

## Биссектриса

---

1. Докажите, что в любом треугольнике биссектрисы всех трёх углов пересекаются в одной точке.
2. На биссектрисе угла  $A$  треугольника  $ABC$  отмечены точки  $B_1$  и  $C_1$  так, что  $BB_1$  и  $CC_1$  перпендикулярны сторонам  $AB$  и  $AC$  соответственно. Докажите, что середина отрезка  $B_1C_1$  равноудалена от вершин  $B$  и  $C$ .
3. В треугольнике  $ABC$  к стороне  $AC$  проведена биссектриса  $BK$ . Найдите углы треугольника  $ABC$ , если  $AK = 1$ , а  $BK = KC = 2$ .
4. В выпуклом четырёхугольнике  $ABCD$  угол  $\angle ADC = 30^\circ$  и  $BD = AB + BC + AC$ . Докажите, что диагональ  $BD$  делит угол  $\angle ABC$  пополам.
5. В треугольнике  $ABC$  угол  $B$  равен  $20^\circ$ , угол  $C$  равен  $40^\circ$ . Биссектриса  $AD$  равна 2. Найдите разность  $BC - AB$ .
6. В треугольнике  $ABC$  углы при вершинах  $B$  и  $C$  равны  $40^\circ$ ,  $BD$  – биссектриса угла  $B$ . Докажите, что  $BD + DA = BC$ .
7. Докажите, что, если в треугольнике один угол равен  $120^\circ$ , то треугольник, образованный основаниями его биссектрис, прямоугольный.
8. В треугольнике  $ABC$  провели биссектрисы  $BB_1$  и  $CC_1$ . Прямая  $B_1C_1$  пересекает прямую  $BC$  в точке  $A_1$ . Докажите, что прямая  $AA_1$  – биссектриса внешнего угла  $A$  треугольника  $ABC$ .