

# 2025 转专业考试

## 1 选择题

1. 求极限
2. 求不定积分
3. 求单调区间
4.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x + xf(x)}{x^3} = \frac{1}{6}$ , 求  $f''(0)$
5.  $f(x)$  周期为 1,  $\int_0^2 f(x) dx = 3$ , 求  $\int_0^5 f(x) dx$
6. 对任意  $x$ , 当  $x_1 > x_2$ ,  
A.  $f'(x) > 0$  B.  $f'(x) \leq 0$  C.  $f(-x)$  单增 D.  $-f(x)$  单增
7. 不定积分求导 (上代上导减下代下导)
8.  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f'(x)}{x - x_0} = 1$ , 则  $f(x_0)$  是?  
A. 极大值 B. 极小值 C. 非极值 D. 不确定
9.  $\begin{cases} x = t - \sin t \\ y = 1 - \cot t \end{cases}$  在  $t = \pi$  时  $\frac{d^2y}{dx^2}$  的值
10.  $\int_0^1 \frac{1}{x^p}$  当  $p$  为多少时收敛
11.  $f(x)$  在  $(a, b)$  三阶可导,  $f'(a) = f'(b) = 0, \exists \xi \in (a, b)$ , 下列正确的是  
A.  $|f'''(\xi)| \geq \frac{4}{(b-a)^2} |f(b) - f(a)|$  B.  $\leq$  C.  $=$  D. 无关

## 2 填空题

1.  $y = x^{\sin x}$ , 求  $dy$
2.  $f(x) = x + \int_0^1 f(tx) dt$ , 求  $f(x)$
3.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^{x^2} \sqrt{1-t^2} dt}{x^2}$
4.  $f(x) = \frac{x}{\tan x}$ , 求  $f(x)$  的间断点
5.  $f(x)$  周期为 2, 在  $[-1, 1]$  上  $y = \begin{cases} 1+x & -1 \leq x \leq 0 \\ 1-x & 0 < x \leq 1 \end{cases}$  求  $\int_0^4 f(x) dx =$
6.  $f(x)$  的原函数为  $e^{-x^2}$ , 求  $\int (x f'(x)) dx =$

7. 求  $y = x^3 - 3x$  的拐点坐标

8. 求  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \left( \frac{1}{n} \sqrt{1 + \frac{k}{n}} \right)$

9. 求  $\int_{-1}^1 (x^3 \sin^2 x + \sqrt{1 - x^2}) dx$

10. 还有一题好像是由极限求一阶导还是二阶导的（不确定）

### 3 大题

1.  $\lim_{n \rightarrow \infty} n^2 (\arctan \frac{1}{n} - \arctan \frac{1}{n+1})$

2.  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \sqrt{2 + \sqrt{2 + \dots + \sqrt{2}}}$

3.  $\int_0^\pi x \sqrt{\sin^3 x - \sin^5 x} dx$

4. 证明:  $\int_0^1 \frac{\sin x}{\sqrt{1-x^2}} < \int_0^1 \frac{\cos x}{\sqrt{1-x^2}}$

5. 设  $f(x)$  在  $[0, 1]$  连续, 在  $(0, 1)$  可导, 且  $f(0) = 0, f(1) = 1$ , 证明在不同的两点存在  $\xi, n \in (0, 1)$ ,  
有  $\frac{1}{f'(\xi)} + \frac{1}{f'(n)} = 2$