DINAMICA

Premessa

Scopo della Fisica : scoprire le "regole" dell'universo

⇒ Nuove parole

LEGGE Relazione determinata e costante fra grandezze variabili che entrano in un fenomeno

PRINCIPIO Idea originaria, criterio dal quale deriva un sistema di idee o sul quale si fondano gli elementi di una speculazione

POSTULATO Proposizione non dimostrata (e non necessariamente evidente) ma ammessa come vera per fondare un procedimento o una dimostrazione [si postula, cioè si chiede venga accettata tale proposizione primitiva indimostrabile]

ASSIOMA Principio generale evidente e indimostrabile che può fare da premessa ad un ragionamento, una teoria, etc..

Nella accezione matematica :

ASSIOMA ≡ POSTULATO

In Fisica

LEGGE ≡ PRINCIPIO

"LEGGE" ⇒ la proposizione affermata si può rappresentare mediante una espressione matematica tra le grandezze in gioco.

Es:

Legge di Gravitazione Universale

Principio di Conservazione della Energia

DINAMICA

Studio delle cause del moto dei corpi

Meccanica classica : moto di grossi corpi con velocità trascurabili rispetto alla velocità della luce.

$$v << c$$

Per esperienza, mettiamo in relazione l'accelerazione di una particella con qualche interazione tra la particella e l'ambiente circostante.

Problema fondamentale:

Dato un punto materiale di caratteristiche (massa, carica, etc) note, dotato di una certa velocità iniziale, immerso in un ambiente circostante (cioè altri corpi) le cui caratteristiche sono note, qual è il moto conseguente del corpo?

Forza ≡ influenza dell'ambiente esterno

Massa ≡ resistenza di un corpo accelerato da una forza

LEGGI DEL MOTO

Indagine sperimentale → Formalizzazione

Leggi di Newton (1642 - 1727)

1ª Legge - Principio di inerzia

"Un corpo non soggetto a forze esterne permane nel suo stato di quiete o di moto rettilineo uniforme."

{ Forza ≡ azione dell'ambiente esterno sul corpo }

N.B.: Senso comune ➔

stato naturale ≡ quiete

ovvero : $v = cost \Rightarrow$ azione di una forza

N.B.: 1ª Legge ⇒ Esiste una "categoria privilegiata" di sistemi di riferimento:

⇓

Sistemi di riferimento inerziali

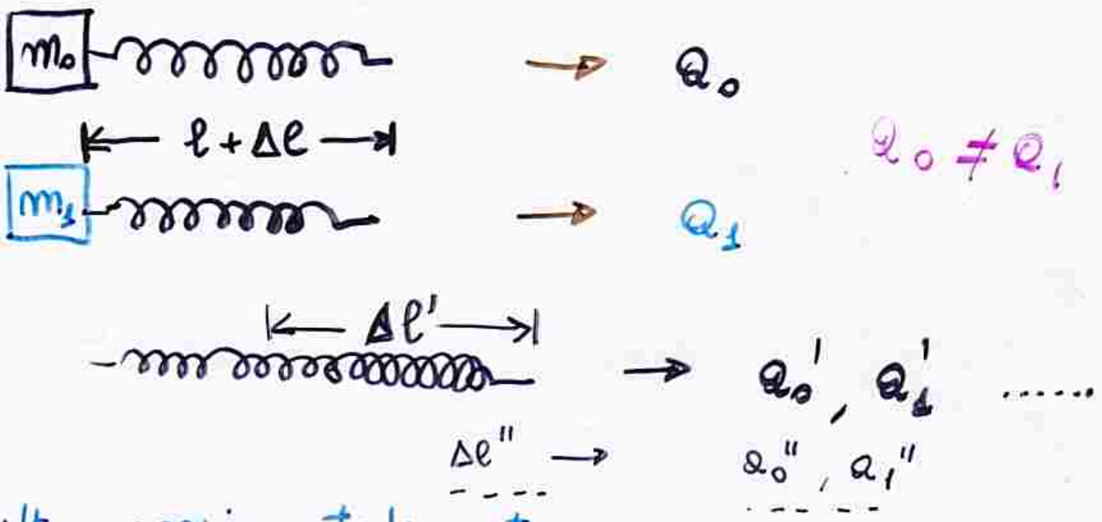
2^a Legge

Concetto di forza :

- linguaggio quotidiano : spinta o azione dei nostri muscoli

- definizione fisica

  - azione di una forza $\Rightarrow$ accelerazione a
  - misuriamo a cinematicamente
  - corpi diversi soggetti alla stessa azione



Risulta sperimentalmente :

$$\frac{a_1}{a_0} = \frac{a_1'}{a_0'} = \frac{a_1''}{a_0''} = \ldots$$

(a parità di forza applicata)

Si definisce rapporto tra masse inerziali:

$$\frac{m_1}{m_0} \equiv \frac{a_0}{a_1}$$

non dipende dalla forza applicata

m_0 = massa di riferimento (1.00 kg)

Definizione : <u>massa inerziale</u>

$$m_1 = m_0 \frac{a_0}{a_1} \Rightarrow m_1 a_1 = m_0 a_0$$

E' una misura quantitativa dell'<u>inerzia</u>, proprietà che ha un corpo di opporsi alla variazione del suo stato di moto.

