अध्याय-3

वैद्युत विभव तथा विभवान्तर

वैद्युत विभव :-

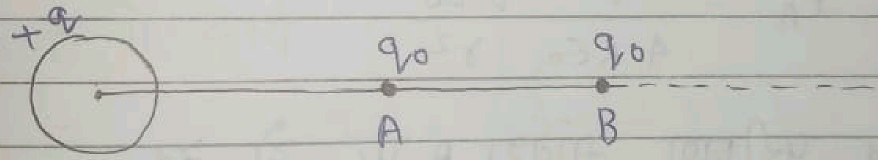
अनन्त से किसी एकांक परीक्षण आवेश को वैद्युत क्षेत्र तक लाने में किया गया कार्य वैद्युत विभव कहलाता है। यह अदिश राशि है।

$$\boxed{V = \frac{W}{q_0}}$$

मात्रक – जूल / कूलॉम या वोल्ट

विमीयसूत्र – $[ML^2T^{-3}A^{-1}]$

वैद्युत विभवान्तर :-



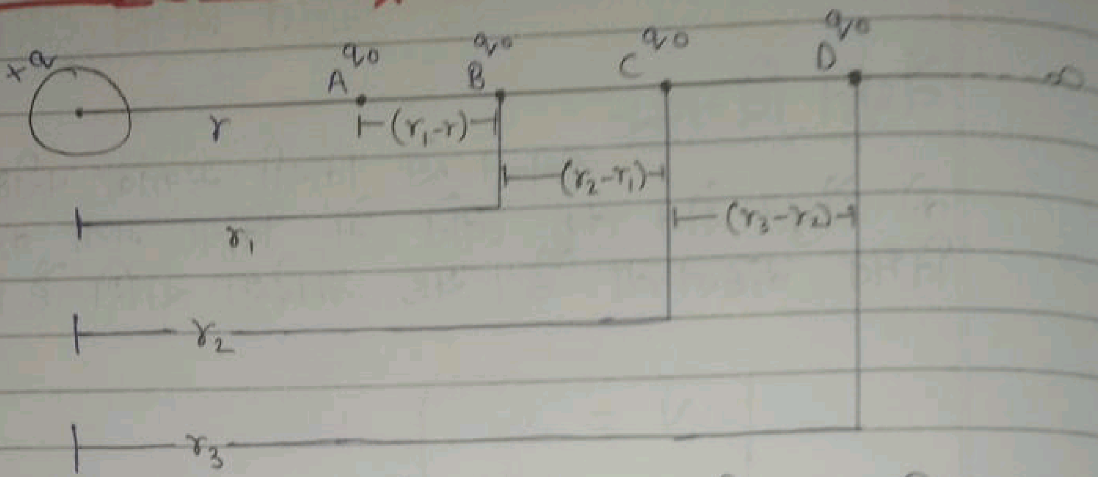
किसी बाह्य कर्ता द्वारा एकांक धन परीक्षण आवेश को वैद्युत क्षेत्र के अन्तर्गत एक बिन्दु से दूसरे बिन्दु तक ले जाने में किया गया कार्य वैद्युत विभवान्तर कहलाता है।

$$V_A - V_B = \frac{W}{q_0}$$

मात्रक – वोल्ट

विमीय सूत्र – $[ML^2T^{-3}A^{-1}]$

किसी बिन्दु आवेश के कारण उत्पन्न वैद्युत विभव :-



माना बिन्दु आवेश $+q$ के कारण r दूरी पर बिन्दु A पर उत्पन्न वैद्युत विभव की गणना करना है, जिसके लिए किसी परीक्षण आवेश q_0 को बिन्दु A से अनन्त तक ले जाने में किए गये कार्य की गणना करेंगे।

जब परीक्षण आवेश A पर हो, तब q व q_0 के मध्य बल-

$$F_A = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q q_0}{r^2}$$

जब परीक्षण आवेश B पर हो, तब -

$$F_B = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q q_0}{r_1^2}$$

तब A व B के मध्य कार्य करने वाला औसत बल-

$$F_{AB} = \sqrt{F_A \times F_B}$$

$$F_{AB} = \sqrt{\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q q_0}{r^2} \cdot \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q q_0}{r_1^2}}$$

या $$F_{AB} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{qq_0}{rr_1}$$

तब A से B तक परीक्षण आवेश को ले जाने में किया गया कार्य

$$W_{AB} = F_{AB} \cdot (r_1 - r)$$

$$W_{AB} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{qq_0}{rr_1}(r_1 - r)$$

$$W_{AB} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} qq_0 \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_1}\right)$$

इसी प्रकार $B \to C$ में कृत कार्य

$$W_{BC} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} qq_0 \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$$

$C \longrightarrow D$ में कार्य

$$W_{CD} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} qq_0 \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_3}\right)$$

तब ∞ तक ले जाने में किया सम्पूर्ण कार्य-

$$W = W_{AB} + W_{BC} + W_{CD} + \ldots + W_\infty$$

$$W = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} qq_0 \left[\frac{1}{r} - \cancel{\frac{1}{r_1}} + \cancel{\frac{1}{r_1}} - \cancel{\frac{1}{r_2}} + \cancel{\frac{1}{r_2}} - \cancel{\frac{1}{r_3}} + \cancel{\frac{1}{r_3}} - \ldots - \frac{1}{\infty}\right]$$

$$W = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{qq_0}{r}$$

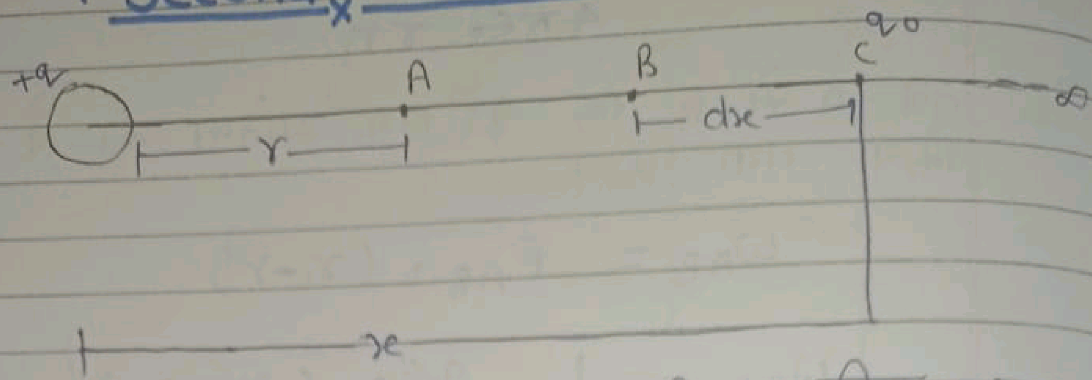
तब A पर विभव

$$V = \frac{W}{q_0}$$

$$\rightarrow V = \frac{\frac{1}{4\pi\epsilon_0} qq_0 / r}{q_0}$$

$$\boxed{V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r}}$$

Second Method



माना बिन्दु आवेश $+q$ के कारण r दूरी पर बिन्दु A पर उत्पन्न वैद्युत विभव की गणना करना है। जिसके लिए परीक्षण आवेश q_0 को अनन्त से वैद्युत क्षेत्र तक लाने में किये गये कार्य की गणना करेंगे।

तब परीक्षण आवेश q_0 को C से B तक अल्प दूरी dx विस्थापित करने में कृत कार्य।

$$dw = F\cdot(dx)$$

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{qq_0}{x^2}$$

$$dw = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{qq_0}{x}(-dx)$$

$$dw = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{qq_0}{x^2}\cdot(dx)$$

तब A तक लाने में किया गया कार्य

$$\int dw = \int_{\infty}^{r} -\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{qq_0}{x^2}\cdot dx$$

Date:
Page:

$$W = \frac{-1}{4\pi\epsilon_0} q q_0 \int_{\infty}^{r} \frac{1}{x^2} dx$$

$$W = \frac{-1}{4\pi\epsilon_0} q q_0 \int_{\infty}^{r} (x^{-2}) dx$$

$$W = \frac{-1}{4\pi\epsilon_0} q q_0 \left[\frac{x^{-2+1}}{-2+1}\right]_{\infty}^{r}$$

$$W = \frac{-1}{4\pi\epsilon_0} q q_0 \left[\frac{x^{-1}}{-1}\right]_{\infty}^{r}$$

$$\Rightarrow W = \frac{-1}{4\pi\epsilon_0} q q_0 \left[\frac{-1}{r} + \frac{1}{\infty}\right]$$

