

Подсчёт двумя способами в таблицах

1. Можно ли в таблицу 5×5 записать числа $1, 2, 3, \dots, 25$ так, чтобы в каждой строке сумма нескольких записанных чисел была равна сумме остальных чисел этой строки?
2. Витя начертил квадрат размером 6×6 клеток и поочередно закрашивает в нём по одной клетке. Закрасив очередную клетку, он записывает в ней число – количество закрашенных клеток, соседних с ней по стороне. Найдите сумму всех записанных чисел, после того как Витя закрасит весь квадрат.
3. В таблицу $n \times n$ записаны n^2 чисел, сумма которых неотрицательна. Докажите, что можно переставить столбцы таблицы так, что сумма n чисел, расположенных по диагонали, идущей из левого нижнего угла в правый верхний, будет неотрицательна.
4. На листе школьной тетради в клеточку некоторые из клеток закрасили так, что в любом квадрате 3×3 закрашено более 6 клеток. Обязательно ли найдётся квадрат 2×2 , в котором все клетки закрашены?
5. В клетках квадратной таблицы 10×10 расставлены числа от 1 до 100. Пусть S_1, S_2, \dots, S_{10} – суммы чисел, стоящих в столбцах таблицы. Могло ли оказаться так, что среди чисел S_1, S_2, \dots, S_{10} каждые два соседних различаются на 1?
6. В квадрате 6×6 закрасили несколько клеток. Оказалось, что во всех квадратиках 2×2 одинаковое число закрашенных клеток и во всех полосках 1×3 одинаковое число закрашенных клеток. Докажите, что закрашены все клетки.