

# CONSERVAZIONE DEL MOMENTO ANGOLARE

Nello studio dei sistemi di punti materiali:

$$\vec{\tau}_{Tot}^{(E)} = \frac{d\vec{L}_{Tot}}{dt} + \vec{v}_O \wedge M\vec{v}_{CM}$$

ove  $\vec{v}_O$  è la velocità del polo O rispetto a cui si valuta  $\vec{\tau}_{Tot}^{(E)}$  e  $\vec{L}_{Tot}$

Se il polo O è:

- fisso in un sistema di riferimento inerziale,
- $O \equiv CM$  (*potendo in questo caso essere anche mobile*)

possiamo scrivere:

$$\vec{\tau}_{Tot}^{(E)} = \frac{d\vec{L}_{Tot}}{dt}$$

Quindi, se il momento meccanico esterno è nullo

$$\vec{\tau}_{Tot}^{(E)} = 0$$

risulta

$$\vec{L}_{Tot} = cost$$

nel moto di rotazione del corpo si conserva il momento angolare.

Se l'asse di rotazione è un asse di simmetria, potremo scrivere:

$$\vec{L}_{Tot} = I\vec{\omega} = cost$$

In ogni caso, potremo scrivere in forma scalare, per la componente  $L_z$  del momento angolare  $\vec{L}_{Tot}$

$$I_z\omega = cost$$

*N.B.: questa relazione vale anche per un asse di rotazione in movimento, che passa per il centro di massa e trasla parallelamente a se stesso con la velocità del Centro di Massa*

$$I_z\omega = cost$$



$\omega$  variabile se varia  $I_z$

$I_z$  può essere fatto variare cambiando la posizione relativa delle singole parti del corpo



