Unit 32.

# **Dynamic Programming**

# Learning objectives

- √ ນັກຮຽນຈະສາມາດເຂົ້າໃຈການ dynamic programming ແລະ ຄິດໄລ່ລຳດັບ Fibonacci ໂດຍໃຊ້ dynamic programming.
- √ ນັກຮຽນຈະສາມາດຄິດໄລ່ຄ່າສຳປະສິດ binomial ໂດຍໃຊ້ສາມແຈຂອງ Pascal.
- √ ນັກຮຽນຈະສາມາດແກ້ໄຂບັນຫາການເພີ່ມປະສິດທິພາບໄດ້ໂດຍການໃຊ້ການພົວພັນແບບ recursive ໃນຮູບແບບ bottom-up.

### Learning overview

- 🗸 ຮຽນຮູ້ວິທີການກຳນົດລຳດັບ Fibonacci ຊ້ຳຄືນແລະແກ້ໄຂບັນຫາດ້ວຍ dynamic programming.
- √ ຮຽນຮູ້ວິທີການຄິດໄລ່ສາມແຈຂອງ Pascal ໂດຍການນຳໃຊ້ຄຸນສື່ມບັດ recursive ຂອງສຳປະສິດ binomial.
- √ ຮຽນຮູ້ວິທີການແກ້ໄຂຄວາມສຳພັນແບບ recursive ແບບ bottom-up ໂດຍການນຳໃຊ້ dynamic programming.

# Concepts you will need to know from previous units

- 🗸 ສາມາດກຳນຶດບັນຫາບາງສ່ວນແບບ recursively ໂດຍໃຊ້ວິທີການ divide-and-conquer.
- 🗸 ສາມາດສ້າງຟັງຊັນ recursive ໂດຍໃຊ້ຄວາມສຳພັນ recursive.
- 🗸 ສາມາດເກັບຄ່າໃນຕາຕະລາງໂດຍໃຊ້ lists ແລະ dictionaries.

# Keywords

Dynamic Programming

Recursive Property

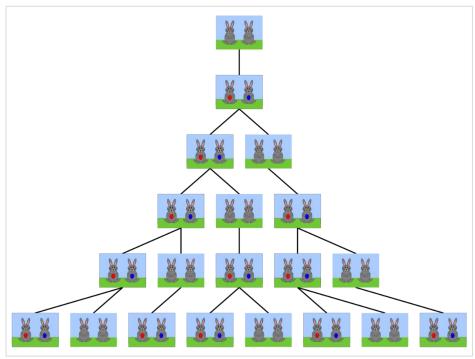
Bottom-Up Approach

**Memoization** 

# Mission

# 1. Real world problem

# 1.1. ມີກະຕາຍຫຼາຍປານໃດ?

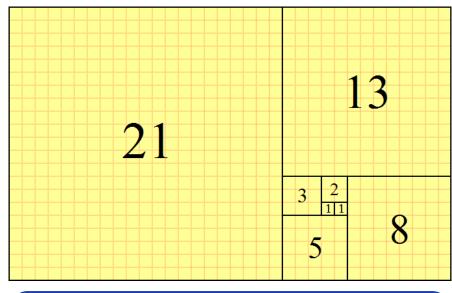


https://en.wikipedia.org/wiki/Fibonacci\_number#/media/File:Fibonacc iRabbit.svg

- Leonardo of Pisa ໄດ້ຄິດຄົ້ນກ່ຽວກັບກິດເກນນີ້ ໃນຂະນະທີ່ພິຈາລະນາກ່ຽວກັບປະຊາກອນຂອງ ກະຕ່າຍ
  - ໃນເດືອນທຳອິດ, ມີພຽງກະຕ່າຍຄູ່ດຽວ.
  - ເດືອນທີສອງ, ກະຕ່າຍຄູ່ໜຶ່ງເກີດລູກອອກມາ.
  - ໃນເດືອນສາມ, ກະຕາຍສອງຄູ່ຈະເກີດລູກອອກມາ ສອງຄູ່.
  - ສິມມຸດວ່າກະຕ່າຍທີ່ແຜ່ພັນໄດ້ຄູ່ໜຶ່ງເກີດລູກອອກ ມາຄູ່ໜຶ່ງທຸກໆເດືອນ ແລະ ກະຕ່າຍນັ້ນບໍ່ຕາຍ.
- ໃນເດືອນທີ N ຈະມີກະຕາຍທັງໝົດຈັກຄູ່?

