FISICA

DESCRIVERE e COMPRENDERE
i fenomeni che si svolgono
in Natura

OSSERVAZIONE → LEGGI FISICHE

SENSO COMUNE ? →%

METODO SPERIMENTALE

OSSERVAZIONE + RAGIONAMENTO + ESPERIMENTO

INDUTTIVO ↓

FENOMENI NATURALI
PREVISIONI
TEORIA
PRINCIPI FONDAMENTALI

↑ DEDUTTIVO

→%

FISICA E MATEMATICA

MISURE → NUMERI
LEGGE FISICA → FORMULA MATEMATICA

GRANDEZZA FISICA

definizione operativa:
E' definita quando abbiamo stabilito un procedimento ovvero un insieme di norme atte a misurare tale grandezza e ad assegnarle una unità di misura

massa, densità, lunghezza, tempo,
velocità, Temperatura, ...

misura → STRUMENTI →
osservazione oggettiva e quantitativa

GRANDEZZA FISICA → CAMPIONE → UNITA' DI MISURA

misura diretta : lunghezza tramite metro
misura indiretta : $v = l/t$

⇓

SISTEMA RAZIONALE DI GRANDEZZE FONDAMENTALI

SISTEMA INTERNAZIONALE (S.I.)

LUNGHEZZA	[L]	metro	m
MASSA	[M]	chilogrammo	Kg
TEMPO	[T]	secondo	s
INTENSITA' DI CORRENTE		ampère	A
TEMPERATURA		Kelvin	K
INTENSITA' LUMINOSA		candela	cd
QUANTITA' DI MATERIA		mole	mol

SISTEMA MKSA

§ 3 - EQUAZIONI DIMENSIONALI

EQUAZIONE DIMENSIONALE :

$$\boxed{[X] = [L^p\ M^q\ T^r]} \qquad (1)$$

Per esempio:

- energia cinetica $[E] = [L^2\ M\ T^{-2}]$
- velocità $[v] = [L\ T^{-1}]$
- densità $[\rho] = [L^{-3}\ M]$
- angolo $[\alpha] = [L^0\ M^0\ T^0]$
- forza $[f] = [L\ M\ T^{-2}]$

CONTROLLO DIMENSIONALE

$$\vec{s} = \frac{1}{2}\ \vec{a}\ t^2 + \vec{v}_0\ t + \vec{s}_0$$

$$[L] = [L\ T^{-2}]\cdot[T^2] + [L\ T^{-1}]\cdot[T] + [L]$$

$$\vec{s} = \frac{1}{2}\ \vec{g}\ t$$ è sbagliata dimensionalmente

$$E = \frac{1}{2}\ m\ v^2 + m\ g\ h$$

$$[L^2\ M\ T^{-2}] = [M]\cdot[L^2\ T^{-2}] + [M]\cdot[L\ T^{-2}]\cdot[L]$$

Confrontare le espressioni:

$$F = m\ a$$

$$F = m\ \omega^2\ R$$

$$F = G\ m_1\ m_2/R^2$$

Unità pratiche

- l'energia si misura in Joule: 1 J = 1 $m^2\ kg\ s^{-2}$;
- la forza si misura in Newton: 1 N = 1 $m\ kg\ s^{-2}$.

Nel sistema CGS

1 J = 10^7 erg e 1 N = 10^5 dine.

Cambiamento di unità di misura

$$60 \text{ mi/h} = 60 \cdot \frac{1 \text{ mi}}{1 \text{ h}} = 60 \cdot \frac{1.61 \text{ km}}{60 \text{ min}} = 1.61 \frac{1 \text{ km}}{1 \text{ min}} =$$

$$= 1.61 \frac{10^3 \text{ m}}{60 \text{ sec}} = = 26.8 \text{ m/sec}$$

IMPORTANTE: una risposta numerica a un problema di fisica non deve mai essere data senza scrivere esplicitamente le unità di misura di seguito al numero.

Esercizi:

A quanti metri equivale l'anno luce?

Su scala atomica si usa l'angstrom (Å), uguale a 10^{-10} m.

L'ordine di grandezza di un atomo è 1 Å, mentre la dimensione del nucleo è 10^{-4} Å. Se volessimo disegnare su carta una mappa dell'atomo e scegliessimo di disegnare il nucleo con il diametro di 1 cm, a quale distanza dovremmo disegnare la nube di elettroni?

MISURE ED ERRORI

§ 1 - INTRODUZIONE

GRANDEZZA FISICA = ente sottoponibile a misura

METODI DI MISURA:

- *misura diretta*
- *misura indiretta*
- *misura mediante apparechi tarati*

§ 2 - ERRORE

ERRORE ≡ inevitabile incertezza che è presente in tutte le misure .

PROBLEMA DI DEFINIZIONE

CAUSE DI ERRORE

- lo strumento (variazioni delle caratteristiche)
- la tecnica di misura (variazioni della grandezza da misurare o errori di lettura)
- l'influenza di grandezze diverse da quella da misurare ma a cui lo strumento è sensibile.

CLASSIFICAZIONE DEGLI ERRORI

- *ERRORI SISTEMATICI*
- *ERRORI ACCIDENTALI*

APPROSSIMAZIONE
e CIFRE SIGNIFICATIVE

MISURA di una grandezza fisica

⇓

ERRORE = inevitabile incertezza che è presente in tutte le misure

⇓

Risultato di una misura:

valore ± errore

$29,7 \pm 0,1$ cm

FATTA UNA MISURA, CON QUANTE CIFRE SI DEVE ESPRIMERE IL RISULTATO?

↓

CIFRE SIGNIFICATIVE di un numero

APPROSSIMAZIONE

Un piatto rettangolare ha una lunghezza di (21.3±0.2) cm ed una larghezza di (9.80±0.10) cm. Trovare l'area del piatto e l'incertezza nell'area calcolata

-

	min	max
$21.3 \times$	$21.1 \times$	$21.5 \times$
$9.80 =$	$9.70 =$	$9.90 =$
208.740	206.670	212.850

la 1ª cifra intera è incerta

⇒ Risultato con 3 cifre significative

↓	↓	↓
209	205	213

Area = 209 ± 4 cm²

- Alternativamente :

$$(21.3 \pm 0.2) \times (9.80 \pm 0.10) = (21.3 \times 9.80) \pm$$

$$\pm (0.2 \times 9.80) \pm (21.3 \times 0.10) \pm (0.2 \times 0.10) =$$

$$= 208.740 \pm 1.96 \pm 2.130 \pm 0.020 = 208.740 \pm 4.110$$

la 1ª cifra intera è incerta

Risultato corretto:

Area = 209 ± 4 cm²

Fatta una misura, con quante cifre si deve dare il risultato?

↓

Nel riportare l'accuratezza di una misura, l'ultima cifra del numero esprimente il risultato della misura dovrebbe essere la prima cifra di incertezza

↓

CIFRE SIGNIFICATIVE di un numero:
le cifre che lo descrivono entro i limiti di accuratezza della misura fatta, esclusi gli zeri necessari per localizzare la virgola decimale

Nell'esempio:

Area = $21.3 \times 9.80 = 208.740$ cm^2

<u>Risultato corretto</u>: Area = 209 ± 4 cm^2

3 cifre significative

CIFRE SIGNIFICATIVE di un numero = le cifre che lo descrivono entro i limiti di accuratezza della misura fatta, esclusi gli zeri necessari per localizzare la virgola decimale

Esempi:

175.4 cm	ha quattro cifre significative
4.5300 km	ha cinque cifre significative
0.0018 sec	ha due cifre significative
0.001800 sec	ha quattro cifre significative
9 g	ha una cifra significativa
9 case	ha un numero illimitato di cifre significative

Regola empirica per le operazioni:

- *quando si fanno dei calcoli con moltiplicazioni, divisioni ed estrazione di radice quadrata, il risultato finale non può avere più cifre significative di quante ne abbia il valore con il minore numero di cifre significative;*
- *quando si fanno addizioni e sottrazioni di numeri, il risultato finale non ha più cifre significative dopo la virgola decimale che i valori con meno cifre significative dopo la virgola decimale.*

Esercizi

1) Mostrate che il prodotto dei due numeri 5.74 e 3.8 non può essere preciso a più di due cifre significative.

5.74 ×	5.735 ×	5.745 ×
3.8 =	3.75 =	3.85 =
21.812	21.50625	22.11825

2) Sommate i numeri 4.19355, 15.28, 5.9561, 12.3, 8.472 assumendo che tutte le cifre siano significative.

Operazioni da effettuare sui dati numerici per tenere conto solo delle cifre significative

§ 2 – ARROTONDAMENTO DI DATI

Supponiamo di avere il dato numerico 14.37

– TRONCAMENTO

- il risultato del troncamento alla parte intera è 14
- il risultato del troncamento alla 1ª cifra decimale è 14.3 .

– ARROTONDAMENTO

- il risultato dell'arrotonadmento all'unità più prossima è 14 perchè 14.37 è più vicino a 14 che non a 15;
- il risultato dell'arrotondamento alla 1ª cifra decimale è 14.4 perchè 14.37 è più vicino a 14.4 che non a 14.3 .

NOTA: 14.35 è equidistante sia da 14.3 che da 14.4

a) arrotondare alla cifra decimale precedente,

b) arrotondare alla cifra decimale precedente maggiorandola di 1,

c) arrotondare alla cifra pari che precede il 5, cioè porre la cifra che precede il 5 uguale al numero pari più prossimo.

Esempio: dati i numeri 14.35 e 14.65

a) 14.3 ; *b*) 14.4 ; *c*) 14.4

a) 14.6 ; *b*) 14.7 ; *c*) 14.6

Esercizio

	a)	*b*)	*c*)
4.35	4.3	4.4	4.4
8.65	8.6	8.7	8.6
2.95	2.9	3.0	3.0
15.95	15.8	16.1	16.0
x	x_a	x_b	x_c

Si vede che :

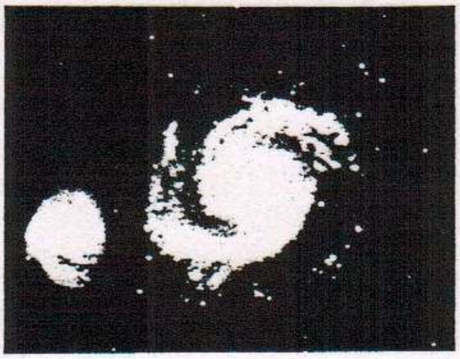
$x - x_a = 0.15$; $x - x_b = -0.15$; $x - x_c = -0.05$

arrotondando il risultato finale secondo le varie tecniche

a) $15.9 \neq x_a$; *b*) $16.0 \neq x_b$; *c*) $16.0 = x_c$

N.B.: La pratica c) minimizza gli errori cumulativi di arrotondamento.

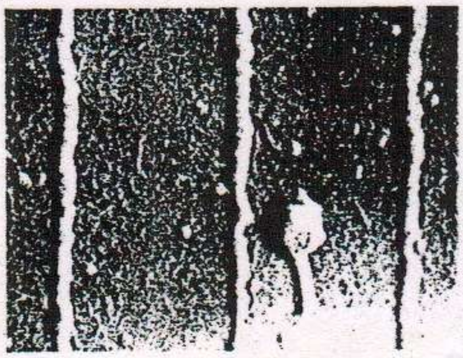
NOTAZIONE SCIENTIFICA



10^{21} m

Una galassia può avere un diametro di 10^{21} m.

notazione esponenziale
notazione scientifica



1 nm = 10^{-9} m

Questa fotografia, eseguita con un microscopio elettronico, mostra sia strutture artificiali sia strutture naturali su piccola scala. Le linee verticali sono strisce di polimetilmetacrilato, larghe 20 nm, deposte su un substrato di silicio con un procedimento noto come litografia a raggi X. La struttura dotata di coda è un batteriofago T-4, la cui testa ha il diametro di circa 100 nm.

Tabella 1.1 Masse di Alcuni Corpi (Valori approssimati)

	Massa (kg)
Via Lattea (Galassia)	7×10^{41}
Sole	2×10^{30}
Terra	6×10^{24}
Luna	7×10^{22}
Squalo	1×10^{4}
Uomo	7×10^{1}
Rana	1×10^{-1}
Zanzara	1×10^{-5}
Batterio	1×10^{-15}
Atomo di Idrogeno	1.67×10^{-27}
Elettrone	9.11×10^{-31}

Tabella 1.4 Alcuni Prefissi per le Potenze di Dieci

Potenza	Prefisso	Abbreviazione
10^{-18}	atto	a
10^{-15}	femto	f
10^{-12}	pico	p
10^{-9}	nano	n
10^{-6}	micro	μ
10^{-3}	milli	m
10^{-2}	centi	c
10^{3}	kilo	k
10^{6}	mega	M
10^{9}	giga	G
10^{12}	tera	T
10^{15}	peta	P
10^{18}	exa	E

Tabella 1.2 Valori Approssimati di Alcune Lunghezze Misurate

	Lunghezza (m)
Distanza dalla terra alla quasar nota più lontana	1.4×10^{26}
Distanza dalla terra alla galassia normale nota più lontana	4×10^{25}
Distanza dalla terra alla grande galassia più vicina (M31 in Andromeda)	2×10^{22}
Distanza dalla terra alla stella più vicina Centauri Proxima)	4×10^{16}
Un anno-luce	9.46×10^{15}
Raggio orbitale medio della terra	1.5×10^{11}
Distanza media terra-luna	3.8×10^{8}
Raggio medio della terra	6.4×10^{6}
Tipica altezza di un satellite terrestre orbitante	2×10^{5}
Lunghezza di un campo di calcio	9.1×10^{1}
Lunghezza di una mosca domestica	5×10^{-3}
Dimensione della più piccola particella di polvere	1×10^{-4}
Dimensione delle cellule della maggior parte degli organismi viventi	1×10^{-5}
Diametro di un atomo di idrogeno	1×10^{-10}
Diametro di un nucleo atomico	1×10^{-14}

Tabella 1.3 Valori Approssimati di Alcuni Intervalli di Tempo

	Intervallo (s)
Età dell'Universo	5×10^{17}
Età della terra	1.3×10^{17}
Durata media degli studi universitari	6.3×10^{8}
Un anno	3.2×10^{7}
Un giorno (tempo per una rivoluzione della terra attorno al suo asse)	8.6×10^{4}
Tempo fra normali battiti cardiaci consecutivi	8×10^{-1}
Periodo[a] di un'onda sonora nell'udibile	1×10^{-3}
Periodo di una tipica onda radio	1×10^{-6}
Periodo di vibrazione di un atomo in un solido	1×10^{-13}
Periodo di un'onda luminosa nel visibile	2×10^{-15}
Durata di una collisione nucleare	1×10^{-22}
Tempo di attraversamento di un protone per la luce	3.3×10^{-24}

[a] Il periodo è definito come l'intervallo di tempo di una vibrazione completa.

ORDINE DI GRANDEZZA

Valutare la risposta approssimata quando si ha scarsa informazione

Esempio: stimiamo il numero di atomi contenuti in 1 cm^3 di un solido

diametro di un atomo (sferico) $d = 1\ \text{Å} = 10^{-10}$ m.

$\Rightarrow$ volume atomo $V \cong 10^{-30}\ m^3$

volume solido $V_S = 1\ cm^3 = 10^{-6}\ m^3$

$\Rightarrow$ numero di atomi $\cong 10^{-6} / 10^{-30} = 10^{24}$

N.B.: Se una quantità aumenta di 3 ordini di grandezza ciò significa che il suo valore è aumentato di un fattore

$10^3 = 1000$.

