

Unit 28.

ການຈັດລຽງແບບ Merge

Learning objectives

- ✓ ເຂົ້າໃຈຂັ້ນຕອນວິທີການຈັດລຽງແບບ Merge ແລະ ແກ້ໄຂບັນຫາໂດຍນຳໃຊ້ຂັ້ນຕອນວິທີການຈັດລຽງແບບ Merge.
- ✓ ເຂົ້າໃຈອະທິບາຍຄວາມແຕກຕ່າງ ລະຫວ່າງການຈັດລຽງແບບ merge ແລະ ການຈັດລຽງແບບ bubble , ການຈັດລຽງແບບ Selection (selection), ແລະ ການຈັດລຽງແບບ Insertion.
- ✓ ຂ້າໃຈ ແລະ ສາມາດອະທິບາຍຄວາມສັບຊ້ອນຂອງເວລາທີ່ໃຊ້ໃນການຈັດລຽງແບບ merge.

Learning overview

- ✓ ສ້າງການຈັດລຽງແບບ merge ແບ່ງລາຍການທີ່ບໍ່ທັນຈັດລຽງ, ຈັດລຽງແຕ່ລະອັນ, ແລະ ໂຮມ(merge)ລາຍການເຂົ້າກັນ.
- ✓ ສ້າງຟັງຊັນ merge ແບ່ງສອງລາຍການຈັດລຽງໄປເປັນການຈັດລຽງລາຍການດຽວ.
- ✓ ເຂົ້າໃຈວ່າ ການຈັດລຽງແບບ merge ແມ່ນ divide-and-conquer ໂດຍນຳໃຊ້ຟັງຊັນ recursive.

Concepts you will need to know from previous units

- ✓ ນຳໃຊ້ຕົວປະຕິບັດການເພື່ອປຽບທຽບສອງຈຳນວນ.
- ✓ ແບ່ງບັນຫາອອກເປັນສ່ວນຍ່ອຍ ແລະ ນຳໃຊ້ຟັງຊັນເອີ້ນຕົວເອງ recursive.
- ✓ ນຳໃຊ້ສູດຄິດໄລ່ Big O ເພື່ອຄຳນວນ Time Complexity.

Keywords

Sorting Problem

Merge Sort

Merge

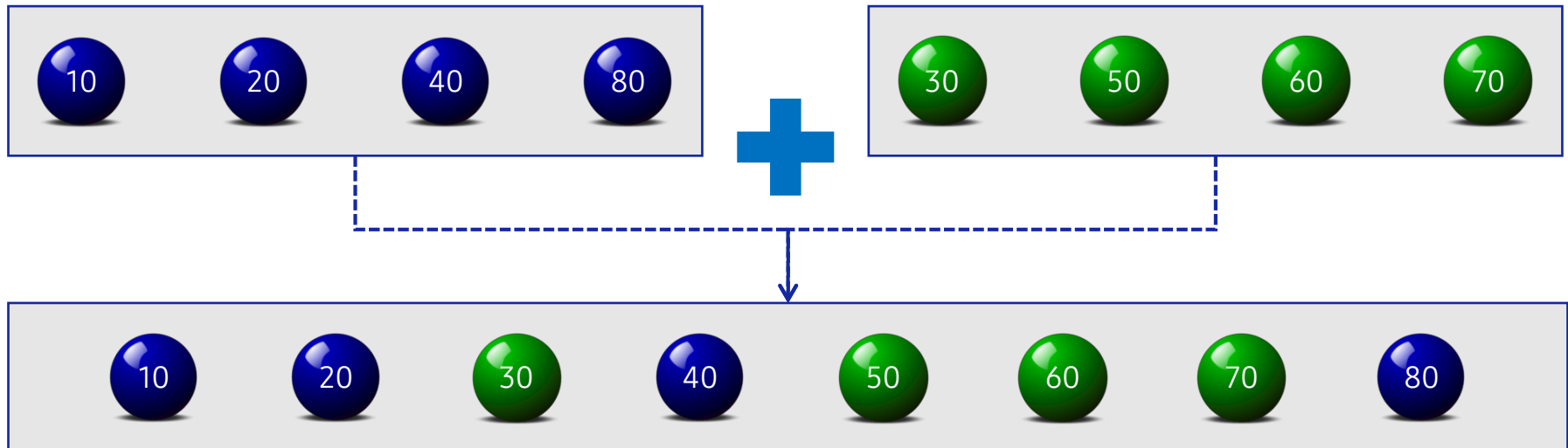
| Mission

1. Real world problem

1.1 ບັນຫາຂອງ merge

ໃນບົດຮຽນທີ່ຜ່ານມາ, ເຮົາໄດ້ຮຽນ algorithm ການຈັດລຽງທີ່ມີ time complexity ເປັນ $O(N^2)$. ເຮົາສາມາດສ້າງ algorithm ການຈັດລຽງທີ່ມີປະສິດທິພາບດີກວ່ານີ້ໄດ້ບໍ່?

ຕົວຢ່າງ ສົມມຸດເຮົາມີໜ່ວຍເຫຼັກສີຟ້າ 4 ໜ່ວຍ ແລະ ໜ່ວຍເຫຼັກສີຂຽວ 4 ໜ່ວຍ ດັ່ງລຸ່ມນີ້, ເຊິ່ງມີຮູບຮ່າງຄືກັນ ຂະໜາດເທົ່າກັນ, ແຕ່ນ້ຳໜັກຂອງແຕ່ລະໜ່ວຍບໍ່ເທົ່າກັນ. ຖ້າວ່າ, ຫາກຕ້ອງການຈັດລຽງໜ່ວຍເຫຼັກເຫຼົ່ານີ້ ຈາກນ້ຳໜັກໜ້ອຍຫາຫຼາຍຕາມລຳດັບຈົນຄິບ ເຮົາຈະມີວິທີການຈັດລຽງແນວໃດແດ່?



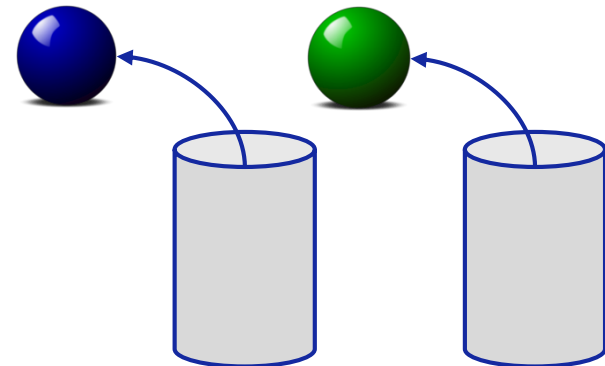
2. Mission

2.1. ລວມສອງລາຍການທີ່ຈັດລຽງ

- ໃຊ້ເຄື່ອງວັດແທກຄວາມສົມດຸນ. ໂດຍເຄື່ອງວັດແທກຄວາມສົມດຸນສາມາດດຳເນີນການດັ່ງຕໍ່ໄປນີ້:
 - ນຳເອົາໜ່ວຍເຫຼັກແຕ່ລະສີຈາກສອງຖັງ ມາປຽບທຽບກັນ ເລີ່ມຈາກໜ່ວຍທີ່ມີນ້ຳໜັກເບົາທີ່ສຸດຂອງແຕ່ລະຖັງ.
 - ໜ່ວຍເຫຼັກທີ່ມີນ້ຳໜັກເບົາກວ່າ ຈະຖືກເອົາມາວາງໄວ້ໃນຖັງລວມ.
- ເມື່ອເຮົາຮູ້ວ່າທັງສອງຖັງລ້ວນແຕ່ແມ່ນໜ່ວຍເຫຼັກທີ່ຈັດລຽງແລ້ວ, ເຮົາສາມາດໃຊ້ຫຼັກການປຽບທຽບໜ່ວຍເຫຼັກທັງສອງທີ່ມີນ້ຳໜັກເບົາ ແລ້ວຈັດລຽງຄືນໃໝ່
- ດ້ວຍຫຼັກການດັ່ງກ່າວ, ຈະຕ້ອງໄດ້ເຮັດການປຽບທຽບຫຼາຍປານໃດໃນການວາງໜ່ວຍເຫຼັກຕາມນ້ຳໜັກເພື່ອຈັດລຽງຄືນໃໝ່?



ຈັດລຽງ (Sorted)



ຈັດລຽງ
(Sorted)

ຈັດລຽງ
(Sorted)

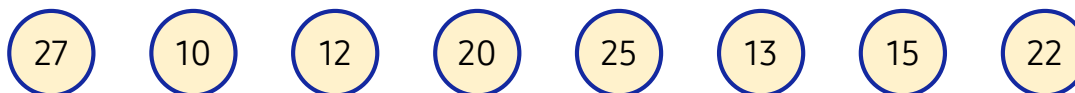
| Key concept

1. ການຈັດລຽງແບບ Merge

1.1. ຕົວຢ່າງການຈັດລຽງແບບ merge

ການຈັດລຽງແບບ Merge ແມ່ນວິທີການຈັດລຽງລຳດັບອັນໜຶ່ງ ທີ່ໄດ້ແບ່ງບັນຊີລາຍການທີ່ບໍ່ໄດ້ຈັດລຽງອອກເປັນສອງສ່ວນຍ່ອຍ. ຈັດລຽງແຕ່ລະສ່ວນ ແລະ ໂຮມການຈັດລຽງນັ້ນເປັນລາຍການຈັດລຽງໃໝ່.

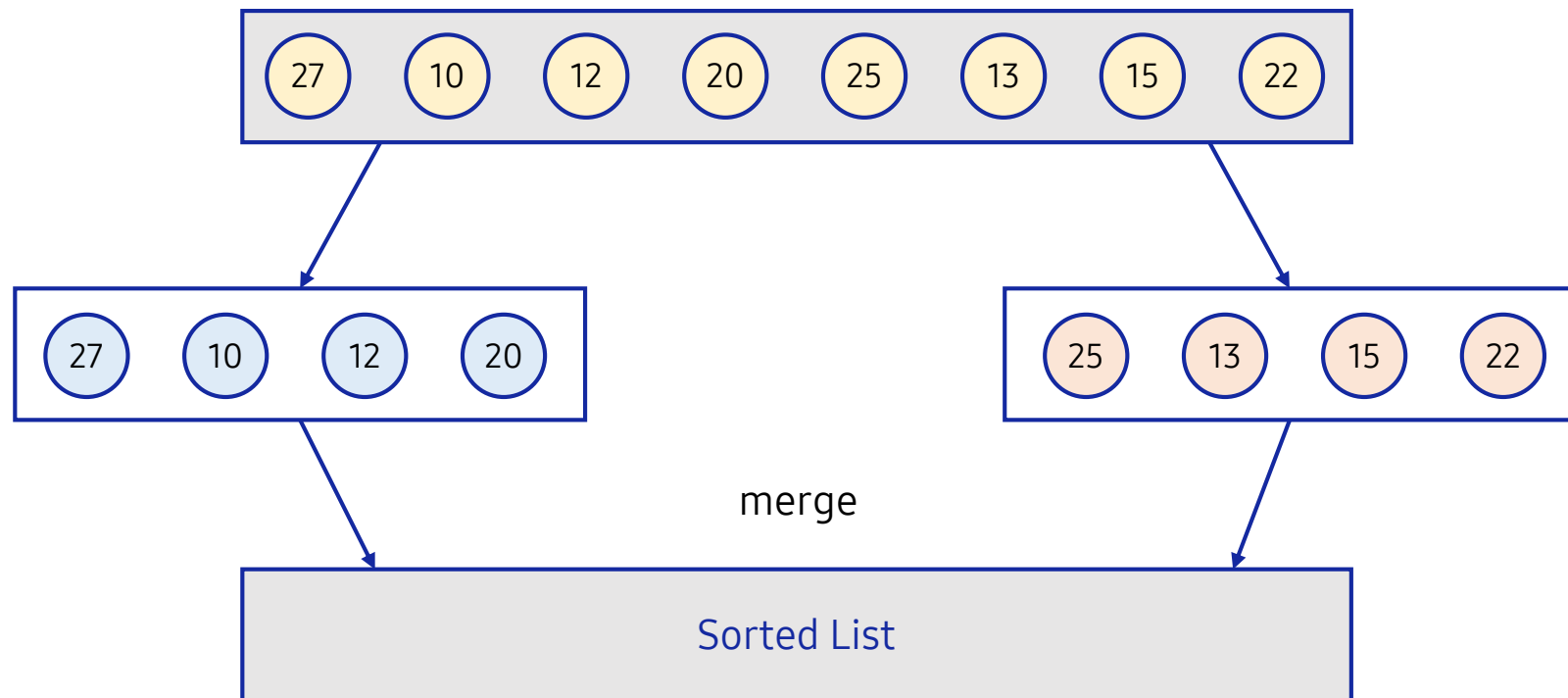
ຕົວຢ່າງ ສົມມຸດວ່າພວກເຮົາຕ້ອງການທີ່ຈະຈັດລຽງລຳດັບຂອງຂໍ້ມູນຊຸດນີ້ [27, 10, 12, 20, 25, 13, 15, 22] ໃຫ້ປະຕິບັດດັ່ງຕໍ່ໄປນີ້.



