Принцип Дирихле

1. У Пети 28 одноклассников. У них различное количество друзей в этом классе. Сколько друзей у Пети?
2. Существует ли выпуклый 400-угольник, все углы которого выражаются целым числом градусов?
3. Дан набор из 1014 различных натуральных чисел, не превышающих 2025. Докажите, что одно из них равно сумме двух других.
4. Даны 1014 натуральных чисел, не превышающих 2025. Докажите, что одно из них делится на другое.
5. Сумма 100 натуральных чисел, каждое из которых не больше 100 равна 200. Докажите, что из них можно выбрать нескольку с суммой 100.
6. Школьник в течение года каждый день решает хотя бы по одной задаче. Каждую неделю он решает не больше 14 задач. Докажите, что найдётся несколько последовательных дней, в которые он решает ровно 20 задач.
7. Даны 70 различных натуральных чисел, каждое из которых не превосходит 200. Докажите, что какие-то два из них отличаются на 4, 5 или 9.
8. В конечном множестве M выбрали 50 подмножеств, каждое из которых содержит больше половины элементов множества M. Докажите, что можно выбрать не более 5 элементов таких, что каждое из выбранных множеств содержит по крайней мере один из выбранных элементов.
9. Дано 51 различное натуральное число, меньшее 100. Докажите, что из них можно выбрать 6 таких чисел, что никакие два из выбранных не имеют одинаковых цифр ни в одном разряде.
10. В Цветочном городе n площадей и $m > n$ улиц. Каждая улица соединяет две площади и не проходит через другие площади. Каждая улица может называться либо синей, либо красной. Каждый день мэр города выбирает одну площадь и переименовывает все выходящие из неё улицы. Докажите, что улицы можно назвать так, что мэр никогда не сможет добиться того, чтобы все улицы назывались одинаково.
11. Докажите, что любой выпуклый многоугольник можно разбить непересекающимися диагоналями на остроугольные треугольники не более, чем одним способом.
12. Каждый из 7 семиклассников в воскресенье три раза подходил к киоску с мороженым. Известно, что каждые двое из них встретились у киоска. Докажите, что в некоторый момент около киоска встретились одновременно трое из них.
13. Каждая клетка бесконечного листа клетчатой бумаги окрашена в один из данных 2025 цветов. Верно ли, что обязательно найдутся четыре клетки одного цвета, расположенные в вершинах прямоугольника со сторонами, параллельными стороне одной клеточки?