### 2. Mission

# 2.1. ບັນຫາລຳດັບຂອງ Fibonacci



https://en.wikipedia.org/wiki/Fibonacci\_number#/media/File:34\* 21-FibonacciBlocks.png

- Leonardo of Pisa ແມ່ນເປັນທີ່ຮູ້ຈັກໂດຍຊື່ Fibonacci. ບັນຫານີ້ ຍົກຂຶ້ນມາໂດຍ Fibonacci ເປັນທີ່ຮູ້ຈັກກັນຢ່າງກວ້າງຂວາງວ່າ ລຳ ດັບ Fibonacci ຊຶ່ງເປັນບັນຫາທີ່ສຳຄັນຫຼາຍໃນທິດສະດີຄະນິດສາດ.
- > ອັນດັບທີ n ຂອງຕົວເລກ Fibonacci, Fn, ເປັນລຳດັບທີ່ກຳນຶດ ໂດຍຄ່າເບື້ອງຕົ້ນຕໍ່ໄປນີ້ ແລະ ການເກີດຂຶ້ນຊ້ຳຂອງມັນດັ່ງທີ່ສະແດງ ຢູ່ລຸ່ມນີ້.
  - $F_0 = 0$
  - $F_1 = 1$
  - $F_n = F_{(n-1)} + F_{(n-1)}$
- ລຳດັບ Fibonacci ເປັນດັ່ງຕໍ່ໄປນີ້.
  - 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377, 610, ...
- ໃຫ້ຂຽນຂັ້ນຕອນວິທີເພື່ອຊອກຫາພຶດທີ່ n ຂອງອັນດັບ Fibonacci.

# 3.1. ຄຳນວນຄ່າ Fibonacci n ໂດຍໃຊ້ recursive

- l ບັນຫາຂອງການຄຳນວນຄ່າ Fibonacci ຈຳນວນ n ພຶດ ສາມາດແກ້ໄຂໄດ້ໂດຍການນຳໃຊ້ສົມຜົນ recursive ດັ່ງຕໍ່ ໄປນີ້.
- l ແນວໃດກໍ່ຕາມ, ວິທີການແກ້ໄຂບັນຫາແບບ recursive ເຫຼົ່ານີ້ບໍ່ມີປະສິດທິພາບເທົ່າທີ່ຄວນ.

```
1 def fib1(n):
2    if n == 0 or n == 1:
3       return n
4    else:
5       return fib1(n - 1) + fib1(n - 2)
```

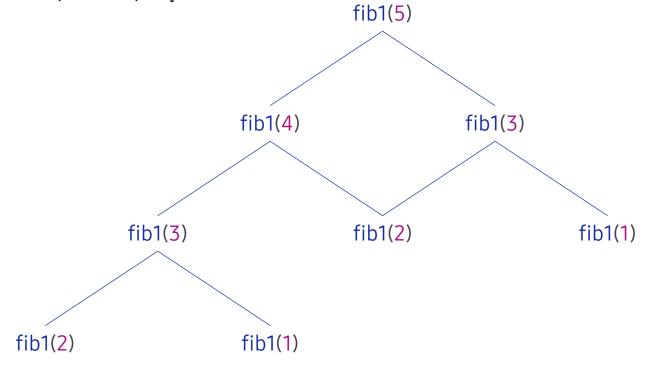
```
1 N = int(input("Input a number: "))
2 print(fib1(N))
```

Input a number: 10 55

# 3.1. ຄຳນວນຄ່າ Fibonacci n ໂດຍໃຊ້ recursive

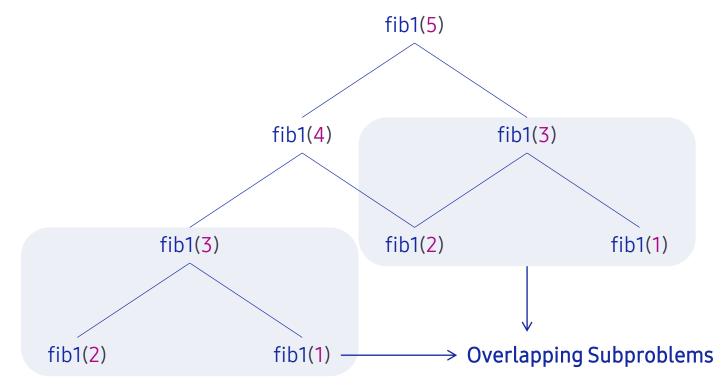
l ຕົວຢ່າງ, ພິຈາລະນາ ການເອີ້ນໃຊ້ fib1(5).

l ຟັງຊັນ recursive ຖືກເອີ້ນໃຊ້ໃນຮູບແບບຕໍ່ໄປນີ້.



# 3.1. ຄຳນວນຄ່າ Fibonacci n ໂດຍໃຊ້ recursive

- l ໃນນີ້, ໃຫ້ຂໍ້ສັງເກດວ່າ fib1(3), fib1(2) ແລະ fib1(1) ຖືກເອີ້ນສອງຄັ້ງ, ຕາມລຳດັບ.
- l ບັນຫາຂອງການເອີນໃຊ້ແບບ recursive ຊ້ຳກັນດັ່ງກ່າວເອີ້ນວ່າບັນຫາຍ່ອຍທີ່ທັບຊ້ອນກັນ.



