

## 1. Różniczkowanie sygnału (1,5 pkt)

Plik `pozycje.txt` zawiera zapis położenia zarejestrowany za pomocą urządzenia GPS. Dane ułożone są w pięciu kolumnach:

1. czas w milisekundach<sup>1</sup>, w którym dokonywany był zapis pozycji,
2. szerokość geograficzna, podana w stopniach,
3. długość geograficzna, podana w stopniach,
4. wysokość nad poziomem morza,
5. dokładność pomiaru, podana w metrach.

1) Na podstawie zapisu pozycji oraz czasu wyznacz wartość chwilową wektora prędkości poruszania się urządzenia GPS w punktach, w których określona została pozycja. Prędkość chwilowa  $V_t$  jest pochodną położenia  $x$  po czasie  $t$  i dana jest wzorem:

$$V_t = \frac{dx}{dt}$$

Przyjmij, że urządzenie GPS podaje bezbłędną pozycję.

2) Na podstawie zapisu pozycji oraz czasu wyznacz chwilową wartość wektora przyspieszenia  $a_t$  korzystając z równania:

$$a_t = \frac{d^2 x}{dt^2}$$

3) Oblicz całkowity przebyty dystans od pierwszego do ostatniego punktu. Załóż, że pozycja przekazywana przez urządzenie GPS jest dokładna, tzn. nie jest obciążona błędem oraz, że urządzenie GPS poruszało się po krzywej łamanej łączącej wskazane punkty.

Odległość  $d$  pomiędzy dwoma punktami o szerokości  $\Phi$  i długości  $\lambda$  geograficznej można wyznaczyć ze wzoru:

$$d = Rc$$

gdzie  $R = 6371 \text{ km}$  oznacza promień Ziemi, z kolei  $c$  dane jest równaniem:

$$c = 2 \arctan 2(\sqrt{a}, \sqrt{1-a})$$

gdzie

$$a = \sin^2\left(\frac{\Delta\phi}{2}\right) + \cos(\phi_1)\cos(\phi_2)\sin^2\left(\frac{\Delta\lambda}{2}\right)$$

## 2. Filtr różniczkujący FIR (opcjonalne 1 pkt)

Punkty 1) oraz 2) z zadania 1 wykonaj z wykorzystaniem filtru różniczkującego. Możesz wykorzystać któryś z filtrów różniczkujących przedstawionych na stronie 10. wykładu.

## 3. Różniczkowanie zaszumionego sygnału (1 + 2 pkt opcjonalne)

1) Wykonaj różniczkowanie dyskretniej funkcji sinus w przedziale  $\langle 0, 2\pi \rangle$

metodami ilorazów różnicowych centralnych i wstecz i filtrem różniczkującym FIR z zadania 2 (opcjonalne). Przyjmij częstotliwość próbkowania funkcji sinus 100 próbek na okres.

```
x = 0:(2*pi)/100:2*pi;
y1 = sin(x); y2 = cos(x);
```

<sup>1</sup> Jest to czas POSIX podany w milisekundach (rozszerzony o 3 dodatkowe cyfry)

Porównaj wyniki otrzymane za pośrednictwem wspomnianych metod z rzeczywistymi wartościami pochodnej funkcji sinus ( $\sin'(x) = \cos(x)$ ).

2) Następnie do wartości próbek funkcji sinus dodaj szum biały wykorzystując funkcję `awgn()`. Przetestuj działania układów różniczkujących z następującymi wartościami SNR (*Signal to Noise Ratio* – stosunek mocy sygnału do mocy szumu): 20, 35 oraz 50 [dB]. Jakie wnioski można wyciągnąć z osiągniętych wyników?

3) (opcjonalne) Dokonaj teraz filtracji sygnału sinusoidalnego cyfrowym filtrem różniczkującym o odpowiedzi impulsowej  $h(m)$ :

$$h(m) = \cos\left(\frac{\pi m}{M}\right), \text{ gdzie } m = -M, \dots, 0, \dots, M, \quad M=10$$

```
M=10; m=-M:1:M; h = cos(pi*m)./m; h(M+1)=0; % odp. impulsowa filtru różnicz.
% w = blackman(2*M+1)'; h = h .* w; % opcjonalne wygładzenie brzegów
y2e = conv(y1, h); % operacja splotu (filtracji)
```

Odrzuć  $2M$  pierwszych i  $2M$  ostatnich próbek sygnału  $y_{2e}(n)$ . Odrzuć  $M$  pierwszych i  $M$  ostatnich próbek sygnału  $y_2(n)$ . Sprawdź dokładność różniczkowania: po modyfikacji porównaj sygnały  $y_2(n)$  i  $y_{2e}(n)$  na pierwszym rysunku, natomiast na drugim narysuj sygnał błędu. Powtórz eksperyment usuwając znak komentarza w drugiej linii powyższego kodu. Powtórz eksperyment dla  $M=50$  i  $100$ . Powtórz eksperyment w przypadku występowania szumu.

#### 4. Całkowanie numeryczne (1,5 pkt)

Na podstawie logów z czujnika przyspieszenia smartphona (akcelerometru) napisz samodzielnie (bez używania funkcji matlaba, w szczególności `trapz()`) dwie funkcje, które:

1. zwracają wartość prędkości chwilowej telefonu
2. zwraca przebyty dystans w czasie od  $t_0$  do  $t_1$ . Zależność drogi  $s$  od prędkości chwilowej  $v(t)$  dana jest wzorem:

Funkcje Możesz samodzielnie wygenerować logi z akcelerometru lub też wykorzystać załączony plik (`accel_logs.csv`). Wykorzystaj napisaną funkcję do obliczenia całkowitego przebytego dystansu od pierwszego do ostatniego punktu