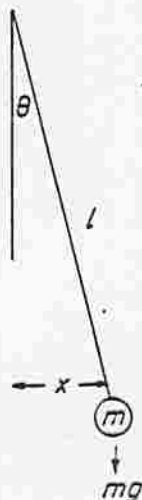


MOTO ARMONICO SEMPLICE

(a)



$$m\ddot{x} + r: g \frac{x}{l} = 0$$

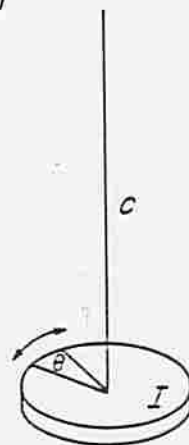
$$ml\ddot{\theta} + mgy\beta = 0$$

$$\omega^2 = g/l$$

$$mg \sin \theta \approx mg\theta$$

$$\approx mg \frac{x}{l}$$

(b)



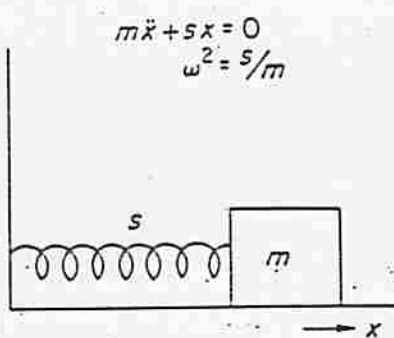
$$I\ddot{\theta} + c\theta = 0$$

$$\omega^2 = \frac{c}{I}$$

Pendolo semplice :
massa m sospesa ad
una corda l di massa
trascurabile

Pendolo di torsione:
disco piatto sospeso per il
suo centro e oscillante
nel piano della sua
circonferenza

(c)



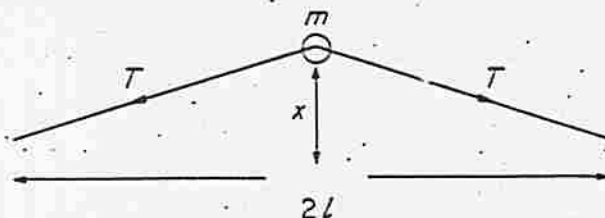
$$m\ddot{x} + sx = 0$$

$$\omega^2 = s/m$$

(d)

$$m\ddot{x} + 2T \frac{x}{l} = 0$$

$$\omega^2 = \frac{2T}{lm}$$



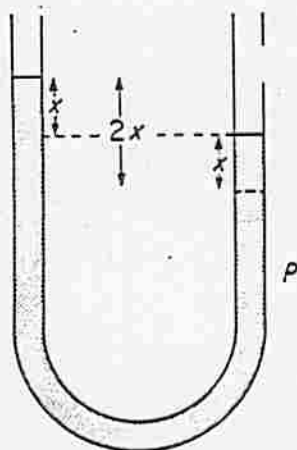
massa fissata ad una
molla di costante elastica
 s , che si muove su
un piano privo di
attrito

massa al centro di una corda
tesa di lunghezza $2l$ e
fissata agli estremi

(e)

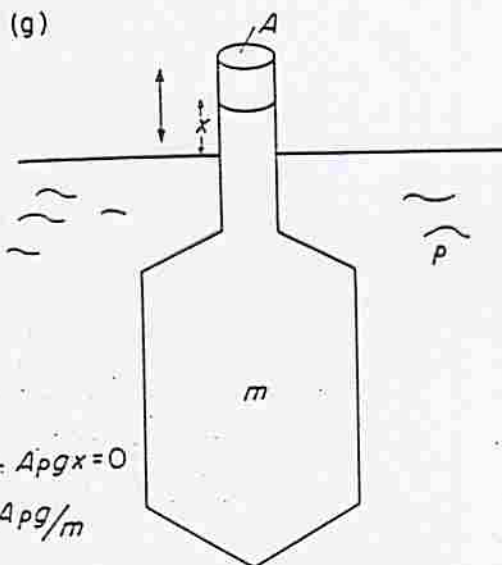
$$\rho l \ddot{x} + 2\rho g x = 0$$

$$\omega^2 = 2g/l$$



Tubo ad U di sezione costante
contenente un liquido (lunghezza l e
densità ρ) che oscilla attorno alla
sua posizione di equilibrio di ugual
livello in ogni ramo

(g)

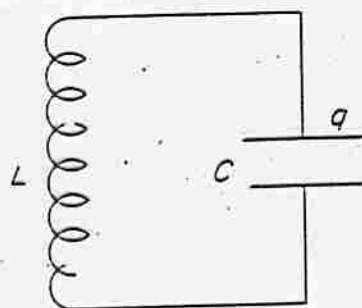


$$m \ddot{x} + A \rho g x = 0$$

$$\omega^2 = A \rho g / m$$

Un corpo m galleggiante
in un liquido di densità
 ρ , con un collo di sezione
costante A che taglia
la superficie del liquido.
Se depresso leggermente,
esegue oscillazioni verticali.

(h)



$$L \ddot{q} + \frac{q}{C} = 0$$

$$\omega^2 = \frac{1}{LC}$$

Circuito LC risonante:
una induttanza L
è connessa ad una
capacità C caricata
con carica q .

