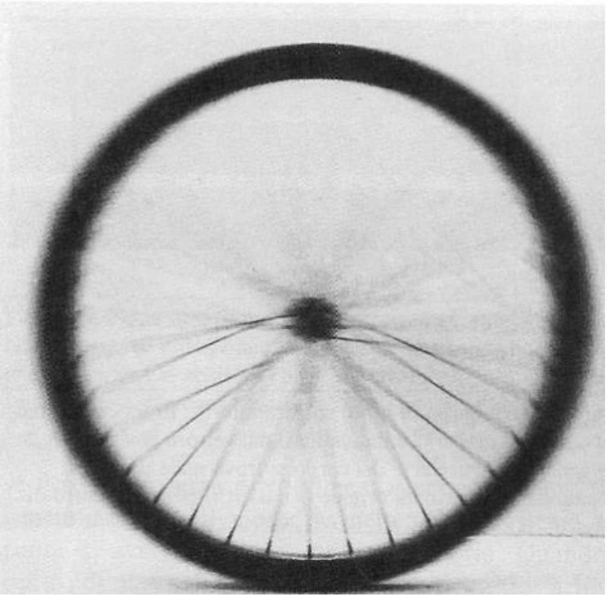
CORPO RIGIDO:

sistema di punti materiali in cui le distanze tra tutte le possibili coppie di punti non possono variare



↑ si muovono più velocemente

↓ si muovono più lentamente

il moto d'assieme non contiene e non può rappresentare tutta la dinamica del moto del corpo rigido

⇓

non può essere trattato alla stessa stregua del moto di un punto materiale

⇓

il moto di un corpo rigido è più complesso del moto di un punto materiale

CORPO CONTINUO

- **Densità** $\rho = \frac{dm}{dV}$ *[kg/m³]*

massa $M = \int_V \rho dV$

Corpo omogeneo $\rho = cost = \frac{M}{V}$

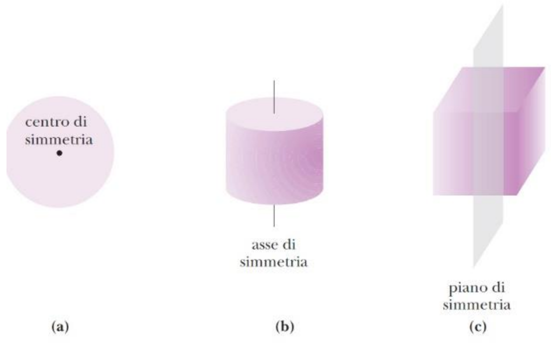
- densità superficiale $\sigma = \frac{dm}{dS}$ *[kg/m²]*
- densità lineare $\lambda = \frac{dm}{dL}$ *[kg/m]*

- **Centro di Massa**

$$\overrightarrow{r_{CM}} = \frac{\int_V \vec{r}dm}{\int_M dm} = \frac{\int_V \vec{r}\rho dV}{M}$$

Se è $\rho = cost = \frac{M}{V}$

$$\overrightarrow{r_{CM}} = \frac{\rho \int_V \vec{r}dV}{M} = \frac{\int_V \vec{r}dV}{V}$$



Se un corpo omogeneo possiede un centro, un asse o un piano di simmetria, allora il CENTRO DI MASSA è situato in quel centro, su quella linea o su quel piano

◆ Corpo continuo soggetto a forza peso

▶ sull'elemento di massa *dm* agisce la forza $\vec{g}dm$

$$\vec{P}_{Tot} = \int_M \vec{g}dm = \vec{g}\int_M dm = M\vec{g}$$

▶ il momento meccanico della forza $\vec{g}dm$ rispetto ad un polo O vale

$$\vec{r} \wedge \vec{g}dm$$

$$\Downarrow$$

Il momento meccanico risultante agente sull'intero corpo risulta:

$$\vec{\tau}_{Tot} = \int_M \vec{r} \wedge \vec{g}dm = \left(\int_M \vec{r}dm\right) \wedge \vec{g} =$$

$$= M\frac{\int_M \vec{r}dm}{M} \wedge \vec{g} = M\vec{r}_{CM} \wedge \vec{g} = \vec{r}_{CM} \wedge M\vec{g}$$

$$\vec{\tau}_{Tot} = \vec{r}_{CM} \wedge \vec{P}_{Tot}$$

▶ Se z è la quota dell'elemento di massa *dm* rispetto alla quota di riferimento, esso avrà energia potenziale:

$$dU = z\ g\ dm$$

L'energia potenziale dell'intero corpo sarà:

$$U = \int_M z\ g\ dm = g\int_M z\ dm = gM\frac{\int_M z\ dm}{M} = Mgz_{CM}$$

MOTO DI UN CORPO RIGIDO

- moto di pura traslazione

  tutti i punti descrivono traiettorie eguali, percorse con la stessa velocità **v = v**$_{CM}$