1. ການຈັດລຽງແບບ Merge

1.1. ຕົວຢ່າງຂອງການຈັດລຽງແບບ merge

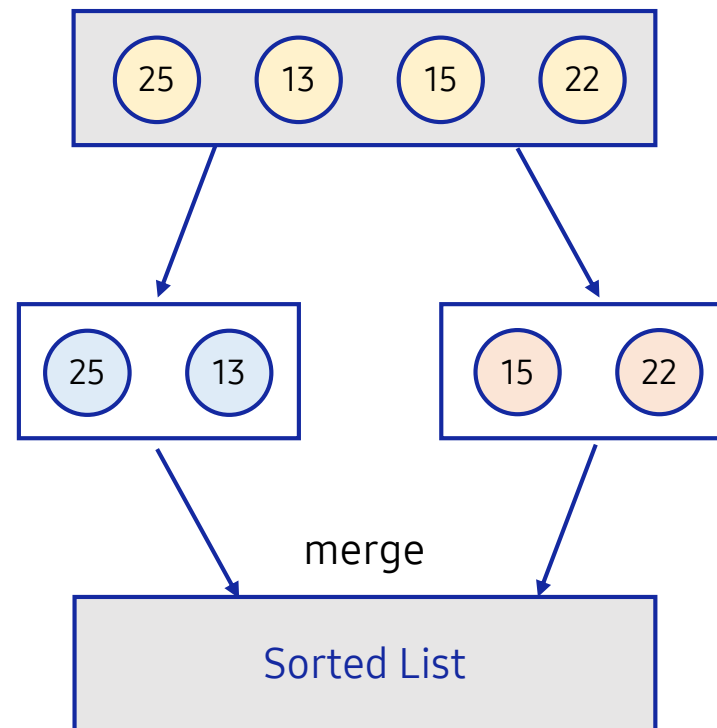
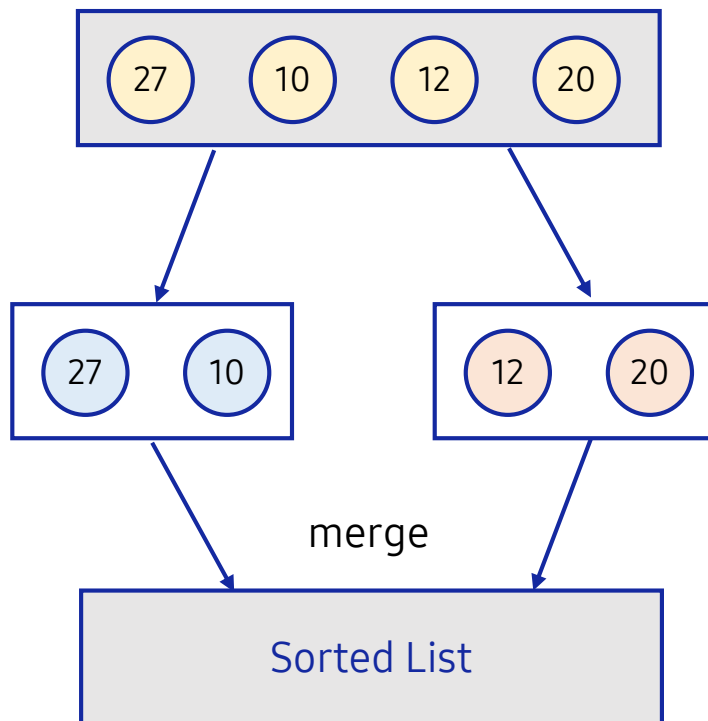
- ເລີ່ມຈາກ, ແບ່ງລາຍການທີ່ມີອົງປະກອບ 8 ຕົວອອກເປັນສອງສ່ວນເທົ່າກັນ ສ່ວນລະ 4 ຕົວ . ລາຍການທີ່ແບ່ງຢູ່ໃນສະຖານະການຈັດລຽງແລ້ວ, ເຮົາສາມາດລວມທັງສອງລາຍການທີ່ຖືກແບ່ງອອກໃນສະຖານະທີ່ຖືກຈັດລຽງແລ້ວ ເພື່ອເອີ້ນຄືນການຈັດລຽງໃໝ່ອີກເທື່ອໜຶ່ງ.



1. ການຈັດລຽງແບບ Merge

1.1. ຕົວຢ່າງຂອງການຈັດລຽງແບບ merge

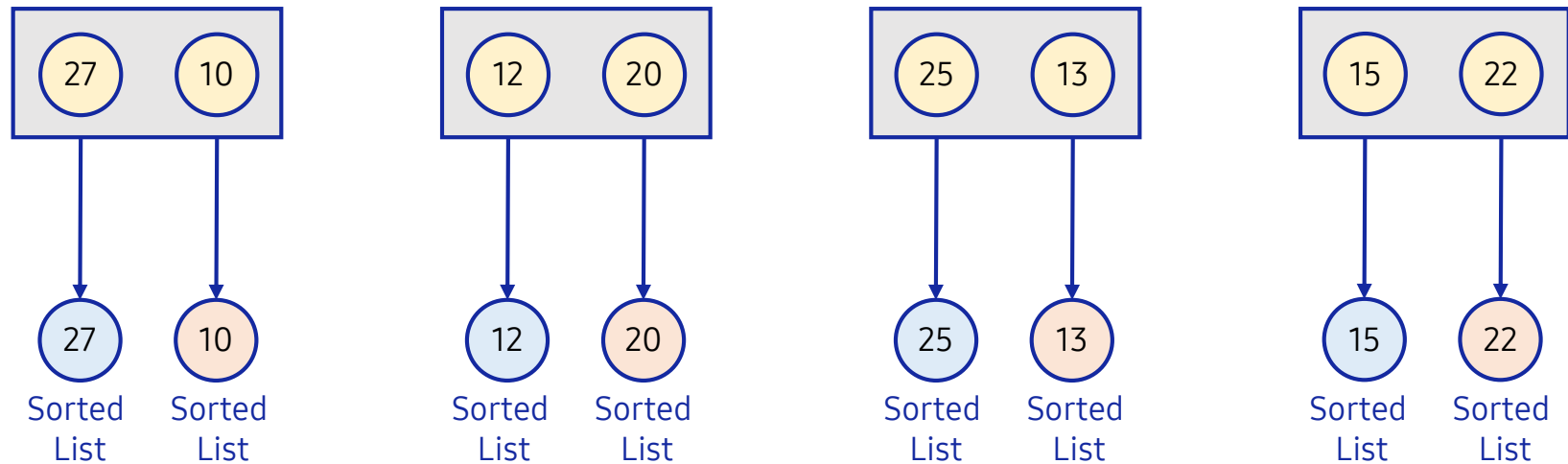
ລາຍການທີ່ບໍ່ໄດ້ຈັດລຽງຖືກແບ່ງອອກເປັນສອງສ່ວນ ແລະ ແຕ່ລະສ່ວນຍັງສາມາດແບ່ງຍ່ອຍອອກເປັນສອງສ່ວນອີກ ແລ້ວຈະເອົາມາລວມເຂົ້າໄປໃນລາຍການທີ່ຖືກຈັດລຽງ. ເນື່ອງຈາກລາຍການທີ່ແບ່ງອອກຍັງບໍ່ໄດ້ຖືກຈັດລຽງ, ດັ່ງນັ້ນ ຈະເອົາຜົນໄດ້ຮັບຂອງແຕ່ລະສ່ວນຍ່ອຍມາໂຮມກັນອີກເທື່ອໜຶ່ງ.



1. ການຈັດລຽງແບບ Merge

1.1. ຕົວຢ່າງຂອງການຈັດລຽງແບບ merge

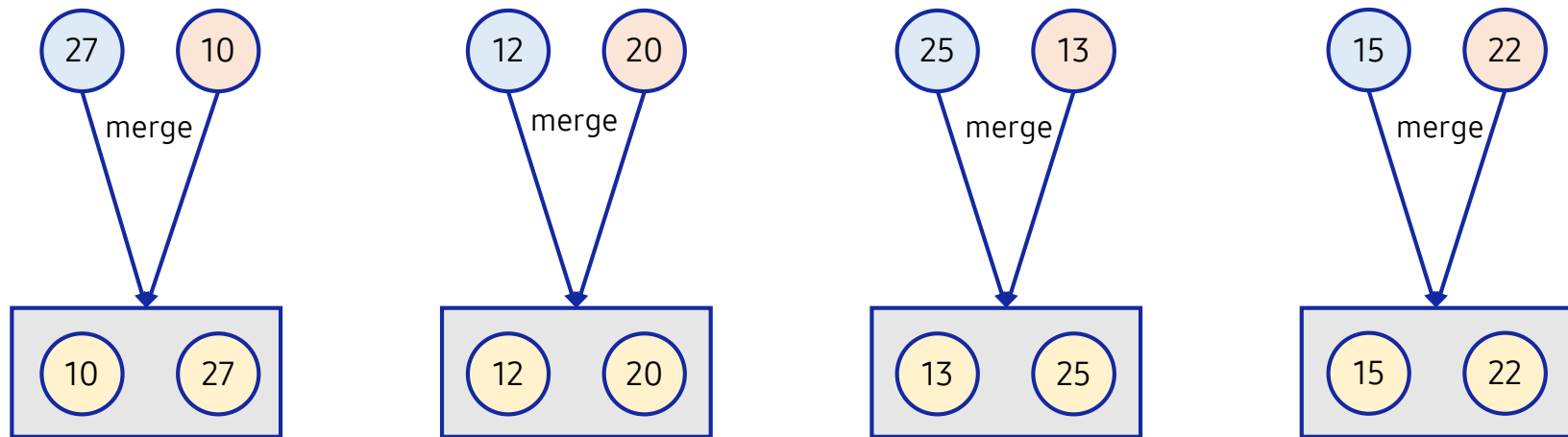
ເມື່ອອົງປະກອບໄດ້ແບ່ງອອກເປັນສອງສ່ວນຍ່ອຍ ຈົນແຕ່ລະສ່ວນຍ່ອຍມີພຽງໜຶ່ງອົງປະກອບ. ໃນກໍລະນີນີ້, ເນື່ອງຈາກລາຍການທີ່ມີອົງປະກອບໜຶ່ງອັນແມ່ນລາຍການທີ່ຖືກຈັດລຽງ, ລາຍການດັ່ງກ່າວສາມາດຖືກລວມເຂົ້າກັນອີກຄັ້ງໃນສະຖານະຈັດລຽງສໍາເລັດ



