

## Задание IV

### Текст задания

Код Хэмминга(4-7 код). Для слова а) определить соответствующее ему кодовое слово. Пусть при приеме каждого из слов б), в) возможно была допущена ошибка (не более чем в одной позиции). Определить наличие и положение ошибки. Какие слова были переданы? Какие слова были закодированны?

а) 1011

б) 0001011

в) 1100011

### Решение

#### а) I-й способ

$$M_{3 \times 7} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} a &= 1 \quad 0 \quad 1 \quad 1 \\ b &= b_1 \quad b_2 \quad 1 \quad b_4 \quad 0 \quad 1 \quad 1 \\ b_3 &= a_1 = 1 \\ b_5 &= a_2 = 0 \\ b_6 &= a_3 = 1 \\ b_7 &= a_4 = 1 \end{aligned}$$

$$bM^T = O \Rightarrow (b_1 \quad b_2 \quad 1 \quad b_4 \quad 0 \quad 1 \quad 1) \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} = O \Leftrightarrow \begin{cases} b_4 + b_5 + b_6 + b_7 = 0 \\ b_2 + b_3 + b_6 + b_7 = 0 \\ b_1 + b_3 + b_5 + b_7 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} b_4 + 0 + 1 + 1 = 0 \\ b_2 + 1 + 1 + 1 = 0 \\ b_1 + 1 + 0 + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b_4 = 0 \\ b_2 = 1 \\ b_1 = 0 \end{cases}$$

$$b = 0 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 1$$

**II-й способ**  $b = aC \Leftrightarrow (1 \quad 0 \quad 1 \quad 1) \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = (0 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 1)$

б)  $c = 0 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 1 \quad 1$

$$cM^T = (0 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 1 \quad 1) \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} = (1 \quad 0 \quad 1) - \text{ошибка в пятой позиции } b = 0 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 1$$

- кодовое слово

$a = 0 \quad 1 \quad 1 \quad 1$  - исходное сообщение

в)  $c = (1 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 1) \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} = (0 \quad 1 \quad 0) - \text{ошибка во второй позиции}$

$b = 1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 1$  - кодовое слово

$a = 0 \quad 0 \quad 1$  - исходное сообщение