

به نام خدا

سوالات امتحان مبانی آنالیز ریاضی - گروه 2 - مجموع دو رقم سمت راست شماره دانشجویی=زوج

توجه مهم: قبل از شروع به حل سوالات، لازم است که توجه کنید این سوالات مربوط به دانشجویانی است که مجموع دو رقم سمت راست (یکان و دهگان) شماره دانشجویی آنها زوج است. برای مثال، اگر شماره دانشجویی شما 9875324 باشد، حاصل جمع 4 و 2 می شود 6 که چون زوج است باید به این سوالات پاسخ دهید.

سوال اول: فرض کنید که $S_n = 1/\sqrt{2} + 1/\sqrt{4} + \dots + 1/\sqrt{2n}$ ، نشان دهید دنباله $\{S_n\}$ یک دنباله صعودی است اما از بالا کراندار نیست.

سوال دوم: فرض کنید X, Y ، فضاهایی متری و $f: X \mapsto Y$ نگاشتی پیوسته بر X باشد، اگر $E \subset Y$ در Y بسته باشد: ثابت کنید $f^{-1}(E)$ در X بسته است.

سوال سوم: پیوستگی یکنواخت را تعریف کنید. آیا هر نگاشت پیوسته روی یک مجموعه فشرده پیوسته یکنواخت است؟ ادعای خود را اثبات کنید.

سوال چهارم: فرض کنید X, Y ، فضاهایی متری و $B \subseteq X$ فشرده باشد، اگر $f: X \mapsto Y$ نگاشتی پیوسته باشد، آنگاه نشان دهید $f(B)$ نیز فشرده است.

سوال پنجم: نشان دهید تابع $f(x) = \frac{1}{x-2}$ بر بازه $[a, \infty]$ که $a > 0$ ، پیوسته یکنواخت است.

سوال ششم:

الف) اگر $E = \{\frac{1}{50}, \frac{1}{49}, \frac{1}{48}, \dots, \frac{1}{5}\}$ ، قطر E را بیابید.
ب) اگر $A \subseteq B$ ، نشان دهید $diam A \leq diam B$