Risultati sperimentali $\Rightarrow$ equazione vettoriale

$$\boxed{\vec{F} = m\vec{a}}$$

2° Legge del moto ovvero definizione di $\vec{F}$

Chiamiamo <u>forza</u> ciò che causa una variazione dello stato di moto di un corpo

La forza è la grandezza che esprime e misura l'interazione tra sistemi fisici

Se agiscono:

$$\vec{F}_1, \vec{F}_2, \ldots, \vec{F}_n$$

ognuna, indipendentemente dalle altre produce su m:

$$\vec{a}_i = \vec{F}_i / m$$

$\Rightarrow$ Indipendenza delle azioni simultanee

La risultante $\vec{F}_{TOT}$:

$$\vec{F}_{TOT} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \cdots + \vec{F}_n = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i$$

$$\boxed{\vec{F}_{TOT} = m\vec{a}}$$

1 eq. vettoriale $\Rightarrow$ 3 eq. scalari

Equilibrio statico: $\begin{cases} \vec{F}_{TOT} = 0 \\ \vec{v}_0 = 0 \end{cases}$

3ª Legge – Principio di azione e reazione.

"Quando due corpi interagiscono la forza $\vec{F}_{12}$ (azione) che il corpo 1 esercita sul corpo 2 è uguale e opposta alla forza $\vec{F}_{21}$ (reazione) che il corpo 2 esercita sul corpo 1"

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

azione e reazione $\not\Rightarrow$ causa ed effetto

$\Rightarrow$ simultaneità

Non esiste una singola forza isolata: le forze si manifestano a coppie che agiscono su corpi differenti

Unità di misura

$$[F] = [m][a] = [M][L T^{-2}] = [M L T^{-2}]$$

$$kg\, m\, sec^{-2} \equiv N \qquad \text{(Newton)}$$

LE LEGGI DELLA FORZA

$$m\frac{d^2\vec{r}(t)}{dt^2} = \vec{F} \quad \Longrightarrow \quad \vec{r}(t) = \cdots$$

$\vec{F}$ = funzione dipendente dalle proprietà del punto materiale e dello spazio circostante

- Forza di attrazione gravitazionale

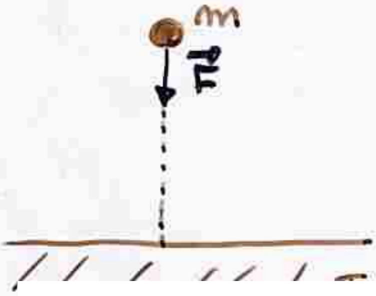
m = massa gravitazionale

$$F_{12} = F_{21} = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$$

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

$\{G = 6.67 \times 10^{-11}\ m^3/kg\ s^2\}$

- Forza peso



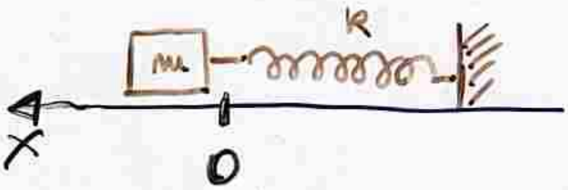
$$F = mg$$

Terra

$$F = G\frac{M_T m}{(R_T+h)^2} \cong G\frac{M_T}{(R_T)^2}m = mg$$

- Forza della molla

L. Hooke



$$F = kx$$

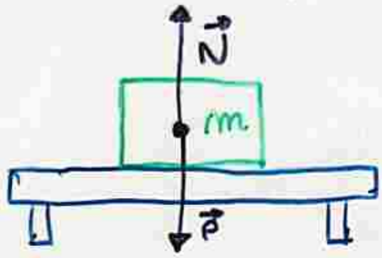
$$\vec{F} = -k\vec{x}$$

$$\vec{F} = -kx(\hat{x})$$

APPLICAZIONI

- Caso statico

  - Corpo in quiete su un tavolo



il corpo non "cade" $\Rightarrow$ esiste una forza $\vec{N}$ esercitata dal tavolo

