LUNDS TEKNISKA HÖGSKOLA MATEMATIK Helsingborg

TENTAMENSSKRIVNING SANNOLIKHETSTEORI OCH DISKRET MATEMATIK 2020-08-22 kl 9.00-14.00

Hjälpmedel: miniräknare och utdelad formelsamling. Lösningarna skall kommenteras och motiveras utförligt.

1. Bland 13 elproppar finns 6 defekta. Man tar utan återläggning på måfå (0.2/st)5 proppar. Vad är sannolikheten att man får a) ingen defekt propp b) exakt två korrekta c) minst två korrekta. 2. Ett vanligt svenskt bilnummer består av tre bokstäver mellan A och Z, inklusive W men utan I,Q och V (d.v.s. 23 st), följt av tre siffror. a) Hur många bilnummer kan man konstruera enligt denna specifikation? (0.3)b) Hur många av dem har olika symboler? (0.3)**3.** a) Låt ξ vara Poissonfördelad med väntevärdet 4. Beräkna $P(\xi > 3)$. (0.3)b) Sannolikheten att en viss arbetsoperation tar högst 15 minuter (0.3)att utföra är 0.92. Om tio oberoende arbetsoperationer utförs, hur stor är sannolikheten att 7 stycken tar högst 15 minuter? **4.** Låt $A = \{1, 3, 4, 5, 7\}$ och definiera relationen R på A genom (0.6) $xRy \iff x+2 \le y$. Skriv upp mängden R, ange matrisen för relationen R. Kan den här relationen betraktas som en funktion? **5.** Låt ξ vara en stokastisk variabel som anger antalet uthyrda bilar per dag. (0.6)Baserat på historiska uppgifter har uthyrningsfirman angett följande

sannolikhetsfunktion för ξ

Bestäm **a** . Rita sannolikhetsfunktionen och pricka in μ och σ .

- 6. Nio olika kulor, nr1, nr2, ..., nr 9 ska läggas i tre likadana lådor så att ingen blir tom.
 a) På hur många olika sätt kan kulorna fördelas i lådorna? (0.2)
 b) På hur många sätt kan det göras om kula nr1 och nr 2 ska hamna i samma låda?
 c) På hur många sätt kan det göras om kula nr1 och nr 2 ska hamna i olika lådor?
- 7. Bestäm lösningen till rekursionsekvationen $a_n = -4a_{n-1} 4a_{n-2}, \text{ där } a_1 = -3 \text{ och } a_2 = 2.$
- **8.** Den stokastiska variabeln ξ har frekvensfunktionen

$$f(x) = \begin{cases} a(4 - x^2), & -1 \le x \le 2\\ 0, & \text{f.\"o.} \end{cases}$$

- a) Bestäm konstanten a. (0.4)
- b) Beräkna sannolikheten att ξ är positiv. (0.2)
- **9.** Visa med hjälp av matematisk induktion att $15 \mid 4^{2n} 1, n \ge 1, n \in \mathbb{Z}$. (0.6) Ledning: Ett tal som är jämnt delbar med 15 kan skrivas $15 \cdot m$.
- 10. För ett visst läkemedel gäller att mängden aktiv substans (mg) i en tablett antas vara normalfördelad med $N(2, \sigma)$. Tabletterna ordineras patienterna i en förpackning som innehåller 20 tabletter. Hur stor får σ högst vara om sannolikheten att mängden aktiv substans i en förpackning understiger 38 mg högst får vara 0.01. (Mängden aktiv substans i varje tablett antas vara oberoende.)

SLUT!