#### 3.2. ຄຳນວນຫາຄ່າ Fibonacci ຈຳນວນ n ພຶດ ໂດຍໃຊ້ Dynamic Programming

l ເພື່ອແກ້ໄຂບັນຫາຍ່ອຍທີ່ທັບຊ້ອນກັນ, ສາມາດແກ້ໄຂບັນຫາແບບ bottom-up ໂດຍການເອີ້ນໃຊ້ຕົວເອງຄືນ ຕາມຮູບຂ້າງລຸ່ມນີ້ ແລະ ແກ້ໄຂດ້ວຍ loops.

```
1 F = {0: 0, 1: 1}
2
3 def fib2(n):
4    if n in F:
5        return F[n]
6    else:
7        F[n] = fib2(n - 1) + fib2(n - 2)
8        return F[n]
```

```
1 N = int(input("Input a number: "))
2 print(fib2(N))
```

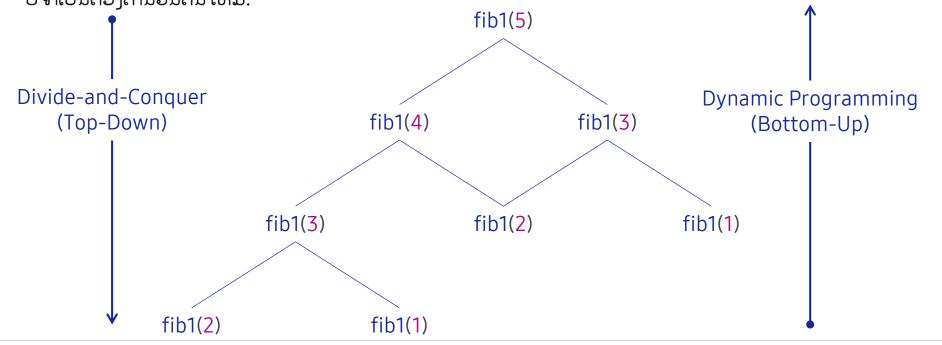
Input a number: 10 55

# Key concept

#### 1.1. Dynamic Programming .vs. Divide-and-Conquer

l Dynamic programming ແມ່ນວິທີການທີ່ຄືກັນກັບວິທີການ divide-and-conquer, ທີ່ໄດ້ກ່າວເຖິງໃນຫົວຂໍ້ທີ 31, ໃນນັ້ນທັງ ສອງວິທີແມ່ນການແກ້ໄຂບັນຫາແບບ recursive.

l ເນື່ອງຈາກວິທີການ divide-and-conquer ເປັນການຄຳນວນແບບຊ້ຳຄືນທີ່ບໍ່ມີປະສິດທິພາບເມື່ອບັນຫາຍ່ອຍທັບຊ້ອນກັນເກີດ ຂື້ນ, ວິທີການການ dynamic programming ເກັບ ບັນຫາຍ່ອຍໄວ້ໃນຕົວປ່ຽນ ຫຼື ຕາຕະລາງ ເພື່ອໃຫ້ບັນຫາຍ່ອຍທີ່ຄຳນວນແລ້ວ ບໍ່ຈຳເປັນຕ້ອງຄຳນວນຄືນໃຫມ່.



# 1.2. ການອອກແບບຂັ້ນຕອນວິທີຂອງ Dynamic Programming

- Dynamic programming ແມ່ນເທັກນິກການອອກແບບຂັ້ນຕອນວິທີທີ່ວິເຄາະຄຸນລັກສະນະການເຮັດຊ້ຳຄືນຂອງ ບັນຫາທີ່ໃຫ້ມາ ແລະ ຫຼັງຈາກນັ້ນໄດ້ຮັບຄຳຕອບໃນຮູບແບບ bottom-up.
- ໄ ເຕັກນິກການເກັບຄຳຕອບຂອງບັນຫາຍ່ອຍທີ່ທັບຊ້ອນກັນຢູ່ໃນຕາຕະລາງເພື່ອແກ້ໄຂບັນຫາຍ່ອຍທີ່ຊ້ອນກັນເອີ້ນວ່າ memorization.
- 🎯 Focus ຂັ້ນຕອນການພັດທະນາຂອງຂັ້ນຕອນວິທີແບບ dynamic programming ດັ່ງຕໍ່ໄປນີ້.
  - ສ້າງສົມຜົນ recursive ເພື່ອຄຳນວນຫາຄຳຕອບຂອງກໍລະນີຂໍ້ມູນປ້ອນເຂົ້າຂອງບັນຫາ
  - ຄຳຕອບຂອງກໍລະນີ ຂໍ້ມູນປ້ອນເຂົ້າທັງໝົດແມ່ນໄດ້ຮັບໂດຍວິທີ bottom-up ທີ່ແກ້ໄຂກໍລະນີຂໍ້ມູນປ້ອນເຂົ້າຂະໜາດນ້ອຍ ກ່ອນ.
- 🎯 Focus Dynamic programming ໃຊ້ memoization ສໍາລັບການຄິດໄລ່ແບບ bottom-up.
  - ຄຳຕອບສຳລັບບັນຫາຍ່ອຍຖືກເກັບໄວ້ໃນຕາຕະລາງ (ຫຼືຫນ່ວຍຄວາມຈຳ).
  - ເມື່ອພືບບັນຫາຍ່ອຍດຽວກັນ, ມັນຈະເອິ້ນເອົາຄຳຕອບຈາກຕາຕະລາງ (ຫຼືຫນ່ວຍຄວາມຈຳ) ໂດຍບໍ່ມີການຄິດໄລ່ຄືນໃຫມ່.

