

# 作业十

CarBO

## 1

证明：对三维列向量下面等式恒成立。

$$a \times b = a^{\wedge} b$$

设  $a = [a_1, a_2, a_3]^T, b = [b_1, b_2, b_3]^T$

有

$$\begin{aligned} a \times b &= \begin{vmatrix} i & j & k \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{vmatrix} \\ &= (a_2 b_3 - a_3 b_2 \quad a_3 b_1 - a_1 b_3 \quad a_1 b_2 - a_2 b_1)^T \end{aligned}$$

因为

$$a^{\wedge} = \begin{bmatrix} 0 & -a_3 & a_2 \\ a_3 & 0 & -a_1 \\ -a_2 & a_1 & 0 \end{bmatrix}$$

所以

$$a^{\wedge} b = \begin{bmatrix} 0 & -a_3 & a_2 \\ a_3 & 0 & -a_1 \\ -a_2 & a_1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_2 b_3 - a_3 b_2 \\ a_3 b_1 - a_1 b_3 \\ a_1 b_2 - a_2 b_1 \end{bmatrix}$$

证毕。