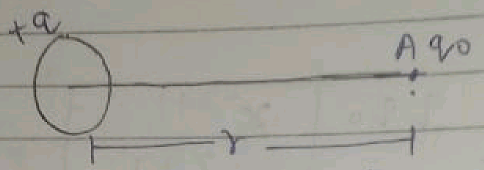
$$W = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q q_0}{r}$$

तब - $V = \frac{W}{q_0}$

$$V = \frac{\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q q_0}{r}}{q_0}$$

$$\boxed{V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r}}$$

वैद्युत स्थितिज ऊर्जा:- दो या दो से अधिक आवेशों को परस्पर समीप लाने या दूर ले जाने में किया गया कार्य निकाय की वैद्युत स्थितिज ऊर्जा कहलाती है।



माना बिन्दु आवेश +q से r दूरी पर परीक्षण आवेश q_0 के लिए लाया गया तब परीक्षण आवेश लाने में किया गया कार्य –

कार्य. $W = V \cdot q_0$

जबकि +q के कारण A पर उत्पन्न विभव

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r}$$

तब- कार्य- $W = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r} \cdot q_0$

या

स्थितिज ऊर्जा-

$$\boxed{U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q q_0}{r}}$$

सम विभव पृष्ठ :-

किसी वैद्युत क्षेत्र में खींचा गया ऐसा पृष्ठ जिसके समस्त बिन्दुओं पर वैद्युत विभव समान हो, सम विभव पृष्ठ कहलाता है।

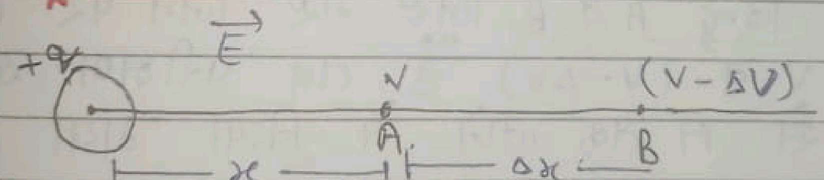
या

किसी वैद्युत क्षेत्र में खींचा गया ऐसा पृष्ठ जिसके बिन्दुओं के मध्य उत्पन्न विभवान्तर शून्य हो सम विभव पृष्ठ कहलाता है।

अथवा

किसी वैद्युत क्षेत्र में स्थित ऐसा पृष्ठ जिसमें परीक्षण आवेश को एक बिन्दु से दूसरे बिन्दु तक ले जाने में किया गया कार्य शून्य हो, सम विभव पृष्ठ कहलाता है।

विभव प्रवणता :-



वैद्युत क्षेत्र के अन्तर्गत क्षेत्र की दिशा में दूरी के साथ विभव परिवर्तन की दर को विभव प्रवणता कहते हैं।

$$\text{विभव प्रवणता} = \frac{\text{विभव परिवर्तन}}{\text{दूरी परिवर्तन}}$$

$$\boxed{\text{विभव प्रवणता} = \frac{V_A - V_B}{\Delta x}}$$

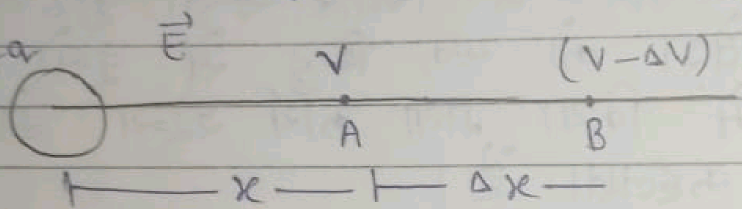
$$= \frac{V - V + \Delta V}{\Delta x}$$

$$\boxed{\text{विभव प्रवणता} = \frac{\Delta V}{\Delta x}}$$

मात्रक – वोल्ट / मी॰
विमा – $[MLT^{-3}A^{-1}]$

V.Most.

वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता व विभव प्रवणता में सम्बन्ध



माना बिन्दु आवेश +q से x तथा $(x+\Delta x)$ दूरी पर दो बिन्दु A व B लिए गए जिन पर विभव क्रमशः V व $(V-\Delta V)$ है, तब परीक्षण आवेश q_0 को B से A तक लाने में किया गया कार्य-

$$W = F\cdot(-\Delta x)$$

जबकि $F = Eq_0$

तब $W = Eq_0\cdot(-\Delta x)$

$$\frac{W}{q_0} = E(-\Delta x)$$

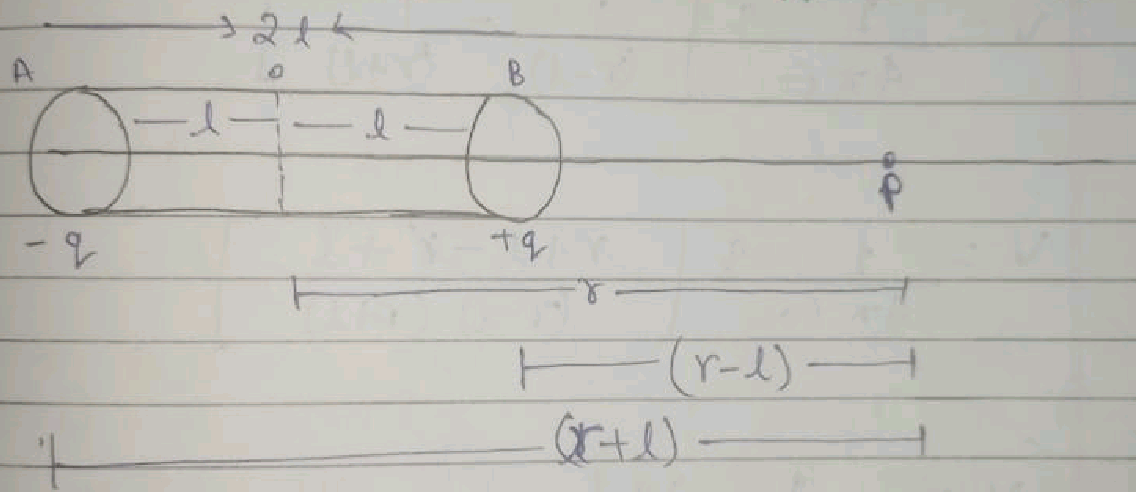
जबकि $\frac{\omega}{q_0} = \Delta V$

तब- $\Delta V = E(-\Delta x)$

तब -

$$\boxed{E = \frac{-\Delta V}{\Delta x}}$$

वैद्युत द्विध्रुव की अक्षीय स्थिति में उत्पन्न वैद्युत विभव



माना A B एक वैद्युत द्विध्रुव लिया जिसके मध्य बिन्दु O से r दूरी पर बिन्दु P पर उत्पन्न वैद्युत विभव की गणना करना। तब-

+q आवेश के कारण P पर विभव

$$V_B = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{(r-l)} \quad \text{—— (1)}$$

-q आवेश के कारण P पर विभव.

$$V_A = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{-q}{(r+l)}$$

या

$$V_A = \frac{-1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{(r+l)} \quad \text{——— (ii)}$$

तब सम्पूर्ण द्विध्रुव के कारण P पर विभव

$$V = V_A + V_B$$

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{(r-l)} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{(r+l)}$$

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} q \left[\frac{1}{(r-l)} - \frac{1}{(r+l)}\right]$$

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} q \left[\frac{\cancel{r}+l-\cancel{r}+l}{(r-l)(r+l)}\right]$$

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{2ql}{(r^2-l^2)}$$

$l << r$ तब $l^2 <<< r^2$

तब -

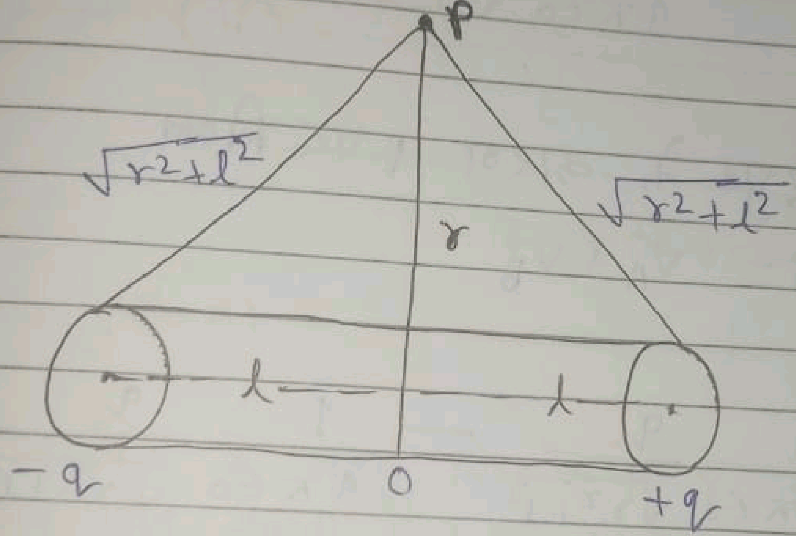
$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{2ql}{r^2}$$

