У дерева на n вершинах $n-1$ ребро

1. В выпуклом многоугольнике провели диагонали, которые не пересекаются во внутренних точках. Можно ли раскрасить его стороны и диагонали в красный и синий цвета так, чтобы муравей и жук могли переползти из каждой вершины в любую другую лишь по красным и синим отрезкам соответственно?
2. (Бонди) Дано множество S из n элементов и выбрано n различных его подмножеств A_1, A_2, …, A_n. Докажите, что для некоторого элемента $x \in S$ множества $A_1 \setminus \{x\}$, $A_2 \setminus \{x\}$, …, $A_n \setminus \{x\}$ попарно различные.
3. Алиса и Боб играют в следующую игру. Сначала Алиса называет n положительных чисел, затем Боб отмечает m точек на плоскости. Боб выигрывает, если для каждого числа d, названного Алисой, среди отмеченных точек есть две точки на расстоянии d, в противном случае выигрывает Алиса. Для каждой пары (n, m) натуральных чисел определите, кто из детей может гарантировано выиграть.
4. Хозяйка испекла для гостей пирог. За столом может оказаться либо p человек, либо q, где p и q – взаимно простые натуральные числа. На какое минимальное количество кусков (не обязательно равных) нужно заранее разрезать пирог, чтобы в любом случае его можно было раздать поровну между гостями?
5. Пусть P — внутренняя точка выпуклого многоугольника с вершинами A_1, A_2, …, A_n. Докажите, что неравенство $\angle A_iPA_j \geq 90^\circ$ выполняется как минимум для $n-1$ пар (i, j), $1 \leq i < j \leq n$.