$\vec{N} \equiv$ **Reazione normale**

(normale $\equiv$ perpendicolare alla superficie di contatto)

corpo in quiete $\Rightarrow$ $\vec{a} = 0$ $\Rightarrow$

$$\vec{P} + \vec{N} = m\vec{a} = 0$$

$$\vec{P} = -\vec{N}$$

$$N = |\vec{N}| = |\vec{P}| = mg$$

N.B.: $\vec{P}$ è esercitata su m dalla Terra $\Rightarrow$

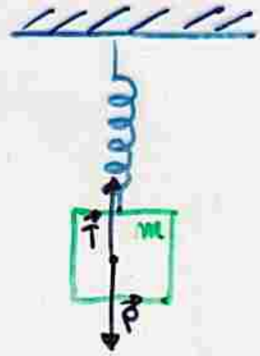
$\Rightarrow$ per il principio di azione e reazione m esercita sulla terra una forza $\vec{P}'$

$$\vec{P}' = -\vec{P}$$

$\Rightarrow$ la Terra accelera verso m con a':

$$a' = \frac{m}{M_T} g \cong 0 \quad \text{essendo } M_T \cong 6 \times 10^{24} \text{ kg}$$

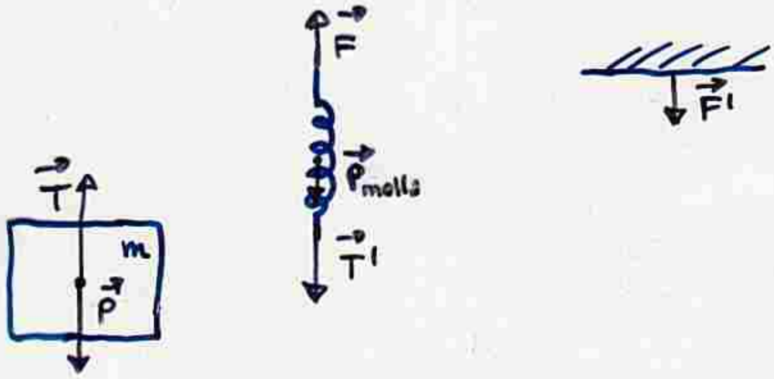
- massa sospesa
ad una molla



il corpo non cade $\Rightarrow$
esiste una forza $\vec{T}$ esercitata
dalla molla

$\vec{T} \equiv$ Tensione della molla

corpo in quiete $\Rightarrow$ $\vec{a} = 0$ $\Rightarrow$ $\vec{P} + \vec{T} = 0$



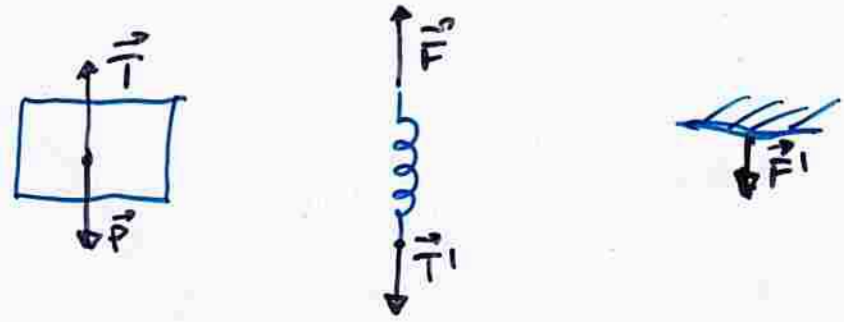
Per la terza legge della dinamica

$\vec{T}' = -\vec{T}$ ($\vec{T}'$ esercitata da m sulla molla)
$\vec{F}' = -\vec{F}$ ($\vec{F}'$ esercitata dalla molla sul soffitto)

N.B. ! essendo $P_{molla} \neq 0$ (massa della molla non nulla)

$$\vec{T}' + \vec{P}_{molla} + \vec{F} = 0 \Rightarrow T' + P_{molla} - F = 0 \; ; \; F = T' + P_{molla}$$

$$\Rightarrow F' = F = P_{molla} + T' = P_{molla} + T \neq T = mg$$



$P_{molla} = 0$ (molla di massa trascurabile)

$F = T' = T$

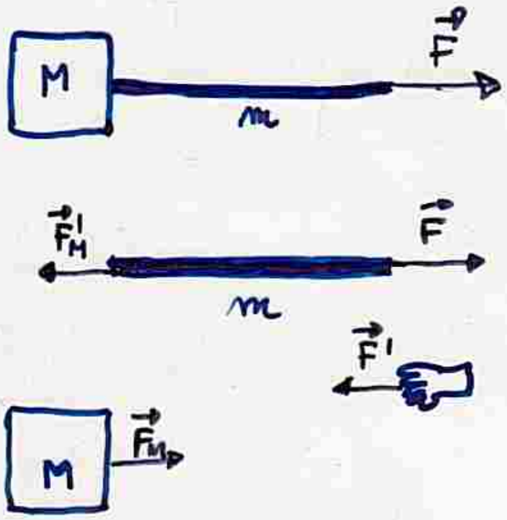
ma $T = kx$

$\Rightarrow$ per deformare una molla di una quantità x dobbiamo applicare ai due estremi due forze eguali e contrarie di modulo kx