Forza esterna: forza peso

$$\tau_z = \tau_{CM} = 0 \Rightarrow L_{CM} = \text{cost}$$

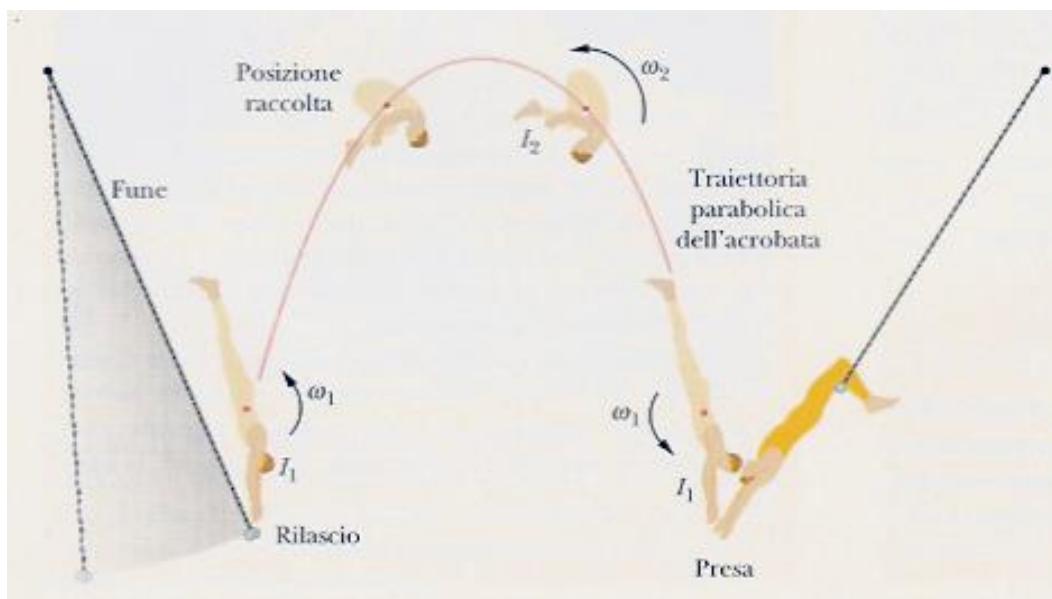
$$I_1 \omega_1 = I_2 \omega_2$$

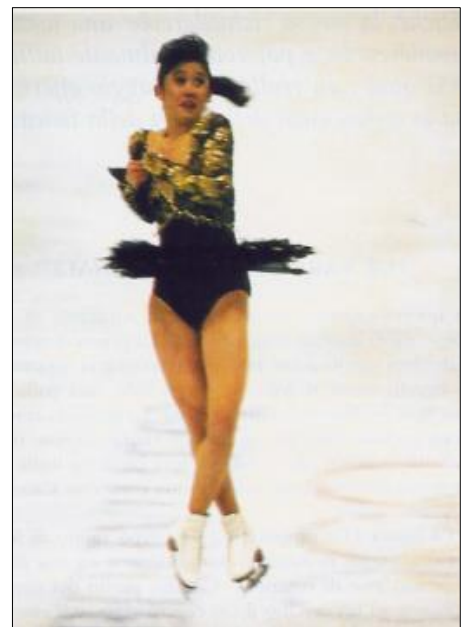
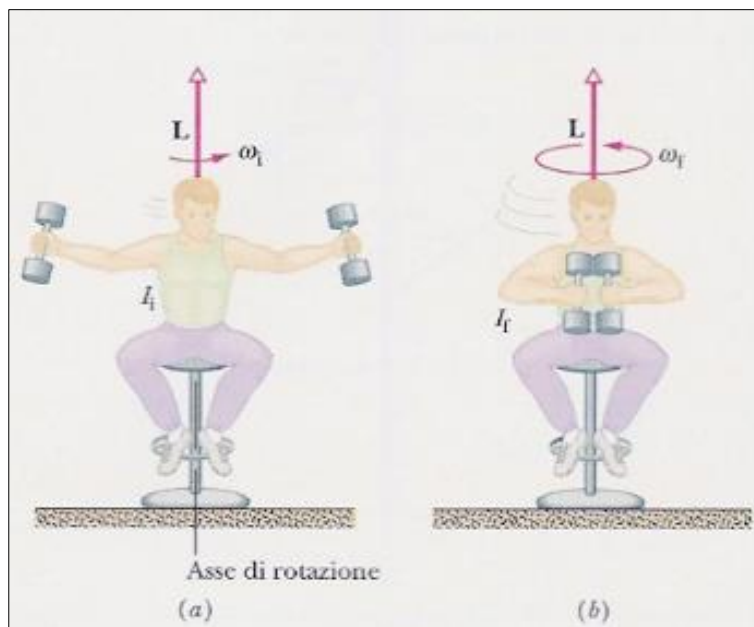
*rannicchiandosi il momento d'inerzia diminuisce*

$$I_2 < I_1$$

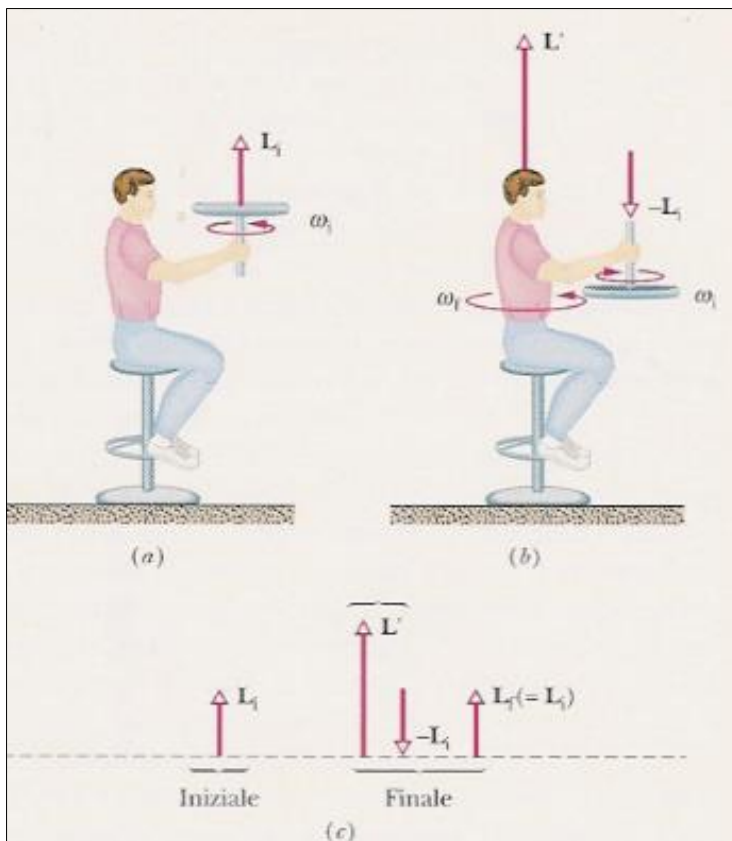
$$\omega_2 > \omega_1$$

*Stesso principio nel salto mortale*





$I_i \omega_i = I_f \omega_f$   
 avvicinando le braccia il momento d'inerzia diminuisce  
 $I_f < I_i$   
 $\omega_f > \omega_i$



$$\begin{aligned}
 \vec{L}_i &= \vec{L}_f \\
 L_i &= I_{ruota} \omega_{ruota} \\
 L_f &= \\
 &= I_{uomo} \omega_{uomo} \\
 &\quad - I_{ruota} \omega_{ruota} \\
 \omega_{uomo} &= 2 \frac{I_{ruota}}{I_{uomo}} \omega_{ruota}
 \end{aligned}$$