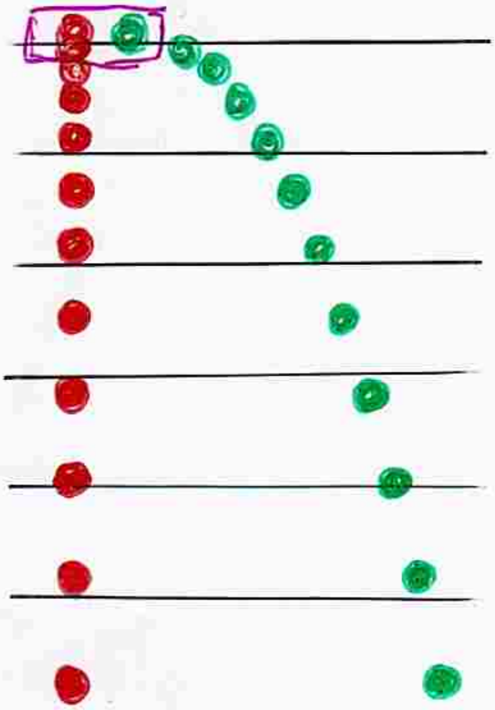
ENERGIA POTENZIALE



$v = 0$

acquista
en. cinetica
$\frac{1}{2} m v^2$

$v \neq 0$

Da dove "prende" l'energia?

$\Downarrow$

Esiste una energia di configurazione
del sistema

$\Downarrow$

energia potenziale

FORZA CONSERVATIVA
ENERGIA POTENZIALE

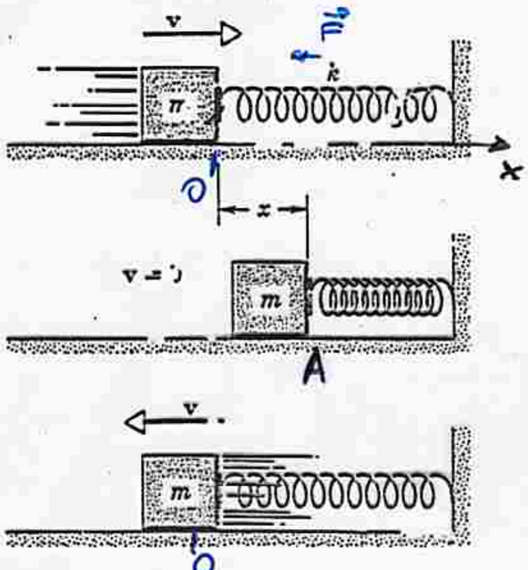


Figura 8-1 (*a*) Un blocco di massa *m* è lanciato con velocità *v* contro una molla. (*b*) Il blocco si ferma per azione della molla. (*c*) Il blocco riacquista la sua velocità iniziale allorché ritorna nella posizione di partenza.

$$v_{andata} = v_{ritorno}$$

Si è conservata K, e quindi la capacità di compiere lavoro per effetto del movimento

$$W_{andata} = \int_0^A \vec{F}_{el} \cdot d\vec{x} = \int_0^x |\vec{F}_{el}||d\vec{x}| \cos(\pi) =$$

$$= -\int_0^x kx\,dx = -\frac{1}{2}kx^2$$

$$W_{ritorno} = \int_A^0 \vec{F}_{el} \cdot d\vec{x} = \int_x^0 |\vec{F}_{el}||d\vec{x}| \cos(0) =$$

$$= -\int_x^0 kx\,dx = -\left(-\frac{1}{2}kx^2\right) = \frac{1}{2}kx^2$$

$(dx<0 \Rightarrow |d\vec{x}| = -dx)$

$$W_{ritorno} = -W_{andata}$$

$$W_{TOT} = W_{and} + W_{rit} = 0$$

$$\Delta K = 0$$

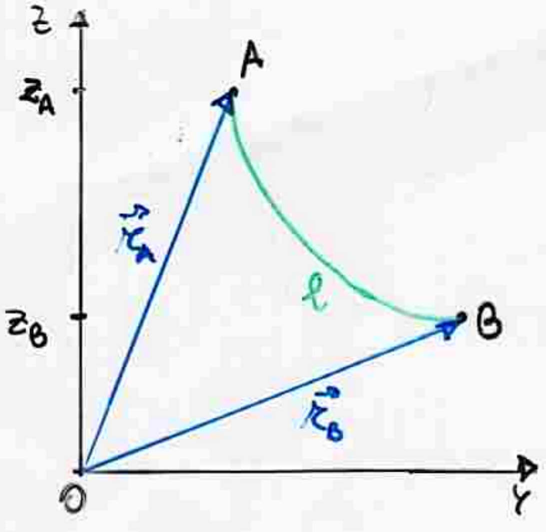
1ª Def.:

Una forza si dice <u>conservativa</u> se l'energia cinetica di una particella su cui essa agisce torna ad assumere il suo valore iniziale dopo ogni qualsiasi percorso chiuso.

ovvero

2ª Def.:

Una forza è <u>conservativa</u> se il lavoro compiuto dalla forza su un punto materiale che si muove su un qualsiasi percorso chiuso è nullo



Lavoro della forza peso

$$\vec{P} = mg(-\hat{z})$$

$$z_A - z_B = h$$

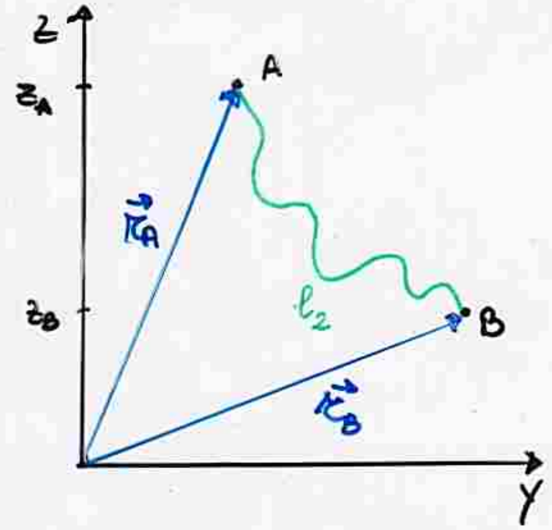
$$W_{AB_\ell} = \int_{A\,\ell}^{B} \vec{P} \cdot d\vec{r} =$$

$$= -mg \int_{A\,\ell}^{B} \hat{z} \cdot d\vec{r}$$

$$\hat{z} \cdot d\vec{r} = dr \cos(\hat{z}, d\vec{r}) \equiv dz$$

$$W_{AB_\ell} = -mg \int_A^B dz = -mg(z_B - z_A) =$$

$$= +mg(z_A - z_B) = mgh$$



Cambiando percorso, a parità di A e B

$$W_{AB_{\ell_2}} = \int_{A\,\ell_2}^{B} \vec{P} \cdot d\vec{r} =$$

$$= -mg \int_A^B dz = -mg(z_B - z_A) =$$

$$= +mgh$$

$$W_{AB_{\ell}} = W_{AB_{\ell_2}}$$

3ª Definizione:

Una forza si dice <u>conservativa</u> se il lavoro da essa eseguito per spostare un punto materiale da un punto ad un altro dipende soltanto da questi due punti e non dipende dal percorso.

N.B.: Le tre definizioni sono <u>equivalenti</u>

W_c non dipende dal percorso

$\Downarrow$

Esiste una funzione scalare della posizione

$U(x, y, z)$ detta Energia Potenziale

tale che: $W_c = -(U_f - U_i) = -\Delta U$

$\Downarrow$

$$U(P) - U(P_0) = -\int_{P_0}^{P} \vec{F}_{cons} \cdot d\vec{r}$$

$$U(P) = -\int_{P_0}^{P} \vec{F}_{cons} \cdot d\vec{r} + U(P_0)$$

N.B.: l'energia potenziale in un punto P è definita a meno di una costante additiva arbitraria $U(P_0)$