OSCILLAZIONI

moto periodico = moto che si ripete ad intervalli di tempo uguali

moto oscillatorio o vibratorio = moto di una particella che si muove avanti e indietro su uno stesso percorso

moto oscillatorio smorzato = moto oscillatorio tra limiti del percorso avanti e indietro non fissi (presenza di effetti dissipativi)

Oscillazioni meccaniche - Oscillazioni elettromagnetiche

= Moto oscillatorio periodico

• **Periodo T** = tempo richiesto perché venga eseguita una oscillazione completa (cycle)

• **Frequenza f** $f = \frac{1}{T}$ [$\text{sec}^{-1} = \text{Hz}$]
numero di oscillazioni nell'unità di tempo

moto avanti e indietro :

posizione di equilibrio

posizione del moto in cui non agisce alcuna forza

En. potenziale $U(x) = \min$

spostamento (lineare o angolare)

distanza (lineare o angolare) dalla posizione di equilibrio

punti di inversione

punti in cui la velocità è nulla

En. meccanica \equiv En. potenziale

forza di richiamo

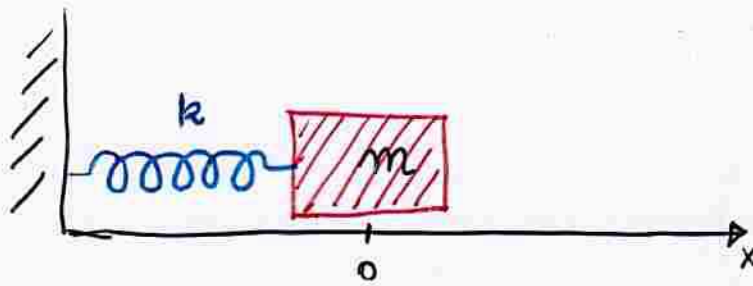
agisce sulla particella in maniera da accelerarla verso la posizione di equilibrio

La soluzione tipo OSCILLATORE ARMONICO si ottiene, per un sistema che può oscillare, entro quei limiti, spesso ristretti, nei quali la forza di richiamo è lineare nello spostamento.



Il problema è linearizzato

SISTEMA MASSA-MOLLA



Un corpo di massa m , attaccato a una molla ideale di costante elastica k e libero di muoversi su una superficie orizzontale priva di attrito

posizione di equilibrio : molla a riposo

Allungamento o compressione della molla \Rightarrow forza di richiamo
 $\vec{F} = -kx(\hat{x})$

Equazione del moto:

$$m\vec{a} = \vec{F}$$

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = -kx$$

$$\boxed{\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}x = 0}$$

Equazione differenziale dello

OSCILLATORE ARMONICO SEMPLICE

$$\frac{d^2 x(t)}{dt^2} + \omega^2 x(t) = 0$$

equazione differenziale del 2° ordine

lineare

a coefficienti costanti

omogenea

La soluzione più generale è:

$$x(t) = a \sin \omega t + b \cos \omega t$$

ovvero:

$$x(t) = A \sin(\omega t + \phi)$$

$$[a = A \cos \phi, b = A \sin \phi]$$

$$x(t) = B \cos(\omega t + \psi)$$

$$[a = -B \sin \psi, b = B \cos \psi]$$

$$\text{ovvero } A = B = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$\tan \phi = \frac{b}{a}$$

$$\tan \psi = -\frac{a}{b} \quad (\psi = \phi + \frac{\pi}{2})$$

N.B.: compaiono due costanti di integrazione

Ritornando al sistema massa-molla

03

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = -\frac{k}{m} x$$

$$x(t) = A \sin(\omega t + \phi)$$

$$\frac{dx}{dt} = A\omega \cos(\omega t + \phi) \quad ; \quad \frac{d^2 x}{dt^2} = -A\omega^2 \sin(\omega t + \phi)$$

$$-\omega^2 A \sin(\omega t + \phi) = -\frac{k}{m} A \sin(\omega t + \phi)$$

$$\omega^2 = \frac{k}{m} \quad \Rightarrow \quad \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$x(t + \frac{2\pi}{\omega}) = A \sin[\omega(t + \frac{2\pi}{\omega}) + \phi] = A \sin[(\omega t + \phi) + 2\pi] = A \sin(\omega t + \phi) = x(t)$$

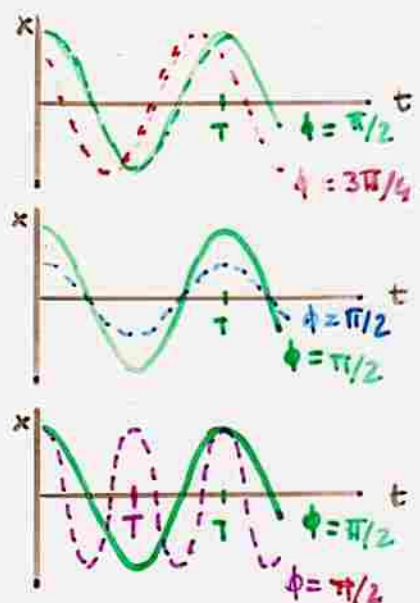
$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \quad \text{periodo}$$

$$\nu = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} \quad \text{frequenza}$$