  La dinamica e quella di un punto materiale e non c'è movimento rispetto al centro di massa

$$\vec{v}_i = \vec{v}_{CM}$$

$$\vec{P}_{tot} = M\vec{v}_{CM}$$

$$\vec{F}^{(E)}_{tot} = M\vec{a}_{CM} = \frac{d\vec{P}_{tot}}{dt}$$

$$E_{cin} = \frac{1}{2}Mv^2_{CM}$$

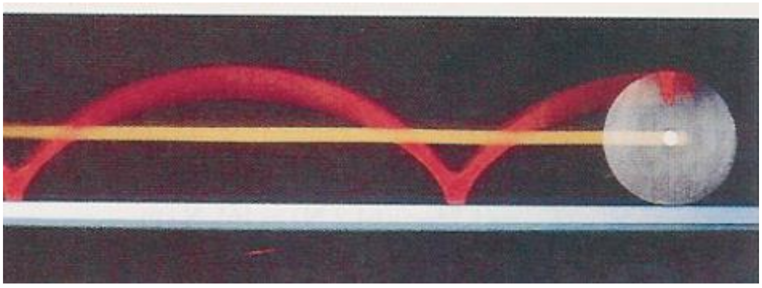
- moto di pura rotazione

  tutti i punti descrivono un moto circolare, le traiettorie sono archi di circonferenze diverse che stanno su piani paralleli e hanno il centro su uno stesso asse, l'asse di rotazione.

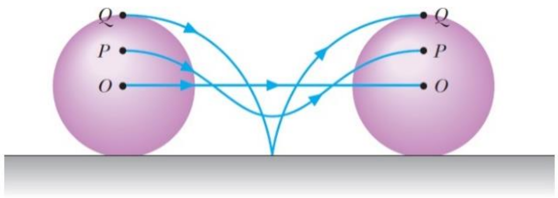
  In un dato istante tutti i punti hanno la stessa velocità angolare $\vec{\omega}$ che è parallela all'asse di rotazione