In qesto caso : $\vec{T}'$ è applicata tramite $\vec{P}$
$\vec{F}$ " " " il vincolo fisso

• caso dinamico

Corpo tirato mediante una fune



$\vec{F}$ esercitata dalla mano sulla fune

$\vec{F}' = -\vec{F}$ esercitata dalla fune sulla mano

$\vec{F}_M$ esercitata dalla fune sul corpo M

$\vec{F}'_M = -\vec{F}_M$ esercitata da M sulla fune

corpo in movimento accelerato $\Rightarrow$

$$\vec{F}_M = M\,\vec{a}_M \qquad \text{eq. moto di } M$$

$$\vec{F} + \vec{F}'_M = m\,\vec{a}_m \qquad \text{eq. moto di } m$$

- fune inestensibile (indeformabile):

$$\vec{a}_m = \vec{a}_M = \vec{a}$$

$$\Downarrow$$

$$F_M = |\vec{F}_M| = F'_M = F - ma < F$$

$$\boxed{F_M < F}$$

- fune di massa trascurabile ($m \ll M$)

$$m \cong 0$$

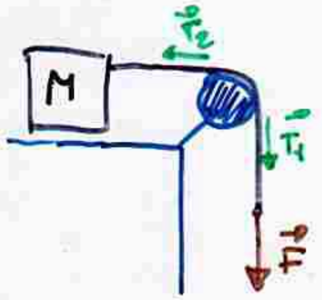
$$F_M = F$$

La fune esercita una trazione con la stessa intensità in ciascuno dei suoi estremi

- Per una fune reale esiste T_{max} (carico di rottura)

per $T > T_{max}$ la fune si spezza

- La fune non deve essere necessariamente rettilinea :



può scorrere attorno ad una carrucola allo scopo di cambiare la direzione della forza .

$T_1 = T_2$ (se la carrucola non provoca una caduta di tensione)

- Una fune funziona solo in <u>trazione</u>

- Una bacchetta solida può funzionare sia in <u>trazione</u> che in <u>compressione</u>

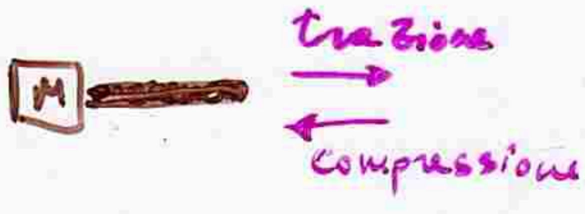
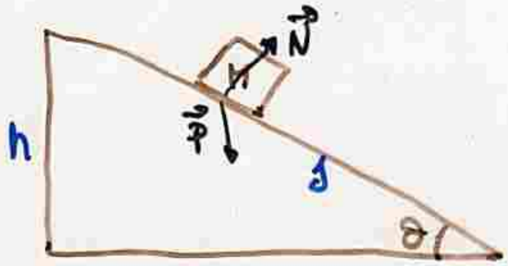
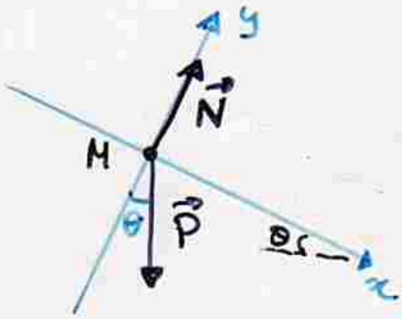


Diagramma del corpo libero =

sist. di riferimento + forze agenti sul corpo

- Moto lungo un piano inclinato





$$\vec{P} + \vec{N} = M\vec{a}$$

$$\begin{cases} P_x + N_x = M a_x \\ +P_y + N_y = M a_y \end{cases} \qquad \begin{cases} Mg\sin\vartheta = M a_x \\ -Mg\cos\vartheta + N = 0 \end{cases}$$

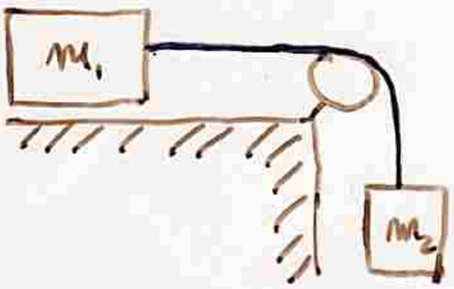
$$\begin{cases} a = g\sin\vartheta \quad < g \\ N = Mg\cos\vartheta \end{cases}$$

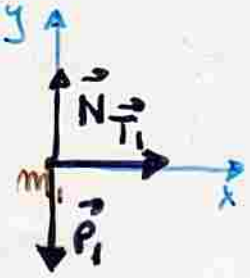
moto rettilineo unif. accel.