जबकि - $2ql = P$

तब -

$$\boxed{V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{P}{r^2}}$$

वैद्युत द्विध्रुव की निरक्षीय स्थिति में उत्पन्न वैद्युत विभव :-



माना A B एक वैद्युत द्विध्रुव लिया जिसकी निरक्षीय स्थिति में मध्यबिन्दु O से r दूरी पर बिन्दु P पर उत्पन्न वैद्युत विभव की गणना करना है। तब

+q के कारण P पर विभव -

$$V_A = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{AP}$$

जबकि $AP = BP = \sqrt{r^2+l^2}$

$$V_A = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{\sqrt{r^2+l^2}} \quad \text{—— (i)}$$

$-q$ के कारण P पर विभव -

$$V_B = \frac{-1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{BP}$$

या

$$V_B = \frac{-1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{\sqrt{r^2+l^2}}$$

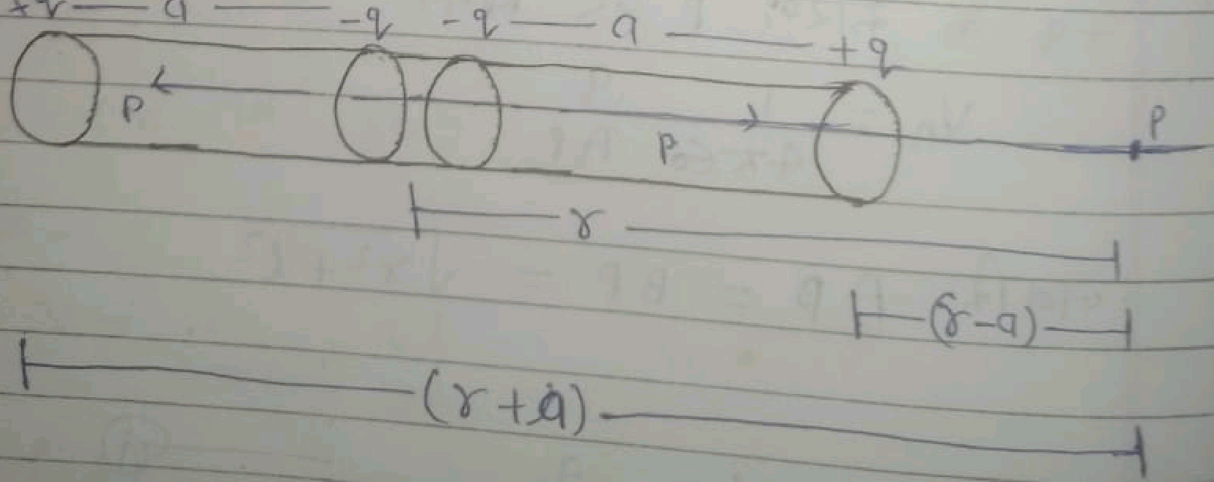
तब द्विध्रुव के कारण P पर विभव

$$V = V_A + V_B$$

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{\sqrt{r^2+l^2}} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{\sqrt{r^2+l^2}}$$

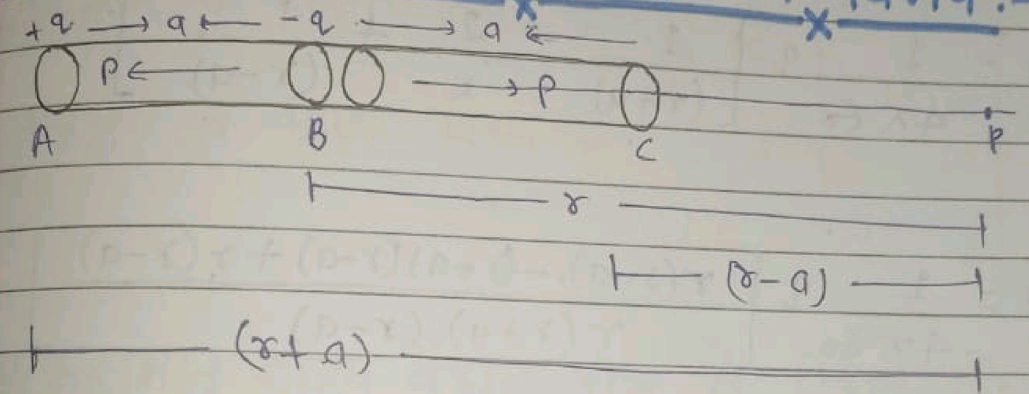
$$\boxed{V = 0}$$

चर्तुध्रुवी :-



यह एक ऐसी युक्ति या निकाय है, जिसमें समान लम्बाई के दो द्विध्रुव इस प्रकार परस्पर समीप रखे जाते है, कि उनके द्विध्रुव आघूर्ण एक-दूसरे के विपरीत हो। चर्तुध्रुवी कहलाता है।

चतुर्ध्रुवी की अक्षीय स्थिति में विभव :-



माना चतुर्ध्रुवीय के मध्य बिन्दु B से r दूरी पर बिन्दु P पर विभव ज्ञात करना है। तब बिन्दु C पर +q आवेश के कारण P पर विभव.

$$V_C = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{(r-a)}$$

बिन्दु B (-2q) के कारण P पर विभव-

$$V_B = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{-2q}{r}$$

या- $$V_B = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{2q}{r}$$

बिन्दु आवेश A (+q) के कारण P पर विभव -

$$V_A = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{(r+a)}$$

तब - P पर परिणामी विभव -

$$V = V_A + V_B + V_C$$

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{(r+a)} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{2q}{r} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{(r-a)}$$

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} q\left[\frac{1}{(r+a)} - \frac{2}{r} + \frac{1}{(r-a)}\right]$$

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} q\left[\frac{r(r-a) - (r+a)(r-a) + r(r-a)}{r(r+a)(r-a)}\right]$$

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} q\left[\frac{\cancel{r^2} - \cancel{ar} - \cancel{2r^2} + 2a^2 + \cancel{r^2} + \cancel{ar}}{r(r^2+a^2)}\right]$$

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} q\left[\frac{2a^2}{r(r^2+a^2)}\right]$$

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{2a^2 q}{r(r^2+a^2)}$$

$a << r$, तो $a^2 <<< r^2$

तब

$$\boxed{V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{2a^2 q}{r^3}}$$

या- $\boxed{V \propto \frac{1}{r^3}}$

Note-

एकल ध्रुव के कारण विभव - $V \propto \frac{1}{r}$

द्विध्रुव के कारण विभव - $V \propto \frac{1}{r^2}$

चतुर्ध्रुव के कारण विभव - $V \propto \frac{1}{r^3}$

एकसमान बाह्य वैद्युत क्षेत्र में द्विध्रुव को घुमाने में किया गया कार्य :-

माना एक समान बाह्य वैद्युत क्षेत्र E में वैद्युत द्विध्रुव क्षेत्र से θ_0 कोण पर रखा गया है, तब इस पर बलयुग्म कार्य करेगा, जो प्रारम्भिक स्थिति में लाने का प्रयत्न करता है। तब-