$\Downarrow$

ha significato fisico solo ΔU

- Forza Peso

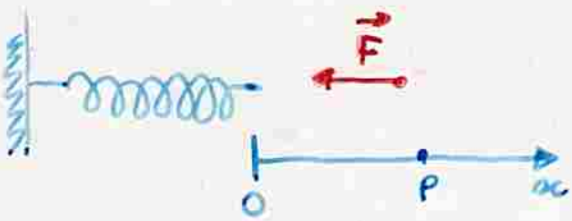
$$\mathcal{U}(P) = \mathcal{U}(y) = -\int_0^P \vec{P} \cdot d\vec{y} + \mathcal{U}(0) =$$

$$= -\int_0^y (-mg)\,dy + \mathcal{U}(0) =$$

$$= mgy + \mathcal{U}(0)$$

Posto $\mathcal{U}(0) = 0$ $\qquad \mathcal{U}(y) = mgy$

- Forza elastica



$$\mathcal{U}(P) = \mathcal{U}(x) = -\int_0^P \vec{F}_e \cdot d\vec{x} + \mathcal{U}(0)$$

$$\mathcal{U}(x) = -\int_0^x -kx\,dx + \mathcal{U}(0) =$$

$$= \frac{1}{2} k x^2 + \mathcal{U}(0)$$

Posto $\mathcal{U}(0) = 0$ $\qquad \mathcal{U}(x) = \frac{1}{2} k x^2$

ENERGIA POTENZIALE GRAVITAZIONALE

$$\vec{F}_{Grav} = -G\frac{Mm}{r^2}\hat{r}$$

$$\Delta U = U(P) - U(P_0) = -\int_{P_0}^{P} \vec{F}_{Grav} \cdot d\vec{r} =$$

$$= -\int_{r_0}^{r} -G\frac{Mm}{r^2}\hat{r}\cdot d\vec{r} = GMm\int_{r_0}^{r}\frac{dr}{r^2} =$$

$$= -GMm\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_0}\right)$$

al limite $r_0 \to \infty \Rightarrow U(P_0) = U(r_0) = 0$

$$U(P) = U(r) = -W_{\infty r} = -\int_{\infty}^{r}\vec{F}_{Grav}\cdot d\vec{r} = -\frac{GMm}{r}$$

- **Velocità di fuga**

Per portare un corpo da R_T a distanza infinitamente grande

$$W_{R_T\to\infty} = \Delta k = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_0^2$$

$$W_{R_T\to\infty} = -W_{\infty R_T} = U(R_T)$$

$v_0 = \min$ se $v_f = 0$

$$\Downarrow$$

$$-\frac{1}{2}mv_0^2 = -G\frac{M_T m}{R_T}$$

$$v_0 = \sqrt{2GM_T/R_T}$$

Dal teorema dell'energia cinetica:

$$W_{TOT} = \Delta K$$

Se $\vec{F}$ è conservativa: $\qquad W_c = -\Delta U$

$$\Rightarrow \qquad \Delta K = -\Delta U$$

$$\Delta K + \Delta U = 0$$

$$\Delta(K + U) = 0$$

si definisce Energia meccanica E

$$E = K + U$$

$$\Delta E = 0$$

L'energia meccanica (en. cinetica + en. potenziale) di un punto materiale che si muove sotto l'azione di forze conservative resta costante durante il moto

Conservazione dell'energia meccanica

$$K_i + U_i = K_f + U_f$$

In presenza di forze non conservative

Esempio : forza di attrito (f. dissipativa)

$$W = \int_{\ell A}^{B} \vec{F}_a \cdot d\vec{r} = \int_{\ell A}^{B} \mu N(-\hat{s}) \cdot d\vec{r}$$

$\hat{s} \equiv$ versore dello spostamento $\Rightarrow \hat{s} \parallel d\vec{r}$

$$\hat{s} \cdot d\vec{r} = dr$$

$$W = -\mu N \int_{\ell A}^{B} dr = -\mu N \ell$$

dipende dal percorso

$\ell \equiv$ percorso da A a B

Dal teorema dell'energia cinetica

$$W_{TOT} = \Delta K$$

$$W_{TOT} = W_C + W_{NC}$$

$W_{NC} \equiv$ lavoro di forze non conservative

$W_C \equiv$ lavoro di forze conservative $= -\Delta U$

$$-\Delta U + W_{NC} = \Delta K$$

$$W_{NC} = \Delta U + \Delta K = \Delta E$$

$W_{NC} = 0 \Rightarrow E = \text{costante}$