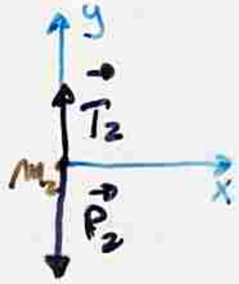
$$v^2 = v_0^2 + 2as = v_0^2 + 2(g\sin\vartheta)s =$$

$$= v_0^2 + 2gh$$

- Blocco sospeso ad una puleggia mediante una fune inestensibile e di massa trascurabile







$$\vec{N} + \vec{P}_1 + \vec{T}_1 = m_1 \vec{a}_1 \qquad\qquad \vec{T}_2 + \vec{P}_2 = m_2 \vec{a}_2$$

$$\Downarrow \qquad\qquad\qquad\qquad \Downarrow$$

$$\begin{cases} N - m_1 g = 0 = m_1 a_{1y} \\ T_1 = m_1 a_{1x} = m_1 a_1 \end{cases} \qquad -m_2 g + T_2 = -m_2 a_2$$

$$\Downarrow$$

$$m_2 g - T_2 = m_2 a_2$$

fune inest. e di massa trascurabile $\Rightarrow$

$$T_1 = T_2 = T$$

$$a_1 = a_2 = a \quad \text{(acc. di ogni punto della fune)}$$

$$\begin{cases} N = m_1 g \\ T = m_1 a \\ m_2 g - T = m_2 a \end{cases} \qquad \begin{cases} N = m_1 g \\ T = m_1 a \\ m_2 g = (m_1 + m_2) a \end{cases}$$

$$a = \frac{m_2}{m_1 + m_2} g \quad ; \quad T = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} g$$

• Forza di attrito radente

Figura 6-2 Una fotografia enormemente ingrandita della sezione di una superficie di acciaio finemente levigata. La sezione è stata tagliata a un angolo tale che le distanze verticali sono moltiplicate per un fattore 10 rispetto a quelle orizzontali. Le irregolarità della superficie hanno altezze di migliaia di volte i diametri atomici. Da «Friction and Lubrification of Solids», di F.P. Bowden e D. Tabor, Clarendon Press, 1950.

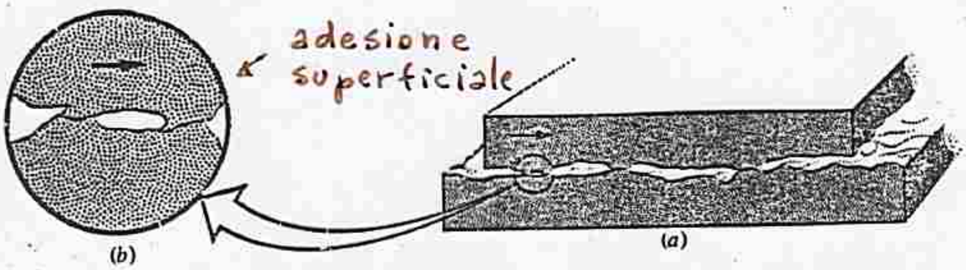
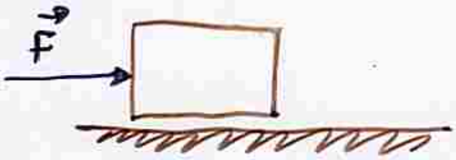


Figura 6-3 L'attrito radente descritto in dettaglio. (*a*) Nella figura ingrandita il corpo superiore scivola verso destra sopra quello inferiore. (*b*) Una porzione ulteriormente ingrandita mostra due punti dove si manifesta l'adesione superficiale. Per spezzare queste saldature e mantenere il moto relativo tra i due corpi è necessaria una forza.



- se è fermo:
  si muove per $F \geq F_s$

- se è in moto:
  per $F = F_k$ si muove con $v = cost$

$F_s \equiv$ attrito statico

$F_k \equiv$ attrito dinamico

Risultati sperimentali

- attrito è proporzionale ~~alla~~ al modulo delle forza normale
- " è indipendente dall'area di contatto
- " dipende dalle superfici a contatto
- $\vec{F_s}$ è opposta alla forza applicata e può assumere valori

$$F_s \leq \mu_s N$$

- $\vec{F_k}$ è opposta alla direzione del moto:

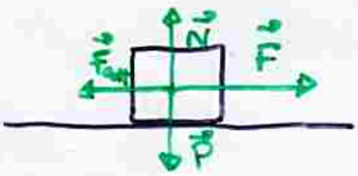
$$F_k = \mu_k N$$

$$\vec{F}_{att} = \mu N(-\hat{s})$$

$N = |\vec{N}| =$ modulo della componente normale al piano di appoggio della reazione vincolare

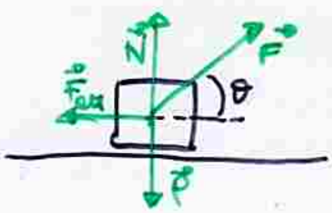
In generale la reazione vincolare non è determinabile a priori, utilizzando una data formula, ma deve essere calcolata caso per caso dall'esame delle condizioni fisiche.