बल युग्म का आघूर्ण $\tau = PE\sin\theta$

तब अल्प कोणीय विस्थापन $d\theta$ घुमाने में कृत कार्य-

$$dW = \tau \times d\theta$$

$$dW = PE\sin\theta \cdot d\theta$$

तब θ कोण तक विस्थापित करने में किया गया कुल कार्य -

$$\int dW = \int_{\theta_0}^{\theta} PE\sin\theta \, d\theta$$

$$W = PE\int_{\theta_0}^{\theta} \sin\theta \cdot d\theta$$

सूत्र- $\left[\int \sin\theta \, d\theta = -\cos\theta\right]$

$$W = PE\left[-\cos\theta\right]_{\theta_0}^{\theta}$$

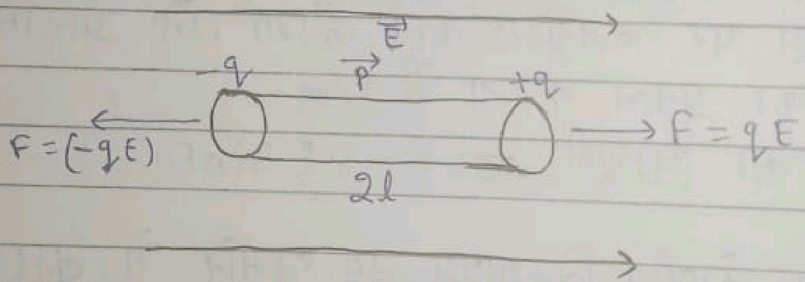
$$W = PE\left[\cos\theta_0 - \cos\theta\right]$$

प्रारम्भ में $\theta_0 = 0^\circ$

तब - $W = PE\left[\cos 0^\circ - \cos\theta\right]$

$$\boxed{W = PE\left[1 - \cos\theta\right]}$$

वैद्युत द्विध्रुव की स्थितिज ऊर्जा:-



किसी वैद्युत द्विध्रुव को अनन्त से एकसमान बाह्य वैद्युत क्षेत्र में इस प्रकार लाया जाए कि, वैद्युत द्विध्रुव आघूर्ण की दिशा वैद्युत क्षेत्र की दिशा के समान्तर हो, तब किया गया कार्य वैद्युत स्थितिज ऊर्जा कहलाती है। $-q, +q$ से $2l$ दूरी क्षेत्र के अन्तर्गत तय करेगा

तब -

कुल कार्य-

$$U_0 = F \times 2l$$

$$U_0 = -qE \times 2l$$

$U_0 = -2qlE$

$\boxed{U_0 = -PE}$ स्थायी अवस्था में ऊर्जा

अध्याय-4 वैद्युत धारिता तथा परावैद्युतांक

चालक - ऐसे पदार्थ जिसमे आवेश का प्रवाह आसानी से हो, चालक कहलाते है। लगभग सभी धातुएँ चालक कहलाती है।

अचालक- वे पदार्थ जिसमें आवेश का प्रवाह न हो, अचालक कहलाता है। जैसे- कागज, शुष्क वायु, लकड़ी आदि।

वैद्युत धारिता (Electric capacity):-

यह किसी चालक का वह गुण है, जो चालक में संचित आवेश की मात्रा को प्रदर्शित करता है।

जब किसी चालक को आवेशित किया जाता है, तब उसके संगत विभव में वृद्धि हो जाती है, अर्थात -

$$q \propto V$$

या

$$q = CV$$

जहाँ C नियतांक है, जिसे चालक की वैद्युत धारिता कहते है।

तब -

$$\boxed{C = \frac{q}{V}}$$

अतः किसी चालक की वैद्युत धारिता चालक को दिए गए आवेश तथा उसके संगत विभव में होने वाली वृद्धि के अनुपात के बराबर होती है।

मात्रक = कूलाम / वोल्ट या फैरड

विमा $= \dfrac{AT \times AT}{ML^2T^{-2}} \Rightarrow \dfrac{A^2T^2}{ML^2T^{-2}}$

विमा $= [M^{-1}L^{-2}T^{4}A^{2}]$

एक फैरड :-

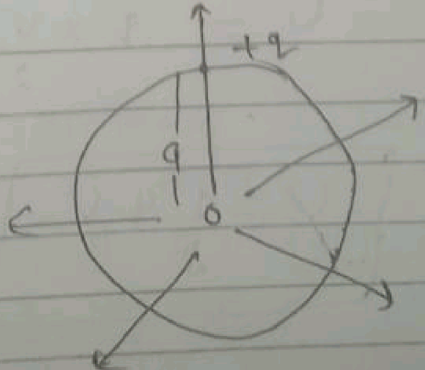
किसी चालक 1 कूलाम आवेश देने पर यदि उसके विभव में 1 वोल्ट की वृद्धि हो, तब चालक की धारिता 1 फैरड कहलाती है।

विलगित गोलीय चालक की धारिता :-

ऐसा चालक जिसके समीप कोई अन्य चालक स्थित न हो, बिलगित चालक कहलाता है।

माना a त्रिज्या का एक बिलगित गोलीय चालक लिया, जिसे q कूलाम आवेश से आवेशित किया गया, तब उसके पृष्ठ पर उत्पन्न विभव -

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{a}$$



तब धारिता

$$C = \frac{q}{V}$$

$$C = \frac{q}{\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{a}}$$

$$\boxed{C = 4\pi\epsilon_0 a}$$

यदि चालक परावैद्युत माध्यम में रखा हो - तब -

$$\boxed{C = 4\pi\epsilon_0 k \cdot a}$$

किसी चालक की संचित ऊर्जा :-

किसी चालक को आवेशित करने में किया गया कार्य चालक की संचित ऊर्जा कहलाती है।

माना किसी चालक को q कूलाम आवेश तक आवेशित किया गया तब उसका विभव शून्य से बढ़कर V वोल्ट हो जाता है, तब -

औसत विभव $= \frac{0+V}{2} = \frac{V}{2}$

तब कृत कार्य या संचित ऊर्जा -

$$U = q \times \frac{V}{2}$$

$$\boxed{U = \frac{1}{2} q V}$$

जबकि $q = CV$

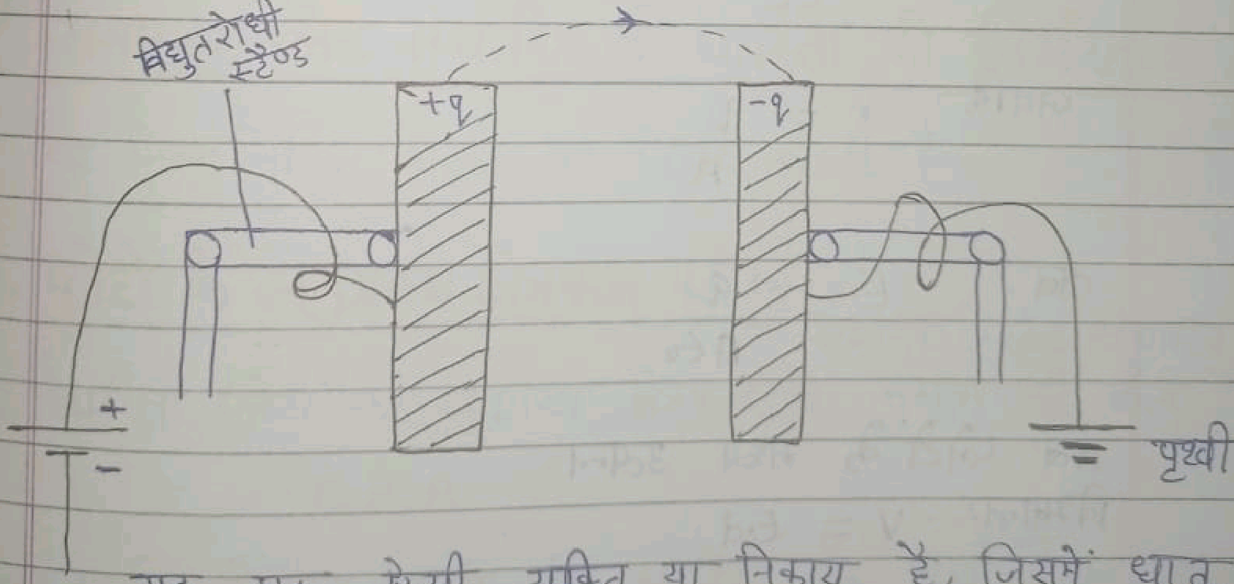
तब- $\boxed{U = \frac{1}{2} CV^2}$

संधारित्र :-

यह एक ऐसी युक्ति या निकाय है, जिसके आकार को बिना परिवर्तित किए आवेश की अधिक से अधिक मात्रा को संचित किया जा सके संधारित्र कहलाता है।