1. ການຈັດລຽງແບບ Merge

1.1. ຕົວຢ່າງຂອງການຈັດລຽງແບບ merge

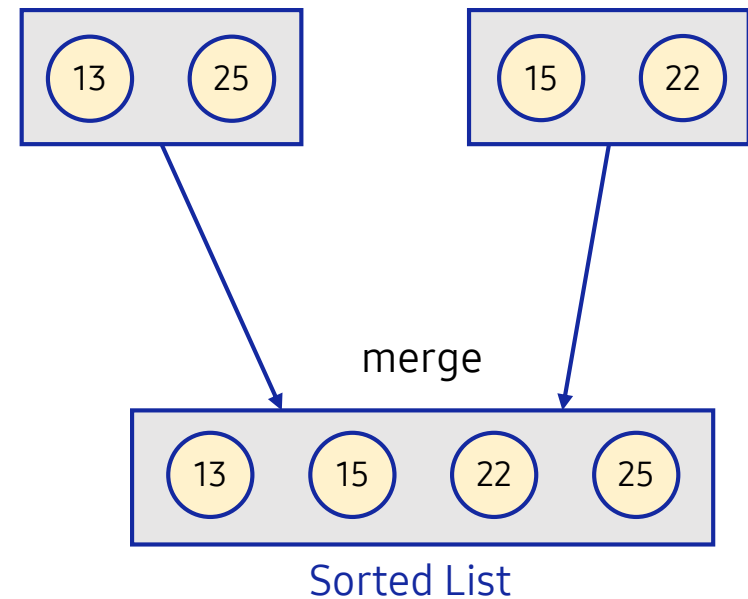
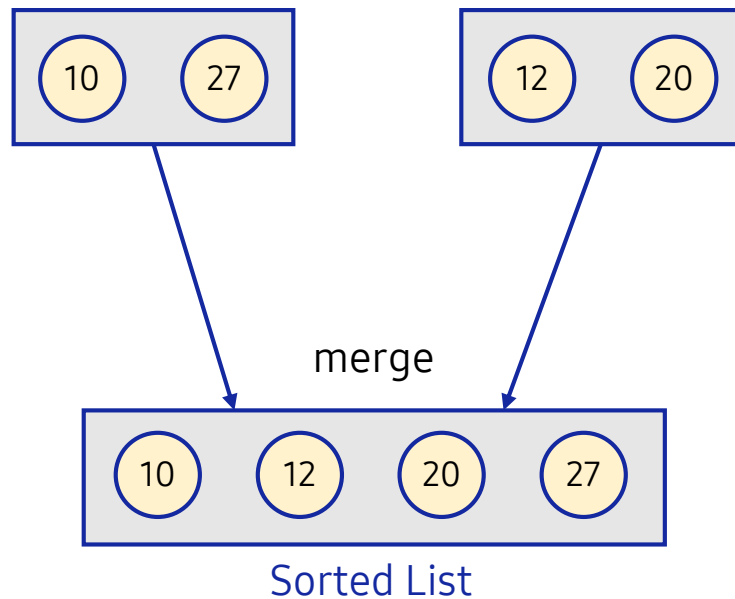
ການລວມລາຍການທີ່ມີ 1 ອົງປະກອບຈະສ້າງເປັນລາຍການຈັດລຽງທີ່ມີ 2 ອົງປະກອບ



1. ການຈັດລຽງແບບ Merge

1.1. ຕົວຢ່າງຂອງການຈັດລຽງແບບ merge

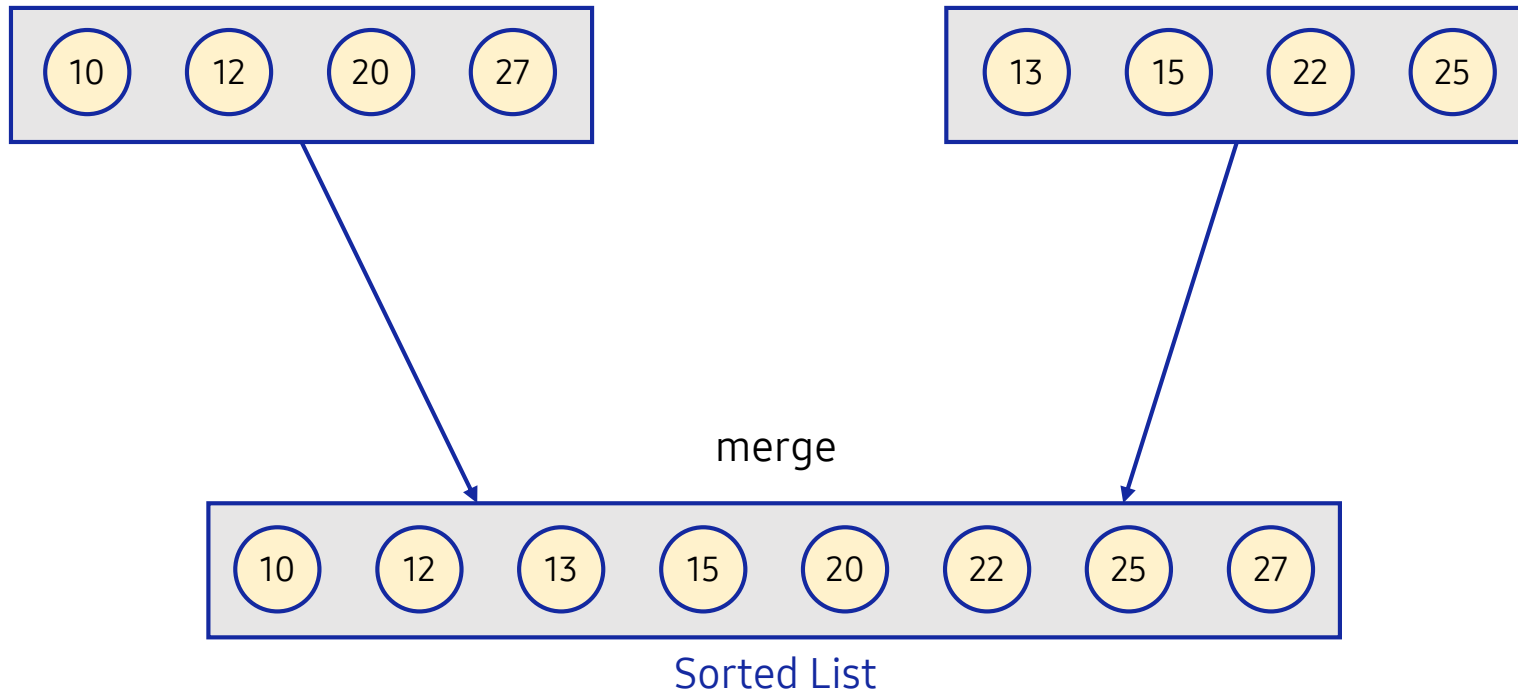
ການລວມລາຍການທີ່ມີ 2 ອົງປະກອບ ສ້າງລາຍການຈັດລຽງທີ່ມີ 4 ອົງປະກອບ.



1. ການຈັດລຽງແບບ Merge

1.1. ຕົວຢ່າງຂອງການຈັດລຽງແບບ merge

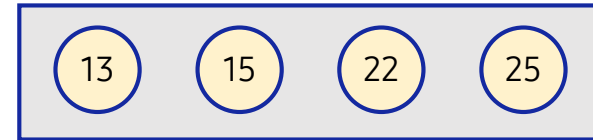
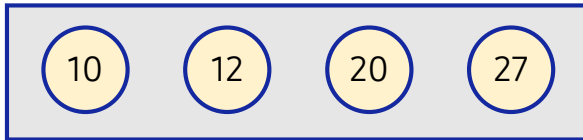
ການລວມລາຍການທີ່ມີ 4 ອົງປະກອບ ສ້າງລາຍການຈັດລຽງທີ່ມີ 8 ອົງປະກອບ.