I nostri occhi riescono a distinguere

- Spessore di un capello ~ 1/10 mm (10^{-4} m)
- Distanza di una montagna ~ 100 km (10^5 m)

$10^{-4} \div 10^5 \Leftrightarrow$ Il nostro sguardo spazia su **10 ordini di grandezza**

§ 3 - NOTAZIONE SCIENTIFICA

La presenza di zeri in una risposta può essere fraintesa

Uso delle potenze del 10 per evidenziare le cifre significative di un numero. e rimuovere l'ambiguità

Esempio: dato 1500.g, può essere (*)

1.5×10^3 g se ci sono 2 cifre significative nel valore misurato,

1.50×10^3 g se ci sono [illegible] cifre significative nel valore misurato.

Esempi:

Scrivere con 3 cifre significative i seguenti numeri

186'000	→	1.86×10^5
30'000'000	→	3.00×10^7
0.000380	→	3.80×10^{-4}

Esercizio:

Quante cifre significative ci sono in ciascuno dei numeri seguenti, assumendo che i numeri siano stati registrati accuratamente:

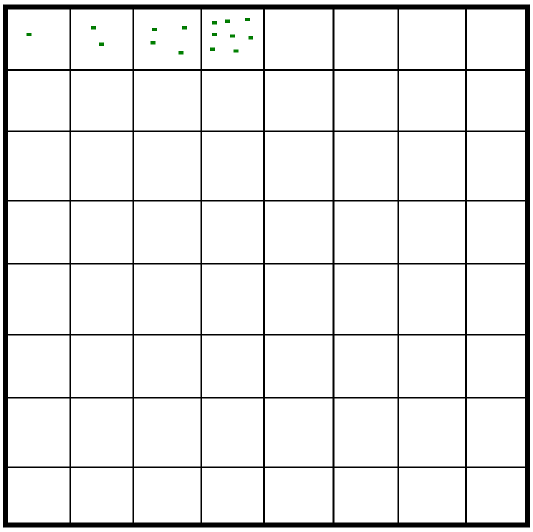
149.8 cm	0.0028 m
149.80 cm	0.00280 m
10 studenti	1.00280 m
10 g	300 casc.

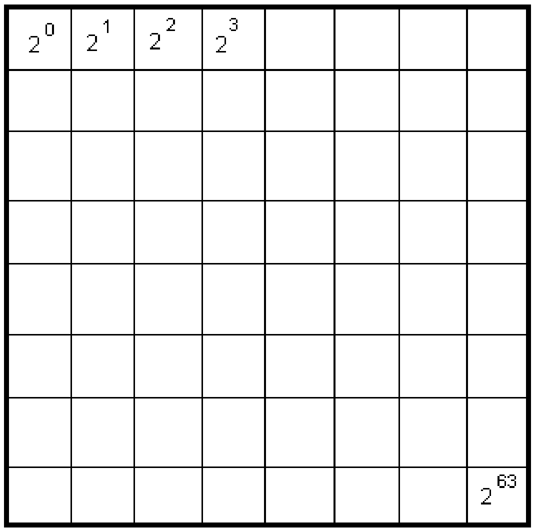
(*) Si ricordi che la moltiplicazione di un numero per 10^n ha l'effetto di spostare il punto decimale di n posti verso destra se n è positivo, o di n posti verso sinistra se n è negativo.

PROBLEMA DI NASSIR

"Si narra che l'indiano Sissa, detto anche Nassir, inventò il gioco degli scacchi per diletto e istruzione di un ricco principe. L'ammirazione e il piacere per il gioco fu tale nel principe che si disse pronto a concedere qualsiasi ricompensa gli fosse stata richiesta. Nassir prontamente affermò che si sarebbe accontentato di avere un chicco di grano per la prima casella della scacchiera, due chicchi per la seconda, quattro per la terza, otto per la quarta e così via fino al completamento delle 64 caselle. Il sovrano considerò modesta la richiesta e, immaginandosi solo una scacchiera piena di grano, ordinò che fosse soddisfatta."

Quanti chicchi spettavano a Nassir?





1, 2, 4, 8, 16, …….

a_1, a_2, a_3, ….,a_n

2^0, 2^1, 2^2, 2^3, 2^4, ……….., 2^{63}

a_1, $a_1 \times 2$, $a_2 \times 2$, ……..…,$a_{n-1} \times 2$

Progressione geometrica di ragione2

Somma dei primi n termini di una progressione geometrica di ragione q $\boxed{S_n = a_1 \times \frac{q^n - 1}{q - 1}}$

In questo caso $\boxed{S_n = 2^{64} - 1 \approx 2^{64}}$

Ordine di grandezza di un esponenziale del tipo b^k

$10^m \leq b^k \leq 10^{m+1}$ con: $m = k \log b$

In questo caso $m = 64 \log 2 \approx 19 \rightarrow$ $\boxed{10^{19} \leq \textit{Numero di cicchi} \leq 10^{20}}$

Sapendo che un centimetro cubo contiene circa 20 cicchi, calcolare quanti metri cubi occuperebbe il grano richiesto da Nassir.

$$densità = \frac{20}{10^{-6}} \frac{semi}{m^3} = 2 \times 10^7 \ semi/m^3$$

$$\boxed{Volume = \frac{Numero\ di\ semi}{densità} = \frac{2^{64}}{2 \times 10^7} \approx \frac{10^{19}}{2 \times 10^7} = 0.5 \times 10^{12}\ m^3}$$

VETTORI

- L'acqua ha una temperatura di 20 °C.

- La macchina si è spostata di 500 m.

Sono sufficienti queste informazioni?

Nel primo caso si

Nel secondo caso no • Altre informazioni:

in che direzione?

in che verso?

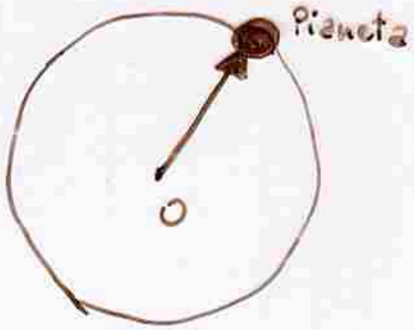
da dove è partita?

⇓

grandezza vettoriale

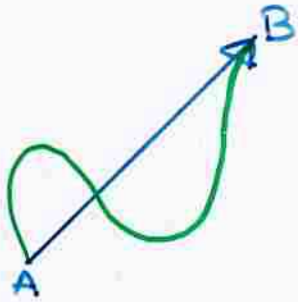
VETTORI

Nuovi concetti scientifici $\Rightarrow$ nuove parole : vettore

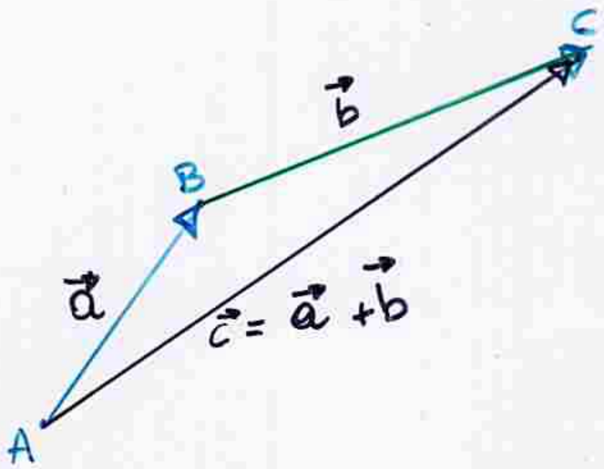


(termine di astronomia)

SPOSTAMENTO : cambiamento di posizione di una particella



percorso $\neq$ spostamento



$$\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$$

Regola del parallelogramma

GRANDEZZA VETTORIALE: Modulo + direzione + + verso + somma (reg. parallelogramma)

GRANDEZZA SCALARE: numero (+ unità di misura)

Importanza della notazione vettoriale:

- La formulazione delle leggi fisiche in forma vettoriale è indipendente dal sistema di assi coordinati (cioè è invariante per traslazione e/o rotazione delle coordinate)

- Il simbolismo vettoriale è conciso. Molte leggi presentano un aspetto semplice e chiaro che rimane nascosto quando vengono espresse relativamente ad un particolare sistema di coordinate.

GEOMETRIA EUCLIDEA ⇒

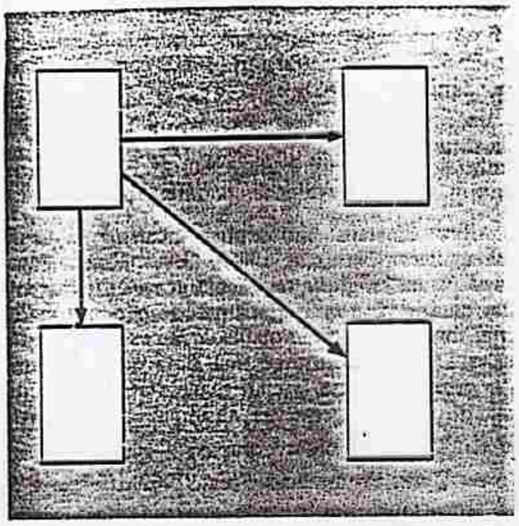
⇒ UNIVOCITA' DEL CONFRONTO TRA VETTORI DEFINITI IN PUNTI DIVERSI

⇒ UNIVOCITA' DELLA SOMMA

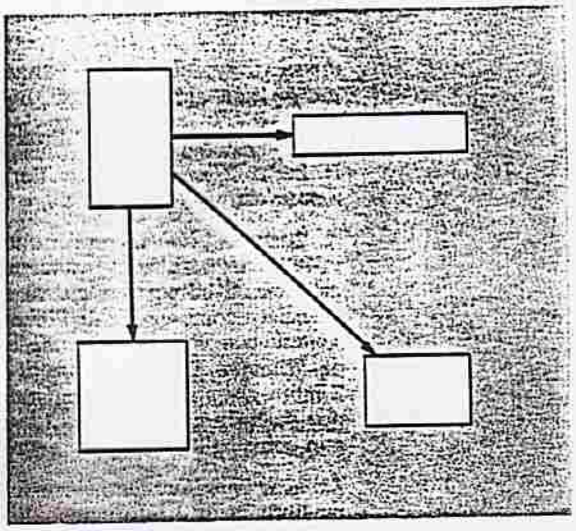
Assiomi della geometria Euclidea:

- spazio piatto (omogeneo e isotropo);
- per due punti passa una ed una sola retta;
- la minima distanza tra due punti è data dal segmento di retta che li congiunge;
- vale il teorema di Pitagora.

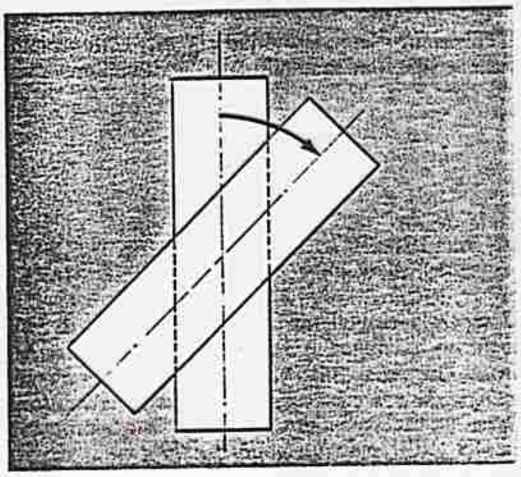
4



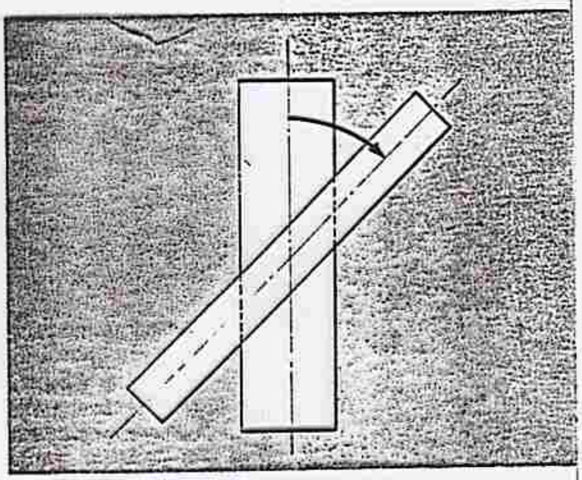
Invarianza per traslazione. Un oggetto muovendosi verso una qualsiasi altra posizione non cambia dimensioni né forma.



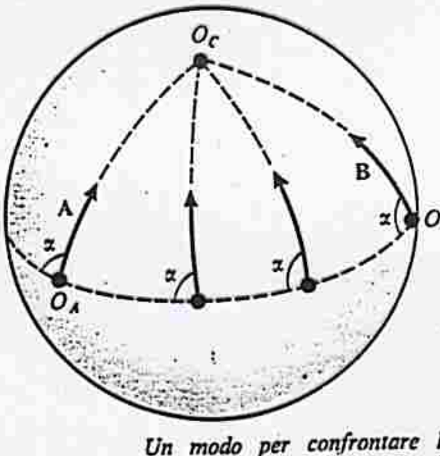
Non-invarianza per traslazione in un mondo ipotetico. Un oggetto muovendosi verso un'altra posizione può cambiare dimensioni o forma.



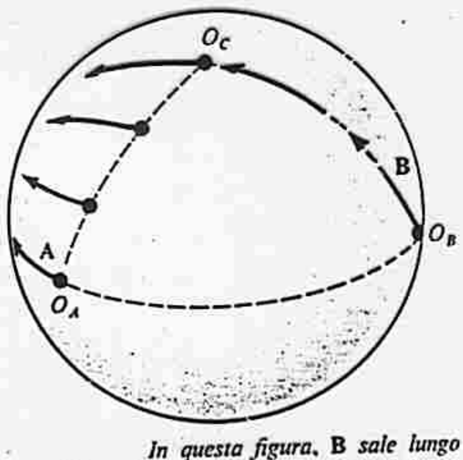
Invarianza per rotazione. La rotazione non altera né le dimensioni né la forma di un oggetto.



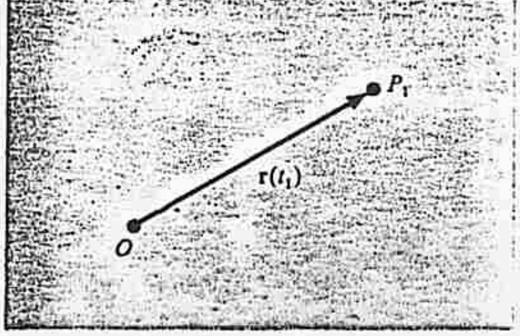
Non-invarianza per rotazione in un mondo ipotetico. L'oggetto ruotando può cambiare dimensioni o forma.



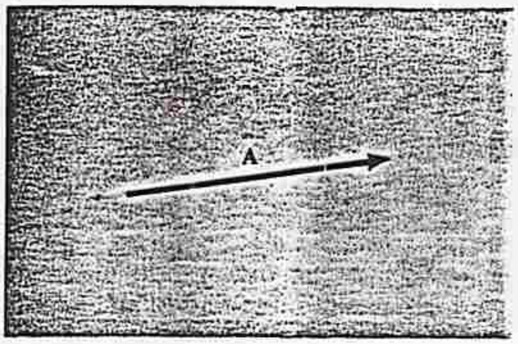
Un modo per confrontare la direzione di **B** *con* **A** *consiste nel muovere* **B** *(partendo da O_B) lungo l'equatore, mantenendolo sempre diretto verso O_C, fino a raggiungere O_A.*



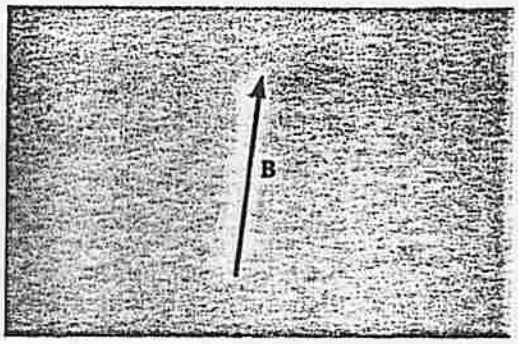
In questa figura, **B** *sale lungo il suo meridiano fino a portare la sua origine a coincidere con O_C, poi scivola di lato giù fino all'equatore.*



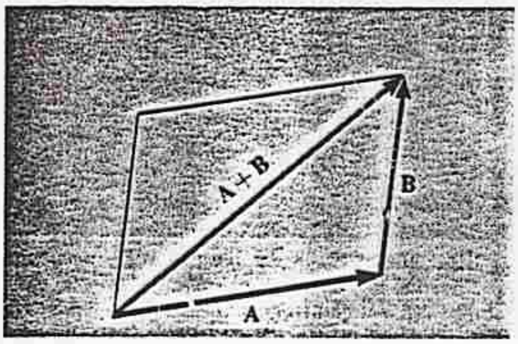
La posizione P_1, occupata all'istante t_1 da una particella, è definita dal vettore $\mathbf{r}(t_1)$ rispetto al punto O scelto come origine.



