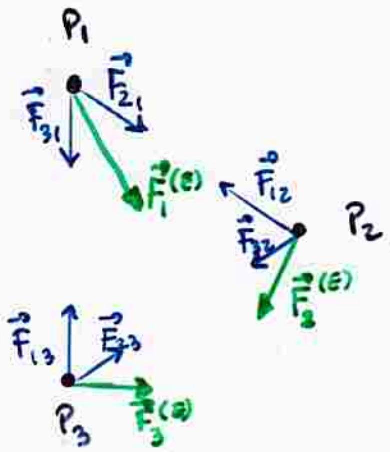
DINAMICA DEI SISTEMI DI PUNTI MATERIALI



Per la i-esima particella

$$\vec{F}_i = \vec{F}_i^{(E)} + \vec{F}_i^{(I)}$$

$\vec{F}_i^{(E)} \equiv$ forze esterne

$\vec{F}_i^{(I)} \equiv$ forze interne (esercitate dalle rimanenti n-1 particelle)

N.B.: la distinzione tra forze interne e forze esterne dipende da come viene definito il sistema di punti

In generale $\quad \vec{F}_i^{(I)} \neq 0 \quad$ risultante delle forze interne agenti sul punto i-esimo

ma $\quad \vec{F}_{Tot}^{(I)} = \sum_{i=1}^{N} \vec{F}_i^{(I)} = \sum_i \sum_{j \neq i} \vec{F}_{ij} = \frac{1}{2} \sum_i \sum_{j \neq i} (\vec{F}_{ij} + \vec{F}_{ji}) = 0$

essendo $\vec{F}_{ij} = -\vec{F}_{ji}$ $\qquad$ (3ª legge del moto)

Esempio: $\vec{F}_{Tot}^{(I)} = (\vec{F}_{21} + \vec{F}_{31}) + (\vec{F}_{12} + \vec{F}_{32}) + (\vec{F}_{23} + \vec{F}_{13}) =$

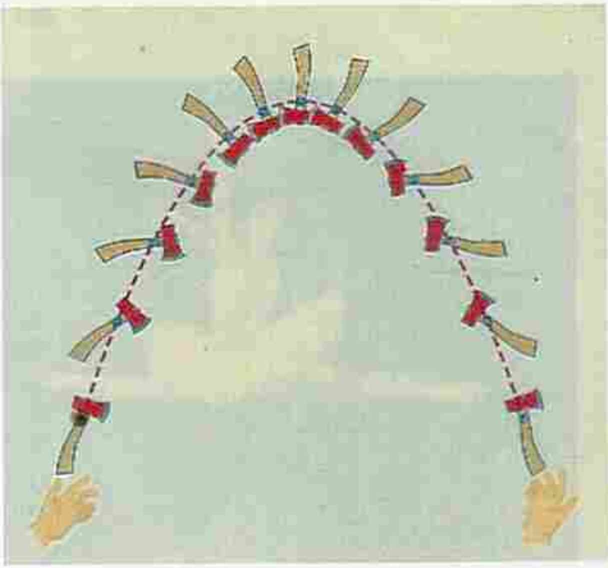
$= \vec{F}_{21} + \vec{F}_{31} + (-\vec{F}_{21}) + \vec{F}_{32} + (-\vec{F}_{32}) + (-\vec{F}_{31}) = 0$

la risultante delle forze interne è nulla

SISTEMI DI PUNTI MATERIALI

La palla lànciata verso l'alto compie la traiettoria parabolica di un punto materiale

Ogni punto dell'ascia si muove in modo diverso



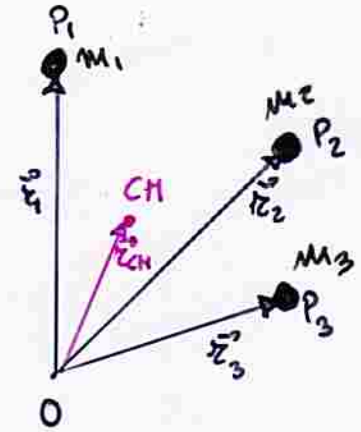
L'oggetto non si può rappresentare come se fosse una singola particella

⇓

E' un sistema di particelle

Osservando bene:
esiste un punto dell'ascia che si muove secondo una semplice traiettoria parabolica, molto simile a quella della palla.
Chiamiamo questo punto:

CENTRO DI MASSA



centro di massa:

punto geometrico tale che

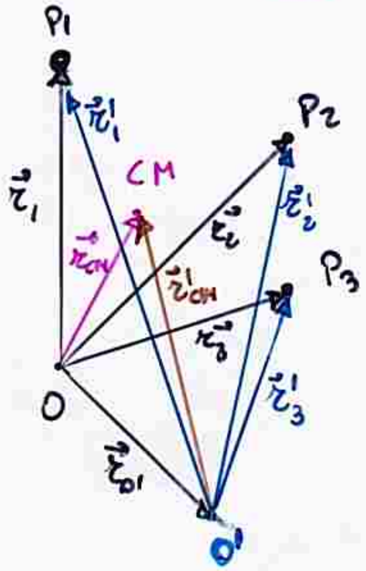
$$\vec{r}_{CM} = \frac{m_1\vec{r}_1 + m_2\vec{r}_2 + \cdots + m_n\vec{r}_n}{m_1 + m_2 + \cdots + m_n} =$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i \vec{r}_i}{\sum_{i=1}^{n} m_i}$$

ove $\sum_i m_i = M$ massa totale

$$x_{CM} = \frac{\sum_i m_i x_i}{M} \quad , \quad y_{CM} = \frac{\sum_i m_i y_i}{M} \quad , \quad z_{CM} = \frac{\sum_i m_i z_i}{M}$$

N.B.: la posizione del centro di massa non dipende dal sistema di riferimento



$$\vec{r}_i = \vec{r}_{O'} + \vec{r}\,'_i$$

$$\vec{r}\,'_i = \vec{r}_i - \vec{r}_{O'}$$

$$\vec{r}\,'_{CM} = \frac{\sum_i m_i \vec{r}\,'_i}{M} = \frac{\sum_i m_i (\vec{r}_i - \vec{r}_{O'})}{M} =$$

$$= \frac{\sum_i m_i \vec{r}_i - \vec{r}_{O'} \sum_i m_i}{M} = \frac{\sum_i m_i \vec{r}_i}{M} - \vec{r}_{O'}$$

$$= \vec{r}_{CM} - \vec{r}_{O'}$$

$$\vec{v}_{CM} = \frac{d\vec{r}_{CM}}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{\sum_i m_i \vec{r}_i}{\sum_i m_i}\right) = \frac{\sum_i m_i \frac{d\vec{r}_i}{dt}}{\sum_i m_i} =$$

$$= \frac{\sum_i m_i \vec{v}_i}{\sum_i m_i} = \frac{\sum_i \vec{p}_i}{\sum_i m_i} = \frac{\vec{P}_{TOT}}{M}$$

$$\vec{P}_{TOT} = M \vec{v}_{CM}$$

$\vec{P}_{TOT}$ coincide con la quantità di moto $M\vec{v}_{CM}$ di un punto materiale di massa M, che si trova alla posizione $\vec{r}_{CM}$ e si muove con velocità $\vec{v}_{CM}$

$$\vec{a}_{CM} = \frac{d\vec{v}_{CM}}{dt} = \frac{\sum m_i \frac{d\vec{v}_i}{dt}}{\sum m_i} = \frac{\sum m_i \vec{a}_i}{\sum m_i}$$

$$\sum m_i \vec{a}_i = \sum\left(\vec{F}_i^{(I)} + \vec{F}_i^{(E)}\right) = \sum \vec{F}_i^{(I)} + \sum \vec{F}_i^{(E)} =$$
$$= \vec{F}_{TOT}^{(I)} + \vec{F}_{TOT}^{(E)} = \vec{F}_{TOT}^{(E)}$$

$$\vec{F}_{TOT}^{(E)} = M \vec{a}_{CM}$$

Il centro di massa si muove come un punto materiale in cui sia concentrata tutta la massa del sistema e a cui sia applicata la risultante delle forze esterne

Il moto di CM dipende solo dalle forze esterne

$$\vec{F}^{(E)}_{TOT} = M\vec{a}_{CM} = M\frac{d\vec{v}_{CM}}{dt} = \frac{d}{dt}(M\vec{v}_{CM}) =$$

$$= \frac{d\vec{P}_{TOT}}{dt}$$

$$\vec{F}^{(E)}_{TOT} = \frac{d}{dt}\vec{P}_{TOT}$$

Sistema isolato

$$\vec{F}^{(E)}_{TOT} = 0 \quad \Rightarrow \quad \vec{P}_{TOT} = cost$$

Principio di conservazione della quantità di moto

Inoltre : $\vec{F}^{(E)}_{TOT} = 0 \quad \Rightarrow \quad \vec{v}_{CM} = cost$

CM si muove di moto rettilineo uniforme o resta in quiete

Consideriamo un sistema di due punti, <u>isolato</u>.

$$\vec{P}_{TOT} = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = cost$$

$$\frac{d}{dt}(m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2) = 0$$

$$m_1\vec{a}_1 + m_2\vec{a}_2 = 0$$

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = 0$$

$$\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$$

c'è equivalenza tra conservazione della quantità di moto e principio di azione e reazione