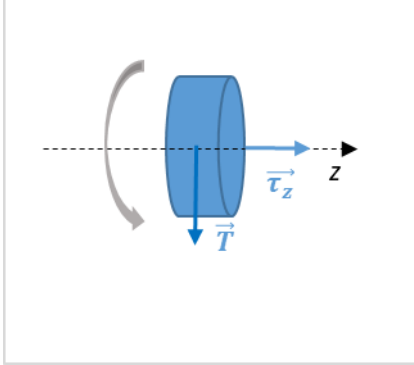


## DINAMICA DEL CORPO RIGIDO

### Esercizio 46

Un volano di massa  $M = 2000 \text{ kg}$  e raggio  $R = 50 \text{ cm}$  viene posto in rotazione con accelerazione angolare costante attorno al suo asse e raggiunge la velocità angolare  $\omega = 10 \text{ rad/s}$  in un intervallo di tempo  $t = 40 \text{ s}$ . Calcolare: (a) l'accelerazione angolare  $\alpha$  del volano, (b) il momento meccanico  $\tau$  necessario per porre in rotazione il volano, (c) il lavoro necessario per portarlo alla velocità angolare  $\omega$ , (d) il numero di giri compiuti nel tempo  $t$ .



Rotazioni rigide attorno ad asse fisso di simmetria  $\rightarrow$

$$\vec{\tau} = I_z \vec{\alpha}$$

(a) accelerazione angolare  $\alpha = \text{cost} \rightarrow$  moto circolare uniformemente accelerato (*cinematica rotazionale*)

$$\omega(t) = \omega_0 + \alpha t$$

$$\alpha = \frac{\omega(t) - \omega_0}{t} = \frac{10}{40} = 0.25 \text{ rad/s}^2$$

(b) Un volano è un cilindro pieno  $\rightarrow I_z = \frac{1}{2}MR^2$   $\tau = I_z \alpha$

$$\tau = I_z \alpha = \frac{1}{2}MR^2 \frac{\omega(t) - \omega_0}{t} = \frac{1}{2}2000 \times (50 \times 10^{-2})^2 \frac{10}{40} = 62.5 \text{ Nm}$$

(c)  $\tau = \text{cost} \rightarrow$

$$W = \int \tau d\theta = \tau \Delta\theta$$

moto circolare uniformemente accelerato (*cinematica rotazionale*):

$$\theta(t) = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2} \alpha t^2$$

nel nostro caso

$$\Delta\theta = \theta(t) - \theta_0 = \frac{1}{2} \alpha t^2 = \frac{1}{2} \frac{\omega(t)}{t} t^2 = \frac{1}{2} \omega(t) t$$

$$W = \tau \Delta\theta = \left( \frac{1}{2} MR^2 \frac{\omega(t)}{t} \right) \left( \frac{1}{2} \omega(t) t \right) = \frac{1}{4} MR^2 \omega(t)^2 = \frac{1}{4} 2000 \times (50 \times 10^{-2})^2 \times 10^2 = 25 \times 10^3 \text{ J}$$

(d)  $1 \text{ giro} \equiv 2\pi \text{ rad}$   
nel tempo  $t$  lo spostamento angolare è stato:

$$\Delta\theta = \theta(t) - \theta_0 = \frac{1}{2} \alpha t^2 = \frac{1}{2} \frac{\omega(t)}{t} t^2 = \frac{1}{2} \omega(t) t$$



$$N. \text{ giri} = \frac{\Delta\theta}{2\pi} = \frac{\frac{1}{2} \omega(t) t}{2\pi} = \frac{1}{4} \frac{10 \times 40}{\pi} = 31.8 \approx 32 \text{ giri}$$