

1. 设 $u=\varphi(x)$, 在 (a,b) 可微, 则 $\varphi(x)=C_1x+C_2$ (C_1, C_2 为任意常数) 是 $du=\Delta u$ 的什么 () 条件
A. 充分不必要 B. 必要不充分
C. 充要 D. 既不充分也不必要
2. $f(x)=\begin{cases}(1+x)^{-\frac{1}{x}} & x \neq 0 \\ e & x = 0\end{cases}$, $x=0$ 为 $f(x)$ 的 ()
A. 跳跃间断点 B. 可去间断点 C. 第二类间断点 D. 连续点
3. 若 $f'(x_0)=f''(x_0)=0$, $f'''(x_0)>0$, 则 ()
A. $f'(x_0)$ 是 $f(x)$ 的极大值 B. $f(x_0)$ 是 $f(x)$ 的极大值
C. $f(x_0)$ 是 $f(x)$ 的极小值 D. $(x_0, f(x_0))$ 是拐点
4. $f(x)=x^3+ax^2+12x+b$ 无极值点, 问 a 的取值 ()
A. $a < 6$ B. $|a| < 6$
C. $|a| > 6$ D. $a > 6$
5. 设 $f(x)$ 为连续函数, 则下列函数中, 必为偶函数的是 ()
A. $\int_0^x f(t)dt$ B. $\int_0^x f^2(t)dt$
C. $\int_0^x t[f(t)-f(-t)]dt$ D. $\int_0^x t[f(t)+f(-t)]dt$
6. $f(x)=\int_{\frac{1}{x}}^{\ln x} f(t)dt$, 求 $f'(x)=$ ()
A. $\frac{1}{x}f(\ln x) + \frac{1}{x^2}f\left(\frac{1}{x}\right)$ B. $\frac{1}{x}f(\ln x) - \frac{1}{x^2}f\left(\frac{1}{x}\right)$
C. $f(\ln x) + f\left(\frac{1}{x}\right)$ D. $f(\ln x) - f\left(\frac{1}{x}\right)$
7. $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)-f(a)}{x-a}$ 为常数, 则 ()
A. $f(x)$ 在 a 处连续 B. $f(x)$ 在 a 处可导
C. $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$ D. 以上都正确
8. 下列反常积分收敛的是 ()
A. $\int_0^{+\infty} \frac{\ln x}{x} dx$ B. $\int_e^{+\infty} \frac{1}{x \ln^2 x} dx$ C. $\int_{-1}^1 \frac{1}{\sin x} dx$ D. $\int_0^1 \frac{1}{\ln x} dx$
9. 求 $(xy' - y)\cos^2\left(\frac{y}{x}\right) + x = 0$ 的通解:
10. $f(x)$ 任意阶可导, 且 $f'(x) = f^2(x)$, 则 $f^{(n)}(x) =$ ()
A. $n! [f(x)]^{n+1}$ B. $n[f(x)]^n$ C. $n! [f(x)]^n$ D. $n[f(x)]^{n+1}$

填空题

1. 求 $\left(\frac{1}{n^2+a} + \frac{1}{n^2+2a} + \cdots + \frac{1}{n^2+na}\right)n$
2. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{ax} = \int_{-\infty}^a te^t dt$ 则 $a = (\quad)$
3. $x \rightarrow 0$ 时, 若 $e^{\tan x} - e^x$ 是 x^n 的同阶无穷小, 则 $n =$
4. $f(x) = \begin{cases} xe^{x^2}, & -\frac{1}{2} \leq x < \frac{1}{2} \\ -1, & x \geq \frac{1}{2} \end{cases}$ 则 $\int_{\frac{1}{2}}^2 f(x-1)dx =$
5. 以 $y = C_1x + C_2x^2$ 为通解的微分方程
6. 若 $x = y^y$ 确定 y 关于 x 的函数, 则 $dy =$
7. $r^2 = a^2 \cos 2\theta$ 所围成面积
8. $y = x^3 + ax$ 和 $y = bx^2 + 1$ 在 $(-1,0)$ 处相切, 则 $a = \underline{\hspace{1cm}}$ $b = \underline{\hspace{1cm}}$
9. $e^{-\frac{x^2}{2}}$ 麦克劳林展开式中 $f^{(99)}(0) = \underline{\hspace{1cm}}$ $f^{(98)}(0) = \underline{\hspace{1cm}}$
10. 当边长为 a 的正方形四个角各剪去相同大小的小正方形, 形成无盖容器时
小正方形边长为 $\underline{\hspace{1cm}}$ 时, 容器有最大体积 $\underline{\hspace{1cm}}$

解答题

1. 求 $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{2+e^{\frac{1}{x}}}{1+e^{\frac{1}{x}}} + \frac{\sin x}{|x|} \right)$
2. 求 $I_1 = \int e^{ax} \cos bxdx$ 和 $I_2 = \int e^{ax} \sin bxdx$
3. $f(x) = \begin{cases} \frac{g(x)}{x}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$, $g(0) = g'(0) = 0, g''(0) = 3$, 求 $f''(0)$
4. 设函数 $f(x)$ 在区间 $[a,b]$ 上连续, 在 (a,b) 内可导, 且 $f'(x) > 0$, 若 $\lim_{x \rightarrow a^+} \frac{f(2x-a)}{x-a}$ 存在, 证明:
(1) 在 (a,b) 内, $f(x) > 0$;
(2) 在 (a,b) 内存在 ε 使 $\frac{b^2-a^2}{\int_a^b f(x)dx} = \frac{2\varepsilon}{f(\varepsilon)}$