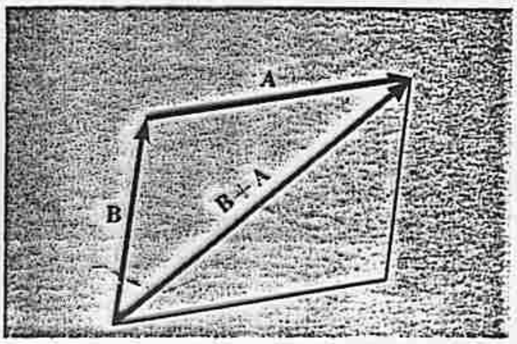
Vettore **A.**



Vettore **B.**



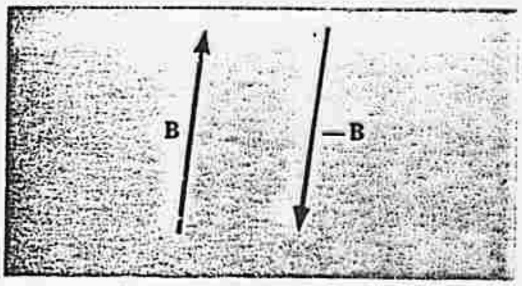
Vettore somma **A + B.**



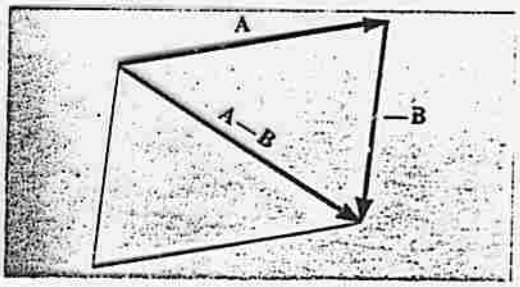
Il vettore somma **B + A** *è uguale ad* **A + B.**

P. Commutativa

$\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$



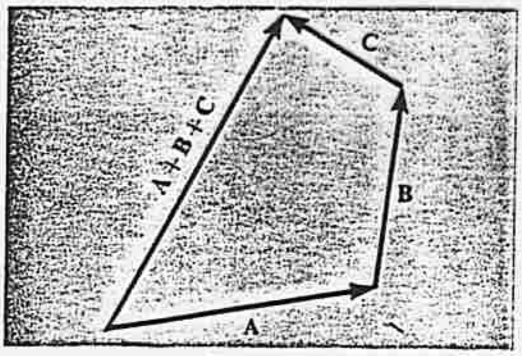
Vettori **B** *e* **— B.**



Costruzione di **A — B**: *vettore differenza.*

DIFFERENZA

$\vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-\vec{b})$



Somma di tre vettori: **A + B + C.**
Si verifichi che tale somma è uguale a **B + A + C.**

P. Associativa

$\vec{a} + (\vec{b} + \vec{c}) = (\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c}$

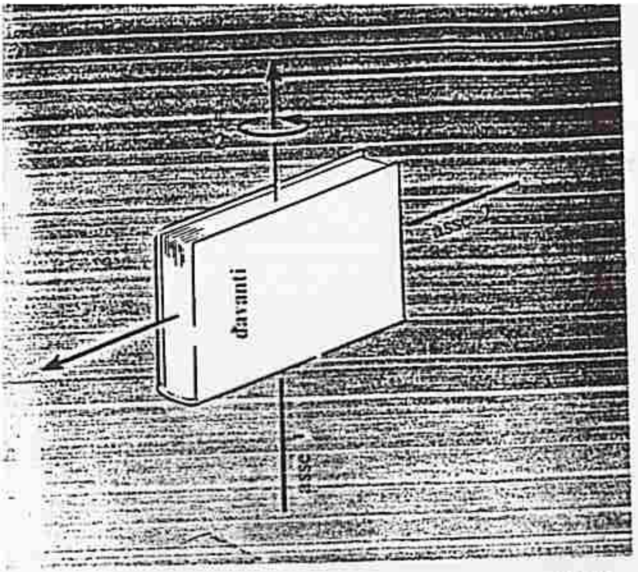


FIGURA 2.18 *Orientazione iniziale del libro. In seguito viene ruotato di $\frac{\pi}{2}$ rad attorno all'asse 1.*

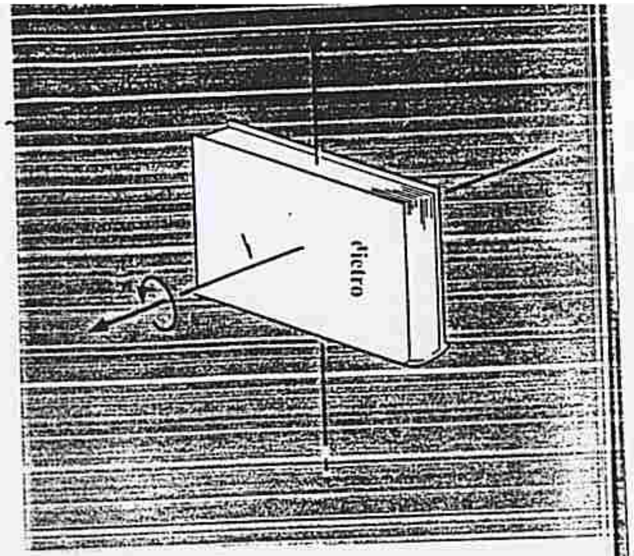


FIGURA 2.19 *Come è orientato dopo una rotazione (1) di $\frac{\pi}{2}$ rad attorno all'asse 1.*

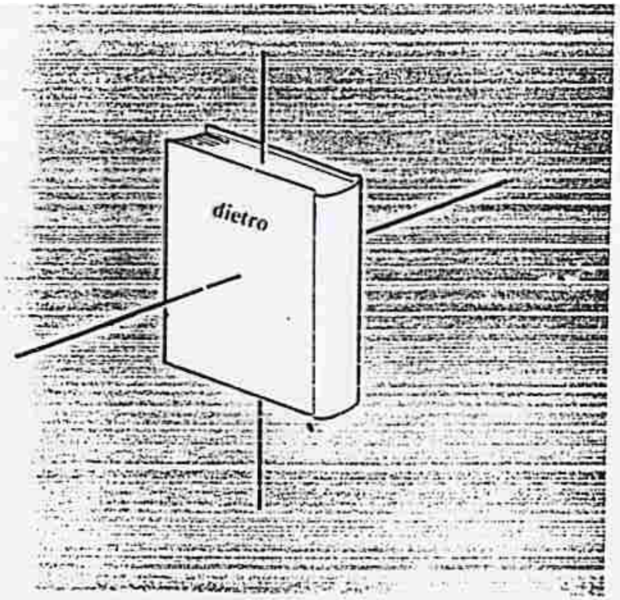


FIGURA 2.20 *Come si presenta dopo un'ulteriore rotazione (2) di $\frac{\pi}{2}$ rad attorno all'asse 2.*

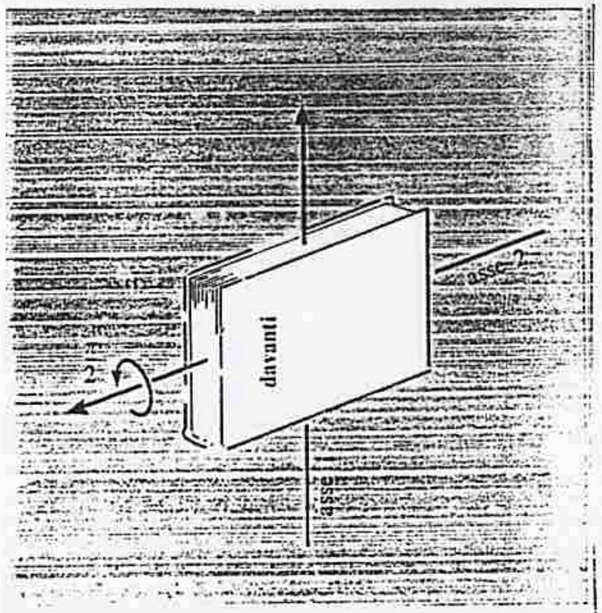


FIGURA 2.21 *Orientazione iniziale del libro.*

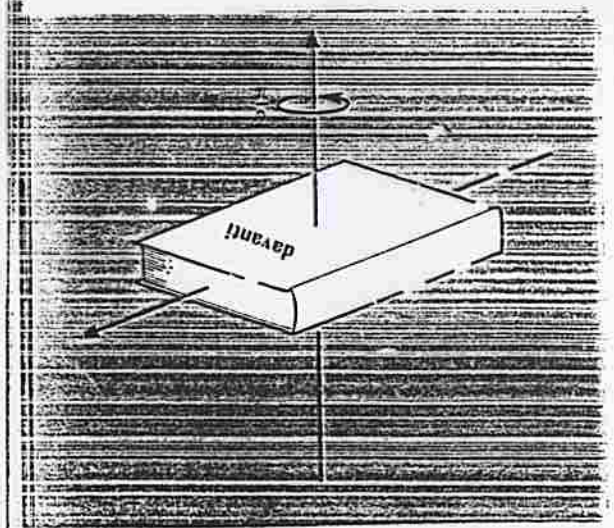


FIGURA 2.22 *Come è orientato dopo una rotazione (2) di $\frac{\pi}{2}$ rad attorno all'asse 2:*

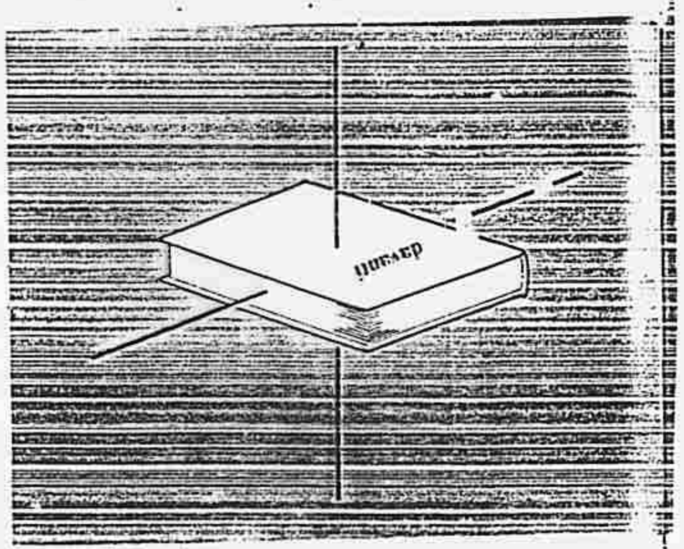


FIGURA 2.23 *Orientazione finale, dopo una ulteriore rotazione (1) di $\frac{\pi}{2}$ rad attorno all'asse 1.*

Proprietà della somma dei vettori

- P. commutativa $\vec{a}+\vec{b}=\vec{b}+\vec{a}$

- Differenza tra vettori $\vec{a}-\vec{b}=\vec{a}+(-\vec{b})$

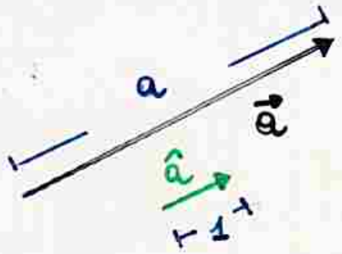
- Pr. associativa $\vec{a}+(\vec{b}+\vec{c})=(\vec{a}+\vec{b})+\vec{c}$

- Prodotto per scalare(*) $\vec{b}=k\vec{a} \Rightarrow |\vec{b}|=|k||\vec{a}|$

- Prop. distributiva del prodotto per scalare rispetto alla somma di vettori
$$k(\vec{a}+\vec{b})=k\vec{a}+k\vec{b}$$

N.B.: Importanza della regola della somma
(Esempio: Rotazioni finite)

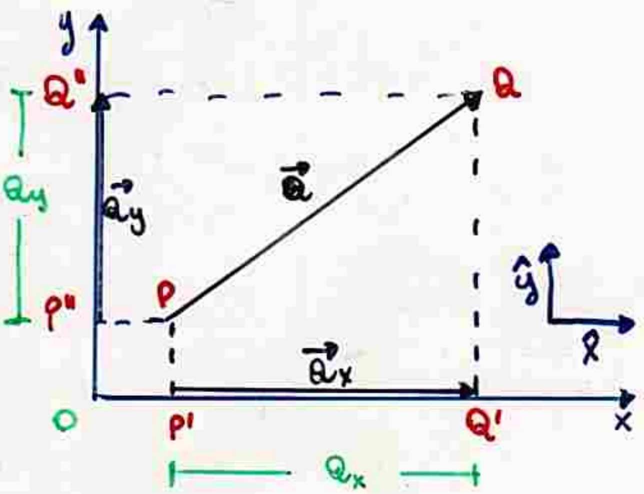
(*) Le dimensioni fisiche di $\vec{b}$ possono essere differenti da quelle di $\vec{a}$. Esempio: $\vec{F}=m\vec{a}$



VERSORE o vettore unitario

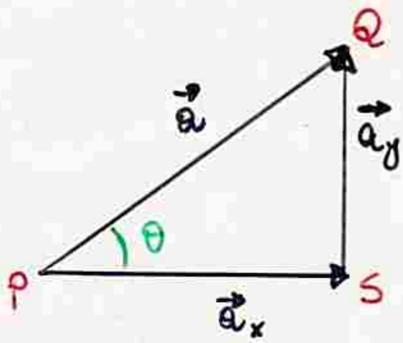
$$\vec{a} = a\,\hat{a}$$

VETTORE IN UN PIANO - rappresentazione cartesiana



P'Q' proiezione ortogonale del segmento di retta PQ sull'asse x

P"Q" proiezione ortogonale del segmento di retta PQ sull'asse y



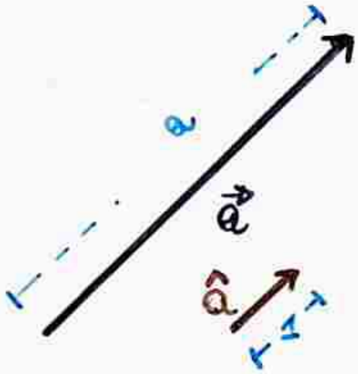
$$\vec{a} = \vec{a}_x + \vec{a}_y \Rightarrow$$
$$\vec{a} = a_x\,\hat{x} + a_y\,\hat{y}$$

$$a^2 = a_x^2 + a_y^2$$
$$a_x = a\cos\theta$$
$$a_y = a\sin\theta$$
$$tg\,\theta = a_y/a_x$$

In generale :