### 1.3. รูบสามแจ Pascal

l ສາມແຈຂອງ Pascal ແມ່ນຂັ້ນຕອນວິທີທີ່ມີຊື່ສຽງທີ່ນຳໃຊ້ໃນ dynamic programming.

l ສາມແຈຂອງ Pascal ແມ່ນ array ຂອງຄ່າສຳປະສິດຖານສອງໃນຄະນິດສາດໃນຮູບສາມແຈ.

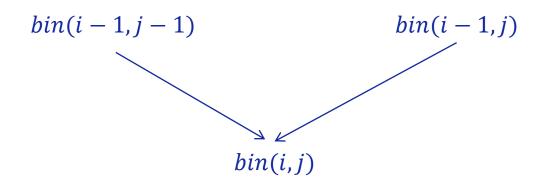
Pascal's Triangle

1 1
1 2 1
1 3 3 1

### 1.3. ฐบฆามแจ Pascal

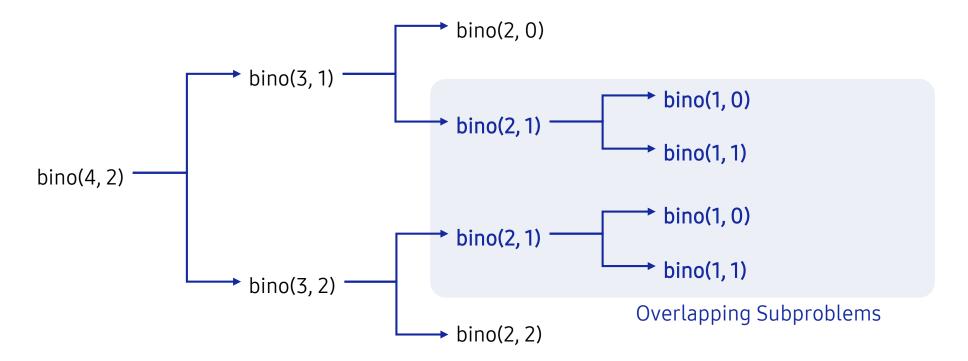
l ໃນສາມແຈຂອງ Pascal, ຄ່າສຳປະສິດ binomial ມີຄຸນສົມບັດ recursive ດັ່ງຕໍ່ໄປນີ້ ຂຶ້ນກັບ n ແລະ k.

$$\binom{n}{k} = \begin{cases} \binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k} & 0 < k < n \\ 1 & k = 0 \text{ or } k = n \end{cases}$$



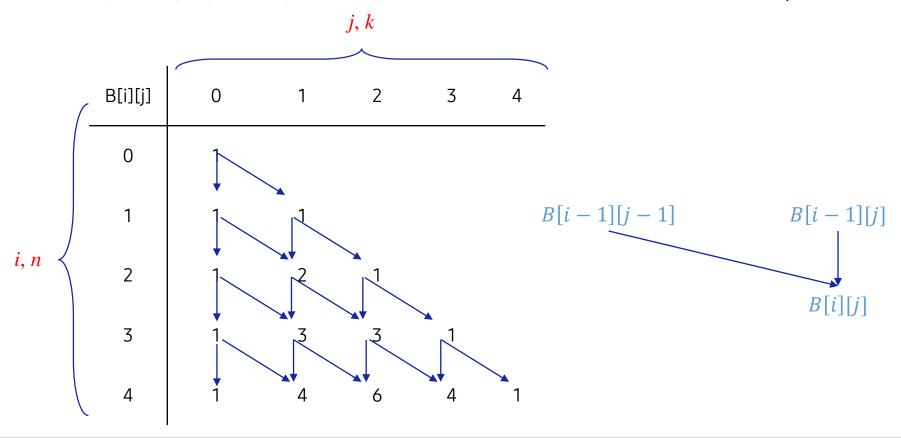
# 1.4. ສາມແຈ Pascal ດ້ວຍເທັກນິກ Divide-and-Conquer

l ແນວໃດກໍ່ຕາມ, ການແກ້ໄຂແບບ recursive ເຊັ່ນ: ລຳດັບ Fibonacci, ເຮັດໃຫ້ເກີດບັນຫາຍ່ອຍທັບ ຊ້ອນກັນ ດັ່ງຕໍ່ໄປນີ້.



# 1.4. ສາມແຈ Pascal ດ້ວຍເທັກນິກ Divide-and-Conquer

l ເພື່ອນຳໃຊ້ dynamic programming ກັບສາມແຈຂອງ Pascal, ສາມາດນຳໃຊ້ຕາຕະລາງ ດັ່ງທີ່ສະແດງຂ້າງລຸ່ມນີ້.



