OSCILLATORE ARMONICO

Esercizio 40

Un oscillatore armonico semplice con una frequenza angolare di 5.00 rad/s, al tempo *t* = 0 s ha compiuto uno spostamento dalla posizione di equilibrio di 25.0 cm e ha una velocità di –40.0 cm/s. Determinare l'ampiezza *A* dell'oscillazione e la costante di fase.

Equazione dell'oscillatore armonico semplice:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2 x = 0$$

Soluzione:
$$\begin{cases} x(t) = A\sin(\omega_0 t + \varphi) \\ v(t) = A\omega_0\cos(\omega_0 t + \varphi) \end{cases}$$

A e φ si determinano dalle condizioni iniziali:

$$\begin{cases} x_0 = x(t=0) = A\sin(\varphi) \\ v_0 = v(t=0) = A\omega_0\cos(\varphi) \end{cases}$$

che riscriviamo come:

$$\begin{cases} A\sin(\varphi) = x_0 \\ A\cos(\varphi) = v_0/\omega_0 \end{cases}$$

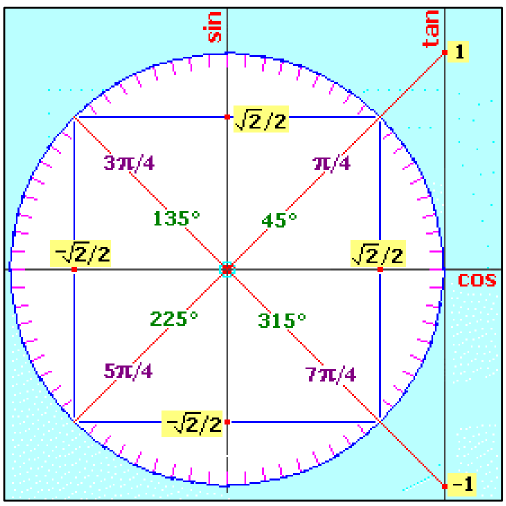
Da cui

$$\begin{cases} \mathrm{tg}(\varphi) = x_0\,\omega_0/v_0 \\ A = \sqrt{(x_0)^2 + (v_0/\omega_0)^2} \end{cases}$$

Nel nostro caso:

$$x_0 = 25\times10^{-2}\,m \quad ; \quad v_0 = -40\times10^{-2}\,m/s \quad ; \omega_0 = 5.0\,rad/s$$

$$\begin{cases} \mathrm{tg}(\varphi) = \dfrac{25\times10^{-2}\times5.0}{-40\times10^{-2}} = -\dfrac{125}{40} = -3.125 \\ A = \sqrt{(x_0)^2 + (v_0/\omega_0)^2} = \sqrt{(25\times10^{-2})^2 + (40\times10^{-2}/5.0)^2} = 25.5\times10^{-2}\,m \end{cases}$$



Osservazione: $x_0 > 0$ e $v_0 < 0$ ⇨

$\sin(\varphi) > 0$ e $\cos(\varphi) < 0$

⇨ φ nel 2° quadrante

$$\varphi = \mathrm{arctg}(-3.125) = -1.26 + \pi$$

$$= 1.88\,rad = 108°$$