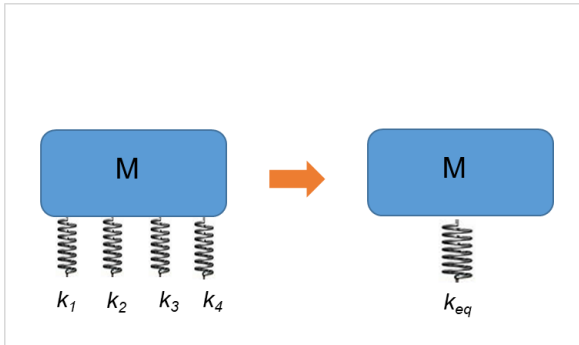


OSCILLATORE ARMONICO

Esercizio 43

Un'automobile di 997.7 kg trasporta quattro persone, di 81.6 kg ciascuna, lungo una strada ondulata. La distanza tra le ondulazioni è di 3.96 m. Si osserva che la macchina sobbalza con ampiezza massima quando la sua velocità è di 16.1 Km/h. Ad un certo punto la macchina si ferma e i quattro passeggeri scendono. Di quanto si alza la carrozzeria della macchina sulle proprie sospensioni in seguito alla diminuzione di peso?

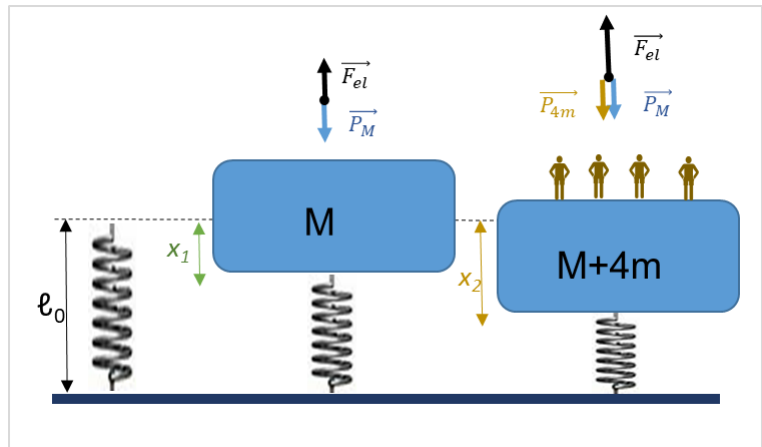


La macchina è sostenuta verticalmente dalle 4 sospensioni delle ruote. E' equivalente ad un sistema massa-molla posto in verticale, con una molla di costante elastica

$$k_{eq} = k_1 + k_2 + k_3 + k_4$$

Quando le sospensioni sorreggono solo l'auto, in condizioni di equilibrio, la molla equivalente è compressa di un tratto x_1 tale che :

$$\begin{aligned} \overrightarrow{P_{mac}} + \overrightarrow{F_{molla}} &= 0 \\ Mg - k_{eq}x_1 &= 0 \\ x_1 &= \frac{Mg}{k_{eq}} \end{aligned}$$



Quando sull'auto sono presenti le 4 persone, in condizioni di equilibrio, la molla equivalente è compressa di un tratto x_2 tale che :

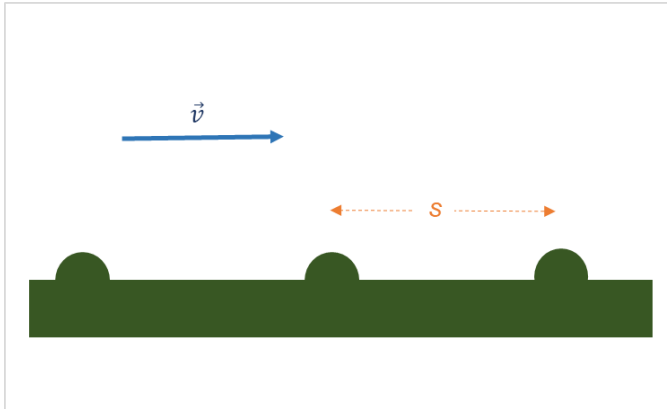
$$\begin{aligned} \overrightarrow{P_{mac}} + 4\overrightarrow{P_{persona}} + \overrightarrow{F_{molla}} &= 0 \quad \Rightarrow \quad (M + 4m)g - k_{eq}x_2 = 0 \\ x_2 &= \frac{(M + 4m)g}{k_{eq}} \end{aligned}$$

Per cui quando le 4 persone scendono dall'auto, questa si solleva di Δx tal che:

$$\Delta x = x_2 - x_1 = \frac{(M + 4m)g}{k_{eq}} - \frac{Mg}{k_{eq}} = \frac{4mg}{k_{eq}}$$

Per determinare k_{eq} , sfruttiamo la condizione di risonanza ($\gamma \rightarrow 0$):

ampiezza massima quando $\omega_{est} = \omega_0 = \sqrt{\frac{k_{eq}}{(M+4m)}}$



Detto T il tempo impiegato dall'auto a raggiungere l'ondulazione successiva, risulta:

$$\begin{cases} \omega_{est} = \frac{2\pi}{T} \\ v = \frac{s}{T} \end{cases}$$

$$\omega_{est} = 2\pi \frac{v}{s}$$

Allora

$$\sqrt{\frac{k_{eq}}{(M+4m)}} = 2\pi \frac{v}{s}$$

$$k_{eq} = (M+4m) \left(2\pi \frac{v}{s} \right)^2$$

$$\Delta x = \frac{4mg}{k_{eq}} = \frac{4mg}{(M+4m)} \left(\frac{s}{2\pi v} \right)^2$$

$$\Delta x = \frac{4 \times 81.6 \times 9.80}{(997.7 + 4 \times 81.6)} \left(\frac{3.96}{2\pi \times 16.1 \times 10^3 / 3600} \right)^2 = 0.04797 \text{ m} \cong 4.80 \text{ cm}$$