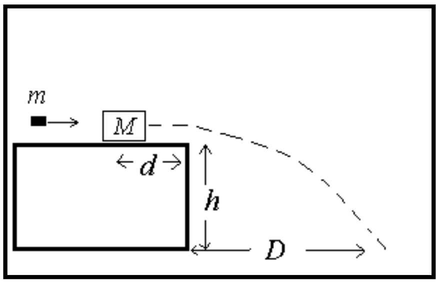
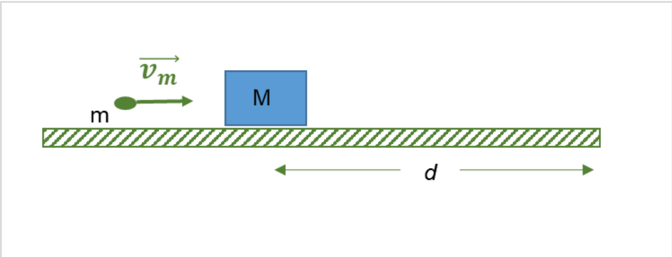
DINAMICA DEI SISTEMI DI PUNTI MATERIALI

Esercizio 34

Una pallottola di massa *m* = 80.0 g, viene sparata, con velocità v_0 = 152 m/s, contro un blocco di massa *M* = 2.50 kg, inizialmente in quiete ad una distanza *d* = 20 cm dal bordo di un tavolo alto *h* = 1.00 m. Il proiettile si conficca nel blocco e, dopo l'urto, il blocco cade dal tavolo. Sapendo che il coefficiente di attrito dinamico tra tavolo e blocco vale 0.70, calcolare: (a) la velocità del blocco quando abbandona lo spigolo del tavolo; (b) la distanza *D* dallo spigolo del tavolo a cui cade il blocco.





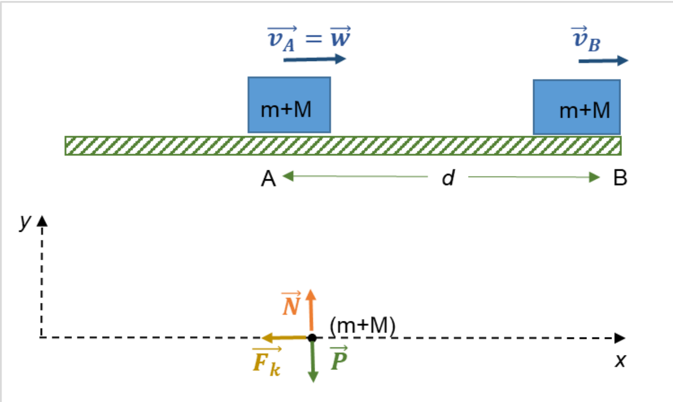
Urto completamente anelastico:

Conservazione della quantità di moto

$$m\vec{v_m} + M\vec{v_M} = (m+M)\vec{w}$$

Una sola componente scalare:

$$mv_0 = (m+M)w$$



Conservazione dell'Energia

In presenza di forze non conservative (attrito):

$$W_{NC} = \Delta U + \Delta K$$

In questo caso $\Delta U = 0$ ⇨

$$W_{NC} = \Delta K = K_B - K_A =$$
$$= \frac{1}{2}(m+M)v_B^2 - \frac{1}{2}(m+M)v_A^2$$

Dalla 2ª legge di Newton:

$$\vec{P} + \vec{N} + \vec{F_k} = m\vec{a}$$

E quindi

$$\begin{cases} N = P = (m+M)g \\ F_k = \mu_k N = \mu_k (m+M)g \end{cases}$$

$$W_{NC} = \vec{F_k} \cdot \vec{\Delta x} = -F_k \Delta x = -\mu_k (m+M)gd$$

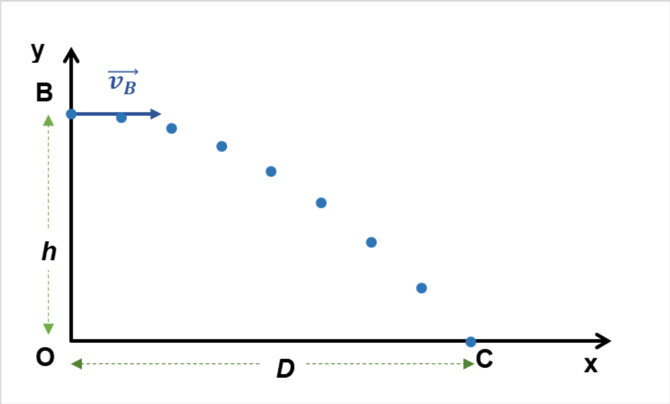
Sostituendo:

$$-\mu_k (m+M)gd = \frac{1}{2}(m+M)v_B^2 - \frac{1}{2}(m+M)v_A^2$$

$$v_B^2 = v_A^2 - 2\mu_k gd = w^2 - 2\mu_k gd$$

$$v_B = \sqrt{\left(\frac{mv_0}{(m+M)}\right)^2 - 2\mu_k gd}$$

$$v_B = \sqrt{\left(\frac{80 \times 10^{-3} \times 152}{(80 \times 10^{-3} + 2.5)}\right)^2 - 2 \times 0.70 \times 9.8 \times 20 \times 10^{-2}} = 4.412\ m/s \cong 4.4\ m/s$$



Moto parabolico

Equazioni orarie:

$$\begin{cases} x(t) = v_B t \\ y(t) = h - \frac{1}{2} g t^2 \end{cases}$$

Il tempo di caduta t_{cad} :

$$y(t_{cad}) = h - \tfrac{1}{2} g t_{cad}^2 = 0$$

$$t_{cad} = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

La posizione x dopo che è passato il tempo t_{cad} sarà:

$$D = x_C = x(t_{cad}) = v_B t_{cad} = v_B \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

$$D = 4.412 \sqrt{\frac{2 \times 1.0}{9.8}} = 1.99\, m \cong 2.0\, m$$

Alternativamente:
dalle equazioni orarie otteniamo l'equazione della parabola

$$\begin{cases} t = x/v_B \\ y = h - \frac{1}{2} g \left(\frac{x}{v_B}\right)^2 \end{cases}$$

Imponiamo che sia *y=0*

$$h - \frac{1}{2} g \left(\frac{x}{v_B}\right)^2 = 0$$

$$x^2 = v_B^2 \frac{2h}{g}$$

e prendiamo solo la soluzione positiva

$$D = v_B \sqrt{\frac{2h}{g}}$$