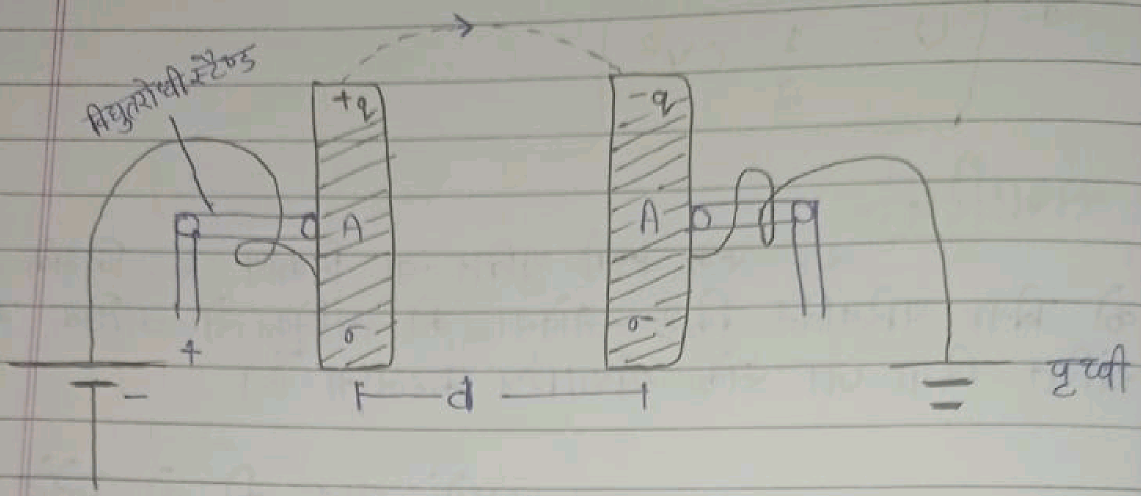
इसमें धातु की दो प्लेटे परस्पर अल्प दूरी पर रखी होती है, जिसमें से एक प्लेट का सम्बन्ध विद्युत स्त्रोत के धन ध्रुव से जबकि दूसरी प्लेट भू-समर्पित होती है।

समान्तर प्लेट संधारित्र :-



यह एक ऐसी युक्ति या निकाय है, जिसमें धातु की दो प्लेटें विद्युतरोधी स्टैण्डो की सहायता से परस्पर समान्तर तथा अल्प दूरी पर रखी होती है। जिसमें से एक प्लेट का सम्बन्ध विद्युत स्त्रोत के धन ध्रुव से जबकि दूसरी प्लेट का सम्बन्ध पृथ्वी से होता है।

समान्तर प्लेट संधारित्र की धारिता :-



माना एक समान्तर प्लेट संधारित्र लिया जिसकी प्रत्येक प्लेट का अनुप्रस्थ क्षेत्रफल A तथा प्लेटों के बीच की दूरी d है, तथा प्लेटों का आवेश पृष्ठ घनत्व σ है। तब प्लेटों के मध्य उत्पन्न वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता -

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

जबकि $\sigma = \frac{q}{A}$

तब - $E = \frac{q}{A\epsilon_0}$

तब प्लेटों के मध्य उत्पन्न विभवान्तर · $V = E \cdot d$

तब - $V = \frac{q}{A\epsilon_0} d$

तब संधारित्र की धारिता-

$$C = \frac{q}{V} \text{ से}$$

$$C = \frac{q}{\frac{qd}{A\epsilon_0}}$$

$$\boxed{C = \frac{A\epsilon_0}{d}}$$ (निर्वात या वायु में)

जब प्लेटो के मध्य परावैद्युत पदार्थ भरा हो, जिसका परावैद्युतांक K हो, तब-

$$\boxed{C = \frac{A\epsilon_0 K}{d}}$$

V.Imp. समान्तर प्लेट संधारित्र की धारिता की निर्भरता :-

यह निम्नलिखित कारकों पर निर्भर करती है-

(i). प्लेटों के अनुप्रस्थ क्षेत्रफल पर :- समान्तर प्लेट संधारित्र की धारिता प्लेटों के अनुप्रस्थ क्षेत्रफल के समानुपाती होती है।

$$C \propto A$$

अर्थात क्षेत्रफल बढ़ने पर धारिता बढ़ जाती है।

(ii). परावैद्युतांक पर :- समान्तर प्लेट संधारित्र की धारिता परावैद्युतांक के समानुपाती होती है।

$$C \propto K$$

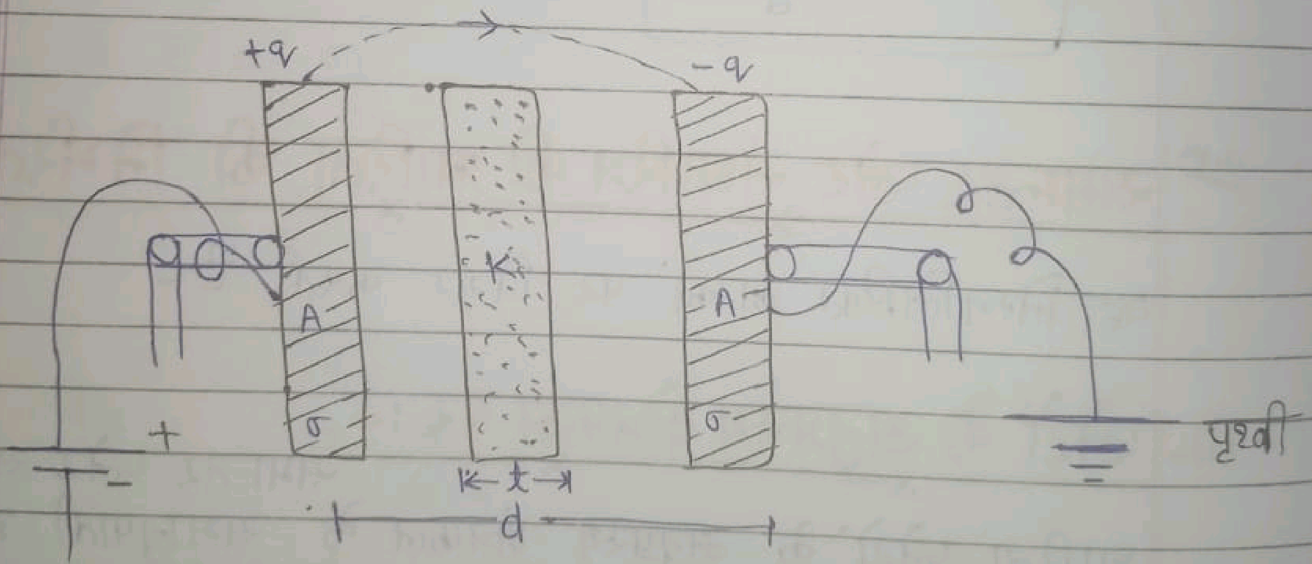
अर्थात परावैद्युत पदार्थ भरने पर धारिता बढ़ जाती है।

प्लेटों के बीच की दूरी पर :- संधारित्र की धारित प्लेटों के बीच की दूरी के व्युत्क्रमानुपाती होती है।

$$C \propto \frac{1}{d}$$

अर्थात प्लेटों के बीच की दूरी बढ़ा देने पर धारिता घट जाती है।

समान्तर प्लेट संधारित्र की धारिता जब प्लेटों के मध्य आंशिक रूप से परावैद्युत पदार्थ भरा हो :-



माना एक समान्तर प्लेट संधारित्र लिया जिसकी प्रत्येक प्लेट का क्षेत्रफल A, आवेश पृष्ठ घनत्व σ तथा प्लेटों के बीच की दूरी d है, तथा प्लेटों के मध्य t मोटाई की तथा K परावैद्युतांक की पट्टी रखी है। तब-

वायु में उत्पन्न वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता

$$E_0 = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

तब वायु में विभव

$$V_0 = E_0(d-t)$$

$$V_0 = \frac{\sigma}{\epsilon_0}(d-t)$$

माध्यम में तीव्रता.

