

به نام خدا

سوالات امتحان مبانی آنالیز ریاضی- گروه 1 - (مجموع دو رقم سمت راست شماره دانشجویی =فرد)

توجه مهم: قبل از شروع به حل سوالات ، لازم است که توجه کنید این سوالات مربوط به دانشجویانی است که مجموع دو رقم سمت راست (یکان و دهگان) شماره دانشجویی آنها فرد است. برای مثال، اگر شماره دانشجویی شما 9543214 باشد، حاصل جمع 4 و 1 می شود 5 که چون فرد است چنین دانشجویی باید به این سوالات پاسخ دهد.

سوال اول: فرض کنید که  $S_n = 1 + 1/\sqrt{2} + 1/\sqrt{3} + \dots + 1/\sqrt{n}$ ، نشان دهید دنباله  $\{S_n\}$  یک دنباله صعودی است اما از بالا کراندار نیست.

سوال دوم: فرض کنید  $Y, X$ ، فضاهایی متری و  $f : X \mapsto Y$  نگاشتی پیوسته بر  $X$  باشد، اگر  $E \subset Y$  در  $Y$  باز باشد ثابت کنید  $f^{-1}(E)$  در  $X$  باز است

سوال سوم: فرض کنید  $Y, X$ ، فضاهایی متری و  $f : X \mapsto Y$  نگاشتی پیوسته یکنواخت بر فضای فشرده  $X$  باشد. ثابت کنید  $f$  بر  $X$  پیوسته نیز هست.

سوال چهارم: فرض کنید  $Y, X$ ، فضاهایی متری و  $A \subseteq X$ . اگر  $g : A \mapsto Y$  نگاشتی پیوسته و  $A$  فشرده باشد، آنگاه نشان دهید  $g(A)$  نیز فشرده است.

سوال پنجم: نشان دهید تابع  $f(x) = \frac{1}{x-1}$  بر بازه  $[a, \infty]$  که  $a > 0$ ، پیوسته یکنواخت است.

سوال ششم:

الف) اگر  $E = \{\frac{1}{10}, \frac{1}{11}, \dots, \frac{1}{100}\}$ ، قطر  $E$  را بیابید.  
ب) اگر  $A \subseteq B$ ، نشان دهید  $diam A \leq diam B$