

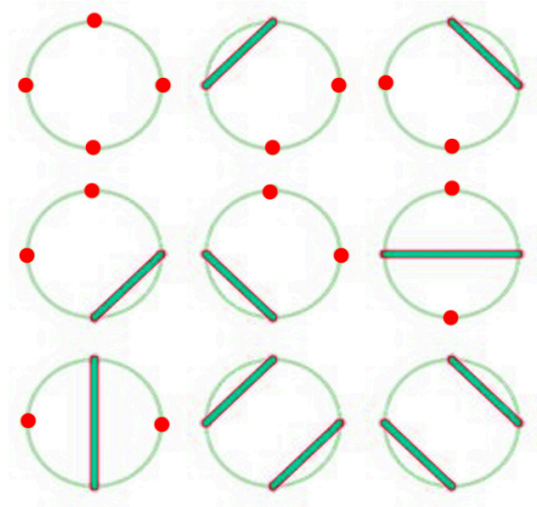


Número de Motzkin

Última atualização: 10 de agosto de 2022

Em matemática, um **número de Motzkin** para um determinado número n é o número de maneiras diferentes de desenhar cordas não-intersectadas entre n pontos em um círculo (não necessariamente tocando todos os pontos por uma corda).

Por exemplo, para $n = 3$, $M_3 = 3$.



A relação de recorrência com o N -ésimo número de Motzkin é:

$$M_n = \frac{2 * n + 1}{n + 2} M_{n-1} + \frac{3 * n - 3}{n + 2} M_{n-2}$$

O número de Motzkin pode ser usado para encontrar:

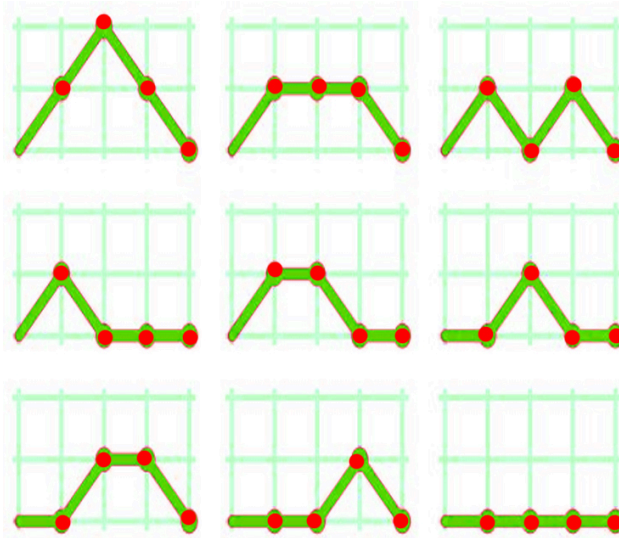
- O número de sequências inteiras positivas de comprimento $n - 1$ nas quais os elementos de abertura e final são 1 ou 2, e a diferença entre quaisquer

dois elementos consecutivos é -1, 0 ou 1.

- O número de rotas no quadrante superior direito de uma grade da coordenada (0, 0) à coordenada (n, 0) em n etapas, se for permitido mover-se apenas para a direita (para cima, para baixo ou em linha reta) em cada etapa, mas proibido de mergulhar abaixo do eixo $y = 0$.

Por exemplo-

A figura a seguir mostra os 9 caminhos Motzkin válidos de (0, 0) a (4, 0).



Exemplos:

Entrada: $n = 4$

Saída: 9

Entrada: $n = 5$

Saída: 21

Abaixo está o programa para encontrar o enésimo número de Motzkin:

C++

```
// CPP Program to find Nth Motzkin Number.
#include <bits/stdc++.h>
using namespace std;

// Return the nth Motzkin Number.
int motzkin(int n)
{
    // Base Case
    if (n == 0 || n == 1)
        return 1;

    // Recursive step
```

```

        return ((2 * n + 1) * motzkin(n - 1) +
                (3 * n - 3) * motzkin(n - 2)) / (n + 2);
    }

// Driven Program
int main()
{
    int n = 8;
    cout << motzkin(n) << endl;
    return 0;
}

