

Roll No. : 248177

Total Pages : 8

MAT9736T

M.Sc. (THIRD SEMESTER) (NEP) EXAMINATION, 2024-25

MATHEMATICS

(Fluid Mechanics)

Time Allowed : Three Hours

Maximum Marks : 80

PART-A/ भाग-अ

[Marks : $8 \times 2 = 16$]

Answer all eight questions (Maximum 50 words each).

All questions carry equal marks.

सभी आठ प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर 50 शब्दों से अधिक न हो।

सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

PART-B/ भाग-ब

[Marks : $5 \times 8 = 40$]

Answer all five questions (Maximum 200 words each),

selecting one question from each unit. All questions carry equal marks.

प्रत्येक इकाई से एक प्रश्न चुनते हुए, कुल पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिए।
प्रत्येक प्रश्न का उत्तर 200 शब्दों से अधिक न हो। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

PART-C/ भाग-स

[Marks : $2 \times 12 = 24$]

Answer any two questions (Maximum 300 words each).

All questions carry equal marks.

किन्हीं दो प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर 300 शब्दों से अधिक न हो।
सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

PART-A/भाग-अ

1. (i) Define real and ideal fluids.

वास्तविक तथा आदर्श तरल को परिभाषित कीजिए।

- (ii) Write the difference between the streamlines and pathlines.

धारारेखीय तथा पथरेखीय के मध्य अन्तर लिखिए।

- (iii) Define Stream function or current function.

स्ट्रीम फलन या धारा फलन को परिभाषित कीजिए।

- (iv) Write the circle theorem.

वृत्त प्रमेय को लिखिए।

- (v) Write the Navier-Stokes equation of motion of viscous fluid.

श्यान द्रव के गति के नैवियर-स्टोक्स समीकरण लिखिए।

- (vi) Write the nature of Strain.

विकृति की प्रकृति को लिखिए।

- (vii) Define boundary surface.

सीमा पृष्ठ को परिभाषित कीजिए।

- (viii) Write the theorem of Blasius.

ब्लासियस प्रमेय को लिखिए।

Unit-I/इकाई-1

2. If the velocity components for a two-dimensional fluid system can be given in the Eulerian system by $u = 2x + 2y + 3t$, $v = x + y + \frac{t}{2}$, find the displacement of fluid particle in the Lagrangian system.

यदि एक द्विविमीय द्रव तन्त्र के लिए वेग घटकों को यूलर तन्त्र में $u = 2x + 2y + 3t$, $v = x + y + \frac{t}{2}$ द्वारा दिया जा सकता है, तो लाग्रांज तन्त्र में द्रव कण के विस्थापन को ज्ञात कीजिए।

OR / अथवा

Show that the variable ellipsoid $\frac{x^2}{a^2 K^2 t^4} + Kt^2 \left[\frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} \right] = 1$ is a possible form of boundary surface of a liquid at time t .

प्रदर्शित कीजिए कि परिवर्ती दीर्घवृत्त $\frac{x^2}{a^2 K^2 t^4} + Kt^2 \left[\frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} \right] = 1$ समय t पर एक तरल के सीमा पृष्ठ का एक सम्भावित रूप है।

Unit-II/इकाई-II

3. Prove the theorem of Blasius.

ब्लासियस प्रमेय को सिद्ध कीजिए।

OR / अथवा

Discuss the motion for which Stokes stream function is given by :

$$\psi = \frac{1}{2} v^{-} [a^4 r^{-2} \cos\theta - r^2] \sin^2\theta.$$

गति का वर्णन कीजिए जिसके लिए स्टोक्स धारा फलन को $\psi = \frac{1}{2} v^{-} [a^4 r^{-2} \cos\theta - r^2] \sin^2\theta$ द्वारा दिया जाता है।

Unit-III/इकाई-III

4. The stress tensor at a point P is $\sigma_{ij} = \begin{pmatrix} 7 & 0 & -2 \\ 0 & 5 & 0 \\ -2 & 0 & 4 \end{pmatrix}$. Determine the stress vector

on the plane at P whose unit normal is $n = \left(\frac{2}{3}\right)i - \left(\frac{2}{3}\right)j + \left(\frac{1}{3}\right)k$.

बिन्दु P पर प्रतिबल टेंसर $\sigma_{ij} = \begin{pmatrix} 7 & 0 & -2 \\ 0 & 5 & 0 \\ -2 & 0 & 4 \end{pmatrix}$ है। तल के बिन्दु P पर प्रतिबल सदिश का निर्दरण कीजिए जिसका इकाई प्रसामान्य $n = \left(\frac{2}{3}\right)i - \left(\frac{2}{3}\right)j + \left(\frac{1}{3}\right)k$.

प्रसामान्य कीजिए जिसका इकाई प्रसामान्य $n = \left(\frac{2}{3}\right)i - \left(\frac{2}{3}\right)j + \left(\frac{1}{3}\right)k$.

OR / अथवा

Prove the equation for vorticity and circulation.