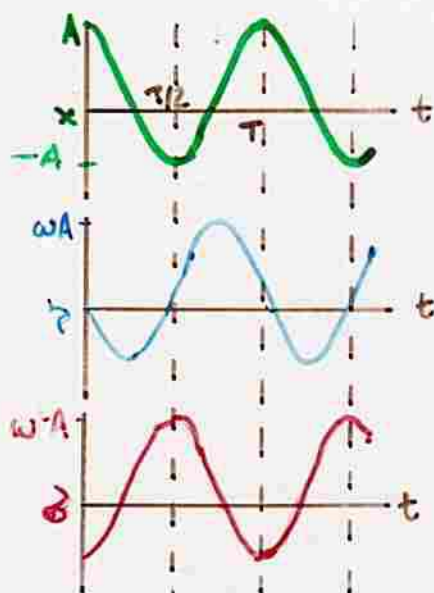
$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad \text{pulsazione o freq. angolare}$$

A ampiezza del moto
 ϕ costante di fase

A e ϕ dipendono da $x(0)$ e $\dot{x}(0)$



$$(\phi = \frac{\pi}{2})$$



$$x(t) = A \sin(\omega t + \phi)$$

$$x_{\max} = A$$

$$v = \frac{dx}{dt} = \omega A \cos(\omega t + \phi)$$

$$v_{\max} = \omega A$$

$$a = \frac{dv}{dt} = -\omega^2 A \sin(\omega t + \phi)$$

$$a_{\max} = \omega^2 A$$

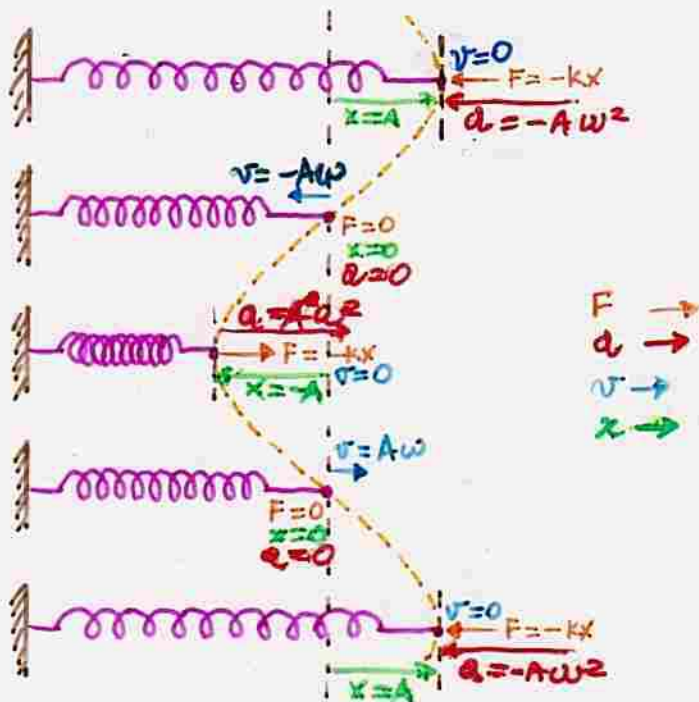
$$t=0$$

$$t = \frac{T}{4}$$

$$t = \frac{T}{2}$$

$$t = \frac{3}{4}T$$

$$t = T$$



Determinazione di A e ϕ

$$x(t) = A \sin(\omega t + \phi)$$

$$v(t) = \frac{dx}{dt} = A\omega \cos(\omega t + \phi)$$

Condizioni iniziali:

$$x_0 = x(t=0) \quad ; \quad v_0 = v(t=0)$$

$$\begin{cases} x_0 = A \sin \phi \\ v_0 = A\omega \cos \phi \end{cases} \quad ; \quad \begin{cases} A \sin \phi = x_0 \\ A \cos \phi = v_0/\omega \end{cases}$$

$$\begin{cases} A^2 (\sin^2 \phi + \cos^2 \phi) = x_0^2 + (v_0/\omega)^2 \\ \sin \phi / \cos \phi = x_0 / (v_0/\omega) \end{cases}$$

$$\begin{cases} A = \sqrt{x_0^2 + \left(\frac{v_0}{\omega}\right)^2} \\ \tan \phi = \frac{x_0 \omega}{v_0} \end{cases}$$

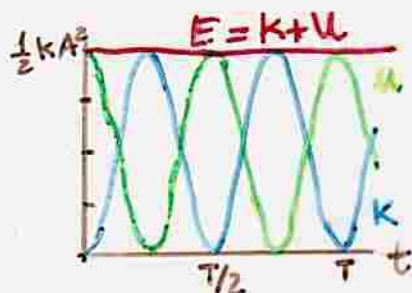
CONSIDERAZIONI ENERGETICHE

$$x(t) = A \sin(\omega t + \phi)$$

$$v(t) = A\omega \cos(\omega t + \phi)$$

$$\omega^2 = \frac{k}{m}$$

$$\phi = \frac{\pi}{2}$$



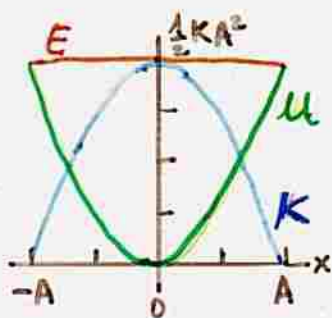
$$U(t) = \frac{1}{2} k x^2 = \frac{1}{2} k A^2 \sin^2(\omega t + \phi)$$

$$K(t) = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m A^2 \omega^2 \cos^2(\omega t + \phi) = \frac{1}{2} k A^2 \cos^2(\omega t + \phi)$$