# Let's code

### 1.1. ຄຳນວນຄ່າ Fibonacci ຈຳນວນ n ພຶດດ້ວຍ Recursion

l ຟັງຊັນ fib1() ແມ່ນສ້າງຕາມຫຼັກການ recursive ຂອງລຳດັບ Fibonacci ໂດຍຜ່ານຟັງຊັນ recursive.

```
1 def fib1(n):
2    if n == 0 or n == 1:
3       return n
4    else:
5       return fib1(n - 1) + fib1(n - 2)
```

#### Line 2-5

- Line 2-3: ເງື່ອນໄຂການສິ້ນສຸດການເຮັດວຽກຂອງຟັງຊັນ recursive ຈະສິ່ງຄືຄ່າ n ເມື່ອ n ເທົ່າ 0 ຫຼື 1.
- Line 4-5: ຟັງຊັນ recursive ສິ່ງຄືນຜືນບວກຂອງພຶດທີ n-1 ແລະ n-2 ໂດຍກຳນິດແບບ recursive ຂອງລຳດັບ Fibonacci.

## 1.2. ຄຳນວນຄ່າ Fibonacci ຈຳນວນ n ພຶດດ້ວຍ Memoization

l ຟັງຊັນ fib2() ຖືກສ້າງໂດຍຜ່ານຟັງຊັນ recursive ເປັນການແກ້ໄຂແບບ bottom-up ໂດຍການນຳໃຊ້ ວິທີການ dynamic programming.

```
1 F = {0: 0, 1: 1}
2
3 def fib2(n):
4    if n in F:
5       return F[n]
6    else:
7    F[n] = fib2(n - 1) + fib2(n - 2)
8    return F[n]
```

#### 1-5 Line 1-5

- F ຖືກສ້າງຂຶ້ນເປັນ dictionary ແລະ ຄ່າ F[0] ແລະ F[1] ແມ່ນເລີ່ມຕື້ນເປັນ 0 ແລະ 1 ຕາມລຳດັບ.
- Line 4-5: ຖ້າ n ມີຢູ່ໃນ dictionary F, ມັນເປັນບັນຫາຍ່ອຍທີ່ໄດ້ຄິດໄລ່ແລ້ວ ແລະສາມາດສິ່ງຄືນ F[n] ໄດ້ທັນທີ.

## 1.2. ຄຳນວນຄ່າ Fibonacci ຈຳນວນ n ພຶດດ້ວຍ Memoization

```
1 F = {0: 0, 1: 1}
2
3 def fib2(n):
4    if n in F:
5        return F[n]
6    else:
7        F[n] = fib2(n - 1) + fib2(n - 2)
8        return F[n]
```

#### Line 6-8

- ຖ້າຄ່າຂອງ n ບໍ່ມີຢູ່ ໃນ Dictionary F, ມັນແມ່ນບັນຫາບາງສ່ວນທີ່ຍັງບໍ່ທັນໄດ້ຄິດໄລ່, ດັ່ງນັ້ນຈຶ່ງໄດ້ໃຮ ການເອີ້ນໃຊ້ຄືນໃຫມ່.
- Line 7-8: ຄ່າທີ່ຄິດໄລ່ຜ່ານການເອີ້ນໃຊ້ recursive ຈະຖືກເກັບໄວ້ໃນ F ເພື່ອບໍ່ໃຫ້ຖືກຄິດໄລ່ຄືນໃຫມ່ ແລະ ຫຼັງຈາກນັ້ນສິ່ງຄືນຄ່າ F[n].

### 1.2. ຄຳນວນຄ່າ Fibonacci ຈຳນວນ n ພຶດດ້ວຍ Memoization

- l ຟັງຊັນ fib3() ປະຕິບັດ memoization ໂດຍໃຊ້ list ແທນທີ່ຈະເປັນ dictionary.
- l ໃນກໍລະນີນີ້, ຄ່າຂອງອົງປະກອບຂອງພຶດ Fibonacci, ທີ່ບໍ່ທັນໄດ້ຄິດໄລ່, ອາດຈະຖືກກຳນຶດຄ່າເປັນ -1 ເພື່ອກຳນຶດ ວ່າການຄິດໄລ່ທີ່ຊ້ຳກັນ.

```
def fib3(F, n):
    if n <= 1:
        return F[n]
    else:
        if F[n] < 0:
            F[n] = fib3(F, n - 1) + fib3(F, n - 2)
        return F[n]</pre>
```

#### Line 1-7

- Line 2-3: ຖ້າ n ມີຄ່າຕ່ຳກວ່າ 1, ໃຫ້ສິ່ງຄືນຄ່າ F[n].
- Line 5-7: ເມື່ອຄ່າຂອງ F[n] ຕ່ຳກວ່າ 0, ຈະມີການເອີ້ນໃຊ້ຄືນ, ຫຼື F[n] ຖືກສິ່ງຄືນທັນທີ.