भ्रमिलता (वोर्टिसिटी) तथा परिसंचरण के लिए समीकरण सिद्ध कीजिए।

Unit-IV/इकाई-IV

5. If every particle moves on the surface of a sphere, prove the equation of continuity, is $\frac{\partial P}{\partial t} \cos\theta + \frac{\partial}{\partial \theta} (\rho \omega \cos\theta) + \frac{\partial}{\partial \phi} (\rho \omega' \cos\theta) = 0$, ρ being the density, θ and ϕ the latitude and longitude of any element and ω and ω' the angular velocities of the element in latitude and longitude respectively.

यदि एक वृत्त पर प्रत्येक कण गति करता है, तो सिद्ध कीजिए सांतत्यता का समीकरण $\frac{\partial P}{\partial t} \cos\theta + \frac{\partial}{\partial \theta} (\rho \omega \cos\theta) + \frac{\partial}{\partial \phi} (\rho \omega' \cos\theta) = 0$, जहाँ ρ घनत्व है, θ तथा ϕ किसी तत्व के अक्षांश एवं देशान्तर हैं तथा ω एवं ω' अक्षांश एवं देशान्तर में क्रमशः तत्व के कोणीय वेग हैं।

OR / अथवा

The sources each of strength m are placed at the points $(-a, 0)$, $(a, 0)$ and a sink of strength $2m$ at the origin. Show that the streamlines are the curves $(x^2 + y^2)^2 = a^2(x^2 - y^2 + \lambda xy)$ where λ is a variable parameter.

स्रोतों, प्रत्येक का सामर्थ्य m बिन्दुओं $(-a, 0)$, $(a, 0)$ पर रखा गया है तथा उत्पत्ति पर एक सिंक का सामर्थ्य $2m$ है। प्रदर्शित कीजिए कि धारा रेखीय वक्र $(x^2 + y^2)^2 = a^2(x^2 - y^2 + \lambda xy)$ जहाँ λ परिवर्ती प्राचल है।

Unit-V/इकाई-V

6. Write the property of Stokes stream function.

स्टोक्स के धारा फलन के गुण को लिखिए।

OR / अथवा

Find the streamlines and paths of the particles when :

$$u = \frac{x}{1+t}, \quad v = \frac{y}{1+t}, \quad w = \frac{z}{1+t}$$

कणों के धारारेखीय तथा पथों को ज्ञात कीजिए जब ;

$$u = \frac{x}{1+t}, \quad v = \frac{y}{1+t}, \quad w = \frac{z}{1+t}$$

PART-C/भाग-स

7. Prove the Bernoulli's theorem.

बर्नॉली प्रमेय को सिद्ध कीजिए।

8. What arrangement of sources and sinks will give rise to the function

$w = \log\left(z - \frac{a^2}{z}\right)$? Draw a rough sketch of streamlines. Prove that two of the streamlines subdivide into the circle $r = a$ and axis of y .

स्रोतों एवं सिंक की कौन-सी व्यवस्थापन फलन $w = \log\left(z - \frac{a^2}{z}\right)$ को बढ़ा देगी? धारारेखीय का आरेख बनाइए। सिद्ध कीजिए कि धारारेखीय के दो, वृत्त $r = a$ तथा y का अक्ष में उपविभाजित होते हैं।

9. Show that for an incompressible steady flow with constant viscosity, the velocity components $u(y) = y \left[\frac{\mu}{h} \right] + \frac{h^2}{2\mu} \left[\frac{-dP}{dx} \right] \frac{y}{h} \left(1 - \frac{y}{h} \right)$, $V = \mu = 0$ satisfy the equation of

motion, when the body force is neglected, $h, \mu, \frac{dP}{dx}$ are constants and $P = p(x)$.

स्थिर सम्पीड़यता सहित एक असम्पीड़य स्थिर प्रवाह हेतु दर्शाइये कि वेग घटकों

$$u(y) = y \left[\frac{\mu}{h} \right] + \frac{h^2}{2\mu} \left[\frac{-dP}{dx} \right] \frac{y}{h} \left(1 - \frac{y}{h} \right), \quad V = \mu = 0 \quad \text{गति के समीकरण को संतुलित करता है},$$

जब पिण्ड का बल नगण्य हो, $h, \mu, \frac{dP}{dx}$ स्थिरांक हैं तथा $P=p(x)$.

10. If the region bounded by a fixed quadrant arc and its radii, deduce the motion due to a source and an equal sink situated at the ends of one of the bounding radii. Show that the streamline leaving either end at an angle α with the radius is :

$$r^2 \sin(\alpha + \theta) = a^2 \sin(\alpha - \theta).$$

यदि एक क्षेत्र एक चतुर्भुज चाप तथा इसकी त्रिज्याओं द्वारा बद्ध है, किसी एक सीमान्त त्रिज्या के सिरों पर स्थित एक स्रोत और एक समान सिंक के कारण गति का अनुमान लगाइये। दर्शाइये कि त्रिज्या के साथ कोण α पर किसी भी छोर को छोड़ने वाली धारा रेखा है :

$$r^2 \sin(\alpha + \theta) = a^2 \sin(\alpha - \theta).$$

----- × -----