$$E = U(t) + K(t) = \frac{1}{2} k A^2 \sin^2(\omega t + \phi) + \frac{1}{2} k A^2 \cos^2(\omega t + \phi) =$$

$$= \frac{1}{2} k A^2 [\sin^2(\omega t + \phi) + \cos^2(\omega t + \phi)] = \frac{1}{2} k A^2$$

$$E = \frac{1}{2} k A^2$$



$$E = K + U = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} k x^2$$

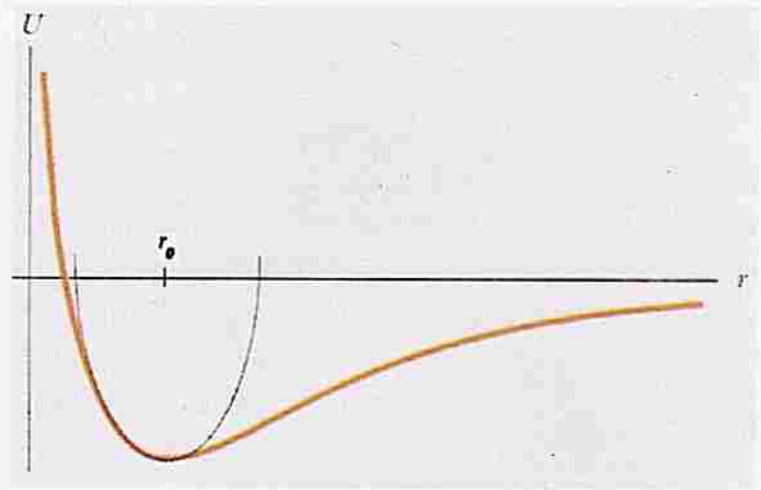
$$U(x) = \frac{1}{2} k x^2$$

$$K(x) = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} k A^2 - \frac{1}{2} k x^2$$

$$K(x) = \frac{1}{2} k (A^2 - x^2)$$

Perché studiamo l'oscillatore armonico?

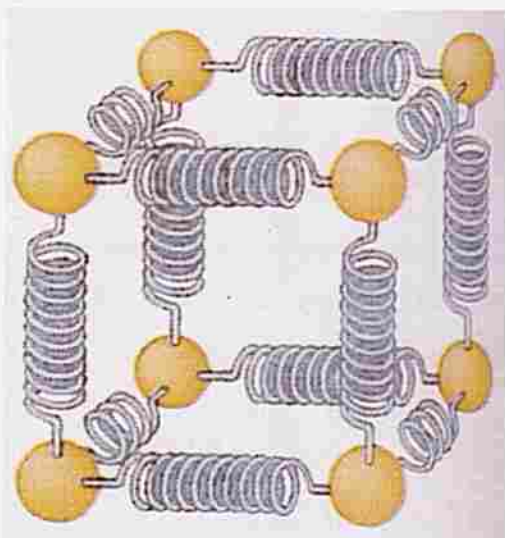
Energia potenziale del sistema di due atomi in funzione della separazione tra gli stessi atomi



Per piccoli spostamenti attorno al valore r_0 in cui si ha il valore minimo, la curva della energia potenziale $U(r)$ è parabolica, come quella di un oscillatore armonico

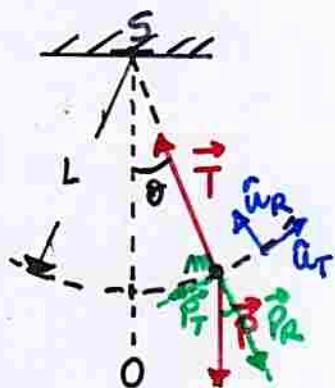


il sistema compie oscillazioni armoniche



la forza che tiene assieme gli atomi è ben rappresentata da un microscopico sistema di molle

PENDOLO SEMPLICE



massa puntiforme sospesa ad un filo inestensibile e di massa trascurabile

$$\vec{F}_{\text{Tot}} = \vec{P} + \vec{T} = m\vec{a}$$

Introducendo i versori \hat{u}_R e \hat{u}_T

$$T - P_R = m a_R$$

$$-P_T = m a_T$$

→ $T - P_R$ è una forza centripeta

→ P_T è una forza di richiamo

$\theta = 0$ posizione di equilibrio stabile

$$a_T = L\alpha = L \frac{d^2\theta}{dt^2} ; \quad P_T = mg \sin\theta$$

$$\sin\theta = \theta - \frac{\theta^3}{3!} + \dots \Rightarrow \text{per } \theta \ll 1 \text{ rad} \quad \sin\theta \cong \theta$$

piccole oscillazioni

$$-mg\theta = mL \frac{d^2\theta}{dt^2}$$

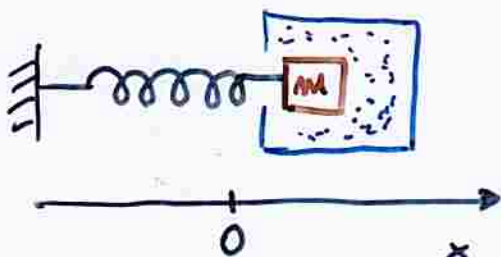
$$\boxed{\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{L} \theta = 0}$$

$$\theta(t) = \theta_A \sin(\omega_0 t + \phi)$$

$$\omega_0^2 = g/L$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$

Oscillatore armonico smorzato da una forza viscosa



$x=0$ posizione a riposo della molla

$$m \vec{a} = \vec{F}_{molla} + \vec{R}_{mezzo}$$

$$(\vec{R}_{mezzo} = -b\vec{v})$$

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -kx - b\dot{x}$$

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{b}{m} \frac{dx}{dt} + \frac{k}{m} x = 0$$

$\gamma \equiv \frac{b}{2m}$ coefficiente di smorzamento

$\omega_0^2 \equiv \frac{k}{m}$ pulsazione propria

$$\boxed{\frac{d^2 x}{dt^2} + 2\gamma \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = 0}$$

Equazione differenziale dell'oscillatore
armonico smorzato

Equazione differenziale lineare del secondo ordine,
a coefficienti costanti, omogenea.