Esempio: condizioni statiche $\vec{F}_{Tot} = 0$ $\quad \vec{F} + \vec{P} + \vec{F}_{att} + \vec{N} = 0$



$$F_S \leq \mu_S N$$

$$\begin{cases} F = F_{att} \\ N = P \end{cases} \Rightarrow F \leq \mu_s P$$



$$\begin{cases} F\cos\theta = F_{att} \\ N + F\sin\theta = P \end{cases} \Rightarrow F\cos\theta \leq \mu_S(P - F\sin\theta)$$

$$F \leq \frac{\mu_S P}{\cos\theta + \mu_S \sin\theta}$$

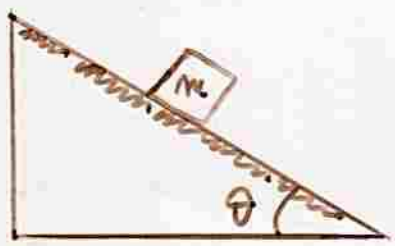
La reazione vincolare $\vec{R} = \vec{F}_{att} + \vec{N}$

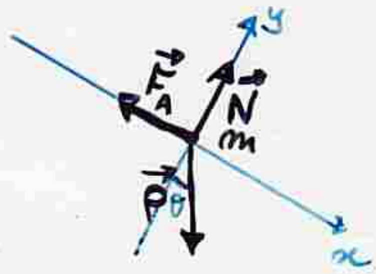
$F_{att} = 0 \Rightarrow \vec{R} \equiv \vec{N}$ vincolo liscio

μ : $0.05 \div 1.5$

$\mu_k < \mu_s$

- Determinazione sperimentale di μ_s e μ_k





- Caso statico

$$\vec{F}_s + \vec{N} + \vec{P} = 0$$

$$\begin{cases} F_s \le \mu_s N \\ N = mg\cos\theta \\ -F_s + mg\sin\theta = 0 \end{cases}$$

$F_s = \max$ per $\theta = \theta_s$

$$\mu_s mg\cos\theta_s = mg\sin\theta_s$$

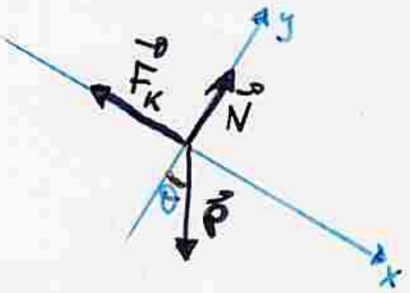
$$\Longrightarrow \mu_s = tg\,\theta_s$$

$\theta \le \theta_s$ corpo fermo

$\theta > \theta_s$ corpo scivola

• Caso dinamico

$$\vec{F}_k + \vec{N} + \vec{P} = m\vec{a}$$



$$\begin{cases} F_k = \mu_k N \\ -F_k + mg\sin\theta = ma \\ N - mg\cos\theta = 0 \end{cases}$$

Per $\theta = \theta_k$ $\quad (\theta_k < \theta_s)$

risulta $a = 0$

$$\Downarrow$$

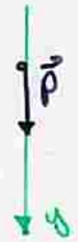
$$F_k = mg\sin\theta_k = \mu_k mg\cos\theta_k$$

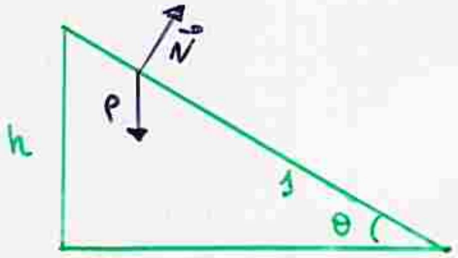
$$\mu_k mg\cos\theta_k = mg\sin\theta_k$$

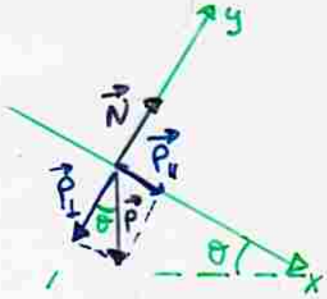
$$\mu_k = tg\,\theta_k$$

Moto lungo un piano inclinato

$$\vec{a} = \vec{g} = \text{cost}$$
$$v^2 = v_0^2 + 2gh$$







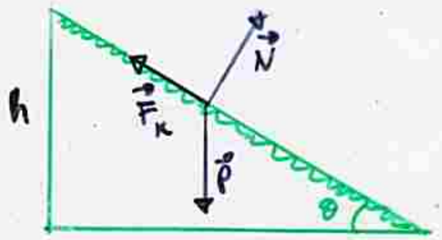
$$\vec{P} + \vec{N} = m\vec{a}$$

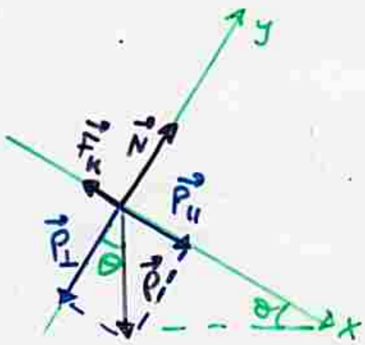
$P_{\perp} = P\cos\vartheta$, $P_{\parallel} = P\sin\vartheta$