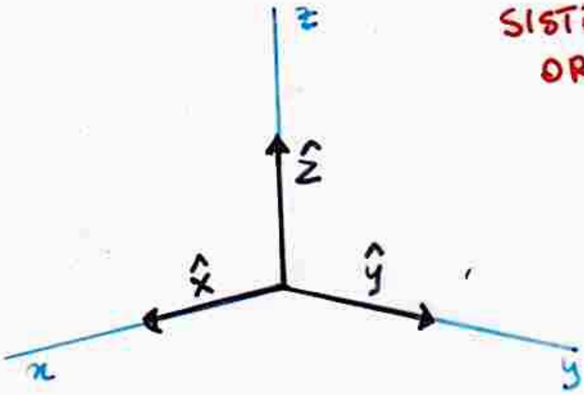
$$\vec{c} = \vec{a} + \vec{b} \quad \Longrightarrow \quad \begin{aligned} c_x &= a_x + b_x \\ c_y &= a_y + b_y \\ c_z &= a_z + b_z \end{aligned}$$

VERSORE o vettore unitario



versore di un vettore

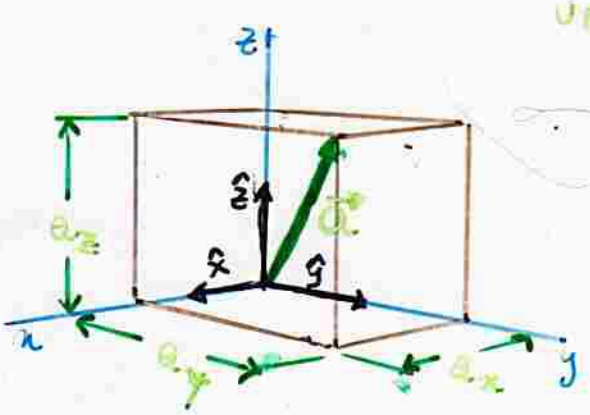
$$\vec{a} = a\,\hat{a}$$



SISTEMA DESTRORSO DI COORDINATE ORTOGONALI

versori degli assi cartesiani

COMPONENTI DI UN VETTORE RISPETTO A UN SISTEMA DI ASSI CARTESIANI

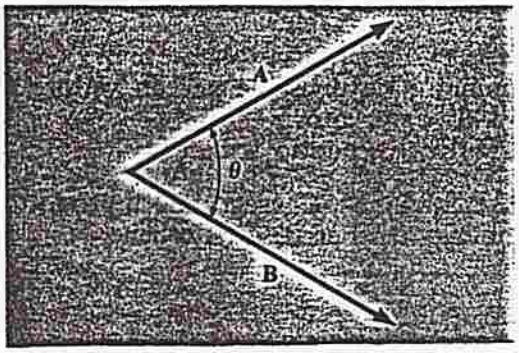


I componenti: $\vec{a}_x$, $\vec{a}_y$, $\vec{a}_z$

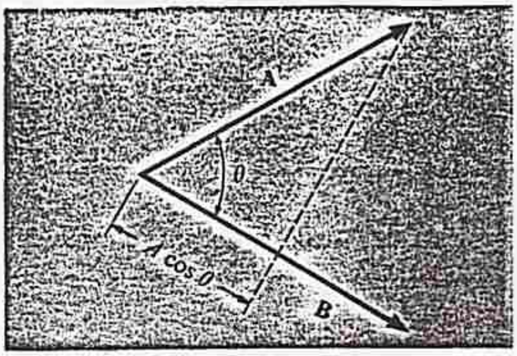
Le componenti: a_x, a_y, a_z

$$\vec{a} = \vec{a}_x + \vec{a}_y + \vec{a}_z =$$
$$= a_x\,\hat{x} + a_y\,\hat{y} + a_z\,\hat{z}$$
$$a^2 = a_x^2 + a_y^2 + a_z^2$$

Prodotti tra vettori

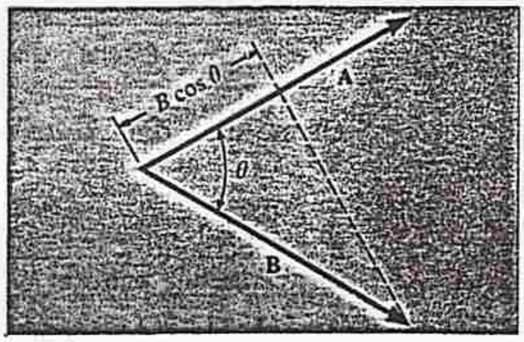


Per formare il prodotto **A·B**, *si portino i vettori* **A** *e* **B** *a coincidere in un'origine comune.*



B(*A* cos *θ*)=**A·B**.

Prodotto scalare

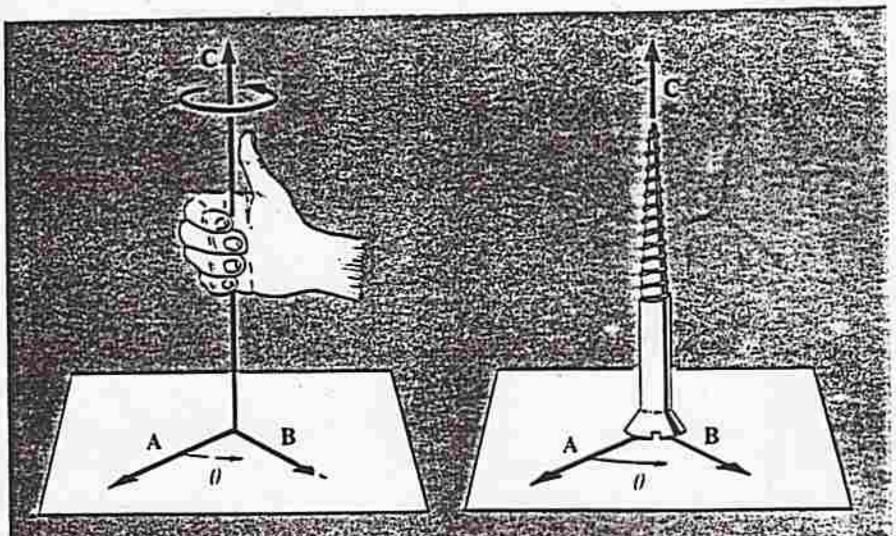


A(*B* cos *θ*)=**A·B**. *θ è l'angolo tra* **A** *e* **B**.

$$\boxed{\mathbf{A}\cdot\mathbf{B} \equiv AB\cos(\mathbf{A},\mathbf{B}),}$$

Esempio : Lavoro di una Forza

Prodotto vettoriale



Regola della vite destrorsa (a destra). *La stessa regola descritta con la mano destra* (a sinistra).

$$\vec{C} = \vec{A} \wedge \vec{B}$$

$$c = a \cdot b \cdot \sin\theta$$

Esempio : momento di una forza

Proprietà del prodotto scalare

- $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{a}$ p. commutativa

- $\vec{a} \cdot (\vec{b} + \vec{c}) = \vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{a} \cdot \vec{c}$ p. distributiva

- $\vec{a} \cdot \vec{b} \cdot \vec{c}$!! non è definibile $\Rightarrow$ non esiste la p. associativa

- $\vec{a} \cdot \vec{x} = k$
  $\Rightarrow$ $\vec{x}$ non è univocamente determinato
  $\Rightarrow$ non ha significato dividere per un vettore

- rappresentazione cartesiana

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = (a_x \hat{x} + a_y \hat{y} + a_z \hat{z}) \cdot (b_x \hat{x} + b_y \hat{y} + b_z \hat{z}) =$$

$$= a_x b_x \hat{x} \cdot \hat{x} + a_x b_y \hat{x} \cdot \hat{y} + a_x b_z \hat{x} \cdot \hat{z} +$$
$$+ a_y b_x \hat{y} \cdot \hat{x} + a_y b_y \hat{y} \cdot \hat{y} + a_y b_z \hat{y} \cdot \hat{z} +$$
$$+ a_z b_x \hat{z} \cdot \hat{x} + a_z b_y \hat{z} \cdot \hat{y} + a_z b_z \hat{z} \cdot \hat{z} =$$

$$\boxed{\vec{a} \cdot \vec{b} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z}$$

essendo: $\hat{x} \cdot \hat{x} = \hat{y} \cdot \hat{y} = \hat{z} \cdot \hat{z} = 1$
$\hat{x} \cdot \hat{y} = \hat{y} \cdot \hat{z} = \hat{x} \cdot \hat{z} = 0$

Proprietà del prodotto vettoriale

- $\vec{a} \wedge \vec{b} = -\vec{b} \wedge \vec{a}$ p. anticommutativa
- $\vec{a} \wedge (\vec{b} + \vec{c}) = \vec{a} \wedge \vec{b} + \vec{a} \wedge \vec{c}$ p. distributiva
- $\vec{a} \wedge (\vec{b} \wedge \vec{c}) \neq (\vec{a} \wedge \vec{b}) \wedge \vec{c}$ non vale la p. associativa

- Rappresentazione cartesiana

$$\vec{a} \wedge \vec{b} = (a_x \hat{x} + a_y \hat{y} + a_z \hat{z}) \wedge (b_x \hat{x} + b_y \hat{y} + b_z \hat{z}) =$$

$$= a_x b_x (\hat{x} \wedge \hat{x}) + a_y b_x (\hat{y} \wedge \hat{x}) + a_z b_x (\hat{z} \wedge \hat{x}) +$$
$$+ a_x b_y (\hat{x} \wedge \hat{y}) + a_y b_y (\hat{y} \wedge \hat{y}) + a_z b_y (\hat{z} \wedge \hat{y}) +$$
$$+ a_x b_z (\hat{x} \wedge \hat{z}) + a_y b_z (\hat{y} \wedge \hat{z}) + a_z b_z (\hat{z} \wedge \hat{z}) =$$

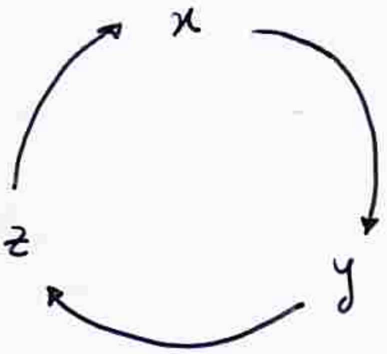
$$= 0 + a_y b_x (-\hat{z}) + a_z b_x \hat{y} +$$
$$+ a_x b_y \hat{z} + 0 + a_z b_y (-\hat{x}) +$$
$$+ a_x b_z (-\hat{y}) + a_y b_z \hat{x} + 0 =$$

$$= (a_y b_z - a_z b_y) \hat{x} + (a_z b_x - a_x b_z) \hat{y} + (a_x b_y - a_y b_x) \hat{z}$$

$$\vec{a} \wedge \vec{b} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix}$$

$$\vec{a} \wedge \vec{b} = (a_x \hat{x} + a_y \hat{y} + a_z \hat{z}) \wedge (b_x \hat{x} + b_y \hat{y} + b_z \hat{z})$$

Disposizione ciclica di $x\,y\,z$



$$\hat{x} \wedge \hat{y} = \hat{z} \qquad \hat{y} \wedge \hat{x} = -\hat{z}$$

$$\hat{y} \wedge \hat{z} = \hat{x} \qquad \hat{z} \wedge \hat{y} = -\hat{x}$$

$$\hat{z} \wedge \hat{x} = \hat{y} \qquad \hat{x} \wedge \hat{z} = -\hat{y}$$

$$\hat{x} \wedge \hat{x} = \hat{y} \wedge \hat{y} = \hat{z} \wedge \hat{z} = 0$$

$$\begin{aligned} \vec{a} \wedge \vec{b} = \; & \hat{x}\,(a_y b_z - a_z b_y) + \\ & + \hat{y}\,(a_z b_x - a_x b_z) + \\ & + \hat{z}\,(a_x b_y - a_y b_x) \end{aligned}$$

N.B.:

$$\Delta \vec{r} \cdot \vec{F}$$

$$\vec{r} \wedge \vec{F}$$

Hanno le stesse dimensioni fisiche
ma rappresentano grandezze fisiche differenti

$$(\vec{a} \wedge \vec{b}) \wedge \vec{c} \neq \vec{a} \wedge (\vec{b} \wedge \vec{c})$$

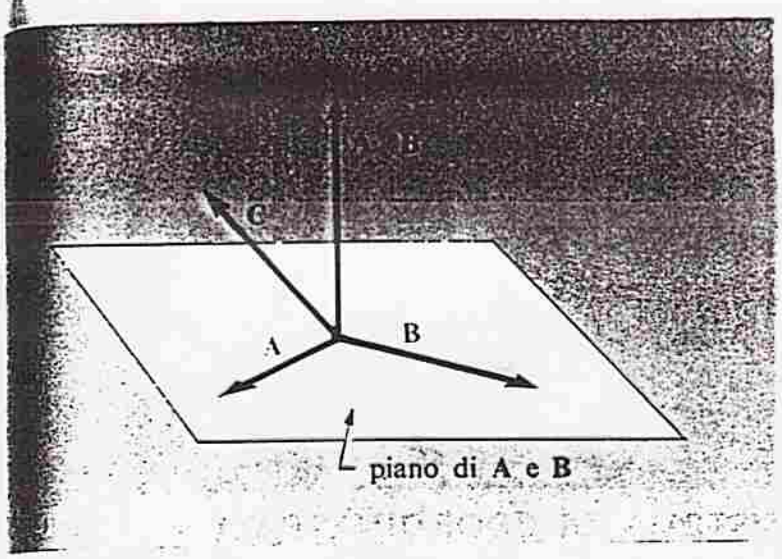


FIGURA 2.40 **A**, **B** *e* **C** *sono tre vettori.* **A × B** *è perpendicolare al piano di* **A** *e* **B.**

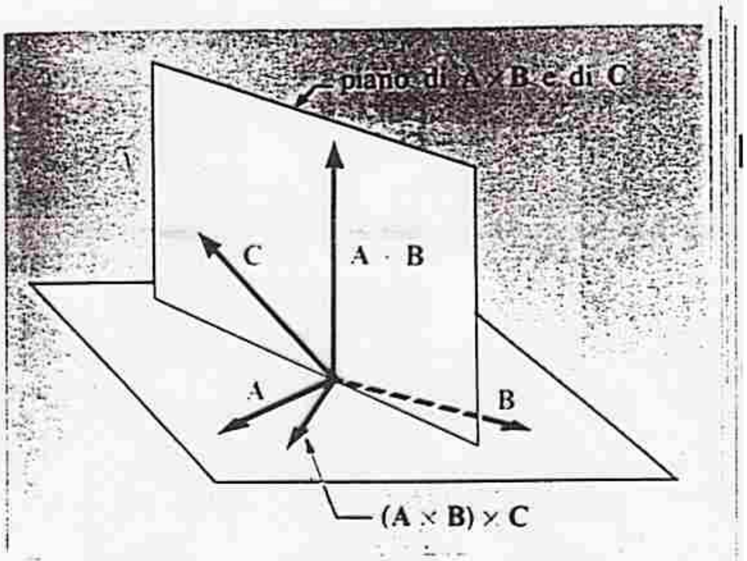


FIGURA 2.41 **(A × B) × C** *è perpendicolare al piano di* **A × B** *e* **C** *e giace nel piano di* **A** *e* **B.**

