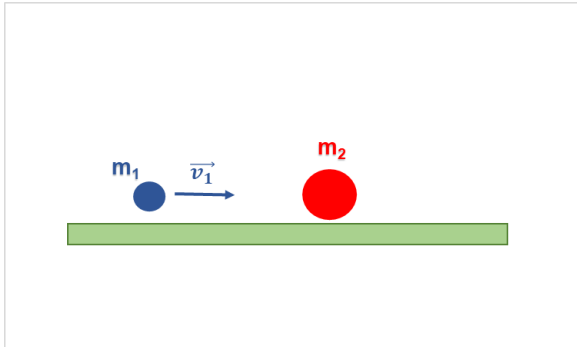


## DINAMICA DEI SISTEMI DI PUNTI MATERIALI

### Esercizio 37

Due sfere di massa  $m$  e  $M$  sono inizialmente in quiete e separate di poco. Una terza sfera di massa  $m$  si avvicina ad esse con velocità  $v_0$ , dalla parte della sfera di eguale massa e lungo la congiungente  $m$  con  $M$ . Si supponga di avere a che fare con urti elastici frontali. Si dimostri che (a) se è  $M < m$  avvengono due urti; se è  $M > m$  avvengono tre urti.



Urto elastico frontale Tra  $m_1$  in moto con velocità  $v_1$  e  $m_2$  ferma:

Conservazione della quantità di moto e conservazione dell'energia cinetica:

$$\begin{cases} m_1 v_1 = m_1 w_1 + m_2 w_2 \\ \frac{1}{2} m_1 v_1^2 = \frac{1}{2} m_1 w_1^2 + \frac{1}{2} m_2 w_2^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m_1(v_1 - w_1) = m_2 w_2 \\ m_1(v_1^2 - w_1^2) = m_2 w_2^2 \end{cases} ; \quad \begin{cases} m_1(v_1 - w_1) = m_2 w_2 \\ m_1(v_1 - w_1)(v_1 + w_1) = m_2 w_2^2 \end{cases} ; \quad \begin{cases} m_1(v_1 - w_1) = m_2 w_2 \\ v_1 + w_1 = w_2 \end{cases} ;$$

$$\begin{cases} m_1(v_1 - w_1) = m_2(v_1 + w_1) \\ w_2 = v_1 + w_1 \end{cases} ; \quad \begin{cases} (m_1 + m_2)w_1 = (m_2 - m_1)v_1 \\ w_2 = v_1 + w_1 \end{cases} ; \quad \begin{cases} w_1 = \frac{(m_1 - m_2)}{(m_1 + m_2)} v_1 \\ w_2 = v_1 + \frac{(m_1 - m_2)}{(m_1 + m_2)} v_1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} w_1 = \frac{(m_1 - m_2)}{(m_1 + m_2)} v_1 \\ w_2 = \frac{2m_1}{(m_1 + m_2)} v_1 \end{cases}$$

**$m_1 = m_2$**

$$\begin{cases} w_1 = 0 \\ w_2 = v_1 \end{cases}$$

**$m_1 > m_2$**

$$\begin{cases} w_1 = \frac{(1 - m_2/m_1)}{(1 + m_2/m_1)} v_1 \cong v_1 \\ w_2 = \frac{2}{(1 + m_2/m_1)} v_1 \cong 2v_1 \end{cases}$$

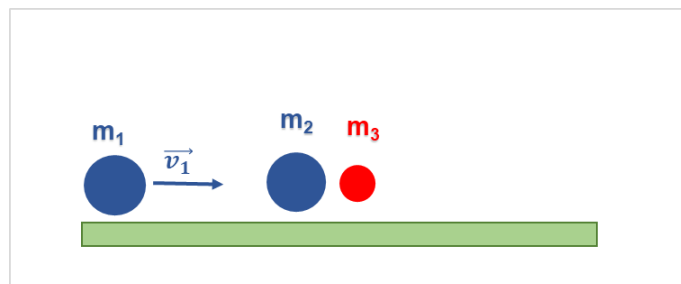
**$m_1 < m_2$**

$$\begin{cases} w_1 = \frac{(m_1/m_2 - 1)}{(m_1/m_2 + 1)} v_1 \cong -v_1 \\ w_2 = \frac{2m_1/m_2}{(m_1/m_2 + 1)} v_1 \cong 0 \end{cases}$$

(a)

$$m_1 = m_2 = m$$

$$m_3 = M < m$$



■ Urto tra  $m_1$  in moto con velocità  $v_1$  e  $m_2$

inizialmente ferma:

$m_1 = m_2 = m \Rightarrow$  si scambiano la velocità:



$$\begin{cases} w_1 = 0 \\ w_2 = v_1 \end{cases}$$

■ Urto tra  $m_2=m$  in moto con velocità  $v_1$  e  $m_3 = M < m$  inizialmente ferma

$$\rightarrow \begin{cases} w_2 = \frac{(1 - M/m)}{(1 + M/m)} v_1 \cong v_1 \\ w_3 = \frac{2}{(1 + M/m)} v_1 \cong 2v_1 \end{cases}$$

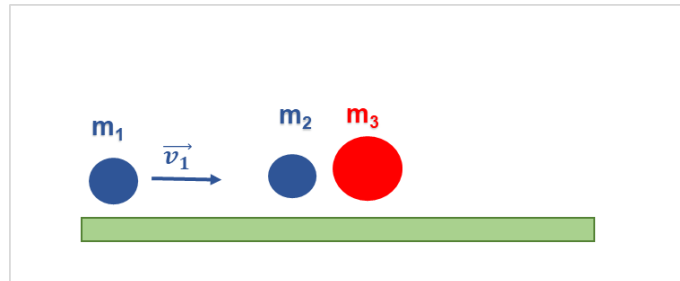
$m_3$  si allontana più velocemente,  
 $m_2$  prosegue

**In totale 2 urti**

(b)

$$m_1 = m_2 = m$$

$$m_3 = M > m$$



■ Urto tra  $m_1$  in moto con velocità  $v_1$  e  $m_2$

inizialmente ferma:  $m_1 = m_2 = m \Rightarrow$

si scambiano la velocità:

$$\rightarrow \begin{cases} w_1 = 0 \\ w_2 = v_1 \end{cases}$$

■ Urto tra  $m_2=m$  in moto con velocità  $v_1$  e  $m_3 = M > m$  inizialmente ferma

$$\rightarrow \begin{cases} w_2 = \frac{(m/M - 1)}{(m/M + 1)} v_1 \cong -v_1 \\ w_3 = \frac{2m/M}{(m/M + 1)} v_1 \cong 0 \end{cases}$$

$m_3$  rimane ferma e  $m_2$  torna indietro con velocità  $v_1$ .

■ Urto tra  $m_2$  in moto con velocità  $-v_1$  e  $m_1$  inizialmente ferma:  $m_1 = m_2 = m \Rightarrow$  si scambiano la velocità:

$$\rightarrow \begin{cases} w_1 = -v_1 \\ w_2 = 0 \end{cases}$$

$m_2$  si ferma e  $m_1$  si muove allontana con velocità  $-v_1$

**In totale 3 urti**