### 1.2. ຄຳນວນຄ່າ Fibonacci ຈຳນວນ n ພຶດດ້ວຍ Memoization

l ເມື່ອເອີ້ນໃຊ້ຟັງຊັນ fib3(), list F, ເຊິ່ງເກັບຄ່າຂອງພຶດທີ່ບໍ່ໄດ້ຄຳນວນເປັນ -1 ຊຶ່ງຈະຕ້ອງຖືກເກັບໄວ້ເປັນຂໍ້ມູນປ້ອນເຂົ້າ.

```
def fib3(F, n):
    if n <= 1:
        return F[n]
    else:
        if F[n] < 0:
            F[n] = fib3(F, n - 1) + fib3(F, n - 2)
        return F[n]</pre>
```

```
1  N = int(input("Input a number: "))
2  F = [0, 1] + [-1] * (N - 1)
3  print(fib3(F, N))
```

Input a number: 10 55

#### 1011 | 1 | 1011 | Line 2-3

- ອົງປະກອບທີ 0 ແລະ ທີ 1 ຂອງລາຍການ F ແມ່ນເລີ່ມຕົ້ນເປັນ 0 ແລະ 1 ຕາມລຳດັບ ແລະອົງປະກອບ N-1 ທີ່ຍັງ ເຫຼືອແມ່ນເລີ່ມຕົ້ນເປັນ -1.
- ສິ່ງ F ແລະ N ໄປຫາຄ່າພາລາມິເຕີຂອງຟັງຊັນ  $\mathrm{fib}3()$ .

## 1.3. ແກ້ໄຂສາມແຈ Pascal ດ້ວຍ Recursion

l ການນຳໃຊ້ຄຸນສົມບັດ recursive ຂອງສຳປະສິດ binomial, bin(n, k) ສາມາດຄິດໄລ່ໄດ້ດັ່ງຕໍ່ໄປນີ້.

```
1 def bin1(n, k):
2    if k == 0 or n == k:
3       return 1
4    else:
5       return bin1(n - 1, k - 1) + bin1(n - 1, k)
```

```
1  n = int(input("Input the value of n: "))
2  k = int(input("Input the value of k: "))
3  print(f"binomial({n}, {k}) is {bin1(n, k)}")
```

Input the value of n: 5 Input the value of k: 3 binomial(5, 3) is 10

#### Line 1-5

- Line 2-3: ຖ້າ k ເປັນ 0 ຫຼື n, ໃຫ້ສິ່ງຄືນ 1.
- Line 4-5: ຖ້າ k ບໍ່ແມ່ນ 0 ຫຼື 1 ການເອີ້ນໃຊ້ແບບ recursive ແມ່ນເຮັດໂດຍໃຊ້ລັກສະນະ recursive ຂອງຄ່າສຳ ປະສິດ binomial.

# 1.4. ແກ້ໄຂສາມແຈ Pascal ດ້ວຍ Dynamic Programming

l ໂດຍການນຳໃຊ້ dynamic programming, ສຳນວນ recursive ສາມາດແກ້ໄຂໄດ້ໃນລັກສະນະ bottom-up ໂດຍໃຊ້ loops ດັ່ງທີ່ສະແດງຂ້າງລຸ່ມນີ້.

```
def bin2(n, k):
    B = [[0] * (i + 1) for i in range(n + 1)]
    for i in range(n + 1):
        for j in range(i + 1):
            if j == 0 or j == i:
                B[i][j] = 1
            else:
            B[i][j] = B[i - 1][j - 1] + B[i - 1][j]
    return B[n][k]
```

#### Line 1-2

- ສຳລັບພາຣາມິເຕີຂໍ້ມູນປ້ອນເຂົ້າ n ແລະ k, ສາມແຈຂອງ Pascal ຖືກກຳນົດຄ່າໃນຮູບແບບຂອງ ລາຍການ.
- ລາຍການ B ມີ  $\mathbf{n}+1$  ແຖວ, ແລະ ແຖວ I ແມ່ນລາຍການທີ່ມີຄວາມຍາວຂອງ  $\mathbf{i}+1$ , ເຊິ່ງຄ່າທັງຫມົດແມ່ນ ເລີ່ມຕົ້ນເປັນ  $\mathbf{0}$ .

# 1.4. ແກ້ໄຂສາມແຈ Pascal ດ້ວຍ Dynamic Programming

```
def bin2(n, k):
    B = [[0] * (i + 1) for i in range(n + 1)]
    for i in range(n + 1):
        for j in range(i + 1):
            if j == 0 or j == i:
                B[i][j] = 1
            else:
            B[i][j] = B[i - 1][j - 1] + B[i - 1][j]
    return B[n][k]
```

#### in Byte in Line 3-9

- ຈາກແຖວທີ n ຂອງສາມແຈຂອງ Pascal, ພວກເຮົາຄິດໄລ່ແຕ່ລະຕົວຄຸນ binomial ຈາກ bottom-up.
- ແຕ່ລະຕົວຄຸນ binomial B[i][j] ແມ່ນ B[i-1][j-1] ແລະ B[i-1][j] ໄດ້ຖືກຄິດໄລ່ແລ້ວ, ດັ່ງນັ້ນພວກ ມັນສາມາດຄິດໄລ່ໄດ້ທັນທີໂດຍຜ່ານການບວກ.