1. ການຈັດລຽງແບບ Merge

1.2. ຕົວຢ່າງຂອງການຈັດລຽງແບບ merge

| ຊອກຫາວິທີການ ເພື່ອລວມ 2 ລາຍການຈັດລຽງ ໃຫ້ເປັນລາຍການຈັດລຽງອັນໜຶ່ງ

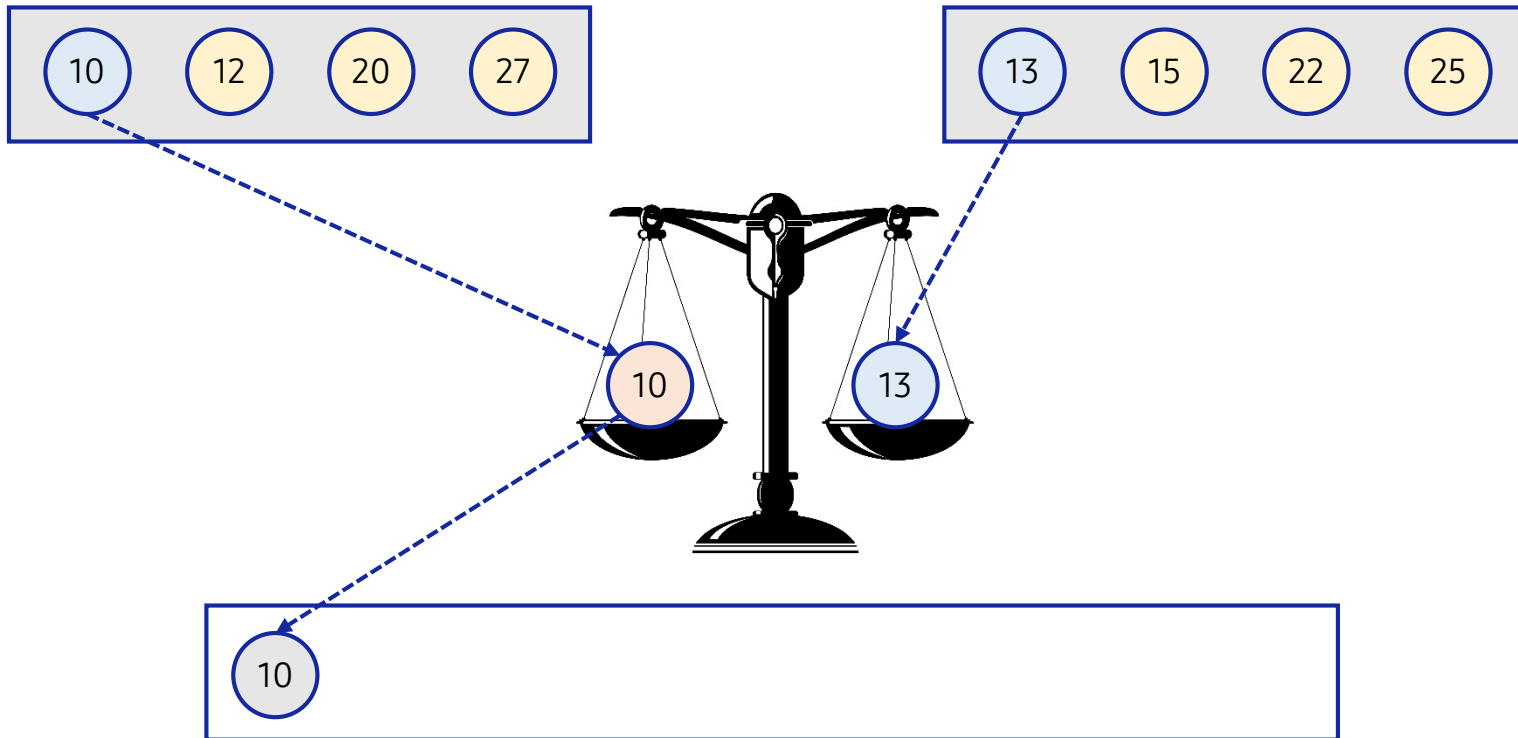


Sorted List

1. ການຈັດລຽງແບບ Merge

1.2. ຕົວຢ່າງຂອງການຈັດລຽງແບບ merge

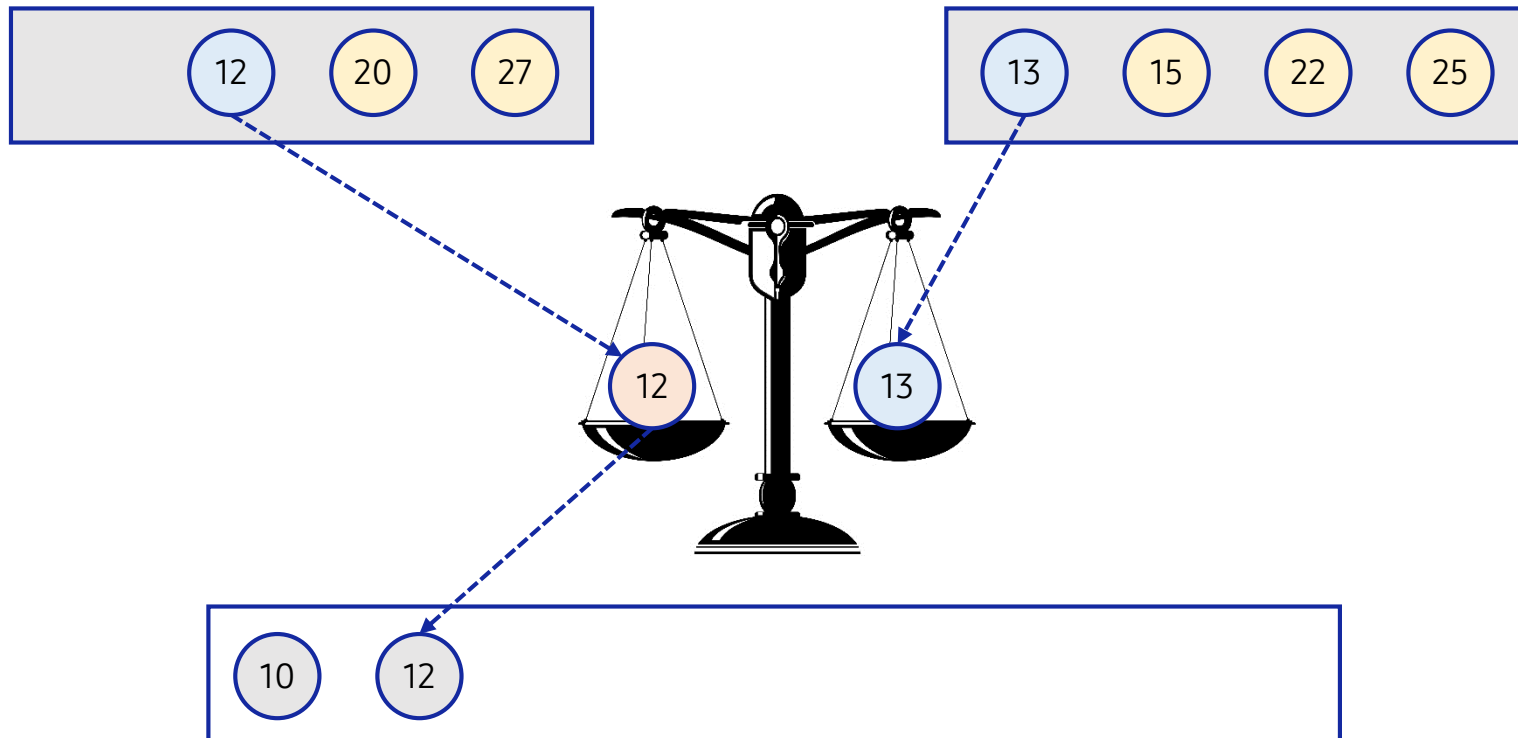
ເລີ່ມຈາກ, ນຳເອົາອົງປະກອບທີ່ນ້ອຍທີ່ສຸດຈອງແຕ່ລະລາຍການມາປຸງທຽບກັນ. ໃນກໍລະນີນີ້, ເມື່ອພົບວ່າ 10 ນ້ອຍກວ່າ 13, 10 ຈຶ່ງຖືກເອົາມາວາງລົງໃນລາຍການທີ່ຖືກຈັດລຽງແລ້ວ.



1. ການຈັດລຽງແບບ Merge

1.2. ລວມສອງລາຍການທີ່ຈັດລຽງໄວ້ແລ້ວ

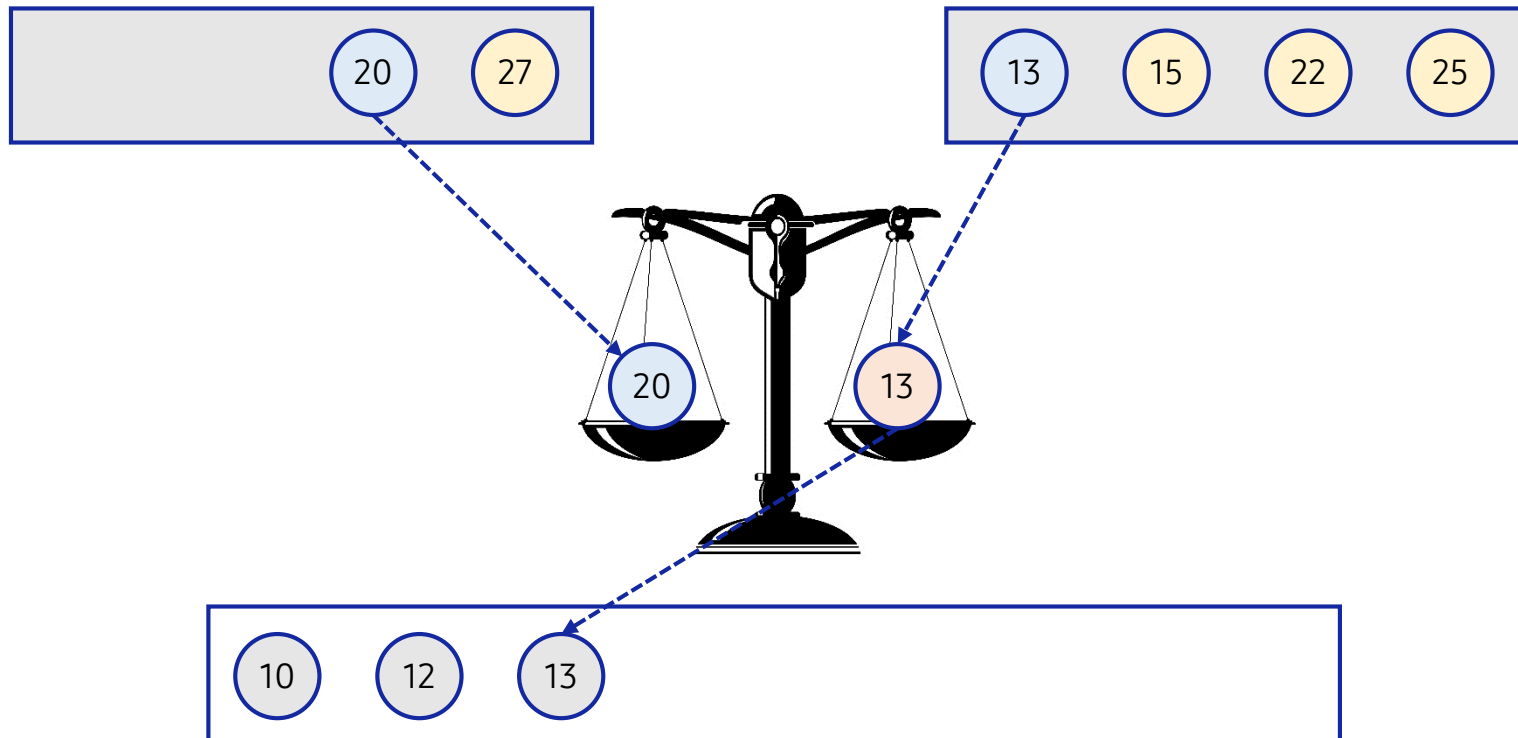
ນໍາເອົາອົງປະກອບທີ່ຖືກຈັດລຽງອອກໄປ ແລະ ເລີ່ມຕົ້ນປຽບທຽບກັບອົງປະກອບຕົວຕໍ່ໄປ. ເມື່ອ 12 ນ້ອຍກວ່າ 13, 12 ຈຶ່ງຖືກຍ້າຍໄປໄວ້ໃນລາຍການທີ່ຈັດລຽງແລ້ວ.



1. ການຈັດລຽງແບບ Merge

1.2. ລວມສອງລາຍການທີ່ຈັດລຽງໄວ້ແລ້ວ

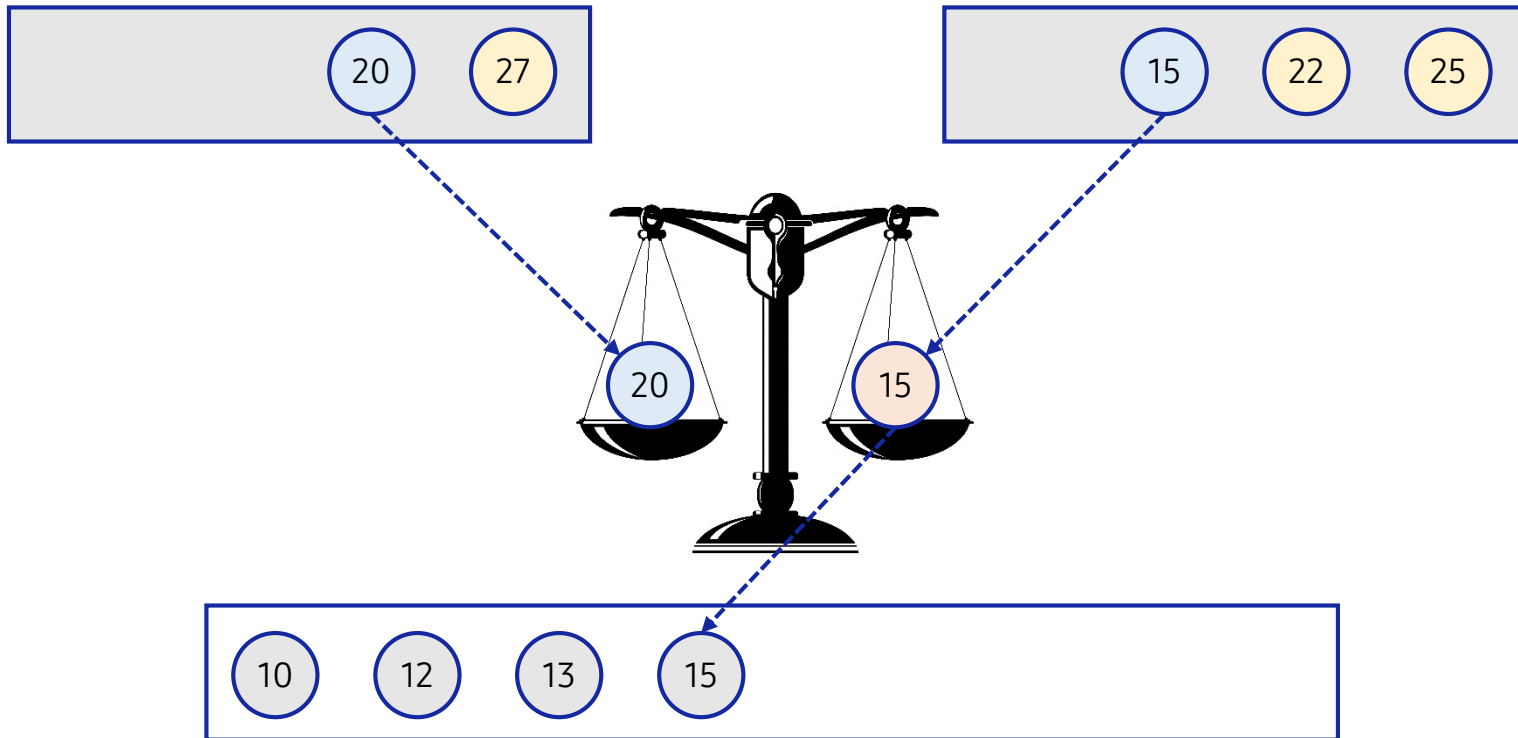
ນໍາເອົາອົງປະກອບທີ່ຖືກຈັດລຽງອອກໄປ ແລະ ເລີ່ມຕົ້ນປຽບທຽບກັບອົງປະກອບຕົວຕໍ່ໄປ. ເມື່ອ 20 ໃຫຍ່ກວ່າ 13, 13 ຈຶ່ງຖືກຍ້າຍໄປລາຍການທີ່ຈັດລຽງແລ້ວ.



