

Если множество A равномощно подмножеству множества B , то говорят, что мощность множества A *меньше либо равна* мощности множества B . Если $|A| \leq |B|$ и множества A и B неравномощны, то говорят, что мощность множества A *меньше* мощности множества B .

1. Докажите, что множество всех бесконечных последовательностей, состоящих из нулей и единиц, несчётно и равномощно множеству всех подмножеств натурального ряда.
2. **Теорема Кантора.** Докажите неравенство $|\mathbb{N}| < |\mathbb{R}|$.
3. Докажите, что мощность любого множества A меньше мощности множества 2^A его подмножеств.
4. **Теорема Кантора-Бернштейна.** Докажите, что, если $|A| \leq |B|$ и $|B| \leq |A|$, то $|A| = |B|$.
5. Докажите, что множества всех прямых на плоскости равномощно множеству всех точек плоскости.
6. *Восьмёркой* назовём фигуру, состоящую из двух касающихся окружностей. Можно ли нарисовать несчётное множество попарно непересекающихся восьмёрок?
7. Докажите, что множество бесконечных последовательностей вещественных чисел равномощно \mathbb{R} .
8. Докажите, что, если квадрат разбит на две части, то хотя бы одна из них равномощна квадрату.
9. Докажите, что, если отрезок разбит на две части, то хотя бы одна из них равномощна отрезку.