$$E' = \frac{\sigma}{K\epsilon_0}$$

तब माध्यम में विभव $V' = E't$

$$V' = \frac{\sigma}{K\epsilon_0} \cdot t$$

तब प्लेटों के मध्य परिणामी विभवान्तर -

$$V = V_0 + V_1$$

$$V = \frac{\sigma}{\epsilon_0}(d-t) + \frac{\sigma}{K\epsilon_0} t$$

$$V = \frac{\sigma}{\epsilon_0}\left[d - t + \frac{t}{K}\right]$$

जबकि $\sigma = \frac{q}{A}$

तब - $V = \frac{q}{A\epsilon_0}\left[d - t + \frac{t}{K}\right]$

तब धारिता =

$$C = \frac{q}{V}$$

$$C = \frac{q}{\frac{q}{A\epsilon_0}\left[d - t + \frac{t}{K}\right]}$$

$$\boxed{C = \frac{A\epsilon_0}{d - t + \frac{t}{K}}}$$

(i) जब ~~प्लेटों~~ प्लेटों के मध्य वायु या निर्वात हो :-

वायु का परावैद्युतांक $K = 1$

$$C = \frac{A\epsilon_0}{d - t + \frac{t}{K}}$$

$$\boxed{C = \frac{A\epsilon_0}{d}}$$

(ii) जब प्लेटों के मध्य K परावैद्युतांक का परावैद्युत भरा हो :-

$$t = d$$

$$C = \frac{A\epsilon_0}{d - d + \frac{d}{K}}$$

$$\boxed{C = \frac{KA\epsilon_0}{d}}$$

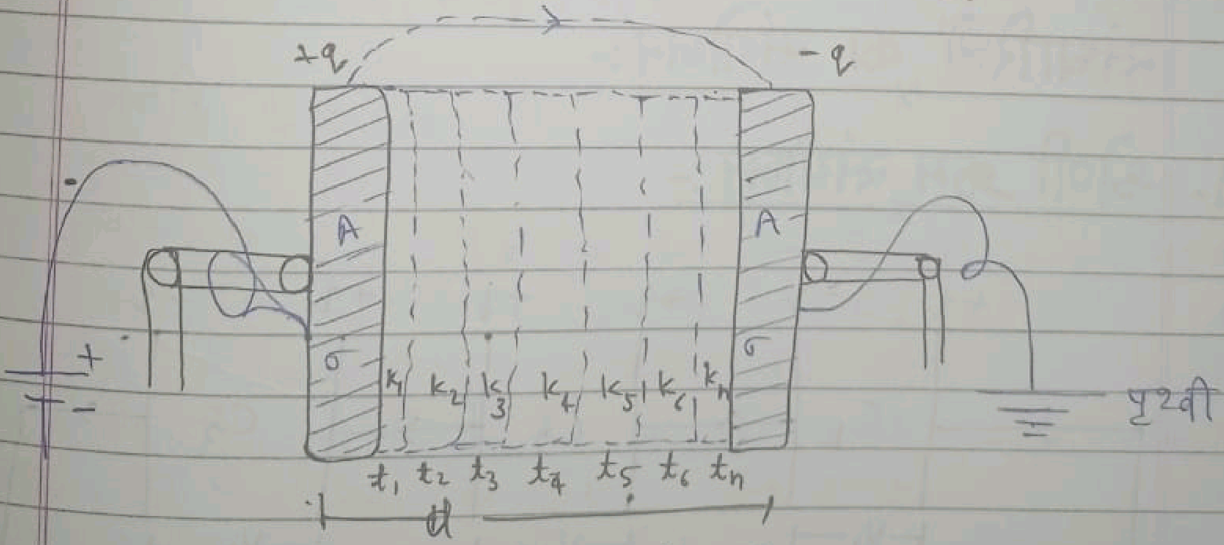
(iii)- जब t मोटाई की धातु की प्लेट रखी हो:-

धातु का परावैद्युतांक $K = \infty$

$$C = \frac{A\epsilon_0}{d - t + \frac{t}{K}} \Rightarrow \frac{A\epsilon_0}{d - t + \frac{t}{\infty}}$$

$$\boxed{C = \frac{A\epsilon_0}{d - t}}$$

(iv)- जब संधारित्र की प्लेटों के मध्य भिन्न-2 मोटाई तथा भिन्न-2 परावैद्युतांक की प्लेटे रखी हैं, तब धारिता:-



माना n प्लेटे जिनके परावैद्युतांक $K_1, K_2, K_3, - - -, K_n$ तथा मोटाइयाँ क्रमशः $t_1, t_2, t_3, - - -, t_n$ हैं, किसी संधारित्र की प्लेटों के मध्य रखी है, तब-

धारिता-

$$C = \frac{A\epsilon_0}{d - t + \frac{t}{k}}$$

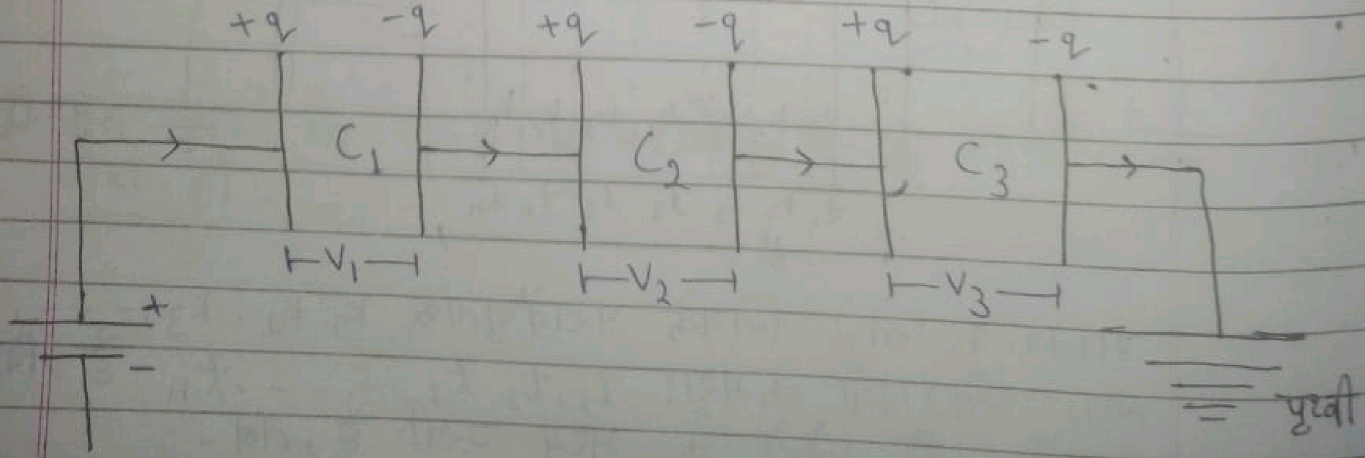
$$C = \frac{A\epsilon_0}{d - (t_1 + t_2 + t_3 + \dots + t_n) + \frac{t_1}{k_1} + \frac{t_2}{k_2} + \frac{t_3}{k_3} + \dots + \frac{t_n}{k_n}}$$

$$C = \frac{A\epsilon_0}{d - d + \frac{t_1}{k_1} + \frac{t_2}{k_2} + \frac{t_3}{k_3} + \dots + \frac{t_n}{k_n}}$$

$$\boxed{C = \frac{A\epsilon_0}{\frac{t_1}{k_1} + \frac{t_2}{k_2} + \frac{t_3}{k_3} + \dots + \frac{t_n}{k_n}}}$$

संधारित्रों का संयोजन :-

1. श्रेणी क्रम संयोजन :-



श्रेणी क्रम संयोजन में प्रथम संधारित्र की प्रथम प्लेट विद्युत स्त्रोत के धन ध्रुव से जुड़ी होती है, जबकि दूसरी प्लेट दूसरे संधारित्र की प्रथम प्लेट से जुड़ी होती है। यह क्रम लगातार चलता रहता है। अन्त में अन्तिम संधारित्र की दूसरी प्लेट पृथ्वी या विद्युत स्त्रोत के ऋण ध्रुव से जुड़ी होती है।

श्रेणीक्रम संयोजन में संधारित्र की प्लेटो पर आवेश समान परन्तु प्लेटों के मध्य विभवान्तर अलग-अलग होता है।

तुल्य धारिता :-

माना n संधारित्र श्रेणी क्रम में जुड़े हैं, जिनकी धारिताएँ क्रमशः $C_1, C_2, C_3, ----, C_n$ तथा प्लेटों के मध्य उत्पन्न विभवान्तर $V_1, V_2, V_3, ----, V_n$ हैं। तथा प्रत्येक संधारित्र की प्लेटों पर q आवेश है, तब -