```

Java

```

// Java Program to find Nth Motzkin Number.
import java.util.*;

class Digits
{
    // Return the nth Motzkin Number.
    public static int motzkin(int n)
    {
        // Base Case
        if (n == 0 || n == 1)
            return 1;

        // Recursive step
        return ((2 * n + 1) * motzkin(n - 1) +
                (3 * n - 3) * motzkin(n - 2)) / (n + 2);
    }

    // driver code
    public static void main(String[] args)
    {
        int n = 8;
        System.out.print( motzkin(n) );
    }
}

// This code is contributed by rishabh_jain

```

Python3

```

# Python3 program to find Nth Motzkin Number.

# Return the nth Motzkin Number.
def motzkin(n) :

    # Base Case
    if (n == 0 or n == 1) :
        return 1

```

```

# Recursive step
return ((2 * n + 1) * motzkin(n - 1) +
        (3 * n - 3) * motzkin(n - 2)) / (n + 2)

# Driver code
n = 8
print( motzkin(n) )

# This code is contributed by rishabh_jain

```

C#

```

// C# Program to find Nth Motzkin Number.
using System;

class GFG {

    // Return the nth Motzkin Number.
    public static int motzkin(int n)
    {

        // Base Case
        if (n == 0 || n == 1)
            return 1;

        // Recursive step
        return ((2 * n + 1) * motzkin(n - 1) +
                (3 * n - 3) * motzkin(n - 2)) / (n + 2);
    }

    // driver code
    public static void Main()
    {
        int n = 8;

        Console.WriteLine( motzkin(n) );
    }
}

// This code is contributed by vt_m

```

PHP

```

<?php
// PHP Program to find
// Nth Motzkin Number.

// Return the nth Motzkin Number.
function motzkin($n)
{

```

```

// Base Case
if ($n == 0 || $n == 1)
    return 1;

// Recursive step
return ((2 * $n + 1) *
        motzkin($n - 1) +
        (3 * $n - 3) *
        motzkin($n - 2)) /
        ($n + 2);
}

// Driven Code
$n = 8;
echo(motzkin($n));

// This code is contributed by Ajit.
?>

```

JavaScript

```

// javascript Program to find Nth Motzkin Number.

// Return the nth Motzkin Number.
function motzkin( n)
{

    // Base Case
    if (n == 0 || n == 1)
        return 1;

    // Recursive step
    return ((2 * n + 1) * motzkin(n - 1) +
            (3 * n - 3) * motzkin(n - 2)) / (n + 2);
}

// driver code

var n = 8;

document.write( motzkin(n) );

```

Saída :

323

Complexidade de tempo: $O(2^n)$

complexidade do espaço: $O(2^n)$

Usando programação dinâmica:

Abaixo está a solução de programação dinâmica para encontrar o enésimo número de Motzkin:

C++

```
// CPP Program to find Nth Motzkin Number.
#include <bits/stdc++.h>
using namespace std;

// Return the nth Motzkin Number.
int motzkin(int n)
{
    int dp[n + 1];

    // Base case
    dp[0] = dp[1] = 1;

    // Finding i-th Motzkin number.
    for (int i = 2; i <= n; i++)
        dp[i] = ((2 * i + 1) * dp[i - 1] +
                 (3 * i - 3) * dp[i - 2]) / (i + 2);

    return dp[n];
}

// Driven Program
int main()
{
    int n = 8;
    cout << motzkin(n) << endl;
    return 0;
}
```

Java

```
// Java Program to find Nth Motzkin Number.
import java.util.*;

class Digits
{
    // Return the nth Motzkin Number.
    public static int motzkin(int n)
    {
        int[] dp = new int[n+1];

        // Base case
```

```

    dp[0] = dp[1] = 1;

    // Finding i-th Motzkin number.
    for (int i = 2; i <= n; i++)
        dp[i] = ((2 * i + 1) * dp[i - 1] +
                (3 * i - 3) * dp[i - 2]) / (i + 2);

    return dp[n];
}

// driver code
public static void main(String[] args)
{
    int n = 8;
    System.out.print( motzkin(n) );
}

// This code is contributed by rishabh_jain