$s = h/\sin\vartheta$

$$\begin{cases} -P\cos\vartheta + N = 0 \\ P\sin\vartheta = ma \end{cases} \Rightarrow \quad a = g\sin\vartheta < g \quad \text{costante}$$

$$v^2 = v_0^2 + 2as = v_0^2 + 2gh$$





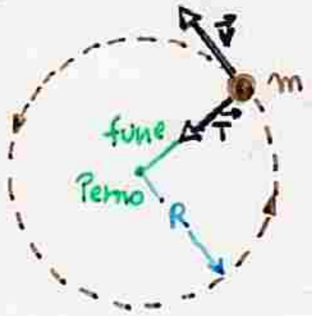
$$\vec{P} + \vec{N} + \vec{F}_k = m\vec{a}$$

$$\begin{cases} -P\cos\vartheta + N = 0 \\ P\sin\vartheta - F_k = ma \\ F_k = \mu_k N \end{cases} \quad ; \quad \begin{aligned} & N = P\cos\vartheta \\ & F_k = \mu_k mg\cos\vartheta \\ & a = g\sin\vartheta - \mu_k g\cos\vartheta \end{aligned}$$

$$a = g(\sin\vartheta - \mu_k\cos\vartheta) < g\sin\vartheta$$

$$v^2 = v_0^2 + 2as = v_0^2 + 2gh - 2gh\frac{\mu_k}{\operatorname{tg}\vartheta}$$

La dinamica del moto circolare uniforme



$\vec{v}$ cambia in direzione

$\Downarrow$

Esiste $\vec{a}$ centripeta $\qquad a_R = v^2/R$

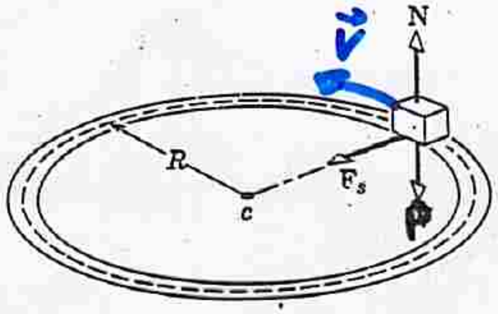
$\Downarrow$

Esiste $\vec{F} = m\vec{a}$ centripeta

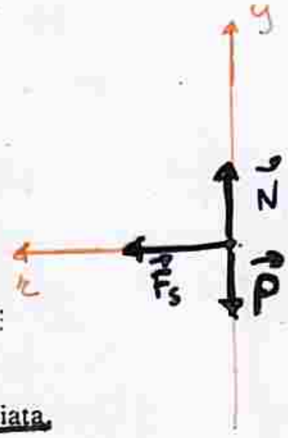
$$\boxed{F = \frac{mv^2}{R}}$$

$F_{centr.} \equiv$ Tensione della fune che "costringe" m a "curvare" la sua traiettoria

N.B.: La forza centripeta non è un nuovo tipo di forza



[redacted]. Una vettura su una pista non bilanciata.



$$\vec{P} + \vec{N} = 0$$
$$N - P = 0$$
$$N = mg$$

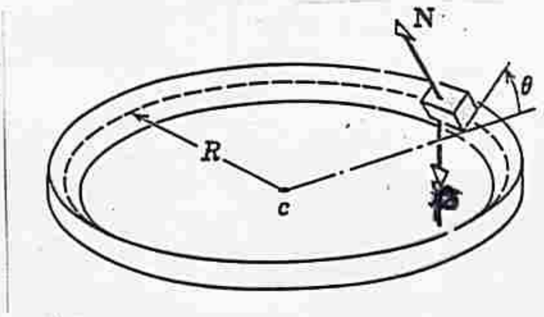
$F_s \equiv$ forza centripeta

$F_{cent.} = mv^2/R$

$F_s \leq \mu_s N \Rightarrow \dfrac{mV^2}{R} \leq \mu_s mg$

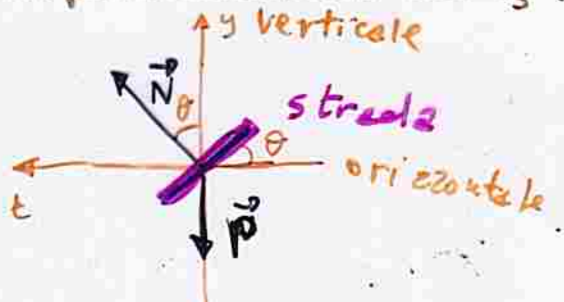
$$\boxed{\mu_s \geq \frac{V^2}{gR}}$$

$$\mu_{s\,min} = v^2/gR$$



[redacted]. Una vettura su una curva bilanciata.