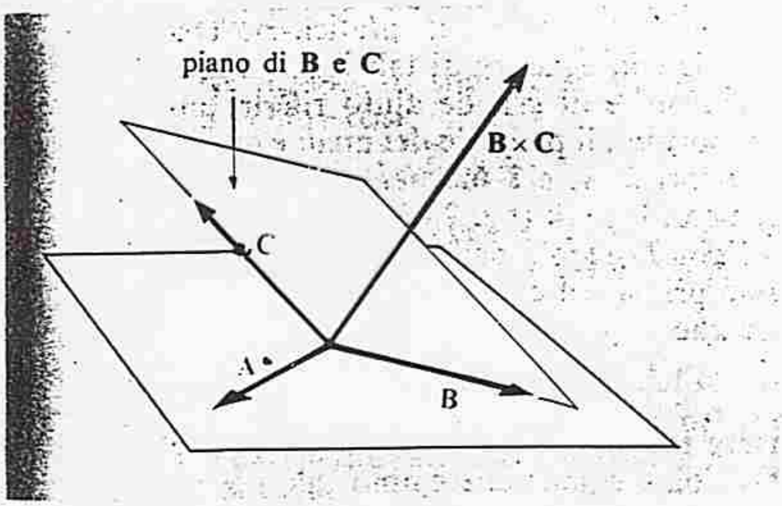


FIGURA 2.42 **B × C** *è perpendicolare al piano di* **B** *e* **C.**

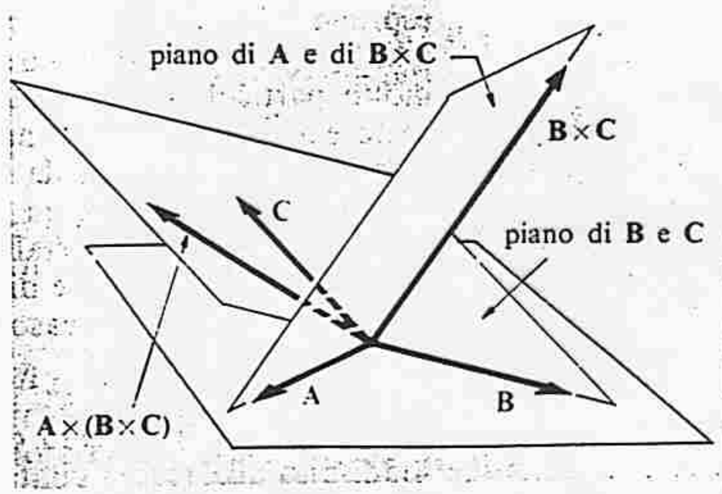


FIGURA 2.43 **A × (B × C)** *è perpendicolare al piano di* **A** *e* **(B × C)** *e giace nel piano di* **B** *e* **C.** *Ovviamente* **A × (B × C)** *e* **(A × B) × C** *sono vettori differenti.*

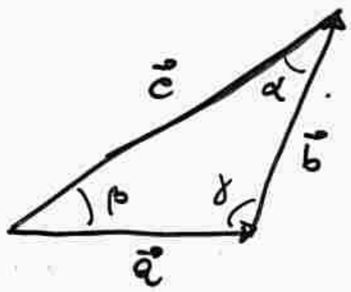
Prodotti tripli

- $\vec{a} \cdot (\vec{b} \wedge \vec{c}) = (\vec{a} \wedge \vec{b}) \cdot \vec{c}$

  - $\cdot$ e $\wedge$ si scambiano senza che il prodotto cambi

- $\vec{a} \wedge (\vec{b} \wedge \vec{c}) = (\vec{a} \cdot \vec{c})\vec{b} - (\vec{a} \cdot \vec{b})\vec{c}$

- Teorema del coseno



$$c^2 = \vec{c} \cdot \vec{c} = (\vec{a}+\vec{b}) \cdot (\vec{a}+\vec{b})$$

$$\begin{aligned} c^2 &= \vec{a}\cdot\vec{a} + \vec{b}\cdot\vec{b} + 2\vec{a}\cdot\vec{b} = \\ &= a^2 + b^2 + 2ab\cos(\pi - \gamma) = \\ &= a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma \end{aligned}$$

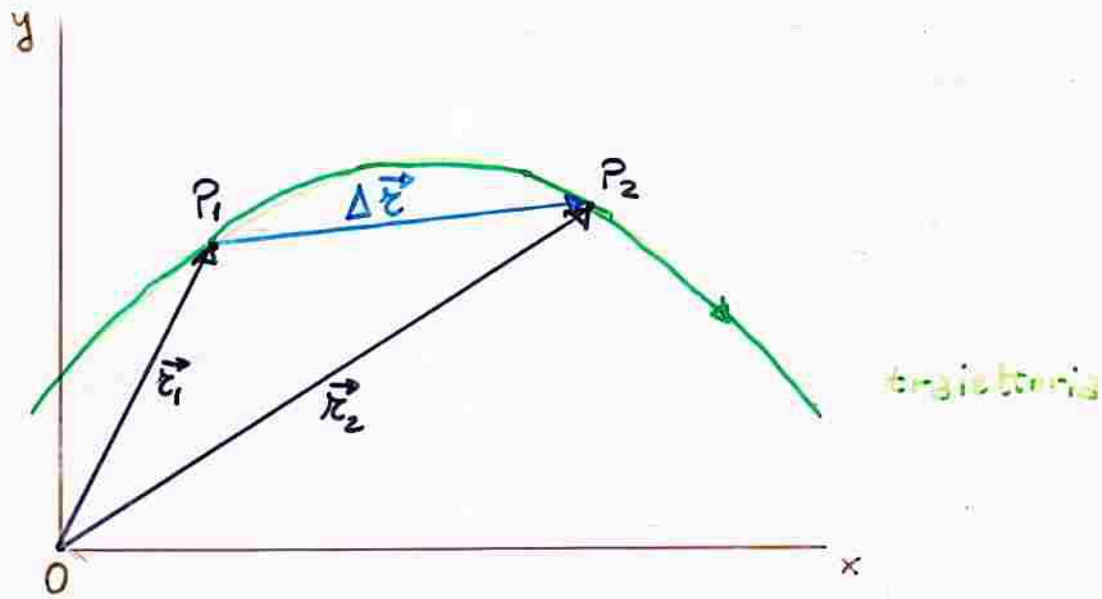
- Teorema dei seni

$$\vec{a} \wedge \vec{c} = \vec{a} \wedge (\vec{a} + \vec{b}) = \vec{a} \wedge \vec{a} + \vec{a} \wedge \vec{b} = \vec{a} \wedge \vec{b}$$

$$|\vec{a} \wedge \vec{c}| = |\vec{a} \wedge \vec{b}|$$

$$a\,c \sin\beta = a\,b \sin\gamma \Rightarrow \frac{c}{\sin\gamma} = \frac{b}{\sin\beta}$$

DERIVATA DI UN VETTORE



$\vec{r}_1 = \vec{r}(t_1) \equiv$ POSIZIONE all'istante t_1
$\vec{r}_2 = \vec{r}(t_2) \equiv$ POSIZIONE all'istante t_2

$\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1 \equiv$ SPOSTAMENTO (cambiamento di posizione)

$\Delta \equiv$ variazione = valore finale − valore iniziale

Definizione:

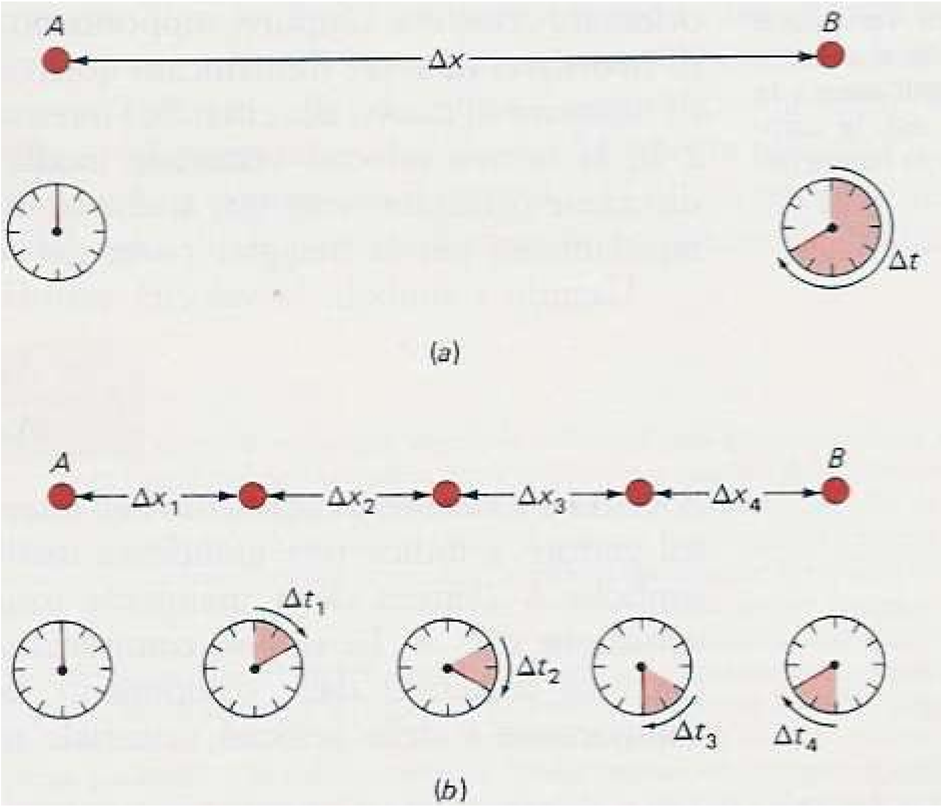
velocità media $\equiv \vec{v}_m = \dfrac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \dfrac{\vec{r}(t_2)-\vec{r}(t_1)}{t_2-t_1}$

posto $t_1 = t$ e $t_2 = t+\Delta t$

$$\vec{v}_m = \frac{\vec{r}(t+\Delta t) - \vec{r}(t)}{\Delta t}$$

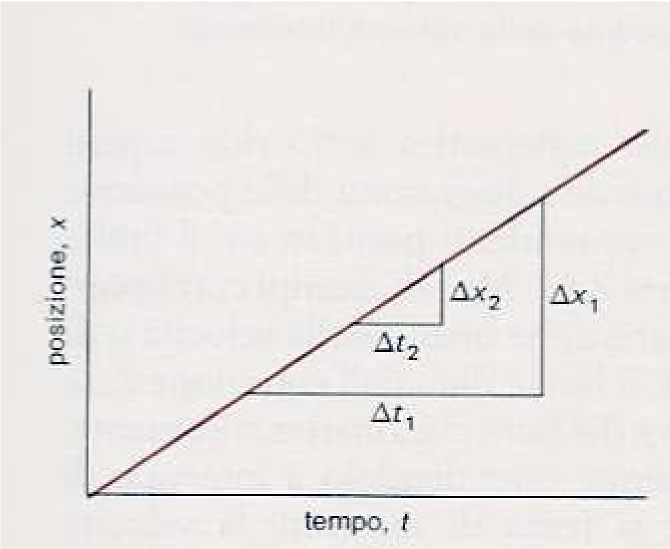
CASO UNIDIMENSIONALE

Un punto si muove su una linea coordinata *x*

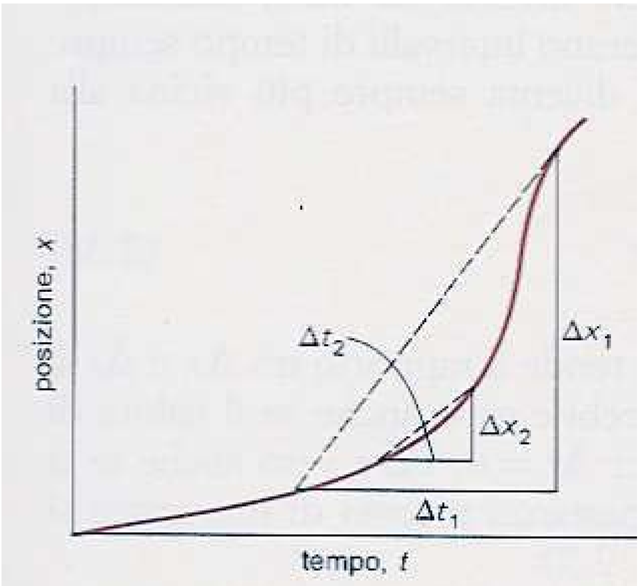


$$v_{media} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

$$v_1 = \frac{\Delta x_1}{\Delta t_1}, \qquad v_2 = \frac{\Delta x_2}{\Delta t_2}, \qquad \text{etc.}$$



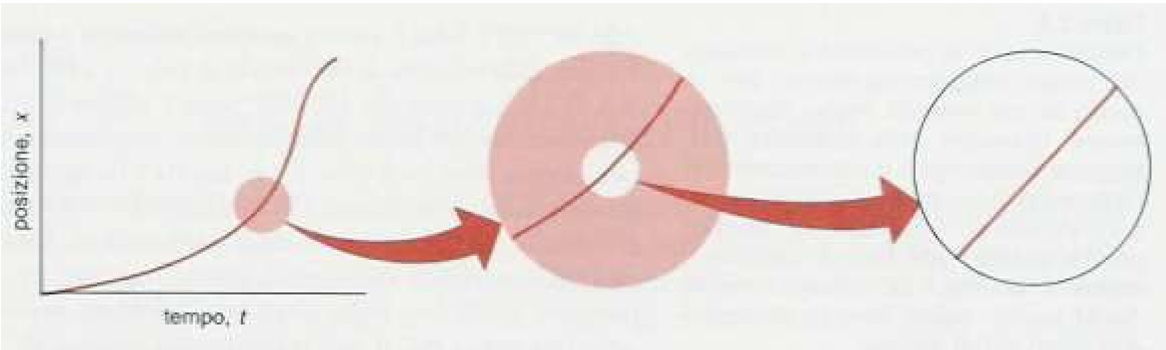
$v_1 = v_2$



$v_1 \neq v_2$

$$\Delta t \rightarrow 0 \quad \Rightarrow \quad \Delta x \rightarrow 0$$

Ma $\frac{\Delta x}{\Delta t}$ assume un valore finito



La curva x= x(t) per un tratto "piccolo" approssima una retta

$\frac{\Delta x}{\Delta t}$ è la pendenza di tale retta.

Facendo un passaggio al limite

DEFINIZIONE:

<u>velocità istantanea</u>

$$\boxed{v_x = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} \equiv \frac{dx}{dt}}$$

è la derivata della posizione x rispetto al tempo t, e rappresenta la pendenza della curva x=x(t) nel punto considerato.

CASO TRIDIMENSIONALE

VELOCITA'

Rapidità con cui un punto materiale varia la sua posizione nel tempo

$$\boxed{\vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\vec{r}(t+\Delta t) - \vec{r}(t)}{\Delta t} \equiv \frac{d\vec{r}}{dt}}$$

Il vettore $\vec{v}$ è la derivata rispetto al tempo t del vettore posizione $\vec{r}$, e ha la direzione della tangente alla traiettoria nel punto considerato.