Soluzione di prova:

$$x(t) = e^{\alpha t}$$

$$\frac{dx}{dt} = \alpha e^{\alpha t}$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{d}{dt} \left(\frac{dx}{dt} \right) = \frac{d}{dt} (\alpha e^{\alpha t}) = \alpha^2 e^{\alpha t}$$

Sostituendo:

$$\alpha^2 e^{\alpha t} + 2\gamma \alpha e^{\alpha t} + \omega_0^2 e^{\alpha t} = 0$$

$$e^{\alpha t} (\alpha^2 + 2\gamma \alpha + \omega_0^2) = 0 \quad \forall t$$

$x(t) = e^{\alpha t}$ è soluzione solo se α è tale che:

$$\alpha^2 + 2\gamma \alpha + \omega_0^2 = 0$$

equazione caratteristica

$$\Rightarrow \alpha = -\gamma \pm \sqrt{\gamma^2 - \omega_0^2}$$

Gi sono tre casi:

• $\gamma^2 > \omega_0^2 \quad \Rightarrow \quad \alpha_1 \neq \alpha_2 \quad \text{reali e distinte}$

• $\gamma^2 = \omega_0^2 \quad \Rightarrow \quad \alpha_1 = \alpha_2 \quad \text{reali e coincidenti}$

• $\gamma^2 < \omega_0^2 \quad \Rightarrow \quad \alpha_1 \neq \alpha_2 \quad \text{immaginarie coniugate}$

Smorzamento forte $\gamma^2 > \omega_0^2$

Soluzioni reali dell'equazione caratteristica,

$$\alpha_1 = -\gamma + \sqrt{\gamma^2 - \omega_0^2} = -\gamma + \beta$$

$$\alpha_2 = -\gamma - \sqrt{\gamma^2 - \omega_0^2} = -\gamma - \beta$$

ove $\beta = \sqrt{\gamma^2 - \omega_0^2} < \gamma \Rightarrow \alpha_1 \text{ e } \alpha_2 \text{ negativi}$

Soluzione generale dell'equazione differenziale:

$$x(t) = A e^{\alpha_1 t} + B e^{\alpha_2 t} = e^{-\gamma t} (A e^{\beta t} + B e^{-\beta t})$$

$$x(t) = e^{-\gamma t} (A e^{\beta t} + B e^{-\beta t})$$

A e B dipendono dalle condizioni iniziali ($x(0)$ e $v(0)$)

$x(t)$ decresce esponenzialmente \Rightarrow
non ci sono oscillazioni

N.B.: $\gamma \gg \omega_0 \Rightarrow \beta \approx \gamma \Rightarrow \alpha_1$ molto piccolo (≈ 0)

$\Rightarrow x(t)$ diminuisce lentamente



$x(t)$ tende a zero tanto più rapidamente quanto
più γ è prossimo a ω_0 (con $\gamma > \omega_0$)

Smorzamento critico $\gamma^2 = \omega_0^2$

Soluzioni reali coincidenti dell'equazione caratteristica

$$\alpha_1 = \alpha_2 = -\gamma$$

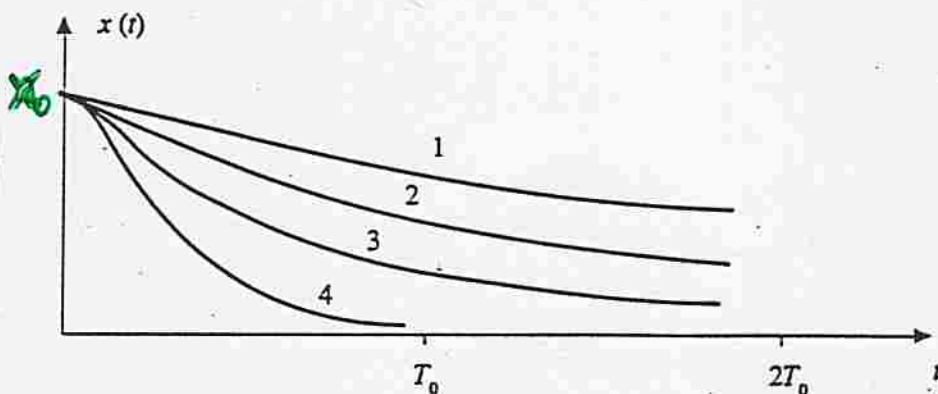
Soluzione generale dell'equazione differenziale:

$$x(t) = e^{-\gamma t} (At + B)$$

A e B dipendono dalle condizioni iniziali $(x(0) \text{ e } v(0))$

$x(t)$ decresce esponenzialmente \Rightarrow
non ci sono oscillazioni

N.B.: in questo caso $x(t)$ tende alla posizione di equilibrio $x=0$ più rapidamente che nel caso $\gamma^2 > \omega_0^2$