# 1.4. ແກ້ໄຂສາມແຈ Pascal ດ້ວຍ Dynamic Programming

l ໂດຍການໄດ້ຮັບຄ່າຂອງ n ແລະ k ຈາກຜູ້ໃຊ້, ຄ່າສຳປະສິດ binomial bin(n, k) ອາດຈະໄດ້ຮັບຜົນດັ່ງທີ່ສະແດງ ຂ້າງລຸ່ມນີ້.

```
def bin2(n, k):
    B = [[0] * (i + 1) for i in range(n + 1)]
    for i in range(n + 1):
        for j in range(i + 1):
            if j == 0 or j == i:
            B[i][j] = 1
            else:
            B[i][j] = B[i - 1][j - 1] + B[i - 1][j]
    return B[n][k]
```

```
1  n = int(input("Input the value of n: "))
2  k = int(input("Input the value of k: "))
3  print(f"binomial({n}, {k}) is {bin2(n, k)}")
```

```
Input the value of n: 5
Input the value of k: 3
binomial(5, 3) is 10
```

# Pop quiz

Q1 ວິເຄາະຜົນການປະຕິບັດຂອງ code ຕໍ່ໄປນີ້ ແລະ ປຽບທຽບກັບການປະຕິບັດໜ້າທີ່ຂອງ fib1(), fib2(), ແລະ fib3().

```
1  def fib4(n):
2    if n <= 1:
3        return n
4    else:
5        a, b = 0, 1
6        for i in range(2, n + 1):
7            a, b = b, a + b
8        return b</pre>
1  N = int(input("Input a number: "))
2  print(fib4(N))
Input a number:
```

**Q2**. ວິເຄາະຜົນການປະຕິບັດຂອງ code ຕໍ່ໄປນີ້ ແລະປຽບທຽບກັບການປະຕິບັດໜ້າທີ່ຂອງ bin1() ແລະ bin2().

```
for i in range(10):
    for j in range(i + 1):
        print(bin3(i, j), end=" ")
    print()
```

# Pair programming



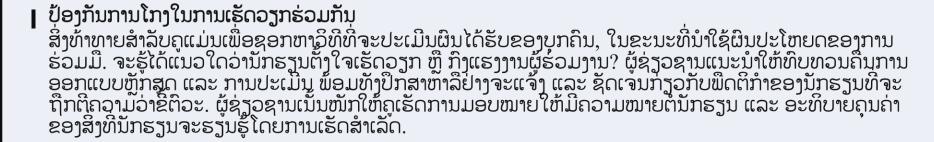
# Pair Programming Practice



- ແນວທາງ, ກົນໄກ ແລະ ແຜນສຸກເສີນ
- ການກະກຽມການສ້າງໂປຣແກ້ຣມຮ່ວມກັນເປັນຄູ່ກ່ຽວຂ້ອງກັບການໃຫ້ຄຳແນະນຳແລະກິນໄກເພື່ອຊ່ວຍໃຫ້ນັກຮຽນຈັບຄູ່ ຢ່າງຖືກຕ້ອງແລະ ໃຫ້ເຂົາເຈົ້າເຮັດວຽກເປັນຄູ່. ຕົວຢ່າງ, ນັກຮຽນຄວນປ່ຽນ "ເຮັດ." ການກະກຽມທີ່ມີປະສິດຕິຜິນຕ້ອງໃຫ້ມີ ແຜນການສຸກເສີນໃນກໍລະນີທີ່ຄູ່ຮ່ວມງານຫນຶ່ງບໍ່ຢູ່ຫຼືຕັດສິນໃຈທີ່ຈະບໍ່ເຂົ້າຮ່ວມດ້ວຍເຫດຜົນໃດຫນຶ່ງ ຫຼືດ້ວຍເຫດຜົນອື່ນ. ໃນກໍລະນີເຫຼົ່ງນີ້, ມຸ້ນເປັນສິ່ງສຳຄັນທີ່ຈະເຮັດໃຫ້ມັນຊັດເຈນວ່ານັກຮຽນທີ່ມີປະຕິບັດໜ້າທີ່ຢ່າງຫ້າວຫັນຈະບໍ່ຖືກລົງໂທດ ຍ້ອນວ່າການຈັບຄູ່ບໍ່ໄດ້ຜືນດີ.
- ການຈັບຄູ່ທີ່ຄ້າຍຄືກັນ, ບໍ່ຈຳເປັນຕ້ອງເທົ່າທຽມກັນ, ຄວາມສາມາດເປັນຄູ່ຮ່ວມງານ
  - ການຂຽນໂປຣແກຣມຄູ່ຈະມີປະສິດທິພາບເມື່ອນັກຮຽນຕັ້ງໃຈຮ່ວມກັນເຮັດວຽກ, ຊຶ່ງວ່າບໍ່ຈຳເປັນຕ້ອງມີຄວາມຮູ້ເທົ່າທຽມ ກັນ, ແຕ່ຕ້ອງມີຄວາມສາມາດເຮັດວຽກເປັນຄູ່ຮ່ວມງານ. ການຈັບຄູ່ນັກຮຽນທີ່ບໍ່ສາມາດເຂົ້າກັນໄດ້ມັກຈະເຮັດໃຫ້ການມີສ່ວນ ຮ່ວມທີ່ບໍ່ສືມດຸນກັນ. ຄຸສອນຕ້ອງເນັ້ນຫນັກວ່າການຂຽນໂປຣແກຣມຄູ່ບໍ່ແມ່ນຍຸດທະສາດ "divide-and-conque", ແຕ່ຈະ ເປັນຄວາມພະຍາຍາມຮ່ວມມືເຮັດວຽກທີ່ແທ້ຈິງໃນທຸກໆດ້ານສຳລັບໂຄງການທັງຫມືດ. ຄຸຄວນຫຼີກເວັ້ນການຈັບຄູ່ນັກຮຽນທີ່ ອ່ອນຫຼາຍກັບນັກຮຽນທີ່ເກັ່ງຫຼາຍ.
- ກະຕຸ້ນນັກຮຽນໂດຍການໃຫ້ສິ່ງຈູງໃຈພິເສດ
  - ການສະເໜີແຮງຈູງໃຈພິເສດສາມາດຊ່ວຍກະຕຸ້ນນັກຮຽນໃຫ້ຈັບຄູ່, ໂດຍສະເພາະກັບນັກຮຽນທີ່ມີຄວາມສາມາດຫຼາຍ. ຈະ ເຫັນວ່າມັນເປັນປະໂຫຍດທີ່ຈະໃຫ້ນັກຮຽນຈັບຄູ່ເຮັດວຽກຮ່ວມກັນພຽງແຕ່ຫນຶ່ງຫຼືສອງວຽກເທົ່ານັ້ນ.



