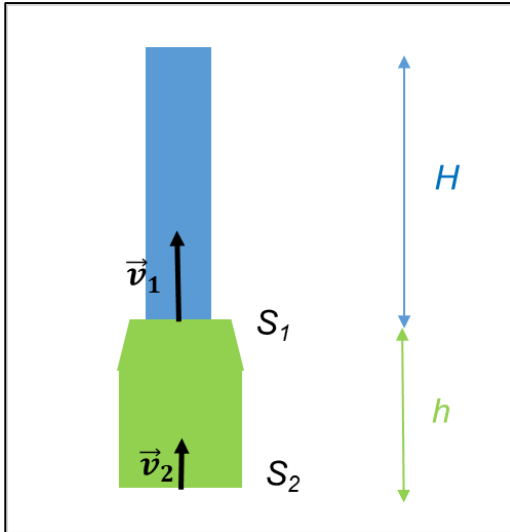


## PROPRIETA' MECCANICHE DEI FLUIDI

### Esercizio 58

Una fontana, progettata per sprizzare in aria un getto d'acqua alto 12 m, ha il foro terminale dell'ugello di uscita del diametro di 1 cm. Il tubo che vi porta l'acqua dalla pompa ha un diametro di 2 cm e la pompa è posta 3 m sotto il detto foro di uscita. Trascurando gli attriti, trovare la pressione che la pompa deve fornire, sapendo che essa pesca da un serbatoio alla pressione atmosferica.



Perché il getto d'acqua raggiunga l'altezza massima  $H$ , deve uscire dall'ugello  $S_1$  con una velocità  $v_1$  tale che:

(conservazione dell'energia meccanica)

$$E_{in} = E_{fin}$$

$$K_{in} = U_{fin}$$

$$\frac{1}{2}mv_1^2 = mgH$$

$$v_1 = \sqrt{2gH}$$

Applichiamo il **Teorema di Bernoulli** al tubo di flusso tra  $S_2$  e  $S_1$  (prendiamo come quota di riferimento la quota di  $S_2$ )

$$p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + 0 = p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho gh$$

Ricordando che  $p_1 = p_0 = \text{pressione atmosferica}$ , la sovrappressione che la pompa agente a livello di  $S_2$ , prelevando da un serbatoio a pressione atmosferica, deve dare è

$$\Delta p = (p_2 - p_0) = (p_2 - p_1) = \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho gh - \frac{1}{2}\rho v_2^2$$

Determiniamo  $v_2$  in funzione di  $v_1$ . La portata nel tubo di flusso tra  $S_2$  e  $S_1$  è costante, quindi:

$$S_2 v_2 = S_1 v_1$$

$$v_2 = \frac{S_1}{S_2} v_1 = \frac{S_1}{S_2} \sqrt{2gH}$$

Sostituendo:

$$\Delta p = \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho gh - \frac{1}{2}\rho v_2^2 = \frac{1}{2}\rho 2gH + \rho gh - \frac{1}{2}\rho \left(\frac{S_1}{S_2}\right)^2 2gH$$

$$\Delta p = \rho g \left\{ h + \left[ 1 - \left(\frac{S_1}{S_2}\right)^2 \right] H \right\}$$

$$\Delta p = 1000 \times 9.8 \left\{ 3 + \left[ 1 - \left(\frac{\pi 0.5^2}{\pi 1^2}\right)^2 \right] 12 \right\} = 1.4 \times 10^5 \frac{N}{m^2} = 1.2 \text{ atm}$$