Наборы чисел

1. Какое наибольшее количество чисел можно выбрать из чисел $1, 2, \ldots, 2026$ так, чтобы сумма никаких двух различных выбранных чисел не была равна выбранному числу?
2. Школьник готовился к олимпиаде 77 дней подряд. Каждый день он решал по крайней мере одну задачу, но суммарно решил не больше 132 задач. Докажите, что найдутся несколько последовательных дней, в которые он решил ровно 21 задачу.
3. Даны 20 попарно различных натуральных чисел, меньших 70. Докажите, что какая-то из их попарных разностей повторяется не меньше 4 раз.
4. Даны два непересекающихся множества натуральных чисел A и B, состоящих из n и m элементов соответственно. Известно, что каждое натуральное число, принадлежащее A или B, удовлетворяет хотя бы одному из условий: $k + 17 \in A$ или $k - 31 \in B$. Докажите, что $17n = 31m$.
5. В ряд выписана бесконечная последовательность натуральных чисел, в которой сумма любых шести подряд идущих чисел не превосходит 11. Докажите, что для любого натурального числа a в этом ряду найдутся несколько (быть может, одно) последовательных чисел с суммой a.
6. Докажите, что среди любых $2m + 1$ разных целых чисел, не превосходящих по модулю $2m - 1$, можно найти три числа, сумма которых равна 0.
7. Какое наибольшее количество чисел можно выбрать из чисел $1, 2, \ldots, 2026$ так, чтобы сумма никаких трёх различных выбранных чисел не была равна выбранному числу?
8. Из натуральных чисел от 1 до 501 выбрано 250 чисел. Докажите, что для любого целого числа t найдутся такие четыре выбранных числа a_1, a_2, a_3 и a_4, что $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 - t$ делится на 23.