

2023转专业考试卷

一.选择题(2分/题,共15题)

1. 以下正确的是()

- A. 无界变量是无穷大
- B. 无界变量乘无穷大仍为无穷大
- C. 无穷大加无穷大仍为无穷大
- D. 无穷大乘无穷大仍为无穷大

2. $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)-f(a)}{x-a}$ 为常数,则()

- A. $f(x)$ 在 a 处连续
- B. $f(x)$ 在 a 处可导
- C. $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$
- D. 以上均正确

3. 设 $f(x)$ 在 (a, b) 可导, $a < x_1 < x_2 < b$,则()

- A. $f(x_1) - f(x_2) = f'(\xi)(x_1 - x_2), \xi \in (x_1, x_2)$
- B. $f(a) - f(x_1) = f'(\xi)(a - x_1), \xi \in (a, x_1)$
- C. $f(a) - f(b) = f'(\xi)(a - b), \xi \in (a, b)$
- D. $f(b) - f(x_2) = f'(\xi)(b - x_2), \xi \in (x_2, b)$

4. 以下哪个不是 $\int \frac{1}{1+x^2}$ ()

- A. $\arctan \frac{1}{x} + C$
- B. $\operatorname{arccot} \frac{1}{x} + C$
- C. $-\operatorname{arccot} x + C$
- D. $\arctan x + C$

5. $\lim_{x \rightarrow 0} (2^x + 3^x - 2)$ 是 x 的()

- A. 同阶无穷小但不是等价无穷小
- B. 等价无穷小
- C. 低阶无穷小
- D. 高阶无穷小

6. $f(x), g(x)$ 均可导且 $g(x) > 0, \forall x \in (a, b), f'(x)g(x) - g'(x)f(x) < 0$ 有()

- A. $f(a)g(x) < f(x)g(a)$
- B. $f(a)g(x) > f(x)g(a)$
- C. $f(a)g(a) > g(x)f(x)$
- D. $f(a)g(a) < g(x)f(x)$

7. $f(x) = \sin x \sin \frac{1}{x}$ 在 $x = 0$ 处是()

A. 可去间断点

B. 跳跃间断点

C. 无穷间断点

D. 连续点

8. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1-x}{1+x} \right)^x = (\quad)$

A. $e^{-\frac{1}{2}}$

B. $e^{\frac{1}{2}}$

C. e^2

D. e^{-2}

9. 设 $f(x)$ 连续, 关于 $f(x)$ 下列正确的是 ()

A. $\int f'(x) dx = f(x)$

B. $\int df(x) = f(x)$

C. $\frac{d}{dx} \int f(x) dx = f(x) + C$

D. $\int df(x) = f(x) + C$

10. $f'(\sin x) = (\cos x)^2, \int f(x) dx = (\quad)$

A. $\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{12}x^4 + C_1x + C$

B. $\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{12}x^4 + x + C$

C. $2x^2 + \frac{1}{3}x^3 + x + C$

D. $2x^2 + \frac{1}{3}x^3 + x$

11. $f(x) = ax^2 + bx + c$, 则 $f(-\frac{b}{2a})$ 是 ()

A. 极大值

B. 极小值

C. 可能是极大值也可能是极小值

D. 非极值

12. 在 $[-1, 1]$ 符合罗尔定理的函数是 ()

A. e^x

B. $\ln |x|$

C. $1 - x^2$

D. $\frac{1}{x^2-1}$

13. 哪个函数不收敛 ()

A. $\int_0^1 \ln^2 x dx$

B. $\int_1^2 \frac{x dx}{\sqrt{x-1}}$

C. $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x} dx$

D. $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{1+x^2}$

14. 以下哪个函数在 $x = 0$ 处连续 ()

$$A. y = \begin{cases} \sin x & x > 0 \\ \cos x & x \leq 0 \end{cases}$$

$$B. y = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{x}} & x > 0 \\ y = x & x \leq 0 \end{cases}$$

$$C. y = \begin{cases} x + 1 & x \leq 0 \\ x - 1 & x > 0 \end{cases}$$

$$D. y = \begin{cases} \frac{1}{1+e^{-x}} & x \neq 0 \\ 1 & x = 0 \end{cases}$$

15. $f(x)$ 在 $x = a$ 处有定义是 $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ 存在的 ()

- A. 充分条件
- B. 必要条件
- C. 无关条件
- D. 充分必要条件

二. 填空题

1. $f(x)$ 定义域 $[0, 1]$, 则 $f(\ln x)$ 定义域为__

2. 参数方程 $\begin{cases} y = e^{-t} \\ x = 2e^t \end{cases}$ 则 $t = 0$ 处切线为__

3. $y = \sqrt[3]{x}$ 的拐点是__

4. $y = x^3 + ax^2 + 12x + b$ 无极值点则 a 的取值范围为__

5. $\int x \ln x dx =$ __

6. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^{2023}}{x^{n+1} - (x-1)^{n+1}}$ 为常数, 则 $n =$ __, $k =$ __

7. $y = 2x^2 - \ln x$ 单调增区间为

8. 求函数 $y = xe^y$ 的微分 $dy =$ __

9. $y = x^3$ 在 $[0, 3]$ 拉格朗日成立的 $\xi =$ __

10. $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^2}{x-a} \int_a^x f(t) dt =$ __

三. 计算题

1. $f(x) + \int_0^1 f(x) dx = 1 - x^3$

(1) 求 $f(x)$

(2) 求 $\int_{-1}^1 f(x) \sqrt{1-x^2} dx$

2. $y = x^x$ 求 y''

3. $x_1 = 1, x_n = 1 + \frac{x_{n-1}}{1+x_{n-1}}$, 求 $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$

四. 证明题

设 $f(x)$ 在 (a, b) 连续, $a < x_1 < x_2 < b$

证明: 存在 $c \in (a, b)$, 使得 $t_1 f(x_1) + t_2 f(x_2) = (t_1 + t_2) f(c) (t_1 > 0, t_2 > 0)$