```

Python3

```

# Python3 program to find Nth Motzkin Number.

# Return the nth Motzkin Number.
def motzkin(n) :

    dp = [None] * (n+1)

    # Base case
    dp[0] = dp[1] = 1;

    i = 2
    # Finding i-th Motzkin number.
    while i <= n :
        dp[i] = ((2 * i + 1) * dp[i - 1] +
                (3 * i - 3) * dp[i - 2]) / (i + 2);
        i = i + 1
    return dp[n];

# Driver code
n = 8
print( motzkin(n) )

# This code is contributed by rishabh_jain

```

C#

```

// C# Program to find Nth Motzkin Number.
using System;

```

```

class GFG {

    // Return the nth Motzkin Number.
    public static int motzkin(int n)
    {
        int[] dp = new int[n+1];

        // Base case
        dp[0] = dp[1] = 1;

        // Finding i-th Motzkin number.
        for (int i = 2; i <= n; i++)
            dp[i] = ((2 * i + 1) * dp[i - 1] +
                    (3 * i - 3) * dp[i - 2]) / (i + 2);

        return dp[n];
    }

    // driver code
    public static void Main()
    {
        int n = 8;

        Console.WriteLine( motzkin(n) );
    }
}

// This code is contributed by vt_m

```

PHP

```

<?php
// PHP Program to find
// Nth Motzkin Number.

// Return the nth Motzkin Number.
function motzkin($n)
{

    // Base case
    $dp[0] = $dp[1] = 1;

    // Finding i-th Motzkin number.
    for ($i = 2; $i <= $n; $i++)
        $dp[$i] = ((2 * $i + 1) *
                    $dp[$i - 1] +
                    (3 * $i - 3) *
                    $dp[$i - 2]) /
                    ($i + 2);

    return $dp[$n];
}

// Driven Code

```



```
$n = 8;
echo(motzkin($n));

// This code is contributed by Ajit.
?>
```

JavaScript

```
// JavaScript Program to find Nth Motzkin Number.

// Return the nth Motzkin Number.
function motzkin(n)
{
    let dp = new Array(n+1).fill(0);

    // Base case
    dp[0] = dp[1] = 1;

    // Finding i-th Motzkin number.
    for (let i = 2; i <= n; i++)
        dp[i] = ((2 * i + 1) * dp[i - 1] +
                (3 * i - 3) * dp[i - 2]) / (i + 2);

    return dp[n];
}

// Driven Program
let n = 8;
console.log(motzkin(n));

// The code is contributed by Nidhi goel
```

Saída:

323

Complexidade de tempo: $O(n)$

complexidade do espaço: $O(n)$

"O curso DSA me ajudou muito a concluir as rodadas de entrevistas. Foi realmente muito útil para estabelecer uma base sólida para minhas habilidades de resolução de problemas. Realmente um grande investimento, a paixão que o senhor Sandeep tem pelo DSA/ensino é o que fez o enorme diferença." - **Gaurav | Colocado na Amazon**

Antes de passar para o mundo do desenvolvimento, **domine os fundamentos do DSA** sobre os quais cada algoritmo avançado é construído. Escolha sua linguagem preferida e comece a aprender hoje:

[DSA em JAVA/C++](#)

[DSA em Python](#)

[DSA em JavaScript](#)

Confiável por milhões, ministrado por alguém - Participe do melhor curso de DSA hoje mesmo!

Problemas Recomendados

Problemas frequentes de DSA

[Solve Problems](#)

[Suggest improvement](#)

Next

Neon Number

[Share your thoughts in the comments](#)

[Add Your Comment](#)

Similar Reads

Check Whether a Number is an Anti Prime Number(Highly Composite Number)

Number of factors of very large number N modulo M where M is any prime number

Permutation of a number whose sum with the original number is equal to another given number

Minimum number of moves to make M and N equal by repeatedly adding any divisor of number to itself except 1 an...