1. ການຈັດລຽງແບບ Merge

1.2. ລວມສອງລາຍການທີ່ຈັດລຽງໄວ້ແລ້ວ

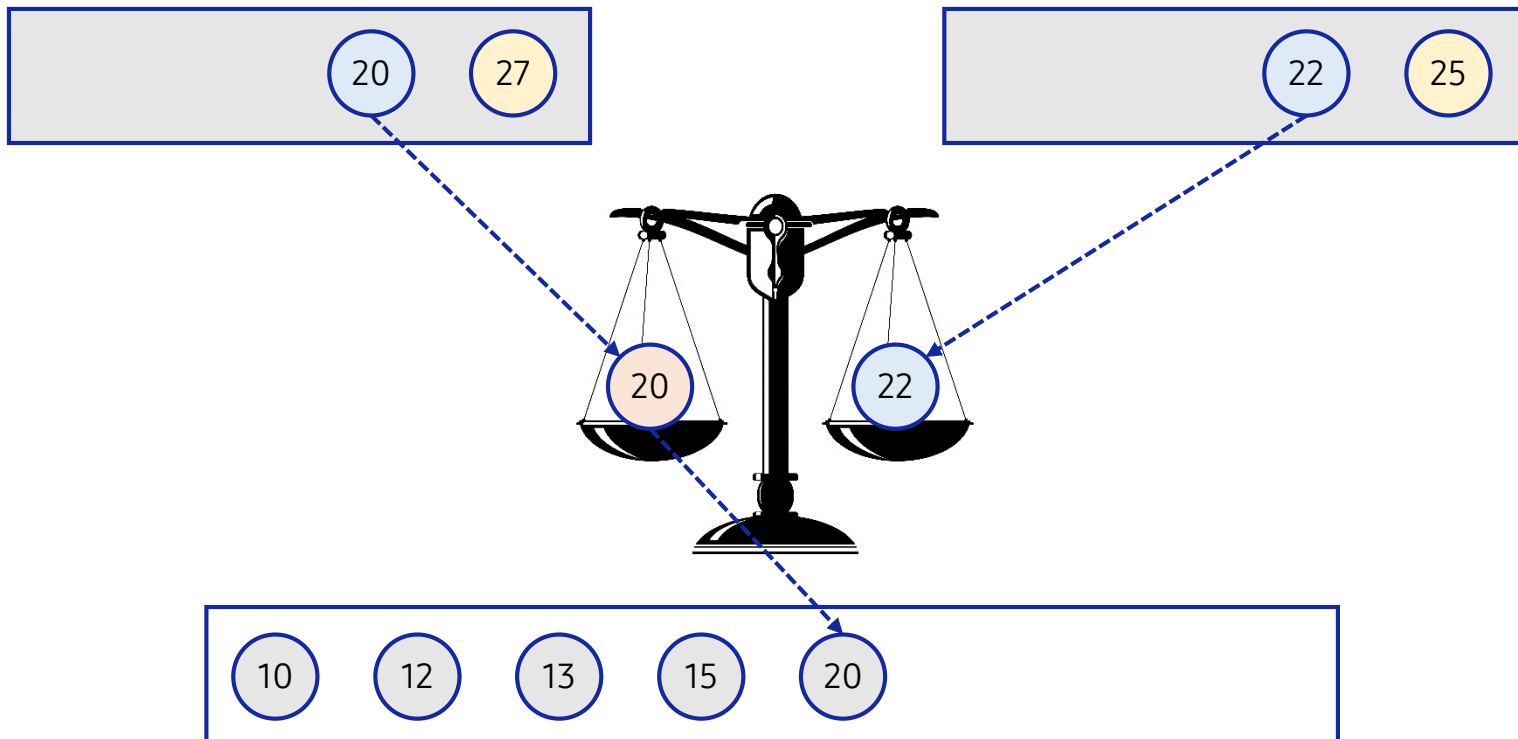
ເອົາອົງປະກອບທີ່ນ້ອຍກວ່າອອກ ແລ້ວສົ່ງໄປຫາລາຍການທີ່ຈັດລຽງ ແລະ ປຸງບທຽບອົງປະກອບຕໍ່ໄປ. ເນື່ອງຈາກ 15 ແມ່ນຫນ້ອຍກວ່າ 20, 15 ຖືກເພີ່ມເຂົ້າໃນລາຍການທີ່ຈັດລຽງ.



1. ການຈັດລຽງແບບ Merge

1.2. ລວມສອງລາຍການທີ່ຈັດລຽງໄວ້ແລ້ວ

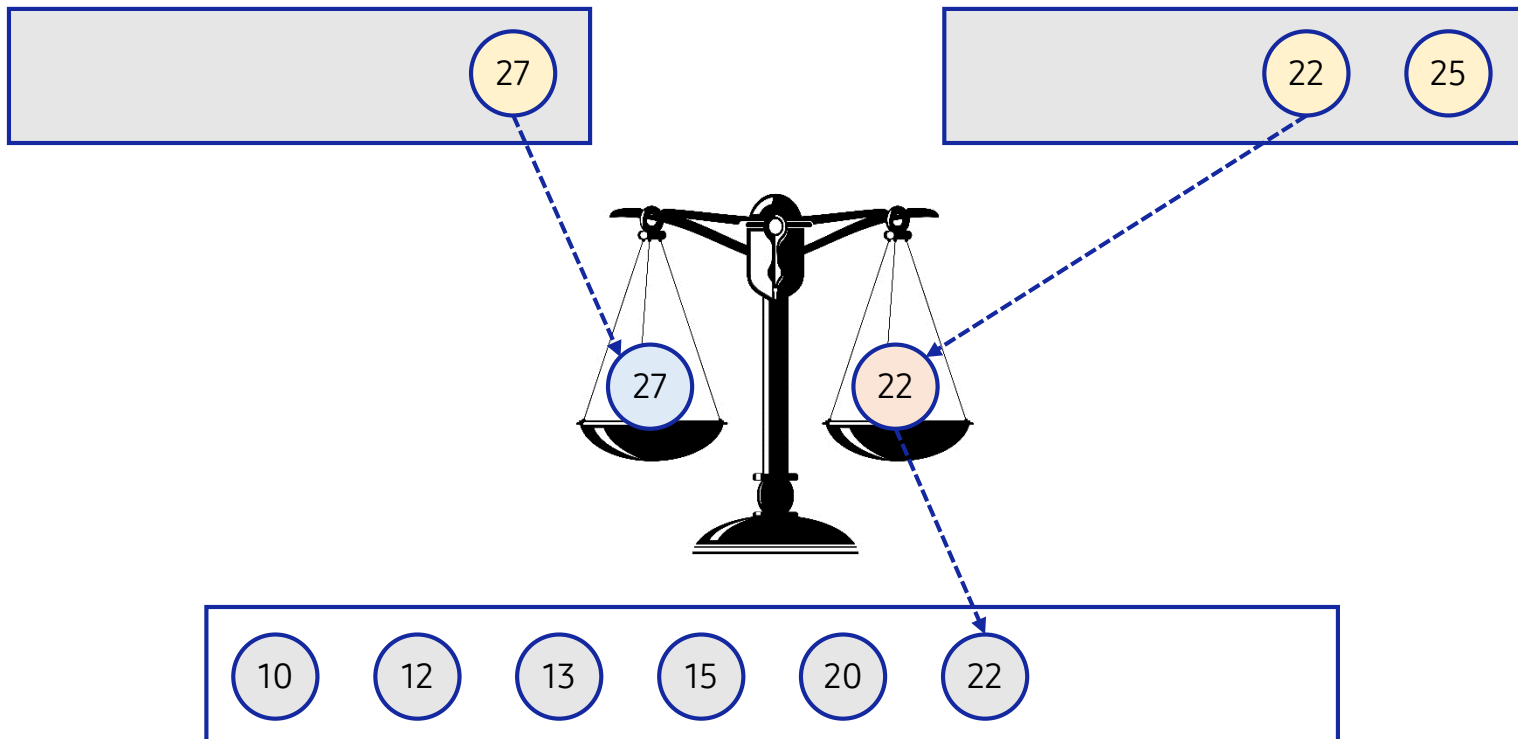
ເອົາອົງປະກອບທີ່ນ້ອຍກວ່າໄປໄວ້ໃນລາຍການທີ່ຈັດລຽງແລ້ວປຽບທຽບອົງປະກອບຕໍ່ໄປ. ເນື່ອງຈາກ 20 ແມ່ນນ້ອຍກວ່າ 22, 20 ຖືກເພີ່ມເຂົ້າໃນລາຍການທີ່ຈັດລຽງ.



1. ການຈັດລຽງແບບ Merge

1.2. ລວມສອງລາຍການທີ່ຈັດລຽງໄວ້ແລ້ວ

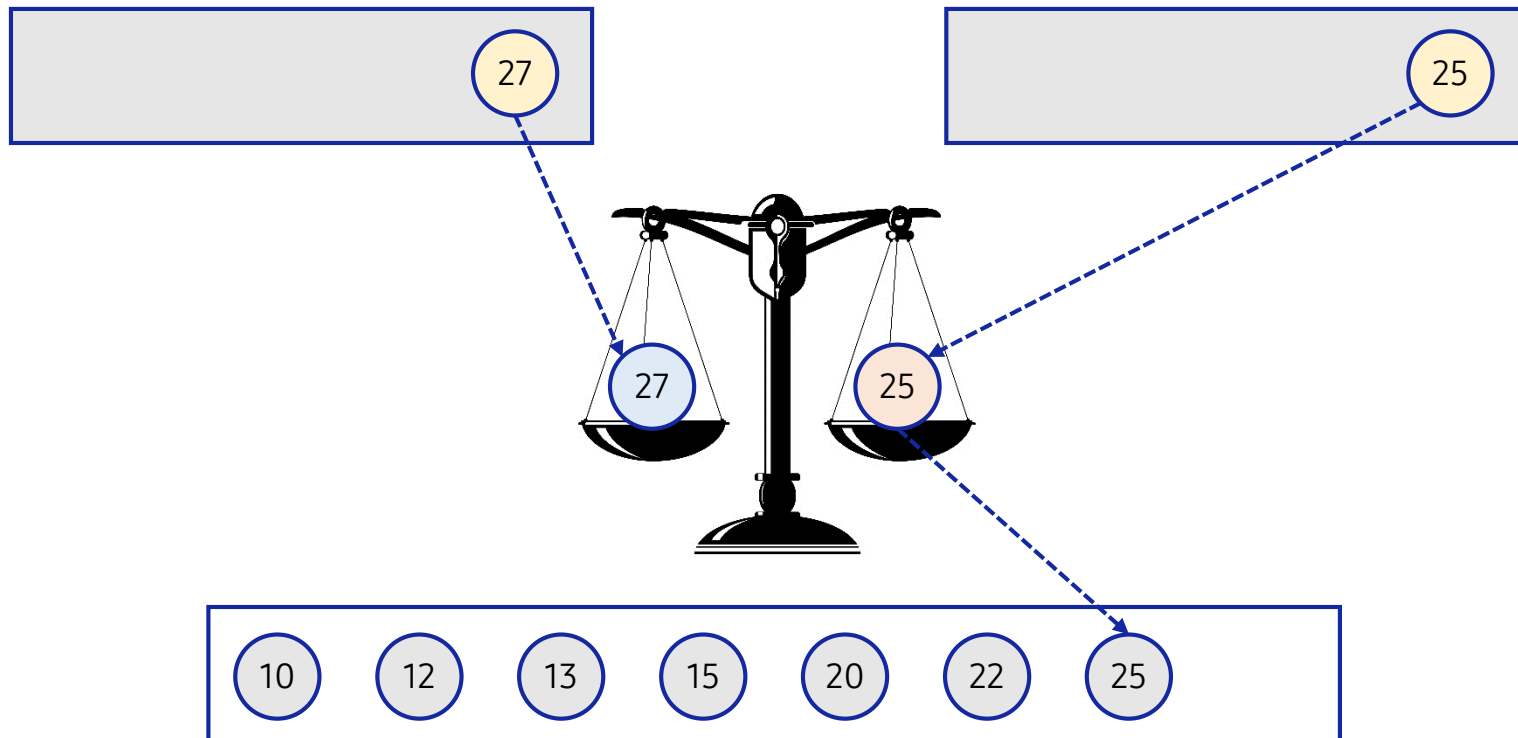
ເອົາອົງປະກອບທີ່ນ້ອຍກວ່າໄປໄວ້ໃນລາຍການທີ່ຈັດລຽງແລະ ປຽບທຽບອົງປະກອບຕໍ່ໄປ. ເນື່ອງຈາກ 22 ແມ່ນຫນ້ອຍກວ່າ 27, 22 ຖືກເພີ່ມເຂົ້າໃນລາຍການທີ່ຈັດລຽງ.