परिणामी विभवान्तर -

$$V = V_1 + V_2 + V_3 + ---- + V_n$$

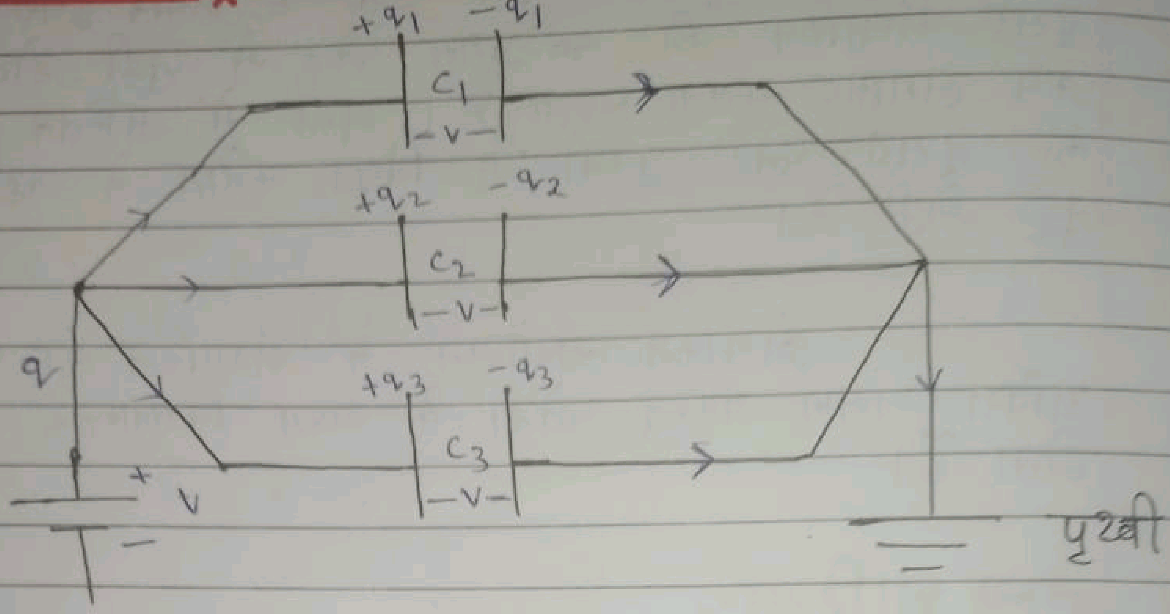
जबकि $q = CV$ से $V = \frac{q}{C}$

तब - $$\frac{q}{C} = \frac{q}{C_1} + \frac{q}{C_2} + \frac{q}{C_3} + --- + \frac{q}{C_n}$$

$$\frac{q}{C} = q\left[\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + --- + \frac{1}{C_n}\right]$$

$$\boxed{\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + ---- + \frac{1}{C_n}}$$

2. समान्तर क्रम संयोजन :-



समान्तर क्रम संयोजन में प्रत्येक संधारित्र की प्रथम प्लेट विद्युत स्त्रोत के धन ध्रुव से जुड़ी होती है, जबकि दूसरी प्लेटें पृथ्वी या ऋण ध्रुव से जुड़ी होती है।

समान्तर क्रम संयोजन में प्लेटों के मध्य उत्पन्न विभवान्तर समान परन्तु आवेश अलग-2 होता है।

तुल्य धारिता:-

माना n संधारित्र समान्तर क्रम में जुड़े है, जिनकी धारिताएँ $C_1, C_2, C_3, ------, C_n$ तथा प्लेटों के मध्य उत्पन्न विभवान्तर V व प्लेटों पर आवेश क्रमशः $q_1, q_2, q_3, -----, q_n$ है। तब -

कुल आवेश -

$$q = q_1 + q_2 + q_3 + ------ + q_n$$

जबकि $q = CV$ से

$$CV = C_1V + C_2V + C_3V + \cdots + C_nV$$

$$CV = V(C_1 + C_2 + C_3 + \cdots + C_n)$$

$$\boxed{C = C_1 + C_2 + C_3 + \cdots + C_n}$$

समान्तर प्लेट संधारित्र की प्लेटों के मध्य ऊर्जा घनत्व:-

ऊर्जा घनत्व $= \dfrac{\text{कुल ऊर्जा}}{\text{संधारित्र का आयतन}}$

$$\bar{U} = \frac{\frac{1}{2} C V^2}{A \times d}$$

जबकि $V = E \cdot d$

तब - $$\bar{U} = \frac{\frac{1}{2} C E^2 d^2}{A \times d}$$

$$\bar{U} = \frac{\frac{1}{2} C E^2 d}{A}$$

जबकि - $C = \dfrac{A \epsilon_0}{d}$

तब -

$$\bar{U} = \frac{\frac{1}{2} \frac{A \epsilon_0}{d} E^2 d}{A}$$

$$\boxed{\bar{U} = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2}$$

माध्यम का परावैद्युतांक = K

$$\boxed{U = \frac{1}{2}\epsilon_0 K E^2}$$

1931
से

*संधारित्र की प्लेटों के मध्य वैद्युत बल :-

संधारित्र को आवेशित करने में कार्य करना पड़ता है। यह कार्य ऊर्जा के रूप में संचित होता है =

$$U = \frac{1}{2} C V^2$$

जबकि.

$$U = W \quad \text{——— (i)}$$

$$U = F \times d$$

तब समी॰ (i) से.

$$U = F \times d$$

$$\frac{1}{2} C V^2 = F \times d$$

$$F = \frac{\frac{1}{2} C V^2}{d}$$

ों से

जबकि $C = \frac{A \epsilon_0}{d}$

तब- $F = \frac{\frac{1}{2} \frac{A \epsilon_0}{d} V^2}{d}$

$$f = \frac{1}{2}\frac{A\epsilon_0 V^2}{d^2}$$

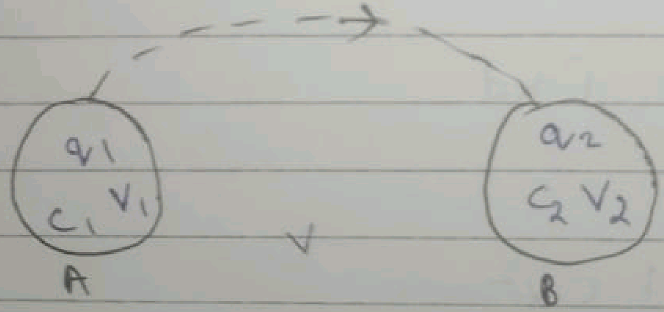
जबकि $V = E \cdot d$

तब -

$$f = \frac{1}{2}\frac{A\epsilon_0 E^2 d^2}{d^2}$$

$$\boxed{f = \frac{1}{2} A\epsilon_0 E^2}$$

आवेशों का पुनर्वितरण, उभयनिष्ठ विभव, स्थानांतरित आवेश :-



माना दो चालक A व B पृथक्कृत रखे गये है, जिनकी धारिताएँ C_1 व C_2, आवेश q_1 व q_2 तथा अलग-2 विभव V_1 व V_2 है. तब -

स्थानान्तरित आवेश-

$$\Delta q = q_1 - q_1'$$
$$= C_1V_1 - C_1V$$
$$= C_1 \cdot V_1 - C_1\left(\frac{C_1V_1 + C_2V_2}{C_1 + C_2}\right)$$
$$= \frac{\cancel{C_1^2V_1} + C_1C_2V_1 - \cancel{C_1^2V_1} - C_1C_2V_2}{(C_1+C_2)}$$
$$= \frac{C_1C_2V_1 - C_1C_2V_2}{(C_1+C_2)}$$
$$\boxed{\Delta q = \frac{C_1C_2(V_1 - V_2)}{C_1 + C_2}}$$