1 e 2 $\gamma \gg \omega_0$

3 $\gamma \gtrsim \omega_0$

4 $\gamma = \omega_0$

$$T_0 = \frac{2\eta}{\omega_0}$$

Smorzamento debole $\gamma^2 < \omega_0^2$

Soluzioni dell'equazione caratteristica:

$$\alpha_1 = -\gamma + i\sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2} = -\gamma + i\omega$$

$$\alpha_2 = -\gamma - i\sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2} = -\gamma - i\omega$$

ove $\omega^2 = \omega_0^2 - \gamma^2$; $i \equiv \text{unità immaginaria}$: $i^2 = -1$

Soluzione generale dell'equazione differenziale:

$$x(t) = Q_1 e^{\alpha_1 t} + Q_2 e^{\alpha_2 t} = e^{-\gamma t} (Q_1 e^{i\omega t} + Q_2 e^{-i\omega t})$$

Utilizzando la Formula di Eulero :

$$e^{\pm i\omega t} = \cos \omega t \pm i \sin \omega t$$

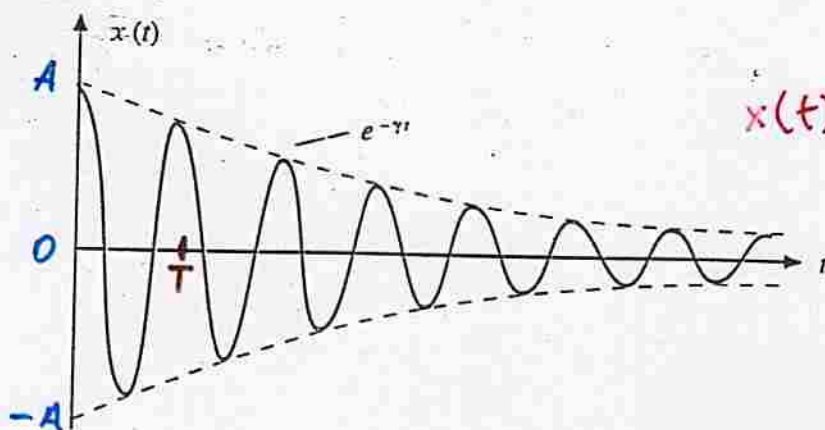
la soluzione può essere riscritta come:

$$x(t) = A e^{-\gamma t} \sin(\omega t + \phi)$$

A e ϕ dipendono dalle condizioni iniziali ($x(0)$ e $v(0)$)

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2} < \omega_0$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \text{pseudo periodo}$$



$$x(t) = A e^{-\gamma t} \sin(\omega t + \phi)$$

$$\phi = \frac{\pi}{2}$$

Il moto :

- è ancora oscillatorio
- si inverte ad intervalli regolari $\frac{T}{2} = \frac{\pi}{\omega}$
- non è periodico, perché

$$x(t+T) \neq x(t)$$
- l'ampiezza è smorzata esponenzialmente:

$$\frac{x(t+T)}{x(t)} = e^{-\gamma T} = e^{-\gamma \frac{2\pi}{\omega}}$$

- $\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = 0$
- $\lim_{t \rightarrow \infty} v(t) = 0$

$$x(t) = e^{-\gamma t} (q_1 e^{i\omega t} + q_2 e^{-i\omega t}) = e^{-\gamma t} f(t)$$

$$e^{\pm i\omega t} = \cos(\omega t) \pm i \sin(\omega t)$$

$$\begin{aligned} f(t) &= q_1 \cos(\omega t) + i q_1 \sin(\omega t) + q_2 \cos(\omega t) - i q_2 \sin(\omega t) = \\ &= (q_1 + q_2) \cos(\omega t) + i (q_1 - q_2) \sin(\omega t) \\ &= \text{funzione reale} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} q_1 + q_2 &= \text{Reale} \Rightarrow \text{Im}\{q_1\} = -\text{Im}\{q_2\} \\ i(q_1 - q_2) &= \text{Reale} \Rightarrow \text{Re}\{q_1\} = \text{Re}\{q_2\} \end{aligned}$$

\Downarrow

$$q_1 = a + ib, \quad q_2 = a - ib \quad \text{complessi coniugati}$$

\Downarrow

$$q_1 + q_2 = 2a, \quad i(q_1 - q_2) = -2b$$

Determiniamo A e ϕ reali tali che:

$$\begin{cases} q_1 + q_2 = 2a = A \sin \phi \\ i(q_1 - q_2) = -2b = A \cos \phi \end{cases}$$

\Downarrow

$$\begin{cases} A^2 = (2a)^2 + (-2b)^2 \\ \tan \phi = -\frac{a}{b} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} f(t) &= A \cos(\omega t) \sin \phi + A \sin(\omega t) \cos \phi = \\ &= A \sin(\omega t + \phi) \end{aligned}$$

$$x(t) = A e^{-\gamma t} \sin(\omega t + \phi)$$

OSCILLAZIONI FORZATE



*Spinta costante sulla
base dell'albero*



*spostamento modesto
della cima*

*Piccole spinte alla
pulsazione
appropriata*



*moto oscillatorio di
grande ampiezza della
cima*



OSCILLATORE ARMONICO FORZATO

Oscillazione persistente ← applicazione di forza sinusoidale

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = -Kx - b\dot{x} + F_0 \sin \omega t$$

$$\omega_0^2 = k/m$$

pulsazione propria

$$\gamma = b/2m$$

coeff. di smorzamento

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\gamma \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = \frac{F_0}{m} \sin \omega t$$

Equazione differenziale dell'oscillatore armonico forzato

Equazione differenziale lineare del secondo ordine, a coefficienti costanti, non omogenea.