1. ການຈັດລຽງແບບ Merge

1.2. ລວມສອງລາຍການທີ່ຈັດລຽງໄວ້ແລ້ວ

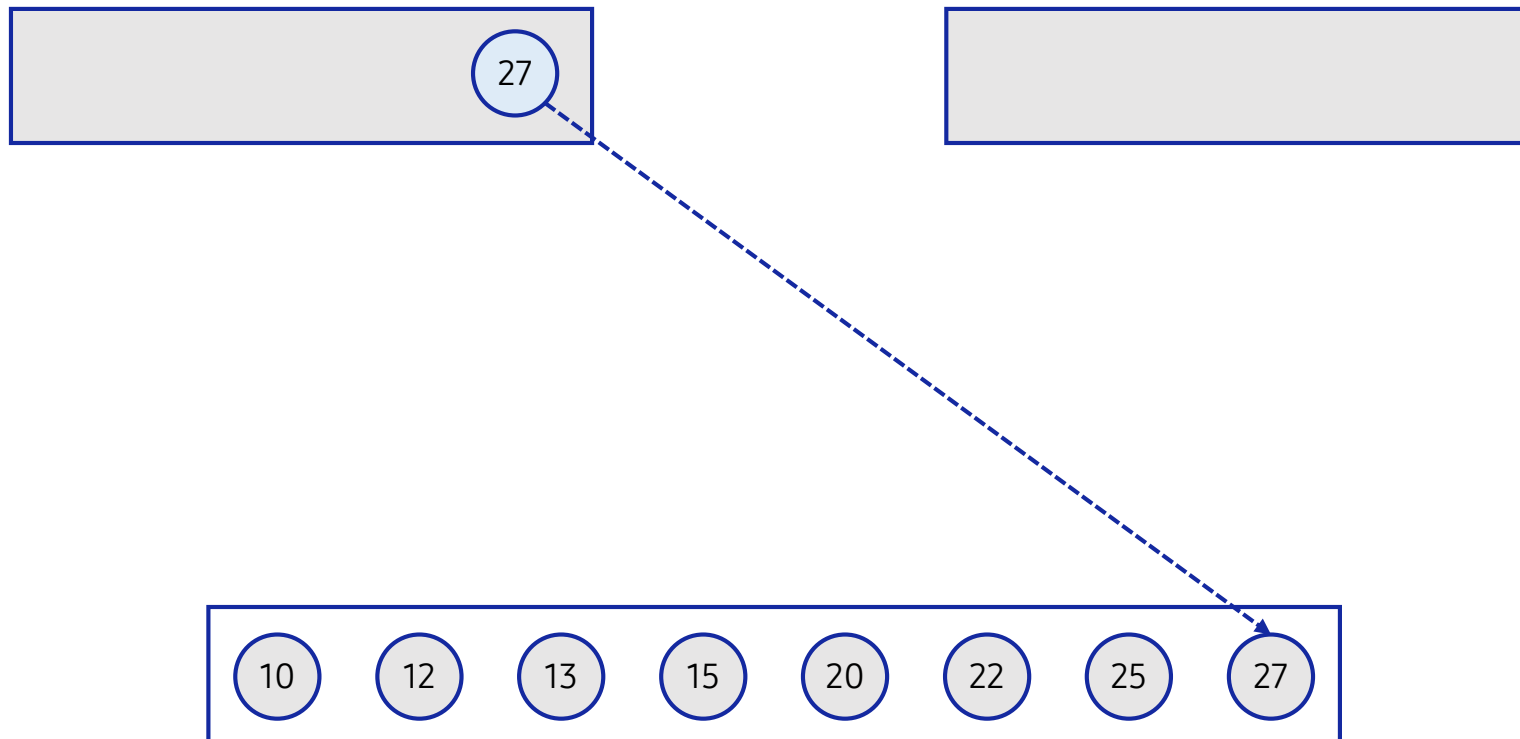
ເອົາອົງປະກອບທີ່ນ້ອຍກວ່າໄປໄວ້ໃນລາຍການທີ່ຈັດລຽງແລະ ປຸງບທຽບອົງປະກອບຕໍ່ໄປ. ເນື່ອງຈາກ 25 ແມ່ນຫນ້ອຍກວ່າ 27, 25 ຖືກເພີ່ມເຂົ້າໃນລາຍການທີ່ຈັດລຽງ.



1. ການຈັດລຽງແບບ Merge

1.2. ລວມສອງ lists ທີ່ຈັດລຽງໄວ້ແລ້ວ

ຖ້າຫນຶ່ງໃນສອງລາຍການ ຫວ່າງເປົ່າ, ອົງປະກອບທັງໝົດໃນລາຍການທີ່ເຫຼືອຈະຖືກເພີ່ມເຂົ້າໃນລາຍການທີ່ຈັດລຽງ.



| Let's code

1. ສ້າງການຈັດລຽງແບບ Merge ດ້ວຍການໃຊ້ໜ່ວຍຄວາມຈຳເພີ່ມເຕີມ

1.1. ສ້າງການຈັດລຽງແບບ Merge ດ້ວຍວິທີການ divide-and-conquer

❏ ວິທີທີ່ງ່າຍໃນການສ້າງການຈັດລຽງແບບ merge ເພື່ອຈັດລຽງຂໍ້ມູນໃນລາຍການທີ່ໃຫ້ມາໂດຍການແບ່ງອອກເປັນສອງລາຍການ. ວິທີການອອກແບບ algorithm ນີ້ເອີ້ນວ່າ divide-and-conquer ຊຶ່ງຈະສຶກສາລະອຽດອີກເທື່ອໜຶ່ງໃນ Unit 31.

```
1 def mergesort1(S):
2     n = len(S)
3     if n > 1:
4         print(S)
5         mid = n // 2
6         L, R = S[:mid], S[mid:]
7         mergesort1(L)
8         mergesort1(R)
9         merge1(S, L, R)
```

Line 1~3

- ການຈັດລຽງແບບ Merge ຈັດລຽງຂໍ້ມູນໃນ S ທີ່ໃຫ້ໂດຍການແບ່ງອອກເປັນສອງສ່ວນໄປເລື້ອຍໆ ຖ້າຂະໜາດຂອງ S ຫຼາຍກວ່າ 1.
- ຖ້າຂະໜາດຂອງ S ນ້ອຍກວ່າຫຼືເທົ່າກັບ 1, ມັນຢຸດການປະຕິບັດງານ ຊຶ່ງສະແດງວ່າລາຍການຂໍ້ມູນຖືກຈັດລຽງຮຽບຮ້ອຍແລ້ວ.

1. ສ້າງການຈັດລຽງແບບ Merge ດ້ວຍການໃຊ້ໜ່ວຍຄວາມຈຳເພີ່ມເຕີມ

1.1. ສ້າງການຈັດລຽງແບບ Merge ດ້ວຍວິທີການ divide-and-conquer

ຖ້າຂະໜາດຂອງ S ໃຫຍ່ກວ່າ 1, ຈະແບ່ງອອກເປັນສອງລາຍການ, ແລ້ວເຂົ້າໄປຈັດລຽງໃນສອງລາຍການນັ້ນ ແລະ ລວມເຂົ້າເປັນລາຍການດຽວກັນ.

```
1 def mergesort1(S):
2     n = len(S)
3     if n > 1:
4         print(S)
5         mid = n // 2
6         L, R = S[:mid], S[mid:]
7         mergesort1(L)
8         mergesort1(R)
9         merge1(S, L, R)
```

Line 5~8

- ໃນການແບ່ງ S ໃຫ້ອອກເປັນສອງລາຍການນັ້ນ ຕ້ອງຊອກຫາຄ່າກາງກ່ອນ ແລ້ວຈຶ່ງແບ່ງອອກເປັນສອງລາຍການ L ແລະ R.
- ສັງເກດເຫັນວ່າລາຍການ S ໄດ້ຖືກແຍກອອກເປັນສອງລາຍການຄື L ແລະ R.
- ຈັດລຽງສອງລາຍການ L ແລະ R ແຍກຈາກກັນ ໂດຍການເອີ້ນໃຊ້ຟັງຊັນແບບ recursive.

1. ສ້າງການຈັດລຽງແບບ Merge ດ້ວຍການໃຊ້ໜ່ວຍຄວາມຈຳເພີ່ມເຕີມ

1.1. ສ້າງການຈັດລຽງແບບ Merge ດ້ວຍວິທີການ divide-and-conquer

I ຖ້າ L ແລະ R ແມ່ນລາຍການທີ່ຖືກຈັດລຽງໄວ້ແລ້ວ, ສາມາດລວມສອງລາຍການນີ້ເຂົ້າໄປໄວ້ໃນລາຍການ S.

```
1 def mergesort1(S):
2     n = len(S)
3     if n > 1:
4         print(S)
5         mid = n // 2
6         L, R = S[:mid], S[mid:]
7         mergesort1(L)
8         mergesort1(R)
9         merge1(S, L, R)
```

Line 9

- ລວມ L ແລະ R ເພື່ອສ້າງລາຍການ S ທີ່ຖືກຈັດລຽງ.

1. ສ້າງການຈັດລຽງແບບ Merge ດ້ວຍການໃຊ້ໜ່ວຍຄວາມຈຳເພີ່ມເຕີມ

1.2. ລວມສອງລາຍການທີ່ຖືກລຽງ ເປັນລາຍການທີ່ຖືກລຽງອັນໜຶ່ງ

| ຟັງຊັນ merge1() ສ້າງລາຍການ S ທີ່ຖືກຈັດລຽງໂດຍການລວມ L ແລະ R ທີ່ຖືກຈັດລຽງແລ້ວເຂົ້າດ້ວຍກັນ.

```
1 def merge1(S, L, R):
2     k = 0
3     while len(L) > 0 and len(R) > 0:
4         if L[0] <= R[0]:
5             S[k] = L.pop(0)
6         else:
7             S[k] = R.pop(0)
8         k += 1
9     while len(L) != 0:
10        S[k] = L.pop(0)
11        k += 1
12    while len(R) != 0:
13        S[k] = R.pop(0)
14        k += 1
```

 Line 2~8

- ການເພີ່ມດັດຊະນີ k, ອົງປະກອບທີ່ມີຄ່ານ້ອຍທີ່ສຸດຕົວທຳອິດຂອງ L ຫຼື R ຈະຖືກເອົາໄປເກັບໄວ້ເປັນອົງປະກອບທີ k ຂອງ S.

1. ສ້າງການຈັດລຽງແບບ Merge ດ້ວຍການໃຊ້ໜ່ວຍຄວາມຈຳເພີ່ມເຕີມ

1.2. ລວມສອງລາຍການທີ່ຖືກລຽງ ເປັນລາຍການທີ່ຖືກລຽງອັນໜຶ່ງ

| ຟັງຊັນ merge1() ສ້າງລາຍການ S ທີ່ຖືກຈັດລຽງໂດຍການລວມ L ແລະ R ທີ່ຖືກຈັດລຽງແລ້ວເຂົ້າດ້ວຍກັນ.

```
1 def merge1(S, L, R):
2     k = 0
3     while len(L) > 0 and len(R) > 0:
4         if L[0] <= R[0]:
5             S[k] = L.pop(0)
6         else:
7             S[k] = R.pop(0)
8         k += 1
9     while len(L) != 0:
10        S[k] = L.pop(0)
11        k += 1
12    while len(R) != 0:
13        S[k] = R.pop(0)
14        k += 1
```

 Line 9~11

- ເມື່ອອອກຈາກ while-loop ຂອງ Line 3-8, ຫນຶ່ງໃນສອງລາຍການ L ແລະ R ໄດ້ປະມວນຜົນອົງປະກອບທັງຫມົດ.
- ຖ້າອົງປະກອບຂອງ L ເຫຼືອ, ອົງປະກອບທີ່ຍັງເຫຼືອທັງຫມົດຂອງມັນຈະຖືກເອົາໄປເພີ່ມໃສ່ S.