IN GENERALE

DEFINIZIONE

Il vettore $\vec{a}$ derivata di una grandezza vettoriale $\vec{b}$ rispetto alla grandezza scalare t

$$\boxed{\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{b}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\vec{b}(t+\Delta t) - \vec{b}(t)}{\Delta t} \equiv \frac{d\vec{b}}{dt}}$$

Regole di derivazione

$$\frac{d}{dt}(\vec{a}+\vec{b}) = \frac{d\vec{a}}{dt} + \frac{d\vec{b}}{dt}$$

$$\frac{d}{dt}(m\vec{v}) = m\frac{d\vec{v}}{dt} \qquad \text{se è } m \text{ costante}$$

$$\frac{d}{dt}(m\vec{v}) = \frac{dm}{dt}\vec{v} + m\frac{d\vec{v}}{dt} \qquad \text{per } m \text{ non costante}$$

$$\frac{d}{dt}(\vec{a}\cdot\vec{b}) = \frac{d\vec{a}}{dt}\cdot\vec{b} + \vec{a}\cdot\frac{d\vec{b}}{dt}$$

$$\frac{d}{dt}(\vec{a}\wedge\vec{b}) = \frac{d\vec{a}}{dt}\wedge\vec{b} + \vec{a}\wedge\frac{d\vec{b}}{dt} \quad (*)$$

{ (*) fare <u>molta</u> attenzione all'ordine dei vettori }

— · — · —

Vettore infinitesimo :

$$d\vec{b} = \left(\frac{d\vec{b}}{dt}\right)dt$$

- velocità $\quad \vec{v}(t) = \dfrac{d\vec{r}}{dt}$

- $d\vec{r} \equiv$ spostamento infinitesimo

$$d\vec{r} = \left(\frac{d\vec{r}}{dt}\right) dt = \vec{v}(t)\, dt$$

- Spostamento finito

$$\Delta\vec{r}_{TOT} = \Delta\vec{r}_1 + \Delta\vec{r}_2 + \cdots + \Delta\vec{r}_n = \sum_{i=1}^{n} \Delta\vec{r}_i$$

processo al limite $\qquad n \to \infty$

$\Delta\vec{r}_i \to d\vec{r}$

$\Sigma \to \int$

$$\Delta\vec{r} = \int_{\vec{r}_0}^{\vec{r}(t)} d\vec{r} = \int_0^t \vec{v}(t)\, dt$$

In generale :

Se $\quad \boxed{\vec{a} = \dfrac{d\vec{b}}{dt}}$ $\qquad$ derivata del vettore $\vec{b}$

$$\boxed{d\vec{b} = \left(\frac{d\vec{b}}{dt}\right) dt = \vec{a}\, dt}$$

vettore infinitesimo (variazione infinitesima del vettore $\vec{b}$)

$$\boxed{\Delta\vec{b} = \int_{\vec{b}_0}^{\vec{b}(t)} d\vec{b} = \int_0^t \left(\frac{d\vec{b}}{dt}\right) dt = \int_0^t \vec{a}\, dt}$$

variazione finita

In coordinate cartesiane fisse

$$\vec{r}(t) = x(t)\,\hat{x} + y(t)\,\hat{y} + z(t)\,\hat{z}$$

$$\vec{v}(t) = v_x(t)\,\hat{x} + v_y(t)\,\hat{y} + v_z(t)\,\hat{z}$$

$$d\vec{r} = dx(t)\,\hat{x} + dy(t)\,\hat{y} + dz(t)\,\hat{z}$$

$$\Delta\vec{r} = \Delta x(t)\,\hat{x} + \Delta y(t)\,\hat{y} + \Delta z(t)\,\hat{z}$$

$$v_x(t) = \frac{dx(t)}{dt} \quad ; \quad v_y(t) = \frac{dy(t)}{dt} \quad ; \quad v_z(t) = \frac{dz(t)}{dt}$$

$$\Delta x(t) = \int_{x_0}^{x(t)} dx = x(t) - x_0 = \int_0^t v_x(t)\,dt$$

$$\Delta y(t) = \int_{y_0}^{y} dy = y(t) - y_0 = \int_0^t v_y(t)\,dt$$

$$\Delta z(t) = \int_{z_0}^{z} dz = z(t) - z_0 = \int_0^t v_z(t)\,dt$$

I - INTRODUZIONE

1 - CHE COSA E' LA FISICA?

Non esiste una definizione chiara di che cosa sia la fisica o di quali campi di indagine essa si occupi.

Fin dall'infanzia ognuno di noi osserva una straordinaria varietà di fenomeni, ossia di cambiamenti che hanno luogo continuamente nell'ambiente in cui viviamo. E ognuno di noi è portato continuamente a porsi tante domande, tanti "perché" ai quali vorrebbe poter dare una risposta. Perché vediamo la nostra immagine riflessa nello specchio? Perché si formano le immagine sullo schermo del televisore? Perché gli oggetti cadono a terra? Perché i satelliti non precipitano al suolo come i sassi?

Cercare di dare una risposta a queste e a infinite altre domande corrisponde a un bisogno istintivo che è anche antico quanto l'uomo.

La Fisica è la scienza che si propone di descrivere e comprendere i fenomeni che si svolgono in natura.

Che cosa intendiamo per “comprendere” qualche cosa? Possiamo immaginare che questo complicato apparato di cose in movimento che costituisce “il mondo” sia qualcosa di simile a una partita a scacchi giocata dagli dei, e che noi siamo spettatori della partita. Noi non sappiamo quali siano le regole del gioco. Tutto ciò che ci è consentito è di *osservare* lo svolgersi del gioco. Naturalmente se osserviamo abbastanza a lungo possiamo, alla fine, afferrare alcune delle regole. *Le regole del gioco* sono ciò che intendiamo per *fisica fondamentale*.

In realtà ora non le conosciamo tutte.

A parte il fatto che non conosciamo tutte le regole, ciò che in realtà possiamo spiegare con quelle regole è molto limitato, perché la maggior parte delle situazioni sono così estremamente complicate che non ci è possibile seguire le fasi della partita usando le regole, né tanto meno dire che cosa succederà. Dobbiamo quindi limitarci alla più fondamentale questione delle regole del gioco. Se conosciamo le regole, riteniamo di “comprendere” il mondo.

Pertanto la fisica non è un insieme di conoscenze complete e per sempre immutabili, ma è qualche cosa che cresce e anche si modifica. Spesso si aprono nuovi campi di studio e fenomeni che apparivano indipendenti, senza alcuna relazione tra loro, si rivelano come aspetti diversi di un unico fenomeno più generale.

Uno degli scopi della Fisica è di scoprire le "regole" dell'universo in cui viviamo; alcune di queste regole si rivelarono sorprese sconcertanti per scienziati e filosofi. Infatti alcune scoperte furono così rivoluzionarie e così contrarie **al senso comune** che vennero accettate molto lentamente. Il senso comune è un prodotto della mente umana, non c'è ragione che Madre Natura sia ad esso obbligata.

Per esempio, ora non pensiamo che necessariamente 1+1 sia uguale a 2 quando si ha a che fare con il mondo fisico.

Esempio 1: Composizione di velocità

Consideriamo una barca con v_1=20 Km/h rispetto all'acqua e il fiume che rispetto alla riva ha v_2=10 Km/h. La velocità della barca rispetto alla riva dovrebbe essere V_b=30 Km/h, ma la Fisica ci dice che tale velocità è in realtà:

$$V_b=(v_1+v_2)/(1+v_1\cdot v_2/c^2)= 29.9999999999999949 \text{ km/h}$$

cioè è minore di v_1+v_2

Esempio 2: Interferenza da una doppia fenditura.

Una fenditura con $a<\sim\lambda$ produce una figura di diffrazione con un massimo centrale molto ampio di intensità I_0. Due fenditure non producono una unica figura di intensità $2I_0$, ma una figura di diffrazione in cui ci sono zone di intensità nulla e zone di intensità $4I_0$.

Alcuni fenomeni addirittura sembrano “magici” al senso comune

Esempio 3: La polarizzazione della luce

Analizzerò alcuni semplici fenomeni che si possono evidenziare con due paia di occhiali da sole polaroid. Un effetto particolarmente drammatico emerge quando si guarda una sorgente luminosa attraverso un sandwich di tre filtri polarizzatori. Se si toglie il disco centrale non si vede nulla. Viceversa, se esso viene reintrodotto, il sandwich diventa trasparente. Aggiungendo un ostacolo riusciamo a far passare più luce. Questo fatto, come accade per un buon trucco di magia, rimane molto sorprendente per quasi tutte le persone, indipendentemente da quanto bene e da quanto tempo ne abbiamo capito la spiegazione. (David Mermin)

Nel passaggio attraverso un polaroid, l’intensità luminosa trasmessa I_T è legata a quella incidente I_0 dalla legge di Malus:

$$I_T = I_0 \cos^2\theta$$

ove θ è l’angolo formato dal piano di polarizzazione dell’onda e il piano di polarizzazione che caratterizza il filtro. Nell’esperimento ovviamente il primo e l’ultimo polaroid hanno i piani di polarizzazione ortogonali, per cui quando sono soli non passa luce ($\cos^2 (\pi/2) = 0$); il filtro intermedio forma invece un angolo di $\pi/4$ radianti con il primo polaroid (e quindi di $\pi/4$ radianti anche con il secondo) per cui la luce trasmessa attraverso i tre filtri sarà:

$$I_T = (I_0 \cos^2 \pi/4)\bullet \cos^2 \pi/4= ¼\ I_0$$

Abbiamo detto che è difficile definire con precisione il campo di indagine della Fisica perché non ha contorni ben tracciati ed è in continua evoluzione. Ciò che caratterizza la Fisica non sono tanto i suoi contenuti, quanto il suo metodo, che si chiama **metodo sperimentale**. *Osservazione*, *ragionamento* ed *esperimento* costituiscono quello che chiamiamo *metodo sperimentale.* Esso si bassa sulle osservazioni e sulle esperienze, e permette di formulare le *leggi fisiche*, di solito espresse da *formule matematiche*.

Molti fenomeni che accadono in natura ci colpiscono direttamente attraverso i sensi: vediamo che una automobile corre, sentiamo con la mano che un oggetto è più caldo di un altro, udiamo che il suono di un violino è diverso da quello di una tromba.

Tuttavia le informazioni registrate dai sensi hanno sempre un carattere personale. Non ci si può basare su di esse per costruire una scienza, qual è la Fisica, le cui affermazioni devono essere indipendenti dalla particolare persona che ha compiuto l'osservazione. Facciamo allora uso di **strumenti**, i quali consentono inoltre di allargare il campo delle nostre osservazioni consentendo di rilevare anche quei fenomeni non percepiti dai nostri sensi (per esempio non vediamo le onde radio, non sentiamo gli ultrasuoni, etc). Usando uno strumento, l'osservazione acquisisce un carattere oggettivo (ossia indipendente dall'osservatore) e quantitativo.

La temperatura, la lunghezza, la durata, la velocità, l'intensità della corrente elettrica sono parole che fanno parte del linguaggio della Fisica. Si chiamano **grandezze Fisiche** e si riferiscono a concetti che hanno la caratteristica di poter essere misurati con degli strumenti. Per definire una grandezza fisica è necessario specificare come si fa a misurarla. Parleremo in seguito più dettagliatamente delle grandezze fisiche.

2 - FISICA E MATEMATICA

La Matematica ha sempre avuto un ruolo molto importante nella Fisica. Una delle ragioni di questa profonda alleanza è dovuta al fatto che la Fisica si serve delle grandezze e quindi ha bisogno di trattare dei numeri che sono il risultato delle misure. Ma la Matematica mette a disposizione della Fisica anche altri strumenti oltre a quello che i numeri consentono di elaborare. Quando studiamo un fenomeno (per esempio la caduta di un sasso) non ci limitiamo a "guardare" il fenomeno, ma ci poniamo l'obiettivo di arrivare a stabilire la regola o come si dice, la ***legge*** secondo la quale si svolge il fenomeno. Nel caso della caduta del sasso troveremo che

$$t \propto \sqrt{h}$$

Questa formula matematica esprime la legge di caduta degli oggetti sulla Terra.

Fortunatamente, molti dei principi e dei concetti fondamentali della Fisica possono essere compresi facendo uso solo dell'algebra e della geometria elementare. Ciò è conseguenza di quella che sembra essere una proprietà generale delle leggi fondamentali della natura, vale a dire più ci avviciniamo alla verità, più le leggi naturali diventano semplici.

3 - IL METODO SPERIMENTALE

Il metodo sperimentale consiste in un’ analisi critica dei fenomeni. Naturalmente perché le esperienze siano proficue, non devono essere fatte alla cieca. All'inizio conviene farsi un'idea su come si svolge il fenomeno che si vuole studiare. Si formula così un’ipotesi, che può essere eventualmente suggerita da una somiglianza con altri fenomeni che già si conoscono. Si fanno quindi le esperienze sul fenomeno. Se i loro risultati sono in accordo con le conseguenze delle ipotesi, l'ipotesi viene confermata. Altrimenti essa deve essere abbandonata o modificata. Questo metodo che dall'osservazione del fenomeno risale alla sua legge attraverso esperienze, analogie e ipotesi si chiama **metodo induttivo** (Il metodo induttivo consiste nell’osservare un particolare fenomeno e nel ricavare da tali osservazioni le leggi generali che reggono tutti i fenomeni dello stesso tipo).

Le leggi che regolano un certo gruppo di fenomeni si trovano spesso riunite in una **teoria**. Si tratta di una struttura matematica che mette in relazione tra loro le singole leggi e consente così di collegare i risultati di numerose esperienze (esempio: teoria dell'elettromagnetismo).

Usando strumenti matematici, da una teoria è possibile prevedere nuove leggi e quindi scoprire nuovi fenomeni. Si applica in questo caso il **metodo deduttivo**. E' poi necessario progettare delle esperienze per verificare se i fenomeni previsti esistono davvero. In caso affermativo la teoria è da considerarsi valida, altrimenti deve essere modificata o in casi estremi, scartata (per esempio: i lanci spaziali, cominciati nel 1958, sono una chiara conferma della teoria scoperta trecento anni prima da Galileo e Newton).

Per esempio: Quando osserviamo sperimentalmente che un sasso e una piuma cadono con la stessa velocità in un tubo verticale nel quale è stato praticato il vuoto, concludiamo, *per induzione*, che in assenza di attriti dovuti all'aria, "tutti i corpi si muovono con la stessa legge del moto indipendentemente dalla loro massa; ma quando, in base a tale legge, prevediamo che lo stesso corpo lungo un piano inclinato scenderà più lentamente, cioè con una accelerazione minore, che in caduta libera, operiamo *per deduzione*.

Oggi la Fisica è organizzata in **leggi**, **principi**, **postulati** e **teoremi** che descrivono i fenomeni osservati.

4 - BIBLIOGRAFIA

U.AMALDI - Il mondo della Fisica - Zanichelli Ed.

J.OREAR - Fisica Generale - Zanichelli Ed.

II - GRANDEZZE FISICHE E UNITA' DI MISURA

1 - GRANDEZZE FISICHE

Normalmente per Scienza si intende l'insieme di conoscenze su un determinato argomento basate su valutazioni anche quantitative, cioè numeriche.
Nell'ambito di una scienza studiamo dei fenomeni, indicando con tale nome qualsiasi oggetto, fatto o avvenimento esterno percepito o osservato direttamente o per mezzo di dispositivi particolari.
Nello studio dei fenomeni, cioè nell'indagine scientifica, è necessario seguire una metodologia.
In modo semplicistico si può schematizzare la metodologia della Fisica nel modo seguente:

- Occorre per prima cosa individuare o definire il fenomeno che si vuole studiare.
- Questo risulta descritto da un certo numero di sue caratteristiche, dette grandezze fisiche, ognuna delle quali si deve poter valutare quantitativamente per mezzo di operazioni di confronto con un'altra grandezza ad essa omogenea, assunta come campione. Tali operazioni di confronto si chiamano operazioni di misura ed i risultati ottenuti si dicono misure. Misurare una grandezza fisica significa pertanto determinare il numero che esprime il rapporto tra la grandezza e il suo campione che è chiamato, per questa ragione, unità di misura.
- Le misure effettuate, opportunamente elaborate, forniscono le informazioni mediante le quali si possono determinare le modalità con cui ogni grandezza, nell'ambito di quel fenomeno, è legata alle altre.
- Si ha così la possibilità infine, di formulare leggi che governano il fenomeno osservato, cioè le relazioni algebriche tra le grandezze fisiche che sono in grado di descriverlo, oppure di operare un confronto di eventuali previsioni teoriche con i dati sperimentali.

Risulta chiaro che la definizione di grandezza fisica è una definizione operativa, nel senso che essa è definita solamente e completamente dalle stesse operazioni impiegate per misurarla (grandezza fisica = ente sottoponibile a misura):
Una grandezza fisica è definita quando abbiamo stabilito un procedimento ovvero un insieme di norme atte a misurare tale grandezza e ad assegnarle una unità di misura.