Soluzione più generale:

$$x(t) = A \sin(\omega t + \phi) + Q_1 e^{\alpha_1 t} + Q_2 e^{\alpha_2 t}$$

con:

- α_1 e α_2 soluzioni dell'equazione caratteristica

$$\alpha^2 + 2\gamma\alpha + \omega_0^2 = 0$$

- Q_1 e Q_2 dipendenti dalle condizioni iniziali

$$Q_1 e^{\alpha_1 t} + Q_2 e^{\alpha_2 t}$$

fenomeno TRANSITORIO

$$x(t) = A \sin(\omega t + \phi) \quad \text{soluzione PERSISTENTE}$$

ω = pulsazione della forza esterna

A e ϕ = funzioni di ω

(N.B.: non più dipendenti dalle condizioni iniziali)

A e ϕ tali che:

$$\begin{cases} (\omega_0^2 - \omega^2) A \cos \phi - 2\gamma\omega A \sin \phi = F_0/m \\ (\omega_0^2 - \omega^2) A \sin \phi + 2\gamma\omega A \cos \phi = 0 \end{cases}$$



$$A(\omega) = \frac{F_0/m}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (2\gamma\omega)^2}}$$

$$\tan \phi(\omega) = - \frac{2\gamma\omega}{\omega_0^2 - \omega^2}$$

$$\omega \ll \omega_0$$

$$A \approx F_0/k$$

$$\phi \approx 0$$

$$\omega = \omega_0$$

$$A = F_0/(2m\gamma\omega_0)$$

$$\phi = \frac{\pi}{2}$$

$$\omega \gg \omega_0$$

$$A \approx F_0/(m\omega^2)$$

$$\phi \approx \pi$$

OSCILLATORE ARMONICO FORZATO

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\gamma \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = \frac{F_0}{m} \sin(\omega t)$$

soluzione persistente : $x(t) = A \sin(\omega t + \phi)$

$$\frac{dx}{dt} = A\omega \cos(\omega t + \phi) \quad ; \quad \frac{d^2x}{dt^2} = -A\omega^2 \sin(\omega t + \phi)$$

$$-A\omega^2 \sin(\omega t + \phi) + 2\gamma A\omega \cos(\omega t + \phi) + \omega_0^2 A \sin(\omega t + \phi) = \frac{F_0}{m} \sin(\omega t)$$

$$A(\omega_0^2 - \omega^2) \sin(\omega t + \phi) + 2A\gamma\omega \cos(\omega t + \phi) = \frac{F_0}{m} \sin(\omega t)$$

$$A(\omega_0^2 - \omega^2) [\sin(\omega t) \cos \phi + \cos(\omega t) \sin \phi] + 2A\gamma\omega [\cos(\omega t) \cos \phi + \sin(\omega t) \sin \phi] = \frac{F_0}{m} \sin(\omega t)$$

$$[A(\omega_0^2 - \omega^2) \cos \phi - 2A\gamma\omega \sin \phi] \sin(\omega t) + [A(\omega_0^2 - \omega^2) \sin \phi + 2A\gamma\omega \cos \phi] \cos(\omega t) = \frac{F_0}{m} \sin(\omega t)$$

↓

$$\begin{cases} A(\omega_0^2 - \omega^2) \cos \phi - 2A\gamma\omega \sin \phi = F_0/m \\ A(\omega_0^2 - \omega^2) \sin \phi + 2A\gamma\omega \cos \phi = 0 \end{cases}$$

Dalla 2ª equazione $\Rightarrow \boxed{\tan \phi = - \frac{2\gamma\omega}{\omega_0^2 - \omega^2}}$

Elevando al quadrato entrambe le equazioni :