1. ສ້າງການຈັດລຽງແບບ Merge ດ້ວຍໜ່ວຍຄວາມຈຳເພີ່ມເຕີມ

1.2. ລວມສອງລາຍການທີ່ຖືກລຽງ ເປັນລາຍການທີ່ຖືກລຽງອັນໜຶ່ງ

▮ ຟັງຊັນ merge1() ສ້າງລາຍການ S ທີ່ຖືກຈັດລຽງໂດຍການລວມ L ແລະ R ທີ່ຖືກຈັດລຽງແລ້ວເຂົ້າດ້ວຍກັນ.

```
1 def merge1(S, L, R):
2     k = 0
3     while len(L) > 0 and len(R) > 0:
4         if L[0] <= R[0]:
5             S[k] = L.pop(0)
6         else:
7             S[k] = R.pop(0)
8         k += 1
9     while len(L) != 0:
10        S[k] = L.pop(0)
11        k += 1
12    while len(R) != 0:
13        S[k] = R.pop(0)
14        k += 1
```

Line 12~14

- ຖ້າອົງປະກອບ R ຍັງເຫຼືອ, ສະແດງວ່າອົງປະກອບຂອງ L ບໍ່ເຫຼືອແລ້ວ ຍັງມີພຽງແຕ່ອົງປະກອບຂອງ R ເທົ່ານັ້ນ.
- ອົງປະກອບທີ່ຍັງເຫຼືອທັງຫມົດຂອງ R ຈະຖືກເອົາໄປເພີ່ມເຂົ້າໃນ S.

1. ສ້າງການຈັດລຽງແບບ Merge ດ້ວຍການໃຊ້ໜ່ວຍຄວາມຈຳເພີ່ມເຕີມ

1.3. Run ໂປຣແກຣມການຈັດລຽງແບບ merge

■ ເມື່ອຟັງຊັນ merge1() ຖືກນຳໄປໃຊ້ກັບຟັງຊັນ mergesort1(), ຈະມີຜົນໄດ້ຮັບດັ່ງຕໍ່ໄປນີ້.

```
1 S = [27, 10, 12, 20, 25, 13, 15, 22]
2 mergesort1(S)
3 print(S)
```

```
[27, 10, 12, 20, 25, 13, 15, 22]
[27, 10, 12, 20]
[27, 10]
[12, 20]
[25, 13, 15, 22]
[25, 13]
[15, 22]
[10, 12, 13, 15, 20, 22, 25, 27]
```

Line 1~3

- S ໄດ້ຮັບໂດຍ print(S) ແມ່ນພິມຢູ່ໃນ Line 4 ຂອງຟັງຊັນ mergesort1().
- ຜົນໄດ້ຮັບ S ຈາກ Line 3 ເປັນຜົນໄດ້ຮັບການຈັດລຽງ ຫຼັງຈາກຟັງຊັນ mergesort1() ປະມວນຜົນແລ້ວ.

☀ One More Step

- ຟັງຊັນ mergesort1() ໄດ້ໃຊ້ຫນ່ວຍຄວາມຈຳເພີ່ມເຕີມຫຼາຍປານໃດ?
- ຟັງຊັນ mergesort1() ສ້າງລາຍການໃຫມ່ L ແລະ R ໃນແຕ່ລະຄັ້ງທີ່ຟັງຊັນຖືກເອີ້ນໃຊ້. ຖ້າຂະໜາດຂອງສອງລາຍການນີ້ລວມເຂົ້າກັນ, ມັນຈະເທົ່າກັບຂະໜາດຂອງ S ທີ່ເປັນຕົ້ນສະບັບ.
- ນັບຕັ້ງແຕ່ການເອີ້ນໃຊ້ recursive ລາຍການ L ແລະ R ຕາມລຳດັບ, ຂະໜາດຂອງສອງລາຍການໃນແຕ່ລະການເອີ້ນໃຊ້ recursive ແມ່ນປະມານເຄິ່ງຫນຶ່ງຂອງຂະໜາດຂອງການເອີ້ນໃຊ້ທີ່ຜ່ານມາ. ດັ່ງນັ້ນ, ຂະໜາດຂອງລາຍການທີ່ນຳໃຊ້ເພີ່ມເປັນດັ່ງຕໍ່ໄປນີ້.

$$N + \frac{N}{2} + \frac{N}{2^2} + \cdots + \frac{N}{2^k} = 2N$$

- ຟັງຊັນ mergesort1() ຈະຕ້ອງໃຊ້ຫນ່ວຍຄວາມຈຳເພີ່ມດ້ວຍຂະໜາດ 2N ເຊິ່ງເປັນສອງເທົ່າຂອງຂະໜາດ N ຂອງ S ທີ່ໃຫ້ມາ.
- ສາມາດປັບປຸງຂັ້ນຕອນວິທີນີ້ເພື່ອໃຫ້ໃຊ້ຫນ່ວຍຄວາມຈຳເພີ່ມພຽງແຕ່ N ໄດ້.

2. ການສ້າງການຈັດລຽງແບບ Merge ທີ່ມີປະສິດທິພາບ

2.1. ການຈັດລຽງແບບ Merge ທີ່ໄດ້ປັບປຸງ

ຟັງຊັນ mergesort2() ຈັດລຽງ S ໂດຍກຳໜົດຄ່າ low ແລະ high ແທນທີ່ຈະແບ່ງ S ເປັນ L ແລະ R.

```
1 def mergesort2(S, low, high):
2     if low < high:
3         print(S)
4         mid = (low + high) // 2
5         mergesort2(S, low, mid)
6         mergesort2(S, mid + 1, high)
7         merge2(S, low, mid, high)
```

Line 1~3

- ສໍາລັບ S ທີ່ໃຫ້ມາ, ມີຕົວດັດຊະນີ low ແລະ high ເປັນພາຣາມິເຕີ ຂໍ້ມູນປ້ອນເຂົ້າ.
- ການເອີ້ນໃຊ້ recursive ແມ່ນເຮັດໄດ້ໃນກໍລະນີຄ່າ low ນ້ອຍກວ່າຄ່າ high, ຖ້າບໍ່ດັ່ງນັ້ນ, ຈະຢຸດການຈັດລຽງ.

2. ການສ້າງການຈັດລຽງແບບ Merge ທີ່ມີປະສິດທິພາບ

2.1. ການຈັດລຽງແບບ Merge ທີ່ໄດ້ປັບປຸງ

ຟັງຊັນ mergesort2() ຈັດລຽງ S ໂດຍກຳໜົດຄ່າ low ແລະ high ແທນທີ່ຈະແບ່ງ S ເປັນ L ແລະ R.

```
1 def mergesort2(S, low, high):  
2     if low < high:  
3         print(S)  
4         mid = (low + high) // 2  
5         mergesort2(S, low, mid)  
6         mergesort2(S, mid + 1, high)  
7         merge2(S, low, mid, high)
```

Line 4~7

- ເພື່ອທີ່ຈະແບ່ງແລະຈັດລຽງອົງປະກອບໃນຊ່ວງ low ແລະ high, ໄດ້ເອີ້ນໃຊ້ recursive ຟັງຊັນປະຕິບັດການດັ່ງກ່າວ ໂດຍອີງໃສ່ຄ່າ mid.
- ຟັງຊັນ merge2() ລວມສອງອົງປະກອບທີ່ຈັດລຽງແລ້ວເຂົ້າດ້ວຍກັນ ໂດຍອີງໃສ່ຄ່າ mid.

2. ການສ້າງການຈັດລຽງແບບ Merge ທີ່ມີປະສິດທິພາບ

2.2. ລວມສອງລາຍການທີ່ຈັດລຽງແລ້ວເພື່ອປັບປຸງການຈັດລຽງແບບ merge

ຟັງຊັນ merge2() ຈັດລຽງອົງປະກອບຈາກຊ້າຍຫາຂວາຢູ່ໃນຊ່ວງ low ແລະ high ໂດຍອີງໃສ່ຄ່າ mid.

```

1 def merge2(S, low, mid, high):
2     R = []
3     i, j = low, mid + 1
4     while i <= mid and j <= high:
5         if S[i] < S[j]:
6             R.append(S[i]); i += 1
7         else:
8             R.append(S[j]); j += 1
9     if i > mid:
10        for k in range(j, high + 1):
11            R.append(S[j])
12    else:
13        for k in range(i, mid + 1):
14            R.append(S[i])
15    for k in range(len(R)):
16        S[low + k] = R[k]
```

Line 2~8

- ເພີ່ມອົງປະກອບທີ່ຈັດລຽງແລ້ວໃສ່ລາຍການໃໝ່ R, ເລີ່ມຕົ້ນທີ່ຕໍ່ແໜ່ງ i ແລະ j ມີຄ່າເທົ່າ low ແລະ mid+1, ຕາມລຳດັບ.
- ໃຫ້ຈຳໄວ້ວ່າ ອົງປະກອບກ່ອນ mid ແລະ ຫຼັງຈາກ mid + 1 ແມ່ນອົງປະກອບທີ່ຈັດລຽງແລ້ວ ຕາມລຳດັບ.

2. ການສ້າງການຈັດລຽງແບບ Merge ທີ່ມີປະສິດທິພາບ

2.2. ລວມສອງລາຍການທີ່ຈັດລຽງແລ້ວເພື່ອປັບປຸງການຈັດລຽງແບບ merge

ຟັງຊັນ merge2() ຈັດລຽງອົງປະກອບຈາກຊ້າຍຫາຂວາຢູ່ໃນຊ່ວງ low ແລະ high ໂດຍອີງໃສ່ຄ່າ mid.

```
1 def merge2(S, low, mid, high):
2     R = []
3     i, j = low, mid + 1
4     while i <= mid and j <= high:
5         if S[i] < S[j]:
6             R.append(S[i]); i += 1
7         else:
8             R.append(S[j]); j += 1
9     if i > mid:
10        for k in range(j, high + 1):
11            R.append(S[j])
12    else:
13        for k in range(i, mid + 1):
14            R.append(S[i])
15    for k in range(len(R)):
16        S[low + k] = R[k]
```

Line 9~11

- ເມື່ອອອກຈາກ while-loop ຂອງ Line 3-8, i ຈະໃຫຍ່ກວ່າ mid ຫຼື j ຈະໃຫຍ່ກວ່າ high, ຕາມເງື່ອນໄຂຂອງ Line 4.
- ຖ້າ i ໃຫຍ່ກວ່າ mid, ອົງປະກອບທີ່ຍັງເຫຼືອຕ້ອງຖືກເພີ່ມໃສ່ R ຈົນກ່ວາດັດຊະນີຂອງ j ເປັນ high.

2. ການສ້າງການຈັດລຽງແບບ Merge ທີ່ມີປະສິດທິພາບ

2.2. ລວມສອງລາຍການທີ່ຈັດລຽງແລ້ວເພື່ອປັບປຸງ merge sort

ຟັງຊັນ merge2() ຈັດລຽງອົງປະກອບຈາກຊ້າຍຫາຂວາຢູ່ໃນຊ່ວງ low ແລະ high ໂດຍອີງໃສ່ຄ່າ mid.

```

1 def merge2(S, low, mid, high):
2     R = []
3     i, j = low, mid + 1
4     while i <= mid and j <= high:
5         if S[i] < S[j]:
6             R.append(S[i]); i += 1
7         else:
8             R.append(S[j]); j += 1
9     if i > mid:
10        for k in range(j, high + 1):
11            R.append(S[j])
12    else:
13        for k in range(i, mid + 1):
14            R.append(S[i])
15    for k in range(len(R)):
16        S[low + k] = R[k]
```

Line 12~14

- ເມື່ອອອກຈາກ while-loop ຂອງ Line 3-8, i ຈະໃຫຍ່ກວ່າ mid ຫຼື j ຈະໃຫຍ່ກວ່າ high, ຂຶ້ນກັບເງື່ອນໄຂຂອງ Line 4.
- ຖ້າ i ບໍ່ໃຫຍ່ກວ່າ mid, ອົງປະກອບທີ່ຍັງເຫຼືອຕ້ອງຖືກເພີ່ມໃສ່ R ຈົນກ່ວາດັດຊະນີຂອງ i ເປັນ mid.

