

# 2023转专业考试卷

## 一.选择题(2分/题,共15题)

1. 以下正确的是( )
  - A. 无界变量是无穷大
  - B. 无界变量乘无穷大仍为无穷大
  - C. 无穷大加无穷大仍为无穷大
  - D. 无穷大乘无穷大仍为无穷大
2.  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$  为常数, 则( )
  - A.  $f(x)$  在  $a$  处连续
  - B.  $f(x)$  在  $a$  处可导
  - C.  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$
  - D. 以上均正确
3. 设  $f(x)$  在  $(a, b)$  可导,  $a < x_1 < x_2 < b$ , 则( )
  - A.  $f(x_1) - f(x_2) = f'(\xi)(x_1 - x_2)$ ,  $\xi \in (x_1, x_2)$
  - B.  $f(a) - f(x_1) = f'(\xi)(a - x_1)$ ,  $\xi \in (a, x_1)$
  - C.  $f(a) - f(b) = f'(\xi)(a - b)$ ,  $\xi \in (a, b)$
  - D.  $f(b) - f(x_2) = f'(\xi)(b - x_2)$ ,  $\xi \in (x_2, b)$
4. 以下哪个不是  $\int \frac{1}{1+x^2} dx$  ( )
  - A.  $\arctan \frac{1}{x} + C$
  - B.  $\operatorname{arccot} \frac{1}{x} + C$
  - C.  $-\operatorname{arccot} x + C$
  - D.  $\arctan x + C$
5.  $\lim_{x \rightarrow 0} (2^x + 3^x - 2)$  是  $x$  的( )
  - A. 同阶无穷小但不是等价无穷小
  - B. 等价无穷小
  - C. 低阶无穷小
  - D. 高阶无穷小
6.  $f(x), g(x)$  均可导且  $g(x) > 0, \forall x \in (a, b)$ ,  $f'(x)g(x) - g'(x)f(x) < 0$  有( )
  - A.  $f(a)g(x) < f(x)g(a)$
  - B.  $f(a)g(x) > f(x)g(a)$
  - C.  $f(a)g(a) > g(x)f(x)$
  - D.  $f(a)g(a) < g(x)f(x)$
7.  $f(x) = \sin x \sin \frac{1}{x}$  在  $x = 0$  处是( )

A. 可去间断点

B. 跳跃间断点

C. 无穷间断点

D. 连续点

8.  $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1-x}{1+x}\right)^x = ( )$

A.  $e^{-\frac{1}{2}}$

B.  $e^{\frac{1}{2}}$

C.  $e^2$

D.  $e^{-2}$

9. 设  $f(x)$  连续, 关于  $f(x)$  下列正确的是( )

A.  $\int f'(x)dx = f(x)$

B.  $\int df(x) = f(x)$

C.  $\frac{d}{dx} \int f(x)dx = f(x) + C$

D.  $\int df(x) = f(x) + C$

10.  $f'(\sin x) = (\cos x)^2, \int f(x)dx = ( )$

A.  $\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{12}x^4 + C_1x + C$

B.  $\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{12}x^4 + x + C$

C.  $2x^2 + \frac{1}{3}x^3 + x + C$

D.  $2x^2 + \frac{1}{3}x^3 + x$

11.  $f(x) = ax^2 + bx + c$ , 则  $f(-\frac{b}{2a})$  是( )

A. 极大值

B. 极小值

C. 可能是极大值也可能是极小值

D. 非极值

12. 在  $[-1, 1]$  符合罗尔定理的函数是( )

A.  $e^x$

B.  $\ln|x|$

C.  $1 - x^2$

D.  $\frac{1}{x^2-1}$

13. 哪个函数不收敛( )

A.  $\int_0^1 \ln^2 x dx$

B.  $\int_1^2 \frac{x dx}{\sqrt{x-1}}$

C.  $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x} dx$

D.  $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{1+x^2}$

14. 以下哪个函数在  $x = 0$  处连续( )

---

A.  $y = \begin{cases} \sin x & x > 0 \\ \cos x & x \leq 0 \end{cases}$

B.  $y = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{x}} & x > 0 \\ y = x & x \leq 0 \end{cases}$

C.  $y = \begin{cases} x + 1 & x \leq 0 \\ x - 1 & x > 0 \end{cases}$

D.  $y = \begin{cases} \frac{1}{1+e^{-x}} & x \neq 0 \\ 1 & x = 0 \end{cases}$

15.  $f(x)$  在  $x = a$  处有定义是  $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$  存在的( )

A. 充分条件

B. 必要条件

C. 无关条件

D. 充分必要条件

## 二. 填空题

1.  $f(x)$  定义域  $[0, 1]$ , 则  $f(\ln x)$  定义域为\_\_\_\_

2. 参数方程  $\begin{cases} y = e^{-t} \\ x = 2e^t \end{cases}$  则  $t = 0$  处切线为\_\_\_\_

3.  $y = \sqrt[3]{x}$  的拐点是\_\_\_\_

4.  $y = x^3 + ax^2 + 12x + b$  无极值点则  $a$  的取值范围为\_\_\_\_

5.  $\int x \ln x dx =$ \_\_\_\_

6.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^{2023}}{x^{n+1} - (x-1)^{n+1}}$  为常数, 则  $n =$ \_\_\_\_,  $k =$ \_\_\_\_

7.  $y = 2x^2 - \ln x$  单调增区间为\_\_\_\_

8. 求函数  $y = xe^y$  的微分  $dy =$ \_\_\_\_

9.  $y = x^3$  在  $[0, 3]$  拉格朗日成立的  $\xi =$ \_\_\_\_

10.  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^2}{x-a} \int_a^x f(t) dt =$ \_\_\_\_

## 三. 计算题

1.  $f(x) + \int_0^1 f(x) dx = 1 - x^3$

(1) 求  $f(x)$

(2) 求  $\int_{-1}^1 f(x) \sqrt{1-x^2} dx$

2.  $y = x^x$  求  $y''$

3.  $x_1 = 1, x_n = 1 + \frac{x_{n-1}}{1+x_{n-1}}$ , 求  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$

---

## 四. 证明题

设  $f(x)$  在  $(a, b)$  连续,  $a < x_1 < x_2 < b$

证明: 存在  $c \in (a, b)$ , 使得  $t_1 f(x_1) + t_2 f(x_2) = (t_1 + t_2) f(c)$  ( $t_1 > 0, t_2 > 0$ )

---