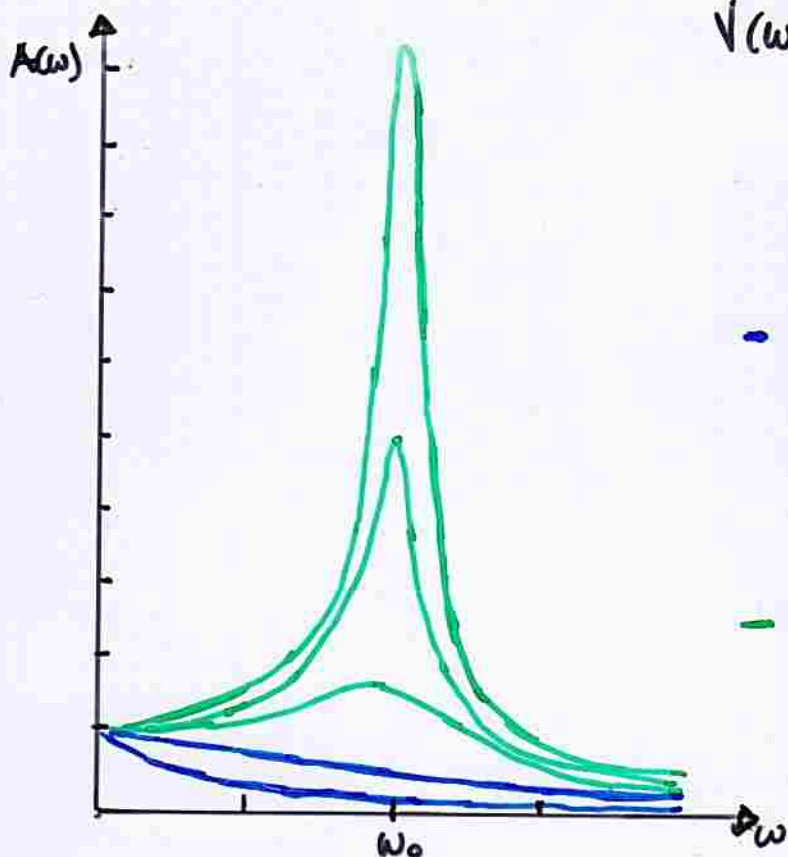
$$\begin{cases} A^2(\omega_0^2 - \omega^2)^2 \cos^2 \phi - 4A^2\gamma\omega(\omega_0^2 - \omega^2) \sin \phi \cos \phi + 4A^2\gamma^2\omega^2 \sin^2 \phi = (F_0/m)^2 \\ A^2(\omega_0^2 - \omega^2)^2 \sin^2 \phi + 4A^2\gamma\omega(\omega_0^2 - \omega^2) \sin \phi \cos \phi + 4A^2\gamma^2\omega^2 \cos^2 \phi = 0 \end{cases}$$

Sommando membro a membro

$$A^2(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4A^2\gamma^2\omega^2 = (F_0/m)^2$$

$$\Rightarrow \boxed{A = \frac{F_0/m}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (2\gamma\omega)^2}}}$$

$$A(\omega) = \frac{F_0/m}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (2\gamma\omega)^2}}$$



- $\omega_0^2 \leq 2\gamma^2$ smorzamento ~~debole~~ forte
andamento monotono
decescente

- $\omega_0^2 > 2\gamma^2$ smorzamento
debole

esiste un valore massimo

$$A(\omega) = \max \quad \text{per} \quad \omega = \omega_H$$

$$\omega_H = \sqrt{\omega_0^2 - 2\gamma^2} < \omega_0$$

$$A_{\max} = A(\omega_H) = \frac{F_0/m}{2\gamma\sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2}} > A(\omega_0) = \frac{F_0/m}{2\gamma\omega_0}$$

γ diminuisce

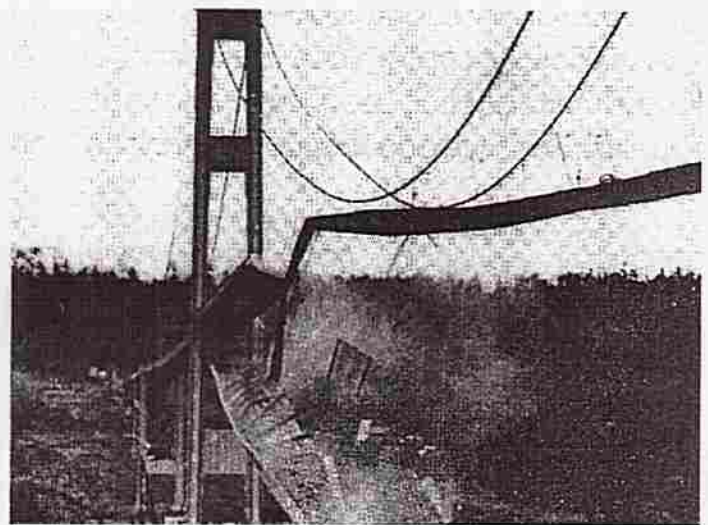
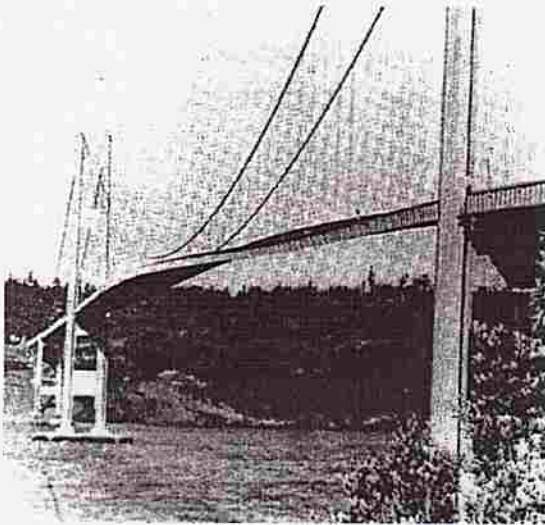


$$\omega_H \rightarrow \omega_0$$



A_{\max} aumenta

RISONANZA



Tacoma Narrows Bridge (U.S.A.) - 1940

- $$\omega_H = \sqrt{\omega_0^2 - 2\gamma^2}$$

$$\gamma \rightarrow 0 \quad \Rightarrow \quad \omega_H \rightarrow \omega_0$$

- $$A(\omega) = \frac{F_0/m}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\gamma^2\omega^2}}$$

condizione di
risonanza

:

$$\omega = \omega_0$$
$$\gamma \rightarrow 0$$



$$A_{\max} = A(\omega_H) = A(\omega_0) \rightarrow \infty$$

Risonanza \Rightarrow massimo trasferimento
di potenza

Come è stato ricostruito

