Задание V

Текст задания Определить, являются ли полем или кольцом векторы размерности 3 с элементами из R и с операциями поэлементного сложения и умножения. Проверить, существуют ли делители нуля.

Решение $(M, +, \times)$, $M \in \mathbb{R}^{1\times 3}$

$A = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$

1. $'+'$
   (a) $A + B = B + A$ - коммутативность(по свойствам векторов)
   (b) $A + (B + C) = (A + B) + C$ - ассоциативность(по свойствам векторов)
   (c) $e_+ = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \in M$
   (d) $A_+^{-1} = -A = \begin{pmatrix} -a \\ -b \\ -c \end{pmatrix}$
   (e) $A + B \in M$ - замкнутость
2. $'\cdot'$ (без e_+)
   (a) $A \cdot B \in M$ - замкнутость
   (b) $(A \cdot B) \cdot C = A \cdot (B \cdot C)$ - ассоциативность(св-ва векторов)
   (c) $e_\times = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \in M$
   (d) $A \cdot B = B \cdot A$ - коммутативность
   (e) $A_\times^{-1}$ вектора не $\exists$. $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ - не обратима
3. Дистрибутивность
   $a \cdot (b + c) = \begin{pmatrix} x_a \\ y_a \\ z_a \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_b + x_c \\ y_b + y_c \\ z_b + z_c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_a x_b + x_a x_c \\ y_a y_b + y_a y_c \\ z_a z_b + z_a z_c \end{pmatrix} = ab + ac$ - в силу коммутативности умножения достаточно одного тождества
4. Делители нуля
   $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = e_+$

Ответ: данная структура образует коммутативное кольцо с делителями нуля