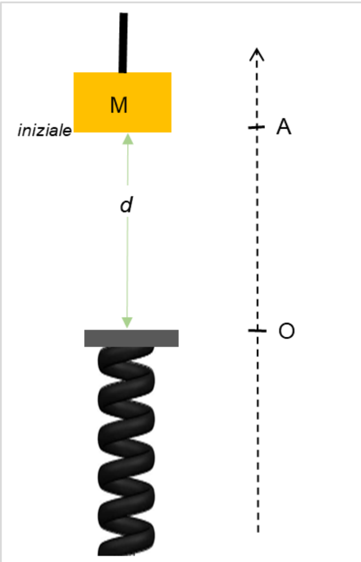
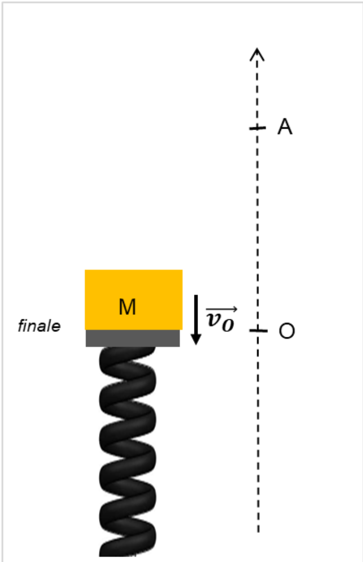
CONSERVAZIONE DELL'ENERGIA

Esercizio 30

Il cavo di un ascensore di massa M = 2000 kg si spezza quando l'ascensore è fermo al primo piano a distanza d = 4.0 m da una molla di attenuazione di costante elastica k = 1.5×10^5 N/m. Un dispositivo di sicurezza agisce sulle guide in modo da far sviluppare una forza di attrito costante di 4900 N che si oppone al moto dell'ascensore. (a) Calcolare la velocità dell'ascensore prima che urti la molla. (b) Trovare di quale tratto si è compressa la molla.





(a)

In presenza di forze non conservative (attrito):

$$W_{NC} = E_{fin} - E_{in} =$$
$$= E_O - E_A =$$
$$= (U_O + K_O) - (U_A + K_A)$$

Poniamo $U_O = 0$ ⇨ $U_A = mgd$

Inoltre:

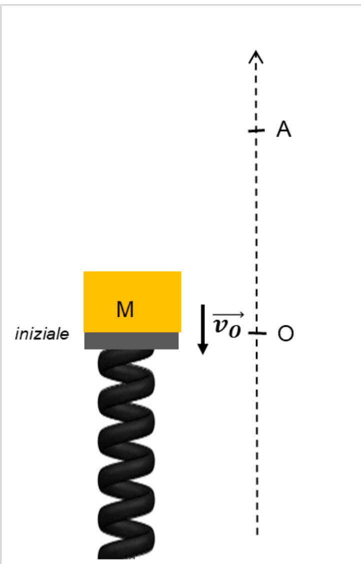
$$K_A = 0 \quad , \quad K_O = \frac{1}{2}mv_O^2$$

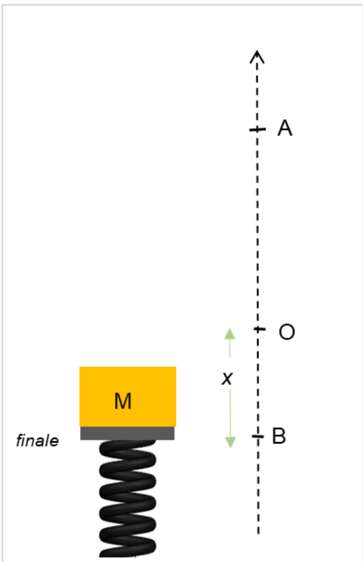
$$W_{NC} = \int_0^d \vec{F_k}\cdot\vec{dx} = \int_0^d F_k dx\cos(\pi) = -F_k\int_0^d dx = -F_k d$$

$$-F_k d = \left(0 + \frac{1}{2}mv_O^2\right) - (mgd + 0)$$

$$\frac{1}{2}mv_O^2 = mgd - F_k d$$

$$v_O = \sqrt{2d(g - F_k/m)} = \sqrt{2\times 4.0\times(9.8 - 4900/2000)} = 7.7\ m/s$$





(b)

$$W_{NC} = E_{fin} - E_{in} = E_B - E_O$$
$$= (U_B + K_B) - (U_O + K_O)$$

Poniamo $U_O = 0$ ⇨

$$U_B = -mgx + \frac{1}{2}kx^2$$

Inoltre

$$K_B = 0 \quad , \quad K_O = \frac{1}{2}mv_O^2$$

$$W_{NC} = \int_0^x \vec{F_k}\cdot\vec{dx} = -F_k x$$

Sostituendo in $W_{NC} = E_B - E_O$

$$-F_k x = \left(-mgx + \frac{1}{2}kx^2 + 0\right) - \left(0 + \frac{1}{2}mv_O^2\right)$$

$$-F_k x = -mgx + \frac{1}{2}kx^2 - \frac{1}{2}mv_O^2$$

Dal risultato precedente del punto (a): $\frac{1}{2}mv_O^2 = mgd - F_k d$

$$-F_k x = -mgx + \frac{1}{2}kx^2 - (mgd - F_k d)$$

$$\frac{1}{2}kx^2 - (mg - F_k)x - (mg - F_k)d = 0$$

$$x^2 - \frac{2(mg - F_k)}{k}x - \frac{2(mg - F_k)d}{k} = 0$$

$$x = \frac{(mg - F_k)}{k} \pm \sqrt{\left(\frac{(mg - F_k)}{k}\right)^2 + \frac{2(mg - F_k)d}{k}}$$

Ha significato fisico solo la soluzione positiva $x > 0$

$$x = \frac{(mg - F_k)}{k} \pm \sqrt{\left(\frac{(mg - F_k)}{k}\right)^2 + \frac{2(mg - F_k)d}{k}}$$

$$x = \frac{(mg - F_k)}{k}\left[1 + \sqrt{1 + \frac{2kd}{(mg - F_k)}}\right] =$$

$$= \frac{(2000 \times 9.8 - 4900)}{1.5 \times 10^5}\left[1 + \sqrt{1 + \frac{2 \times 1.5 \times 10^5 \times 4.0}{(2000 \times 9.8 - 4900)}}\right] = 1.39\ m = 1.4\ m$$