# Pair Programming Practice

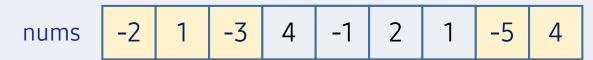


ສະພາບແວດລ້ອມການຮຽນຮູ້ໃນການຮ່ວມມື ສະພາບແວດລ້ອມການຮຽນຮູ້ໃນຮ່ວມກັນເກີດຂຶ້ນໄດ້ທຸກເວລາທີ່ຜູ້ສອນຮຽກຮ້ອງໃຫ້ນັກຮຽນເຮັດວຽກຮ່ວມກັນໃນກິດຈະ ກຳການຮຽນຮູ້. ສະພາບແວດລ້ອມການຮຽນຮູ້ຮ່ວມກັນສາມາດມີສ່ວນຮ່ວມທັງກິດຈະກຳທີ່ເປັນທາງການ ແລະ ບໍ່ເປັນທາງການ ແລະ ບໍ່ເປັນທາງການ ແລະ ບໍ່ເປັນທາງການ ແລະ ບໍ່ເປັນທາງການ ແລະ ບໍ່ເປັນທາງການ ແລະ ບໍ່ເປັນທາງການ ແລະ ອາດຈະບໍ່ລວມເຖິງການປະເມີນໂດຍກິ່ງ. ຕົວຢ່າງ, ນັກສຶກສາຄູ່ເຮັດວຽກມອບຫມາຍຮ່ວມກັນໃນການຂຽນໂປຣ ແກຣມ; ນັກສຶກສາກຸ່ມນ້ອຍໆສິນທະນາຄຳຕອບທີ່ເປັນໄປໄດ້ຕໍ່ກັບຄຳຖາມຂອງອາຈານ ໃນລະຫວ່າງການບັນຍາຍ; ແລະ ນັກຮຽນເຮັດວຽກຮ່ວມກັນນອກຫ້ອງຮຽນເພື່ອຮຽນຮູ້ແນວຄວາມຄິດໃໝ່. ການຮຽນຮູ້ການຮ່ວມມືແມ່ນແຕກຕ່າງຈາກ ໂຄງການທີ່ນັກຮຽນ "divide and conquer." ເມື່ອນັກຮຽນແບ່ງວຽກກັນ, ແຕ່ລະຄົນຮັບຜິດຊອບພຽງແຕ່ສ່ວນຫນຶ່ງຂອງ ການແກ້ໄຂບັນຫາ ແລະ ຈະບໍ່ຄ່ອຍມີບັນຫາຫຍັງໃນການເຮັດວຽກຮ່ວມກັບຄົນອື່ນໃນທີມ. ໃນສະພາບແວດລ້ອມການເຮັດວຽກຮ່ວມກັຍ, ນັກຮຽນມີສ່ວນຮ່ວມໃນການສິນທະນາປຶກສາຫາລືເຊິ່ງກັນແລະກັນ. Q1 ດ້ວຍຈຳນວນຖ້ວນ n ໃນອາເຣໜຶ່ງມິຕິ, ໃຫ້ສ້າງຂັ້ນຕອນວິທີເພື່ອຊອກຫາວ່າເມື່ອໃດຜົນບວກຂອງຄ່າຕໍ່ ເນື່ອງໃນອາເຣມີຄ່າສູງທີ່ສຸດ.

```
1 S = [-2, 1, -3, 4, -1, 2, 1, -5, 4]
```

- 2 M = maximum\_subarray(S)
- 3 print(M)

6



maximum = 6