2. ການສ້າງການຈັດລຽງແບບ Merge ທີ່ມີປະສິດທິພາບ

2.2. ລວມສອງລາຍການທີ່ຈັດລຽງແລ້ວເພື່ອປັບປຸງການຈັດລຽງແບບ merge

ຟັງຊັນ merge2() ຈັດລຽງອົງປະກອບຈາກຊ້າຍຫາຂວາຢູ່ໃນຊ່ວງ low ແລະ high ໂດຍອີງໃສ່ຄ່າ mid.

```

1 def merge2(S, low, mid, high):
2     R = []
3     i, j = low, mid + 1
4     while i <= mid and j <= high:
5         if S[i] < S[j]:
6             R.append(S[i]); i += 1
7         else:
8             R.append(S[j]); j += 1
9     if i > mid:
10        for k in range(j, high + 1):
11            R.append(S[j])
12    else:
13        for k in range(i, mid + 1):
14            R.append(S[i])
15    for k in range(len(R)):
16        S[low + k] = R[k]
```

Line 15~16

- ໃນ Line 15, ເປັນການ Loop ເອົາຄ່າທີ່ເກັບໃນລາຍການ R ໄປເກັບໄວ້ໃນລາຍການ S ຄືເກົ່າ.
- ອົງປະກອບທັງຫມົດຈາກ low ຫາ high ຂອງ R ຖືກສຳເນົາໄປໃສ່ໄວ້ໃນລາຍການ S.

2. ການສ້າງການຈັດລຽງແບບ Merge ທີ່ມີປະສິດທິພາບ

2.3. Run ໂປຣແກຣມການເພີ່ມປະສິດທິພາບການຈັດລຽງແບບ merge

ເມື່ອຕົວຢ່າງທີ່ໃຊ້ກ່ອນໜ້ານັ້ນຖືກນຳໃຊ້ກັບຟັງຊັນ mergesort2(), ຈະມີຜົນໄດ້ຮັບດັ່ງຕໍ່ໄປນີ້.

```
1 S = [27, 10, 12, 20, 25, 13, 15, 22]
2 mergesort2(S, 0, len(S) - 1)
3 print(S)
```

```
[27, 10, 12, 20, 25, 13, 15, 22]
[27, 10, 12, 20, 25, 13, 15, 22]
[27, 10, 12, 20, 25, 13, 15, 22]
[10, 27, 12, 20, 25, 13, 15, 22]
[10, 12, 20, 27, 25, 13, 15, 22]
[10, 12, 20, 27, 25, 13, 15, 22]
[10, 12, 20, 27, 13, 25, 15, 22]
[10, 12, 13, 15, 20, 22, 25, 27]
```

Line 1~3

- S ທີ່ໄດ້ຮັບໂດຍ print(S) ແມ່ນພົມຢູ່ໃນ Line 3 ຂອງຟັງຊັນ mergesort2().
- ຜົນໄດ້ຮັບ S ຈາກ Line 3 ເປັນຜົນໄດ້ຮັບທີ່ມີການຈັດລຽງແລ້ວ ຫຼັງຈາກຟັງຊັນ mergesort2() ໄດ້ຖືກປະຕິບັດ.
- ສັງເກດວ່າຂະໜາດຂອງ S ບໍ່ປ່ຽນແປງ, ບໍ່ເໝືອນກັບຜົນໄດ້ຮັບຂອງຟັງຊັນ mergesort1().

| Pop quiz

Q1. ຟັງຊັນ merge2() ປະຕິບັດການໃນການຈັດລຽງຂໍ້ມູນລຸ່ມນີ້ຈັກຄັ້ງ?

```
1 S = [6, 2, 11, 7, 5, 4, 8, 16, 10, 3]
2 mergesort2(S, 0, len(S) - 1)
3 print(S)
```

```
1 S = [6, 2, 11, 7, 5, 4, 8, 16, 10, 3, 1, 12, 9]
2 mergesort2(S, 0, len(S) - 1)
3 print(S)
```

| Pair programming



Pair Programming Practice

ແນວທາງ, ກິນໄກ ແລະ ແຜນສຸກເສີນ

ການກະກຽມການສ້າງໂປຣແກຣມຮ່ວມກັນເປັນຄູ່ກ່ຽວຂ້ອງກັບການໃຫ້ຄໍາແນະນໍາແລະກິນໄກເພື່ອຊ່ວຍໃຫ້ນັກຮຽນຈັບຄູ່ຢ່າງຖືກຕ້ອງແລະ ໃຫ້ເຂົາເຈົ້າເຮັດວຽກເປັນຄູ່. ຕົວຢ່າງ, ນັກຮຽນຄວນປ່ຽນ "ເຮັດ." ການກະກຽມທີ່ມີປະສິດທິຜົນຕ້ອງໃຫ້ມີແຜນການສຸກເສີນໃນກໍລະນີທີ່ຄູ່ຮ່ວມງານຫນຶ່ງບໍ່ຢູ່ຫຼືຕັດສິນໃຈທີ່ຈະບໍ່ເຂົ້າຮ່ວມດ້ວຍເຫດຜົນໃດຫນຶ່ງ ຫຼືດ້ວຍເຫດຜົນອື່ນ. ໃນກໍລະນີເຫຼົ່ານີ້, ມັນເປັນສິ່ງສໍາຄັນທີ່ຈະເຮັດໃຫ້ມັນຊັດເຈນວ່ານັກຮຽນທີ່ມີປະຕິບັດໜ້າທີ່ຢ່າງຫ້າວຫັນຈະບໍ່ຖືກລົງໂທດຍ້ອນວ່າການຈັບຄູ່ບໍ່ໄດ້ຜິດ.

ການຈັບຄູ່ທີ່ຄ້າຍຄືກັນ, ບໍ່ຈໍາເປັນຕ້ອງເທົ່າທຽມກັນ, ຄວາມສາມາດເປັນຄູ່ຮ່ວມງານ

ການຂຽນໂປຣແກຣມຄູ່ຈະມີປະສິດທິພາບເມື່ອນັກຮຽນຕັ້ງໃຈຮ່ວມກັນເຮັດວຽກ, ຊຶ່ງວ່າບໍ່ຈໍາເປັນຕ້ອງມີຄວາມຮູ້ເທົ່າທຽມກັນ, ແຕ່ຕ້ອງມີຄວາມສາມາດເຮັດວຽກເປັນຄູ່ຮ່ວມງານ. ການຈັບຄູ່ນັກຮຽນທີ່ບໍ່ສາມາດເຂົ້າກັນໄດ້ມັກຈະເຮັດໃຫ້ການມີສ່ວນຮ່ວມທີ່ບໍ່ສົມດຸນກັນ. ຄູສອນຕ້ອງເນັ້ນຫນັກວ່າການຂຽນໂປຣແກຣມຄູ່ບໍ່ແມ່ນຍຸດທະສາດ “divide-and-conquer”, ແຕ່ຈະເປັນຄວາມພະຍາຍາມຮ່ວມມືເຮັດວຽກທີ່ແທ້ຈິງໃນທຸກໆດ້ານສໍາລັບໂຄງການທັງຫມົດ. ຄູຄວນຫຼີກເວັ້ນການຈັບຄູ່ນັກຮຽນທີ່ອ່ອນຫຼາຍກັບນັກຮຽນທີ່ເກັ່ງຫຼາຍ.

ກະຕຸ້ນນັກຮຽນໂດຍການໃຫ້ສິ່ງຈູງໃຈພິເສດ

ການສະເໜີແຮງຈູງໃຈພິເສດສາມາດຊ່ວຍກະຕຸ້ນນັກຮຽນໃຫ້ຈັບຄູ່. ໂດຍສະເພາະກັບນັກຮຽນທີ່ມີຄວາມສາມາດຫຼາຍ. ຈະເຫັນວ່າມັນເປັນປະໂຫຍດທີ່ຈະໃຫ້ນັກຮຽນຈັບຄູ່ເຮັດວຽກຮ່ວມກັນພຽງແຕ່ຫນຶ່ງຫຼືສອງວຽກເທົ່ານັ້ນ.



Pair Programming Practice

| ປ້ອງກັນການໂກງໃນການເຮັດວຽກຮ່ວມກັນ

ສິ່ງທ້າທາຍສໍາລັບຄູແມ່ນເພື່ອຊອກຫາວິທີທີ່ຈະປະເມີນຜົນໄດ້ຮັບຂອງບຸກຄົນ, ໃນຂະນະທີ່ນໍາໃຊ້ຜົນປະໂຫຍດຂອງການຮ່ວມມື. ຈະຮູ້ໄດ້ແນວໃດວ່າ ນັກຮຽນຕັ້ງໃຈເຮັດວຽກ ຫຼື ກິດແຮງງານຜູ້ຮ່ວມງານ? ຜູ້ຊ່ຽວຊານແນະນໍາໃຫ້ທົບທວນຄືນການອອກແບບຫຼັກສູດ ແລະ ການປະເມີນ ພ້ອມທັງປຶກສາຫາລື ຢ່າງຈະແຈ້ງ ແລະ ຊັດເຈນກ່ຽວກັບພຶດຕິກຳຂອງນັກຮຽນທີ່ຈະຖືກຕີຄວາມວ່າຂີ້ຕົວະ. ຜູ້ຊ່ຽວຊານເນັ້ນໜັກໃຫ້ຄູເຮັດການມອບໝາຍໃຫ້ມີຄວາມໝາຍຕໍ່ ນັກຮຽນ ແລະ ອະທິບາຍຄຸນຄ່າຂອງສິ່ງທີ່ນັກຮຽນຈະຮຽນຮູ້ໂດຍການເຮັດສໍາເລັດ.

| ສະພາບແວດລ້ອມການຮຽນຮູ້ໃນການຮ່ວມມື

ສະພາບແວດລ້ອມການຮຽນຮູ້ໃນຮ່ວມກັນເກີດຂຶ້ນໄດ້ທຸກເວລາທີ່ຜູ້ສອນຮຽກຮ້ອງໃຫ້ນັກຮຽນເຮັດວຽກຮ່ວມກັນໃນກິດຈະກຳການຮຽນຮູ້. ສະພາບແວດລ້ອມການຮຽນຮູ້ຮ່ວມກັນສາມາດມີສ່ວນຮ່ວມທັງກິດຈະກຳທີ່ເປັນທາງການ ແລະ ບໍ່ເປັນທາງການ ແລະ ອາດຈະບໍ່ລວມເຖິງການປະເມີນໂດຍກົງ. ຕົວຢ່າງ, ນັກສຶກສາຄູ່ເຮັດວຽກມອບໝາຍຮ່ວມກັນໃນການຂຽນໂປຣແກຣມ; ນັກສຶກສາກຸ່ມນ້ອຍໆສົນທະນາຄໍາຕອບທີ່ເປັນໄປໄດ້ຕໍ່ກັບຄໍາຖາມຂອງອາຈານໃນລະຫວ່າງການບັນຍາຍ; ແລະ ນັກຮຽນເຮັດວຽກຮ່ວມກັນນອກຫ້ອງຮຽນເພື່ອຮຽນຮູ້ແນວຄວາມຄິດໃໝ່. ການຮຽນຮູ້ການຮ່ວມມືແມ່ນແຕກຕ່າງຈາກໂຄງການທີ່ນັກຮຽນ “divide and conquer.” ເມື່ອນັກຮຽນແບ່ງວຽກກັນ, ແຕ່ລະຄົນຮັບຜິດຊອບພຽງແຕ່ສ່ວນໜຶ່ງຂອງການແກ້ໄຂບັນຫາ ແລະ ຈະບໍ່ຄ່ອຍມີບັນຫາຫຍັງໃນການເຮັດວຽກຮ່ວມກັບຄົນອື່ນໃນທີມ. ໃນສະພາບແວດລ້ອມການເຮັດວຽກຮ່ວມກັນ, ນັກຮຽນມີສ່ວນຮ່ວມໃນການສົນທະນາປຶກສາຫາລືເຊິ່ງກັນແລະກັນ.

Q1. ໃຫ້ N ລາຍການທີ່ຖືກຈັດລຽງແລ້ວ ເປັນຂໍ້ມູນທີ່ໃຊ້ຈັດລຽງ, ຈົ່ງຂຽນໂປຣແກຣມທີ່ລວມພວກມັນເຂົ້າໄປໃນລາຍການຈັດລຽງອັນໜຶ່ງ.

```
1 N = int(input("Input the number of list: "))
2 list_of_nums = []
3 for i in range(N):
4     nums = list(map(int, input("Input a list of numbers: ").split()))
5     print(nums)
6     list_of_nums.append(nums)
7 sorted = multiway_merge(list_of_nums)
8 print("Merged into : ", sorted)
```

```
Input the number of list: 3
Input a list of numbers: 1 5
[1, 5]
Input a list of numbers: 2 6
[2, 6]
Input a list of numbers: 3 4 7
[3, 4, 7]
Merged into : [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7]
```