Given a number as a string, find the number of contiguous subsequences which recursively add up to 9

Number of times the largest perfect square number can be subtracted from N

Program to calculate the number of odd days in given number of years

Check if given number is Emirp Number or not

Given a number N in decimal base, find number of its digits in any base (base b)

Minimum number using set bits of a given number



anuj0503

Article Tags : [series](#) , [DSA](#) , [Mathematical](#)

Practice Tags : [Mathematical](#), [series](#)



A-143, 9th Floor, Sovereign Corporate Tower, Sector-136, Noida, Uttar Pradesh - 201305



Company

[About Us](#)
[Legal](#)
[Careers](#)
[In Media](#)
[Contact Us](#)
[Advertise with us](#)
[GFG Corporate Solution](#)
[Placement Training Program](#)

Languages

[Python](#)
[Java](#)
[C++](#)
[PHP](#)
[GoLang](#)
[SQL](#)
[R Language](#)
[Android Tutorial](#)
[Tutorials Archive](#)

Data Science & ML

[Data Science With Python](#)

Explore

[Hack-A-Thons](#)
[GfG Weekly Contest](#)
[DSA in JAVA/C++](#)
[Master System Design](#)
[Master CP](#)
[GeeksforGeeks Videos](#)
[Geeks Community](#)

DSA

[Data Structures](#)
[Algorithms](#)
[DSA for Beginners](#)
[Basic DSA Problems](#)
[DSA Roadmap](#)
[Top 100 DSA Interview Problems](#)
[DSA Roadmap by Sandeep Jain](#)
[All Cheat Sheets](#)

HTML & CSS

[HTML](#)

Data Science For Beginner
Machine Learning Tutorial
ML Maths
Data Visualisation Tutorial
Pandas Tutorial
NumPy Tutorial
NLP Tutorial
Deep Learning Tutorial

Python Tutorial

Python Programming Examples
Python Projects
Python Tkinter
Web Scraping
OpenCV Tutorial
Python Interview Question
Django

DevOps

Git
AWS
Docker
Kubernetes
Azure
GCP
DevOps Roadmap

System Design

High Level Design
Low Level Design
UML Diagrams
Interview Guide
Design Patterns
OOAD
System Design Bootcamp
Interview Questions

Preparation Corner

Company-Wise Recruitment Process
Resume Templates
Aptitude Preparation
Puzzles
Company-Wise Preparation

Gestão e Finanças

Gerenciamento
Gestão de RH
Finança
Comportamento organizacional
Marketing

CSS
Web Templates
CSS Frameworks
Bootstrap
Tailwind CSS
SASS
LESS
Web Design

Computer Science

Operating Systems
Computer Network
Database Management System
Software Engineering
Digital Logic Design
Engineering Maths

Competitive Programming

Top DS or Algo for CP
Top 50 Tree
Top 50 Graph
Top 50 Array
Top 50 String
Top 50 DP
Top 15 Websites for CP

JavaScript

JavaScript Examples
TypeScript
ReactJS
NextJS
AngularJS
NodeJS
Lodash
Web Browser

Matérias escolares

Matemática
Física
Química
Biologia
Ciências Sociais
Gramática inglesa
Mundial GK

Ferramentas on-line gratuitas

Teste de digitação
Editor de imagem
Formatadores de código
Conversores de código
Conversor de moeda
Gerador de números aleatórios

Mais tutoriais

Desenvolvimento de software
Teste de software
Gestão de produtos
SEO - Otimização para Mecanismos de Busca
Linux
Excel
Todas as folhas de dicas

Vídeos de GeeksforGeeks

DSA
Pitão
Java
C++
Desenvolvimento web
Ciência de Dados
Assuntos de Ciência da Computação

@GeeksforGeeks, Sanchhaya Education Private Limited , Todos os direitos reservados