Sono grandezze fisiche che ci sono note la massa, la densità, la lunghezza, il tempo, la forza, la velocità, la temperatura, la resistività, l'energia, etc.
Per misurare una grandezza fisica bisogna, quindi, assegnare la sua unità di misura, per cui si potrebbe pensare di dover scegliere tante unità di misura quante sono le grandezze fisiche. Si deve però osservare che spesso è possibile esprimere una grandezza fisica mediante altre tramite una equazione. Per esempio per valutare la velocità media di un corpo in movimento noi misuriamo lo spazio percorso s ed il tempo t impiegato a percorrerlo e diciamo che è

$$v = s / t$$

In questo caso si dice che abbiamo fatto una misura indiretta della grandezza fisica velocità.

Nell'Algebra abbiamo studiato che un sistema di equazioni di più variabili si può esprimere in funzione delle sole variabili indipendenti. Analogamente, tutte le grandezze fisiche si possono esprimere mediante le sole grandezze fisiche definibili indipendentemente l'una dall'altra. Il gruppo di queste grandezze prende il nome di SISTEMA RAZIONALE DI GRANDEZZE FONDAMENTALI, che dal punto di vista analitico equivalgono al gruppo di variabili indipendenti.

L'esperienza mostra che tutti i fenomeni meccanici sono esprimibili mediante 3 sole grandezze fondamentali: dal punto di vista analitico ciò significa che se si scrivono n equazioni riguardanti i fenomeni della meccanica, queste contengono n+3 grandezze; scelte queste 3, le rimanenti n grandezze sono univocamente determinabili. Ovviamente, la scelta delle tre grandezze fondamentali, nonché delle rispettive unità di misura, può essere del tutto arbitraria, per cui si è ritenuto opportuno stabilire delle convenzioni valide internazionalmente.

Nel 1960 una commissione internazionale riunitasi a Parigi stabilì quali grandezze fisiche dovessero essere considerate fondamentali e contestualmente furono stabilite le corrispondenti unità di misura. Il sistema così stabilito è chiamato SISTEMA INTERNAZIONALE (SI). Si convenne di considerare grandezze fondamentali per quanto riguarda l'espressione dei fenomeni meccanici il gruppo costituito da

Lunghezza [L]
Massa [M]
Tempo [T]

Le unità di misura sono state fissate (anche se nel corso degli anni è stata modificata la definizione del rispettivo campione) come segue:

metro m
chilogrammo kg
secondo sec

Il sistema di unità di misura che misura L,M e T rispettivamente in m, kg e sec si dice MKS. Altri sistemi utilizzano multipli o sottomultipli.
Per esempio, il sistema Gauss o CGS misura L,M e T rispettivamente in cm, g e sec. Per cambiare unità di misura basta sostituire al simbolo delle unità primitive quello della nuova unità di misura moltiplicato per il rapporto tra la prima e la seconda. Anticipiamo che per esprimere le grandezze diverse da quelle meccaniche (termiche ed elettromagnetiche) il sistema internazionale S.I. comprende, oltre a L, M e T:

intensità di corrente misurata in A (ampère),
temperatura misurata in K (kelvin),
intensità luminosa misurata in cd (candela),
quantità di materia misurata in mol (mole).

2 - UNITA' DI MISURA E CAMPIONI

La scelta di una unità di misura è ovviamente arbitraria e ciò che in genere si pretende da essa è che sia "comoda", cioè che possa avere un riferimento immediato. Ecco perché nei tempi antichi le distanze venivano misurate, possiamo dire spontaneamente, utilizzando come unità di misura il piede o il pollice. Tali unità di misura però finiscono per essere non universalmente "comode" e indiscutibili.

La necessità di accordarsi sulle unità di misura delle grandezze fisiche nasce ovviamente dall'allargamento dei confini di scambio di informazioni e merci tra paesi differenti: si pensi appunto all'incidenza di un tale accordo su un settore quale quello del commercio.

Si pensò pertanto di stabilire dei campioni delle unità di misura, scegliendo possibilmente dei campioni esistenti in natura che non cambiano nel tempo.

Che il processo di definizione delle unità di misura e dei relativi campioni non sia stato un processo semplice lo si può immaginare pensando che fu necessaria una rivoluzione perché apparissero il metro e il chilogrammo, che vennero adottati solo durante la rivoluzione francese da una apposita commissione istituita nel 1790 dall'Assemblea Costituente Francese.

- *Lunghezza*

Come campione della unità di misura tratto dalla natura era stato scelto in origine (proprio dalla commissione francese) la 40-milionesima parte del meridiano terrestre[1], e venne costruito nel 1799 un metro campione e conservato all'Ufficio Internazionale di Pesi e Misure di Sévres. Ben presto ci si rese conto che la scelta di un metro campione tratto dalla natura non era attuabile in modo completo. Infatti ogni nuovo miglioramento delle tecniche di misura portava ad una valutazione numerica differente (dalla precedente) della lunghezza del meridiano terrestre e quindi alla necessità di preparare nuovi campioni. Si stabilì pertanto di rinunciare all'unità naturale e venne presa come unità di misura delle lunghezze la distanza tra due tacche di una particolare barra campione di platino-iridio mantenuta sotto condizioni controllate e conservata a Sévres. Questo campione, dopo il 1960, è stato abbandonato per parecchie ragioni, la principale essendo quella che la

---

[1] Istruttivo e piacevole il romanzo del matematico francese Denis Guedj “Il Meridiano” che è incentrato sulla misura di una parte del meridiano terrestre passante per Parigi, commissionata dall’Assemblea francese a due astronomi.

limitata accuratezza con cui può essere determinata la separazione tra le tacche sulla sbarra non incontra gli attuali requisiti della scienza e della tecnologia. Il metro è stato allora definito utilizzando nuovamente unità naturali, e precisamente utilizzando come campione di lunghezza la lunghezza d'onda della radiazione visibile emessa durante le transizioni tra diversi livelli atomici. In particolare si è definito:

1 metro = 1˙650˙763.73 lunghezze d'onda

della luce rossa-arancio emessa nel vuoto da una lampada di krypton-86, corrispondente alla transizione tra i livelli $2p_{10}$ e $5d_5$ dell'atomo di krypton-86.

Utilizzando come campione la radiazione luminosa, il confronto tra lunghezze (e quindi la loro misura) può essere fatto mediante un interferometro.

Dal 1983, stabilito con un maggiore numero di cifre significative il valore della velocità della luce nel vuoto, pari a:

$$c = 2.99792458 \times 10^8 \text{ m/sec}$$

si è ridefinito

1 metro = distanza percorsa dalla luce nel vuoto in un tempo pari a 1/c sec.

- *Tempo*

La misura del tempo è molto più antica del metro. Per determinare l'unità di tempo non c'è stata nessuna divergenza: l'alternarsi del giorno e della notte suggerisce un modo naturale di scegliere l'unità di tempo. E' facile determinare, per esempio misurando la lunghezza dell'ombra proiettata da un'asta, l'istante in cui il sole si trova nel punto più alto che esso raggiunge nel cielo ogni giorno (sulla verticale del punto di osservazione). Il periodo di tempo trascorso tra il verificarsi di due di tali eventi successivi forma una giornata. Per mezzo di moderni orologi è facile convincersi che nei diversi periodi dell'anno i giorni non sono esattamente uguali. Infatti la velocità di rotazione terrestre è alta d'estate e bassa d'inverno (stagioni dell'emisfero boreale) e mostra una diminuzione costante di anno in anno. L'attrito fra terra e acqua dovuto alle maree provoca, per esempio, un rallentamento della rotazione terrestre; anche il moto stagionale dei venti è causa di una variazione stagionale regolare della velocità di rotazione della terra. E' ovvio che tali variazioni sono valutate utilizzando "orologi" più precisi di quelli legati al moto di rotazione terrestre, quali appunto gli orologi atomici di cui parleremo tra poco.

Per ovviare a queste difficoltà si è convenuto di assumere come unità di tempo *il giorno solare medio* calcolato su tutto l'anno. Il tempo definito attraverso il moto di rotazione della terra è chiamato *tempo universale (T.U.).*
Si noti che le unità corrispondenti a periodi di tempo più lunghi del giorno, cioè l'anno, ci sono state fornite dalla natura stessa, mentre l'ora, il minuto e il secondo sono stati concepiti dall'uomo. Così l'unità di tempo basilare è rappresentato dal

secondo solare medio = (1/60)×(1/60)×(1/24) = 1/86400 del giorno solare medio

Nel 1967 il secondo fu ridefinito avvantaggiandosi dell'alta precisione che poteva essere ottenuta utilizzando un dispositivo noto come "orologio atomico". Ricordiamo che i nostri orologi misurano il tempo confrontando i periodi di tempo con la durata dell'oscillazione completa per esempio di un pendolo (sistema oscillante in modo armonico). I periodi di certe "oscillazioni" atomiche, ovvero le frequenze di certe transizioni atomiche, sono estremamente stabili e possono essere misurate con elevata accuratezza (1 su 10^{12}). Dal 1967 si definIsce:

1 secondo =
tempo necessario perché un atomo di Cesio-133 compia 9˙192˙631˙770 vibrazioni

Le misure effettuate con tali orologi atomici danno una incertezza di meno di 1 secondo ogni 30˙000 anni, dato che le frequenze di transizione, e quindi i corrispondenti periodi di oscillazione, vengono misurate con una accuratezza di una parte su 10^{12}.

- *Massa*

La misura della massa si può eseguire nel modo più semplice con una comune bilancia a bracci: diciamo che le masse di due corpi sono uguali se una bilancia bracci, sui piattelli della quale sono stati posti i corpi, è perfettamente equilibrata.
La stessa commissione francese nel 1790 preparò un peso di una lega determinata che su una bilancia a bracci equilibrava un decimetro cubo di acqua a 4℃. Questo campione ricevette il nome di chilogrammo. Questa unità di massa naturale si mostrò più tardi poco utile e difficile da determinare: il decimetro, come parte del metro, varia col perfezionarsi del metro campione; inoltre, quale acqua considerare: chimicamente pura?, distillata due

volte?, senza tracce di aria?. Si rese di nuovo necessario rinunciare all'unità naturale e prendere come unità di massa un campione di platino-iridio appositamente preparato e conservato a Sévres.

Su scala atomica disponiamo di un secondo campione di massa, che non è, però, una unità SI. E' la massa dell'atomo C^{12}, al quale, per accordo internazionale, è stata attribuita una massa atomica di 12 unità di massa atomica (atomic mass unit, a.m.u.), unificata per definizione. La relazione tra i due campioni è approssimativamente

$$1 \text{ a.m.u.} = 1.660 \times 10^{-27} \text{ kg.}$$

Un'ultima considerazione riguardo alla distinzione tra campioni naturali e campioni appositamente preparati. A favore dei primi c'è la loro ovvia disponibilità in natura che preserva da rischi di danneggiamento o addirittura distruzione a cui possono essere soggetti i secondi. Quest'ultimi, d'altra parte, possono essere riprodotti con elevato grado di accuratezza, fornendo campioni secondari, terziari, etc, facilmente accessibili che possono essere a loro volta usati per tarare altri sistemi di misura.

Definite così le unità di misura, è utile notare che alcune grandezze si esprimono in unità grandi, altre in unità piccole. Per esempio per esprimere la distanza tra due città parliamo di chilometri e non di centimetri.

Esaminando gli ordini di grandezza delle masse, dei tempi e delle distanze del mondo che ci circonda, notiamo subito un grande intervallo di variabilità di queste grandezze. E' possibile allora i semplificare notevolmente le espressioni formali nonché i calcoli utilizzando il sistema decimale in cui le unità maggiori di differenziano dalle minori per un fattore che è una potenza del dieci. Questa rappresentazione dei valori delle grandezze viene detta notazione scientifica. Si utilizzano convenzionalmente dei prefissi e delle abbreviazioni per indicare alcune potenze del dieci (vedi tabella)

Potenza	***Prefisso***	***Abbreviazione***
10^{-18}	atto	a
10^{-15}	femto	f
10^{-12}	pico	p
10^{-9}	nano	n
10^{-6}	micro	μ

10^{-3}	milli	m
10^{-2}	centi	c
10^{3}	kilo	k
10^{6}	mega	M
10^{9}	giga	G
10^{12}	tera	T
10^{15}	peta	P
10^{18}	exa	E

3 - EQUAZIONI DIMENSIONALI

Definite le grandezze fondamentali, ogni altra grandezza può essere espressa in funzione di esse. Per ricordare il tipo di legame funzionale tra una qualunque grandezza X e quelle fondamentali (L, M, T), è comodo usare il seguente simbolismo:

$$[X] = [L^p M^q T^r] \qquad (1)$$

dove p, q, r sono gli esponenti con cui compaiono le grandezze fondamentali nell'equazione che definisce la grandezza X.

Per esempio:

energia cinetica $[E] = [L^2 M T^{-2}]$
velocità $[v] = [L T^{-1}]$
densità $[\rho] = [L^{-3} M]$
angolo [2] $[\alpha] = [L^0 M^0 T^0]$
forza $[f] = [L M T^{-2}]$

Per comodità a molte di queste unità di misura derivate si assegna un nome che costituisce l'unità pratica di misura della grandezza in oggetto.
Per esempio:

[2] Il valore di un angolo in radianti è pari al rapporto tra la lunghezza rettificata dell'arco di cerchio sotteso dall'angolo α e il raggio r del cerchio: pertanto è una grandezza adimensionata, cioè non ha dimensioni fisiche.

- l'energia si misura in Joule: 1 J = 1 m^2 kg s^{-2};
- la forza si misura in Newton: 1 N = 1 m kg s^{-2}.

Nel sistema CGS le unità pratiche di misura per energia e forza sono rispettivamente "erg" e "dine", risultando: 1 J = 10^7 erg e 1 N = 10^5 dine.

La equazione (1) viene detta <u>equazione dimensionale</u>.

Si noti che le dimensioni non definiscono la grandezza fisica a cui si riferiscono; in particolare esse non rendono conto della sua natura scalare, vettoriale, etc. Per esempio energia e momento di una forza hanno le stesse dimensioni fisiche, ma sono grandezze "fisicamente" diverse.

Utilizzando questa equazione possiamo sostituire ad ogni grandezza fisica che compare in una determinata equazione, le corrispondenti unità di misura. L'equazione di base si trasforma in una equazione algebrica tra le unità consentendo di effettuare un controllo dimensionale. Tale controllo è molto utile per decidere della validità di una formula fisica, in quanto i due termini di una eguaglianza ed i termini di una sommatoria devono essere della stessa specie, devono cioè avere le stesse dimensioni fisiche. E' bene notare comunque che il controllo dimensionale non implica che la formula sia esatta, ma solo che formalmente l'eguaglianza può essere valida.

Esempi:

$$\vec{s} = \vec{s}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{1}{2}\vec{a}t^2$$

$[L] = [L] + [[L\ T^{-1}][T] + [L\ T^{-2}][T^2]$

$\vec{s} = \frac{1}{2}\vec{g}t$ è sbagliata dimensionalmente

E = ½ m v^2 + m g h

$[L^2\ M\ T^{-2}] = [M]\ [L^2\ T^{-2}] + [M]\ [L\ T^{-2}]\ [L]$

Confrontare le espressioni:

F = m a

$F = m \omega^2 R$

$F = G m_1 m_2/R^2$

Infine, notiamo che molti calcoli in fisica richiedono un cambiamento di unità di misura . Per esempio trasformiamo una velocità di 60 mi/h in metri al secondo:

$$60 mi/h = 60\frac{1mi}{1h} = 60\frac{1.61km}{60\min} = 60\frac{1.61\times10^3 m}{60\times60s} = \frac{1.61}{60}\times10^3 m/s = 26.8m/s$$

Vediamo che le unità di misura si possono trasformare mediante la sostituzione di quantità equivalenti. Poiché ogni unità di misura ha essa stessa un valore numerico, è importante scrivere le unità di misura in maniera esplicita: <u>una risposta numerica a un problema di fisica non deve mai essere data senza scrivere esplicitamente le unità di misura di seguito al numero.</u>

Esercizi:

Il metro è scomodo per le dimensioni dell'Universo: si usa l'anno luce che è la distanza percorsa dalla luce in un anno. A quanti metri equivale l'anno luce?