$$\vec{\tau}^{(E)}_{tot} = \frac{d\vec{L}}{dt}$$

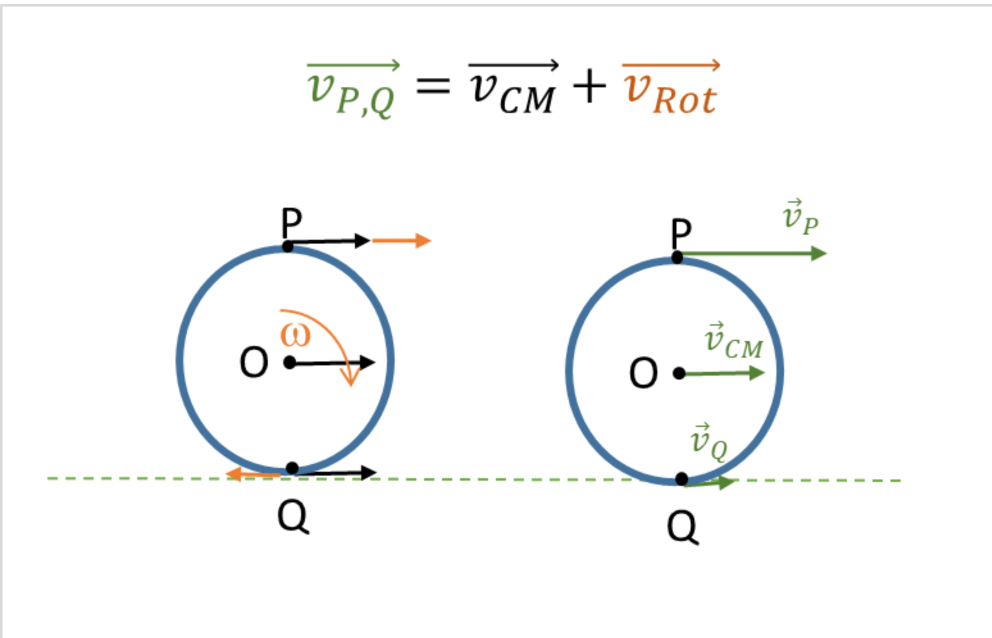
MOTO DI UN CORPO RIGIDO



oltre al moto del centro di massa bisogna considerare il moto rispetto al centro di massa



La velocità di ogni punto è la somma della velocità di traslazione ($\overrightarrow{v_{CM}}$) e della velocità lineare legata al moto di rotazione ($\overrightarrow{v_{Rot}} = \vec{\omega} \wedge \vec{r}$)



moto rigido più generale:

□ moto di rototraslazione

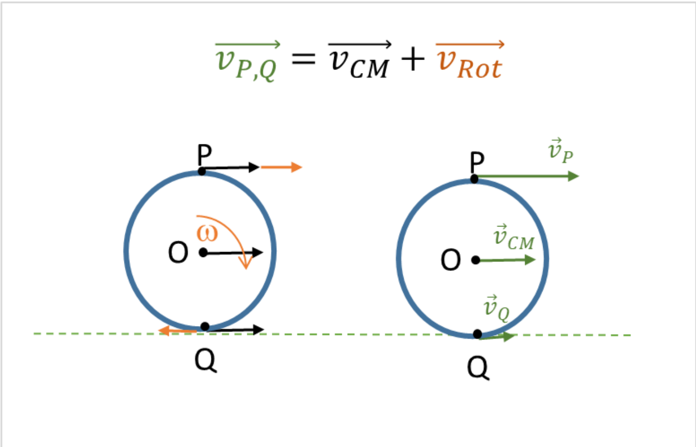
traslazione infinitesima con velocità $\vec{v}$

$+$

rotazione infinitesima con velocità angolare $\vec{\omega}$

con $\vec{v}$ e $\vec{\omega}$ variabili nel tempo e indipendenti tra di loro

N.B.: la descrizione del moto di rotazione di un corpo rigido non è univoca.



Considerando la rotazione rispetto a O≡CM:

$$\overrightarrow{v_P} = \overrightarrow{v_O} + \vec{\omega} \wedge \overrightarrow{OP}$$

$$\overrightarrow{v_Q} = \overrightarrow{v_O} + \vec{\omega} \wedge \overrightarrow{OQ}$$

Traslazione del punto **O** + rotazione attorno a un asse passante per **O≡CM** (*asse di istantanea rotazione*)

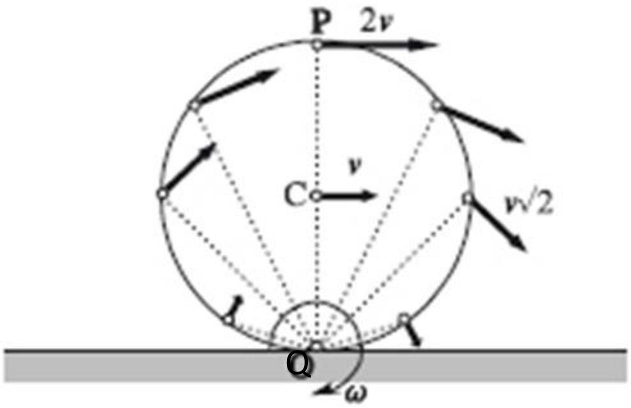
ma osserviamo che:

$$\overrightarrow{v_P} - \overrightarrow{v_Q} = \vec{\omega} \wedge \left(\overrightarrow{OP} - \overrightarrow{OQ}\right)$$

e quindi

$$\overrightarrow{v_P} = \overrightarrow{v_Q} + \vec{\omega} \wedge \overrightarrow{QP}$$

Traslazione del punto **Q** + rotazione attorno a un asse passante per **Q** (*asse di istantanea rotazione*)



$\vec{\omega}$ è unica, $\vec{v}$ dipende dall'asse di rotazione scelto.