

2025 转专业考试

1 选择题

1. 求极限
2. 求不定积分
3. 求单调区间
4. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x + x f(x)}{x^3} = \frac{1}{6}$, 求 $f''(0)$
5. $f(x)$ 周期为 1, $\int_0^2 f(x) dx = 3$, 求 $\int_0^5 f(x) dx$
6. 对任意 x , 当 $x_1 > x_2$,
A. $f'(x) > 0$ B. $f'(x) \leq 0$ C. $f(-x)$ 单增 D. $-f(x)$ 单增
7. 不定积分求导 (上代上导减下代下导)
8. $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f'(x)}{x - x_0} = 1$, 则 $f(x_0)$ 是?
A. 极大值 B. 极小值 C. 非极值 D. 不确定
9. $\begin{cases} x = t - \sin t \\ y = 1 - \cos t \end{cases}$ 在 $t = \pi$ 时 $\frac{d^2 y}{dx^2}$ 的值
10. $\int_0^1 \frac{1}{x^p}$ 当 p 为多少时收敛
11. $f(x)$ 在 (a, b) 三阶可导, $f'(a) = f'(b) = 0, \exists \xi \in (a, b)$, 下列正确的是
A. $|f'''(\xi)| \geq \frac{4}{(b-a)^2} |f(b) - f(a)|$ B. \leq C. $=$ D. 无关

2 填空题

1. $y = x^{\sin x}$, 求 dy
2. $f(x) = x + \int_0^1 f(tx) dt$, 求 $f(x)$
3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^{x^2} \sqrt{1-t^2} dt}{x^2}$
4. $f(x) = \frac{x}{\tan x}$, 求 $f(x)$ 的间断点
5. $f(x)$ 周期为 2, 在 $[-1, 1]$ 上 $y = \begin{cases} 1+x & -1 \leq x \leq 0 \\ 1-x & 0 < x \leq 1 \end{cases}$ 求 $\int_0^4 f(x) dx =$
6. $f(x)$ 的原函数为 e^{-x^2} , 求 $\int (x f'(x)) dx =$

7. 求 $y = x^3 - 3x$ 的拐点坐标
8. 求 $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n (\frac{1}{n} \sqrt{1 + \frac{k}{n}})$
9. 求 $\int_{-1}^1 (x^3 \sin^2 x + \sqrt{1-x^2}) dx$
10. 还有一题好像是由极限求一阶导还是二阶导的（不确定）

3 大题

1. $\lim_{n \rightarrow \infty} n^2 (\arctan \frac{1}{n} - \arctan \frac{1}{n+1})$
2. $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \sqrt{2 + \sqrt{2 + \cdots + \sqrt{2}}}$
3. $\int_0^\pi x \sqrt{\sin^3 x - \sin^5 x} dx$
4. 证明: $\int_0^1 \frac{\sin x}{\sqrt{1-x^2}} < \int_0^1 \frac{\cos x}{\sqrt{1-x^2}}$
5. 设 $f(x)$ 在 $[0, 1]$ 连续, 在 $(0, 1)$ 可导, 且 $f(0) = 0, f(1) = 1$, 证明在不同的两点存在 $\xi, \eta \in (0, 1)$, 有 $\frac{1}{f'(\xi)} + \frac{1}{f'(\eta)} = 2$