10 Techniki Obliczeniowe w Nauce i Technice
Optymalizacja i minimalizacja funkcji

dr inż. Jarosław Bułat

2013.12.05

1. Optymalizacja puszki napojów (1 pkt)

Producent napojów chce je sprzedawać w puszkach o kształcie walca i pojemności 0.33 l. Jakie powinny być wymiary (średnica i wysokość) puszki aby była jak najtańsza. Przyjmij, że koszt puszki jest proporcjonalny do kosztu materiału. Wyznacz wymiary dla dwóch wariantów:

1.Materiał na ścianki i denka puszki kosztuje tyle samo.

2.Materiał na denka jest dwukrotnie droższy niż na ścianki.

Uprość problem do równania jednej zmiennej (np. od promienia denka lub wysokości puszki), opisującego powierzchnię walca o pojemności 0.33 l. Zaproponuj warunki brzegowe (skrajne rozmiary puszki, pomiędzy którymi będziesz szukać rozwiązania). Metodą złotego podziału znajdź minimum tej funkcji dla dwóch powyższych przypadków.

Na wykresie narysuj przebieg funkcji powierzchni dla obu przypadków i zaznacz na nich wyszukane minima. Ile iteracji algorytmu było potrzebnych aby znaleźć minimum? Jak określiłeś kryterium zakończenia poszukiwania minimum?

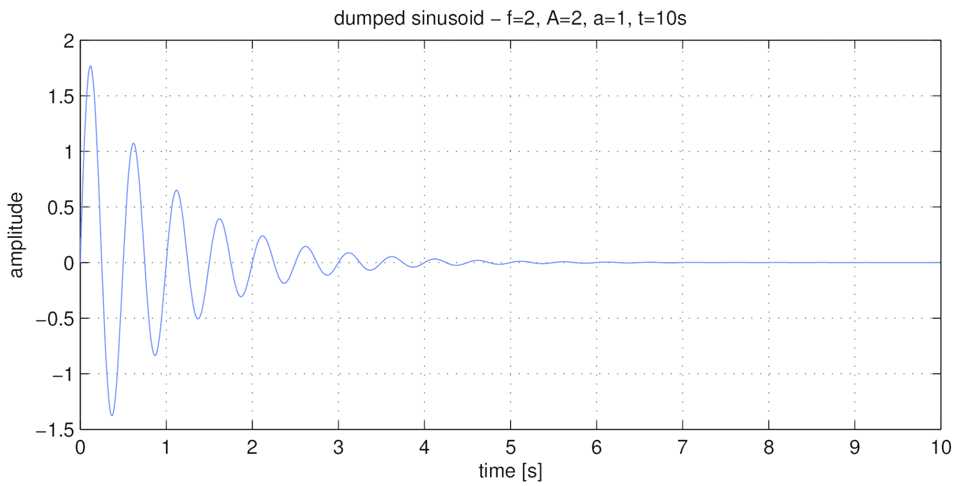
Opcjonalnie (+ 1pkt) wykonaj minimalizację metodą interpolacji sześciennej.

2. Optymalizacja modelu parametrycznego (2 pkt)

Gasnąca sinusoida (ang. *damped sinusoid*) jest sygnałem który można zapisać w postaci:

$$x(t)=e^{-at} A \sin(2\pi f t) \quad (1)$$

gdzie t to czas, a – szybkość gaśnięcia, A – amplituda początkowa, f – częstotliwość drgań. Poniżej przedstawiono przykładowy przebieg tego sygnału.



Potraktuj (1) jako parametryczny opis modelu zjawiska. Znajdź parametry A, a i f dla zarejestrowanego przebiegu. Przykładowe przebiegi zapisane w pliku `lab10_2.dat` zostały zarejestrowane z częstotliwością próbkowania fs=100 Hz. Każdy przebieg składa się z 1000 próbek.

W tym celu: dokończ program funkcji celu `fitSinDamp(...)`, który zwróci jedną liczbę rzeczywistą, tym mniejszą im wczytany przebieg jest lepiej dopasowany do przebiegu wygenerowanego przy użyciu zestawu parametrów dostarczonego przez argumenty funkcji. Następnie wykonaj minimalizację wieloparametrową tej funkcji za pomocą procedury `fminsearch(...)` lub podobnej. Parametry uzyskane dla minimum funkcji będą rozwiązaniem problemu.

Zauważ, że punkt startowy optymalizacji (parametry początkowe) mają wpływ na zbieżność procedury. Dla dwóch ostatnich przebiegów (`in_all(:,4)` i `in(all(:,5)`) wyznacz częstotliwość sinusoidy za pomocą transformaty Fouriera oraz wykorzystaj ją do zadania punktu startowego i dopuszczalnego zakresu zmienności częstotliwości w funkcji minimalizującej (fstart, fmin, fmax).

Szkielet programu:

```
clear all;  close all;

load lab10_2.dat;
in = in_all(:,1);

initial_f = 1;
initial_A = 1;
initial_a = 1;
% estymacja parametrów
initParm = [ initial_f, initial_A, initial_a ];   % parametry początkowe
outParm = fminsearch( @(x) fitSinDump(x, in, fs, Nx) , initParm );

estimated_f = outParm(1);
estimated_A = outParm(2);
estimated_a = outParm(3);

% porównanie przebiegu wygenerowanego z odtworzonym
% ToDo
```

Początek funkcji celu:

```
function y = fitSinDamp( parm, x, fs, Nx )
% x – docolowy sygnał
% fs – częstotliwość prókowania
% Nx – długość sygnału
f = parm(1); % częstotliwość sinusoidy
A = parm(2); % początkowa amplituda
a = parm(3); % szybkość opadania

y = . . .    % ToDo – mniejsza wartość == lepsze dopasowanie
```

Możesz skorzystać z dwóch przykładów optymalizacji, zaprezentowanych na wykładzie z „Podstaw informatyki” dot. zastosowań Matlaba (są dostępne kody przykładowych programów: {`cw_7.m` + `fun_fi.m`} oraz {`cw_8.m` + `faun_fit.m`}).

3. Poszukiwanie minimum globalnego (2 pkt)

Funkcja `fun(x1,x2)` opisuje pewien proces zachodzący w przestrzeni R^2. Znajdź dowolną metodą minimum globalne.