उभयनिष्ठ विभव के लिए -

जोड़ने के पूर्व $q_1 = C_1V_1$

$q_2 = C_2V_2$

माना जोड़ने के पश्चात उभनिष्ठ विभव $= V$

$$V = \frac{\text{कुल आवेश}}{\text{कुल धारिता}}$$

$$\boxed{V = \frac{q_1 + q_2}{C_1 + C_2}}$$

जोड़ने के पश्चात आवेश -

$q_1' = C_1 . V$ या $q_2 = C_2 . V$

$$q_1' = C_1\left(\frac{C_1V_1 + C_2V_2}{C_1 + C_2}\right) \text{ या, } q_2 = C_2\left(\frac{C_1V_1 + C_2V_2}{C_1 + C_2}\right)$$

$$\frac{q_1'}{q_2'} = \frac{C_1V}{C_2V}$$

$$\boxed{\frac{q_1'}{q_2'} = \frac{C_1}{C_2}}$$

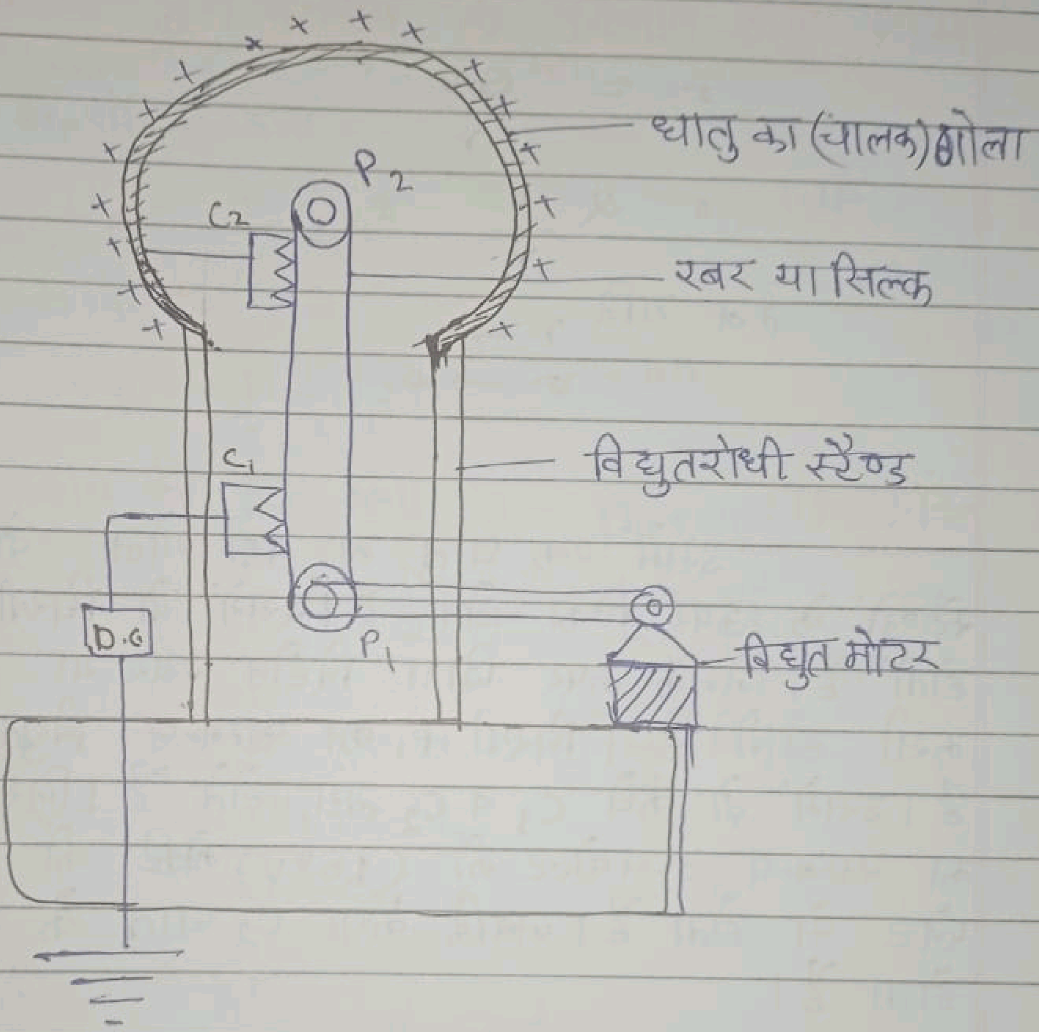
1931

से

रों से

वॉन-डे ग्राफ जनित्र :-

वैज्ञानिक वॉडे ग्राफ ने सन् 1931 में एक स्थिर जनित्र की खोज की जिसकी सहायता से अति उच्च विभव (10^6 V की कोटि) उत्पन्न करता है।



सिद्धान्त :-

वॉडे ग्राफ जनित्र वायु में वैद्युत का विसर्जन, नुकीले शिरों से होता है। यह इसी सिद्धान्त पर कार्य करता है।

माना चालक के नुकीले शिरे की त्रिज्या $= r$

आवेश $= q$

तब विभव $V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r}$

या $q = 4\pi\epsilon_0 V \cdot r$

तब - आवेश घनत्व $\sigma = \frac{q}{A}$

$$\sigma = \frac{4\pi \epsilon_0 . V . r}{4 . \pi r^2}$$

$$\sigma = \frac{\epsilon_0 V}{r}$$

या $\sigma \propto \frac{1}{r}$

तब यदि $r \to 0$

तब - $\sigma \to \infty$

संरचना :-

इसमें एक धातु का बड़ा गोला दो विद्युतरोधी स्टैण्डों के ऊपर टिका होता है। इसमें दो घिरनी P_1 व P_2 लगी होतीं हैं, जिनके ऊपर शिरा विहीन रबर या सिल्क की बैल्ट कसी होती है। घिरनी P_1 का सम्बन्ध विद्युत मोटर से होता है। इसमें दो कंघे C_1 व C_2 लगे होते हैं। जिसमें से कंघा C_1 का सम्बन्ध उच्च वोल्ट की ($10^4 V$) ~~बैटरि~~ की बैटरी की धन प्लेट से होता है। जबकि कंघा C_2 धातु के गोले से जुड़ा होता है।

कार्यविधि :-

कंघा C_1 का सम्बन्ध उच्च वोल्ट की बैटरी की धन प्लेट से होने के कारण धनावेश C_1 की नोकों पर पहुँचने लगता है, जिससे धन आयन उत्सर्जित होने लगते हैं, जो गतिमान बैल्ट की सहायता से कंघे C_2 की नोंको के सम्पर्क में आ जाते है। जो इसे धातु के गोले के बाहरी पृष्ठ पर एकत्रित करने लगता है। जिसके कारण गोले के ~~[illegible]~~ समीप अति उच्च विभव उत्पन्न होजाता है।

उपयोग :-

इसके द्वारा धनावेशित कणों को त्वरित गति प्रदान की जाती है, जिसके कारण गतिज ऊर्जा में वृद्धि हो जाती है।

आवेशों के पुनर्वितरण के पश्चात ऊर्जा ह्रास :-

प्रारम्भ में A की संचित ऊर्जा

$$U_A = \frac{1}{2} C_1 V_1^2$$

B की संचित ऊर्जा

$$U_B = \frac{1}{2} C_2 V_2^2$$

तब निकाय की कुल ऊर्जा $U = U_A + U_B$

$$U = \frac{1}{2} C_1 V_1^2 + \frac{1}{2} C_2 V_2^2 \quad \text{---} \quad (1)$$

सम्पर्क में लाने के पश्चात उभयनिष्ठ विभव -

$$V = \frac{C_1 V_1 + C_2 V_2}{C_1 + C_2}$$

तब A की ऊर्जा $U_A' = \frac{1}{2} C_1 V^2$

B की ऊर्जा $U_B' = \frac{1}{2} C_2 V^2$

निकाय की कुल ऊर्जा

$$U' = \frac{1}{2} C_1 V^2 + \frac{1}{2} C_2 V^2$$

$$U' = \frac{1}{2} (C_1 + C_2) \cdot V^2$$

या

$$U' = \frac{1}{2}(C_1+C_2)\left[\frac{C_1V_1+C_2V_2}{C_1+C_2}\right]^2$$

$$U' = \frac{1}{2}\frac{(C_1V_1+C_2V_2)^2}{C_1+C_2}$$

तब ऊर्जा में कमी -

$$\Delta U = U - U'$$

$$\Delta U = \frac{1}{2}C_1V_1^2 + \frac{1}{2}C_2V_2^2 - \frac{1}{2}\frac{(C_1V_1+C_2V_2)^2}{C_1+C_2}$$

$$\Delta U = \frac{1}{2}\left[\frac{\cancel{C_1^2V_1^2} + C_1C_2V_2^2 + C_1C_2V_1^2 + \cancel{C_2^2V_2^2} - \cancel{C_1^2V_1^2} - \cancel{C_2^2V_2^2} - 2C_1C_2V_1V_2}{C_1+C_2}\right]$$

$$\Delta U = \frac{\frac{1}{2}C_1C_2(V_1^2+V_2^2-2V_1V_2)}{C_1+C_2}$$

$$\boxed{\Delta U = \frac{1}{2}C_1C_2\frac{(V_1-V_2)^2}{C_1+C_2}}$$