Anche per gli oggetti piccoli il metro è una unità scomoda. Su scala atomica si usa l'angstrom (Å), uguale a 10^{-10} m. L'ordine di grandezza di un atomo è 1 Å, mentre la dimensione del nucleo è 10^{-4} Å. Se volessimo disegnare su carta una mappa dell'atomo e scegliessimo di disegnare il nucleo con il diametro di 1 cm, a quale distanza dovremmo disegnare la nube di elettroni?

4 - BIBLIOGRAFIA

R.RICAMO - Guida alle Esperimentazioni di Fisica, vol.1 (cap.I) - C.E.A.

R.RESNICK, D.HALLIDAY - Fisica, vol.1 (cap.1) - C.E.A.

SERWAY - Fisica per Scienze ed Ingegneria, vol.1 (Introduzione: Fisica e Materia) - C.E.A.

L.LANDAU, A.KITAIGORODSKIJ - La Fisica per tutti, (cap.1) - Editori Riuniti

III - MISURE ED ERRORI

1 - INTRODUZIONE

Grandezza fisica = qualunque ente sottoponibile a misura: è definita solamente e completamente dalle stesse operazioni impiegate per misurarla.
Misurare una grandezza fisica significa assegnarle un numero esprimente il rapporto tra essa ed un'altra grandezza della stessa specie, scelta come unità di misura (per esempio: misura di lunghezza tramite metro).
Spesso però è possibile esprimere una grandezza fisica mediante altre grandezze fisiche tramite una equazione (per esempio: velocità= spazio/tempo).
Possiamo suddividere metodi di misura in tre tipi:

- *misura diretta*
  Consiste nel confronto diretto tra la grandezza da misurare e una grandezza della stessa specie presa come campione (in particolare presa come unità di misura);
- *misura indiretta*
  la grandezza y da misurare è funzione completamente nota di altre grandezze fisiche non della stessa specie di y ma direttamente misurabili. Conosciuta la legge di dipendenza, l'esperienza condotta con criteri suggeriti dallo studio teorico degli errori, in relazione alla forma della legge di dipendenza e alle modalità dell' esperienza, permette di stabilire il valore più attendibile della grandezza misurata e di assegnarle il grado di attendibilità;
- *misura mediante apparecchi tarati* (es: termometro, dinamometro, etc.)

2- ERRORE

L'esperienza ha mostrato che nessuna misura, per quanto fatta con cura, può essere completamente libera da errori. Nella Scienza la parola *errore* non implica il significato di *sbaglio* o *svista. Errore* nel linguaggio comune ha un significato negativo e indica qualcosa che deve essere corretto e ridotto a zero (per esempio l'epressione “Io ho andato a scuola” può solo essere corretta in “Io sono andato a scuola”). *Errore* in una misura scientifica significa l'inevitabile incertezza che è presente in tutte le misure. Come tali gli errori non sono sbagli; non si possono evitare operando con molta cura. Il meglio che si possa fare è di assicurarsi che gli errori siano il più ragionevolmente piccoli possibile, e di avere qualche stima realistica di quanto siano grandi.

— PROBLEMA DI DEFINIZIONE

Per illustrare l'inevitabile presentarsi degli errori è sufficiente esaminare con cura qualsiasi misura di ogni giorno. Consideriamo per esempio un carpentiere che deve misurare l'altezza di un vano-porta per installare una porta. Può fare una valutazione grossolana guardando il vano-porta e dire che è alto 210 cm, ovvero che il valore è compreso tra 205 e 215 cm (valutazione che dà l'incertezza). Può effettuare la misura con un metro a nastro, e troverà per esempio 221.3 cm. Ma anche in questo caso ci sarà incertezza legata al fatto che il metro per esempio è graduato in mezzi centimetri, e quindi il carpentiere deve stimare dove cade il limite superiore del vano-porta fra due incisioni. Per esempio una sorgente di errore potrebbe essere la scarsa illuminazione che rende difficile la lettura del nastro; questo fatto potrebbe essere ovviato migliorando l'illuminazione.
Esiste inoltre un altro importante problema di principio. Certamente il carpentiere troverà che l'altezza è diversa in punti diversi. Anche nello stesso punto, troverà che l 'altezza varia se variano temperatura e umidità, o anche se egli accidentalmente toglie via un sottile strato di polvere.
In altre parole troverà che non esiste una cosa come "l'altezza" del vano-porta. Questo genere di problema è chiamato un problema di definizione (l'altezza della porta non è una quantità ben definita) e giuoca un ruolo importante in molte misure scientifiche.

— CLASSIFICAZIONE DEGLI ERRORI

Nessuna quantità fisica (una lunghezza, un tempo, una temperatura, etc) può essere misurata con completa certezza. Operando con cura, possiamo essere capaci di ridurre le incertezze finché esse sono estremamente piccole, ma eliminarle del tutto è impossibile.
Riassumendo, possiamo dire che possono essere cause di errore in una misura:

- lo strumento (variazioni delle caratteristiche)
- la tecnica di misura (variazioni della grandezza da misurare o errori di lettura)
- l'influenza di grandezze diverse da quella da misurare ma a cui lo strumento è sensibile.

Si suole fare la seguente classificazione:

ERRORI SISTEMATICI:

sono dovuti a difetti costruttivi o di taratura degli strumenti e di campioni o ad irregolarità nel metodo sperimentale. Difficilmente scopribili, si presentano sempre con lo stesso segno e la stessa entità. (Es.: strumento starato, quale un metro da sarta, o operatore con problemi di parallasse). Possono essere ridotti usando strumenti o operatori diversi, o se dovuti a cause fisiche controllabili (es.: influenza nota) con tecniche di compensazione.

ERRORI ACCIDENTALI:

sono prodotti da cause casuali. Il loro contributo si presenta con segno diverso ed entità diversa. Sono descrivibili in termini probabilistici tramite la curva di Gauss.

3 - BIBLIOGRAFIA

R.RICAMO - Guida alle Esperimentazioni di Fisica, vol.1 (cap.I) - C.E.A.

J.R. TAYLOR – Introduzione all'analisi degli errori - Zanichelli

IV - APPROSSIMAZIONE

1 - CIFRE SIGNIFICATIVE

Come abbiamo visto, tutte le misure reali delle quantità fisiche hanno un qualche grado di inesattezza. Questa incertezza dipende da molti fattori, quali la qualità degli strumenti adoperati, la tecnica sperimentale, l'errore umano. Ogniqualvolta si misura una quantità fisica, quindi, sono importanti sia il valore che la precisione della quantità misurata.

Queste considerazioni portano come conseguenza ad una domanda: fatta una misura, con quante cifre si deve dare il risultato della misura?

La risposta a questa domanda porta a definire il concetto di cifre significative di un numero.

Chiariremo questi concetti con un esempio: supponiamo di avere una figura rettangolare di lunghezza 21.3±0.2 cm e di larghezza 9.80±0.10 cm e di doverne determinare il valore dell'area A e l'incertezza nella determinazione.

	Min	Max
21.3 ×	21.1 ×	21.6 ×
9.80 =	9.70 =	9.90 =
208.740	204.670	213.850

La 1a cifra intera è incerta ⇒ il risultato si può esprimere solo con 3 cifre significative

209	205	213

Quindi sarà: $A = 209 \pm 4\ \text{cm}^2$

Si può arrivare alla stessa conclusione anche considerando che:

$A = (21.3\pm0.2) \times (9.80\pm0.10) = (21.3 \times 9.80) \pm (0.2 \times 9.80) \pm (21.3 \times 0.10) \pm (0.2 \times 0.10) =$

$= 209.740 \pm 1.960 \pm 2.130 \pm 0.020 = 208.740 \pm 4.110$

e quindi la 1^a cifra intera è incerta, risultando: $A = 209 \pm 4\ \text{cm}^2$

Cerchiamo di trarre delle regole da questo esempio:

Nel riportare l'accuratezza di una misura, l'ultima cifra del numero esprimente il risultato della misura dovrebbe essere la prima cifra di incertezza.

Abbiamo inoltre visto che non tutte le sei cifre del risultato esprimente il calcolo di A hanno significato fisico, ma solo le prime tre che vengono dette cifre significative del valore di A.

In generale, *dato un numero, le cifre che lo descrivono entro i limiti di accuratezza della misura fatta, esclusi gli zeri necessari per localizzare la virgola decimale, sono dette cifre significative del numero*.

Esempi:

175.4 cm	ha quattro cifre significative
4.5300 km	ha cinque cifre significative
0.0018 sec	ha due cifre significative
0.001800 sec	ha quattro cifre significative
9 g	ha una cifra significativa
9 case	ha un numero illimitato di cifre significative

I numeri associati ad enumerazioni sono naturalmente esatti e così hanno un numero illimitato di cifre significative.

Per determinare il numero di cifre significative che possono essere dichiarate c'è la seguente buona regola, anche se alquanto empirica:

- *quando si fanno dei calcoli con moltiplicazioni, divisioni ed estrazione di radice quadrata, il risultato finale non può avere più cifre significative di quante ne abbia il valore con il minore numero di cifre significative;*
- *quando si fanno addizioni e sottrazioni di numeri, il risultato finale non ha più cifre significative dopo la virgola decimale che i valori con meno cifre significative dopo la virgola decimale.*

Esercizi

1) Mostrate che il prodotto dei due numeri 5.74 e 3.8 non può essere preciso a più di due cifre significative.
2) Sommate i numeri 4.19355, 15.28, 5.9561, 12.3, 8.472 assumendo che tutte le cifre siano significative.

2 - ARROTONDAMENTO DI DATI

In base a quanto detto precedentemente non tutte le cifre di un risultato numerico hanno "significato fisico". Vediamo adesso le operazioni che è possibile effettuare sui dati numerici per tenere conto solo delle cifre significative. Supponiamo di avere il dato numerico 14.37

- TRONCAMENTO
  - il risultato del troncamento alla parte intera è 14
  - il risultato del troncamento alla 1ª cifra decimale è 14.3 .

- ARROTONDAMENTO
  - il risultato dell'arrotondamento all'unità più prossima è 14 perché 14.37 è più vicino a 14 che non a 15;
  - il risultato dell'arrotondamento alla 1ª cifra decimale è 14.4 perché 14.37 è più vicino a 14.4 che non a 14.3 .

Analogamente si esegue l'arrotondamento alla 2ª cifra decimale, etc. Particolarmente problematica è l'arrotondamento di numeri la cui ultima cifra decimale è 5. Infatti, ad esempio 14.35 è equidistante sia da 14.3 che da 14.4. In questi casi si possono scegliere tre soluzioni:

a) arrotondare alla cifra decimale precedente,
b) arrotondare alla cifra decimale precedente maggiorandola di 1,
c) arrotondare alla cifra pari che precede il 5, cioè porre la cifra che precede il 5 uguale al numero pari più prossimo.

Ad esempio, dati numeri 14.35 e 14.65 le varie procedure di arrotondamento daranno rispettivamente:

a)	14.3	b)	14.4	c)	14.4
a)	14.6	b)	14.7	c)	14.6

L'uso della pratica c) è particolarmente utile per minimizzare gli errori cumulativi di arrotondamento quando si compie un gran numero di operazioni. Ad esempio, supponiamo di dover sommare i numeri 4.35, 8.65 e 2.95 e vediamo le differenze tra i risultati delle diverse procedure:

	a)	b)	c)
4.35	4.3	4.4	4.4
8.65	8.6	8.7	8.6
2.95	2.9	3.0	3.0
15.95	15.8	16.1	16.0
x	x_a	x_b	x_c

Si vede che :

$x - x_a = 0.15$; $x - x_b = -0.15$ $x- x_c = -0.05$

cioè l'errore commesso utilizzando la procedura c) è minore.

Si noti inoltre che una volta ottenuto x (prima colonna), se lo vogliamo arrotondare alla 1^a cifra decimale, usando ognuno dei tre metodi descritti, otteniamo:

a) $15.9 \neq x_a$ b) $16.0 \neq x_b$ c) $16.0 = x_c$

3 - NOTAZIONE SCIENTIFICA

La presenza di zeri in una risposta può anche essere fraintesa. Per esempio, supponiamo che la massa di un oggetto sia stata misurata essere 1500. g. Questo valore è ambiguo giacché non sappiamo se gli ultimi due zeri vengono adoperati per collocare il punto decimale o se essi rappresentano cifre significative nella misura. Per rimuovere questa ambiguità è pratica comune l'uso della notazione scientifica, usando cioè le potenze del 10, per indicare il numero di cifre significative. In questo caso esprimeremmo la massa come:

1.5×10^3 g se ci sono 2 cifre significative nel valore misurato,

1.50×10^3 g se ci sono 3 cifre significative nel valore misurato.

(Si ricordi che la moltiplicazione di un numero per 10^n ha l'effetto di spostare il punto decimale di n posti verso destra se n è positivo, e di n posti verso sinistra se n è negativo.)

Esercizi:

1) Scrivere con 3 cifre significative i seguenti numeri

186'000 $1 .86 \times 10^5$

30'000'000 3.00×10^7

0.000380 3.80×10^{-4}

2) Dire quante cifre significative ci sono in ciascuno dei numeri seguenti, assumendo che i numeri siano stati registrati accuratamente:

149.8 cm; 0.0028 m; 149.80 cm;10 studenti; 10 g; 0.00280 m:; 1.00280 m; 300 case.

La notazione scientifica è utile nei calcoli di ordine di grandezza. E' spesso,utile, infatti, valutare la risposta approssimata ad un dato problema fisico anche quando abbiamo a disposizione una scarsa informazione. Si possono poi adoperare tali risultati per decidere se un calcolo più preciso sia necessario o meno. Queste approssimazioni sono basate su certe ipotesi che vanno modificate laddove si richiede una maggiore precisione. Pertanto, talvolta faremo riferimento ad un ordine di grandezza di una data quantità espresso come la potenza del dieci del numero che descrive quella quantità. Generalmente, quando si fa un calcolo di ordine di grandezza, i risultati sono accettabili entro un fattore di 10. Se una quantità aumenta di 3 ordini di grandezza ciò significa che il suo valore è aumentato di un fattore di $10^3 = 1000$.

Per esempio, stimiamo il numero di atomi contenuti in 1 cm^3 di un solido.

Possiamo supporre in prima approssimazione di assimilare un atomo ad una sfera di diametro pari ad 1 Å = 10^{-10} m. Il volume di ogni singolo atomo, quindi, sarà circa 10^{-30} m^3.

In un solido di 1 cm^3 = 10^{-6} m^3 il numero di atomi sarà dell'ordine di

$$10^{-6} / 10^{-30} = 10^{24}$$

Esempio: La più piccola lunghezza che i nostri occhi riescono a distinguere è lo spessore di un capello, circa un decimo di mm (10^{-4} m). Se guardiamo lontano in una giornata serena riusciamo a scorgere oggetti grandi, come montagne o isole, che al massimo distano un centinaio di chilometri (10^5 m). Possiamo dire che sulla terra il nostro sguardo può spaziare su 10 ordini di grandezza.

4 - BIBLIOGRAFIA

R.RICAMO -Guida alle Esperimentazioni di Fisica, vol .I (cap.I) - C.E.A.

M.R.SPIEGEL - Statistica, (cap.1+4,6)- Collana SCHAUM

SERWAY - Fisica per Scienze ed Ingegneria, vol .1 (Introduzione: Fisica e Materia) - C.E.A.

J.R.TAYLOR - Introduzione all'analisi degli errori - Zanichelli