

PROBLEMA DI NASSIR

“Si narra che l'indiano Sissa, detto anche Nassir, inventò il gioco degli scacchi per diletto e istruzione di un ricco principe. L'ammirazione e il piacere per il gioco fu tale nel principe che si disse pronto a concedere qualsiasi ricompensa gli fosse stata richiesta. Nassir prontamente affermò che si sarebbe accontentato di avere un chicco di grano per la prima casella della scacchiera, due chicchi per la seconda, quattro per la terza, otto per la quarta e così via fino al completamento delle 64 caselle. Il sovrano considerò modesta la richiesta e, immaginandosi solo una scacchiera piena di grano, ordinò che fosse soddisfatta.”

Quanti chicchi spettavano a Nassir?

•	• •	• • •	• • • •				

2^0	2^1	2^2	2^3				
							2^{63}

1, 2, 4, 8, 16,

$a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$

$2^0, 2^1, 2^2, 2^3, 2^4, \dots, 2^{63}$

$a_1, a_1 \times 2, a_2 \times 2, \dots, a_{n-1} \times 2$

Progressione geometrica di ragione 2

Somma dei primi n termini di una progressione geometrica di ragione q

$$S_n = a_1 \times \frac{q^n - 1}{q - 1}$$

In questo caso $S_n = 2^{64} - 1 \approx 2^{64}$

Ordine di grandezza di un esponentiale del tipo b^k

$$10^m \leq b^k \leq 10^{m+1} \quad \text{con: } m = k \log b$$

In questo caso $m = 64 \log 2 \approx 19 \rightarrow 10^{19} \leq \text{Numero di chicchi} \leq 10^{20}$

Sapendo che un centimetro cubo contiene circa 20 chicchi, calcolare quanti metri cubi occuperebbe il grano richiesto da Nassir.

$$\text{densità} = \frac{20}{10^{-6}} \frac{\text{semi}}{m^3} = 2 \times 10^7 \text{ semi}/m^3$$

$$\text{Volume} = \frac{\text{Numero di semi}}{\text{densità}} = \frac{2^{64}}{2 \times 10^7} \approx \frac{10^{19}}{2 \times 10^7} = 0.5 \times 10^{12} m^3$$