Indipendentemente da F_s :



$F_{centripeta} \equiv$ componente radiale della forza totale

$$\begin{cases} N_r = \dfrac{mV^2}{R} \\ N_y - P = 0 \end{cases} ; \quad \begin{cases} N \sin\theta = \dfrac{mV^2}{R} \\ N \cos\theta = mg \end{cases} \Rightarrow \boxed{tg\theta = \frac{v^2}{gR}}$$

Quantità di moto

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

$$m = \text{cost} \Rightarrow \vec{F} = m\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d}{dt}(m\vec{v}) = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

In realtà

$$\boxed{\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}}$$

forma più generale della 2^a legge di Newton

Vale anche per $m \neq \text{cost}$

$$\vec{F} = 0 \Rightarrow \vec{p} = m\vec{v} = \text{cost}$$

"Se è nulla la risultante delle forze applicate, la quantità di moto si conserva"

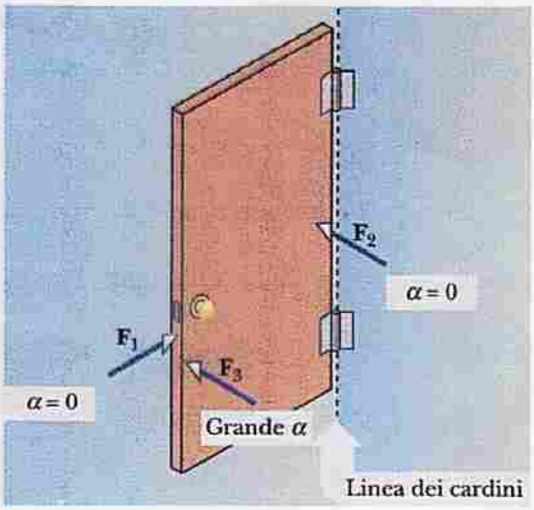
Impulso di una forza

$$\vec{J} = \int_0^t \vec{F}\, dt$$

$$d\vec{p} = \vec{F}dt \Rightarrow \int_{\vec{p}_0}^{\vec{p}} d\vec{p} = \int_0^t \vec{F}\, dt$$

$$\vec{J} = \vec{p} - \vec{p}_0 = \Delta\vec{p}$$ Teorema dell'impulso

DINAMICA ROTAZIONALE

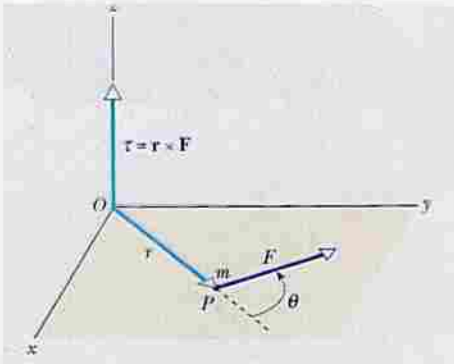


Analizziamo l'apertura di una porta

l'"effetto rotatorio" di una forza:

Momento meccanico di una forza
rispetto ad un punto O (polo)

$$\vec{\tau} = \vec{r} \wedge \vec{F}$$



$[\tau] = [Nm]$

Momento angolare di un punto materiale *rispetto ad un punto O (polo)*

$$\vec{L} = \vec{r} \wedge \vec{p}$$

$[L]=[m^2kg/s]$

Momento angolare ≡ Momento della quantità di moto

Se $\vec{\tau}$ e $\vec{L}$ sono valutati rispetto allo stesso punto O fisso :

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\vec{r} \wedge \vec{p}\right) = \frac{d\vec{r}}{dt} \wedge \vec{p} + \vec{r} \wedge \frac{d\vec{p}}{dt} =$$

$$= \vec{v} \wedge m\vec{v} + \vec{r} \wedge \vec{F} = \vec{r} \wedge \vec{F} =$$

$$= \vec{\tau}$$

essendo : $\vec{v} \wedge m\vec{v} = 0$ per def. di prodotto vettoriale

$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}$ 2ª legge della dinamica

$$\Downarrow$$

$$\vec{\tau} = \frac{d\vec{L}}{dt}$$

$$\vec{\tau} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{d\vec{L}}{dt} = 0 \quad \Rightarrow$$

$$\vec{L} = \text{cost}$$

conservazione del momento angolare