V_R}{R}$$

مثال

در مدار شکل زیر ولتاژ دو سر مقاومت و ولتاژ دو سر سلف را به دست آورده و دیاگرام برداری مربوط به آن را رسم کنید



مدار را به حوزه ی فازور می بریم :



$$Z = R_T = 4 + 4J$$

$$\tan\theta = \frac{4}{4} = 1 \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{4} = 45^\circ$$
$$r = \sqrt{4^2 + 4^2} = \sqrt{2 \times 16} = 4\sqrt{2}$$
$$\Rightarrow R_T = 4\sqrt{2}\underline{/45^\circ}$$

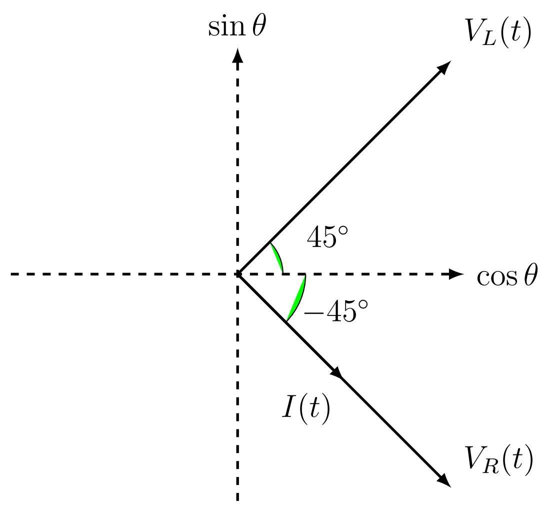
$$I = \frac{V}{R} = \frac{10\underline{/0}}{4\sqrt{2}\underline{/45}} = \frac{10}{4\sqrt{2}}\underline{/-45}$$

$$V_R = R \times I = 4 \times \frac{10}{4\sqrt{2}}\angle{-45} = \frac{10}{\sqrt{2}}\angle{-45}$$

$$\Rightarrow V_R(t) = \frac{10}{\sqrt{2}}\cos\left(2t - 45\right)$$

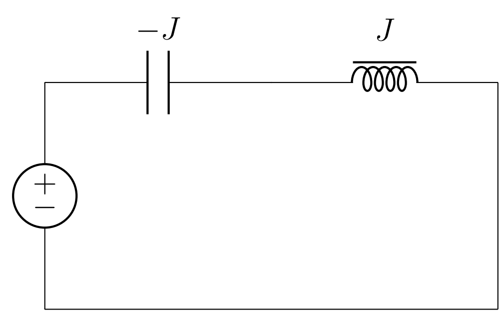
$$V_L(t) = R_L \times I = 4J \times \frac{10}{4\sqrt{2}}\angle{-45} = 4\angle{90} \times \frac{10}{4\sqrt{2}}\angle{-45} = \frac{10}{\sqrt{2}}\angle{45}$$

$$\Rightarrow V_L = \frac{10}{\sqrt{2}}\cos\left(2t + 45\right)$$

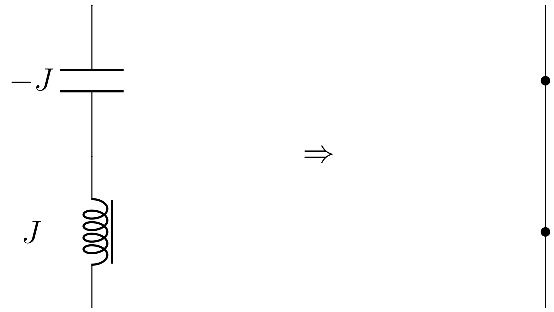


۸.۲ تشدید (رزونانس)

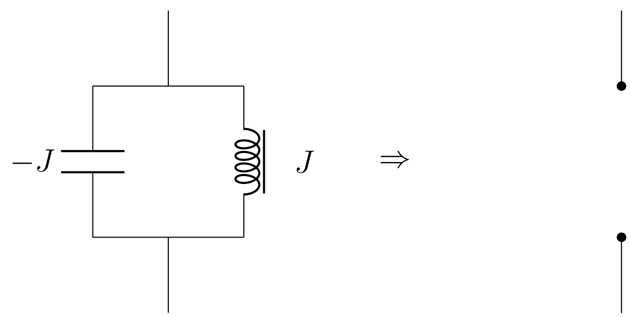
جریان خیلی شدید به خاطر اتصال کوتاه در مدار اتفاق می افتد .



.



$$R_T = -J + J = 0$$



$$R_T = \frac{-J \times J}{-J + J} = \frac{1\angle -90 \times 1\angle 90}{0} = \frac{1\angle 0}{0} = \frac{1}{0}$$