

**قبل از شروع به حل سوالات ، لازم است که در تمام سوالات ، به جای  $a$  ، مجموع ارقام یکان و دهگان شماره دانشجویی خود را قرار دهید. برای مثال، اگر شماره دانشجویی شما ۹۱۲۳۴۵۶ باشد، به جای  $a$  باید حاصل جمع ۵ و ۶ یعنی عدد ۱۱ قرار داده شود.**  
**پاسخ هایی که در آنها حرف انگلیسی  $a$  وجود داشته باشد ، تصحیح نخواهد شد.**  
پاسخ های خود را اسکن کرده و به صورت یک فایل pdf به ایمیل [m.iranmanesh2012@gmail.com](mailto:m.iranmanesh2012@gmail.com) ارسال نمایید.  
**برگه های بدون نام تصحیح نخواهد شد و فایل های ارسالی بعد از ساعت ۱۱:۱۵ قابل قبول نخواهند بود.**

۱. خط حاصل از فصل مشترک صفحات  $E_1: x - y - 5z = a$  و  $E_2: x + y - z = 5$  را به دست آورده و وضعیت نسبی آن نسبت به خط  $l: \frac{x+1}{3} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z+4}{2}$  را (با ذکر تمام جزئیات) مشخص نمایید.

۲. معادله رویه ای در دستگاه مختصات دکارتی به صورت  $x^2 + y^2 = z^2 - a - 2x - 2y$  می باشد.  
الف. نوع رویه را تعیین کرده و آن را (به طور تقریبی) ترسیم نمایید.  
ب. معادله رویه را در دستگاه های مختصات استوانه ای و کروی بنویسید.

۳. تابع برداری  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^3$  با ضابطه  $f(t) = (\frac{a}{\sqrt{t}}, a\sqrt{6t}, at\sqrt{t})$  را در نظر بگیرید.  
الف. تاب خم فوق را در نقطه متناظر با  $t=1$  روی خم، محاسبه نمایید.  
ب. طول قوس این خم را در بازه  $[1, 4]$  محاسبه نمایید.

۴. اگر تمام مشتقات جزئی مرتبه دوم تابع  $z = f(x, y)$  موجود باشند و  $x = e^r \cos(a\theta)$  و  $y = e^r \sin(a\theta)$  ، در این صورت  $z_{rr}$  را محاسبه نمایید.

۵. حاصل انتگرال دوگانه ای  $I = \int_{x=0}^{x=2} \int_{y=0}^{y=4-x^2} \frac{xe^{ay}}{4-y} dy dx$  را محاسبه نمایید.

۶. حاصل انتگرال سه گانه ای  $\iiint_V (x^2 + y^2) dx dy dz$  را بیابید، جایی که  $V$  حجم محدود به داخل کره  $x^2 + y^2 + z^2 = 4a^2$  و خارج استوانه  $x^2 + y^2 = a^2$  می باشد.

۷. حاصل انتگرال خط  $\int_{(0,0,0)}^{(a,2,3)} (2xy)dx + (x^2 + z^2)dy + (2yz)dz$  را محاسبه نمایید.

۸. فرض کنیم  $\vec{F}(x, y, z) = (x + e^y)\vec{i} + (y + 1 + \cos z)\vec{j} + (2z + 1)\vec{k}$  یک میدان برداری و  $V$  ناحیه ای محدود به دو کره به معادلات  $x^2 + y^2 + z^2 = 1$  و  $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$  باشد. اگر  $S$  سطح خارجی ناحیه  $V$  باشد، در این صورت شار برون سوی میدان برداری  $\vec{F}$  گذرا از سطح  $S$  را محاسبه نمایید. (یعنی حاصل انتگرال  $\iint_S \vec{F} \cdot \vec{n} d\sigma$  را محاسبه کنید.)  
موفق باشید - ایرانمنش