LEGGI DI CONSERVAZIONE

Problema: Data $\vec{F}$, come si muove m?

Facilitazione:

$$\vec{F}(t) \text{ e } \vec{v}(t) \equiv \text{stato di moto di } m$$

- Esistono grandezze, funzioni di $\vec{r}$ e $\vec{v}$, che conservano durante il moto valori costanti, dipendenti solo dalle condizioni iniziali

Grandezze conservative sono additive

- Conservazione dell'energia
- Conservazione della quantità di moto
- Conservazione del momento angolare

Le leggi di conservazione:

- sono esatte nel limite delle nostre conoscenze
- sono strettamente legate alle proprietà dello spazio e del tempo
- non forniscono alcuna informazione che non sia già contenuta nelle leggi fondamentali

Vantaggi:

- sono indipendenti dai particolari della traiettoria e spesso da quelli della forza in gioco; una legge di conservazione può talvolta dirci con certezza se qualcosa è impossibile

- sono state usate anche quando la forza non è nota

- possono fornire un aiuto vantaggioso (rispetto all'uso delle leggi fondamentali) per risolvere il problema del moto di una particella anche quando la forza è nota esattamente

PRINCIPIO DI CONSERVAZIONE DELL' ENERGIA

L'energia totale di un sistema isolato rimane costante

Questa legge governa tutti i fenomeni naturali conosciuti sino ad oggi.
Non si conosce eccezione a questa legge: essa è esatta nel limite delle nostre conoscenze.

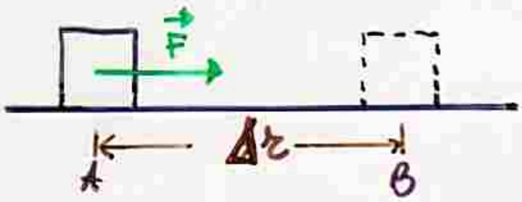
Cerchiamo di comprendere questo concetto astratto:
esiste una quantità numerica che chiamiamo energia, che non cambia……

La conservazione dell'energia può essere compresa solo se abbiamo una formula per ognuno delle sue forme.

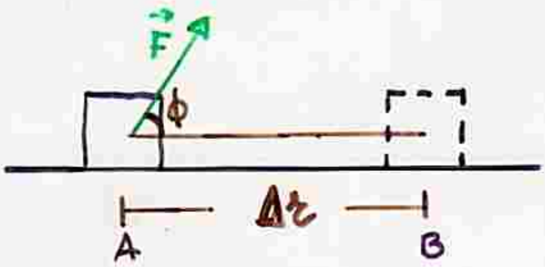
Lavoro, Energia Cinetica, Energia Potenziale, Energia Termica, Energia Elettrica, …….

LAVORO DI UNA FORZA

- Forza costante



$$W = F \Delta r$$



$$W = F \cos\phi \, \Delta r$$

$F\cos\phi \equiv$ componente di F nella direzione dello spostamento

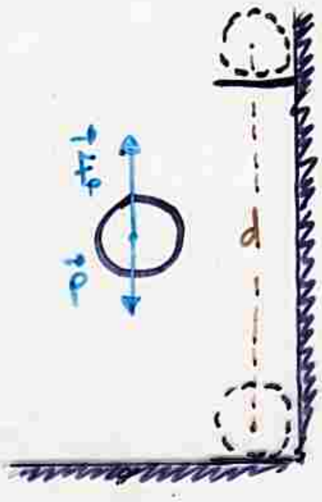
$W \equiv$ lavoro = quantità scalare

$$W = \vec{F} \cdot \vec{\Delta r}$$

$\vec{F} = \text{cost}$

unità di misura : $1\,J = 10^7\,erg$

segno del lavoro



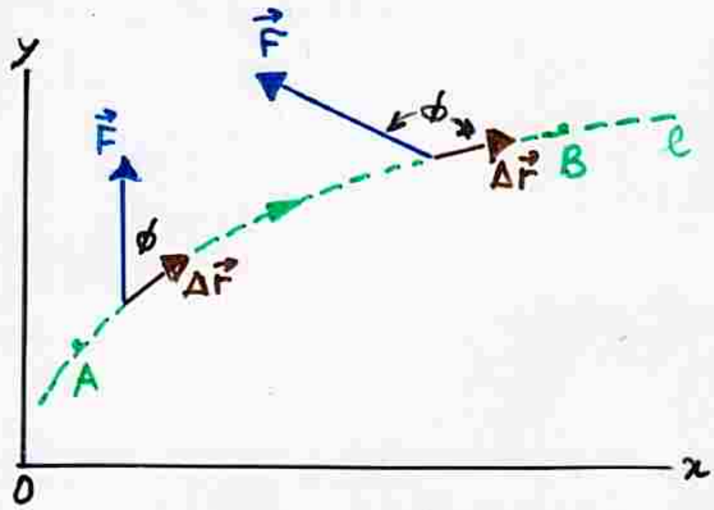
Ipotesi: $\vec{P} + \vec{F} = 0 \Rightarrow \vec{a} = 0$

$W_F = F d \cos 0° = Fd = +mgd$ > 0

$W_P = P d \cos 180° = -mgd$ < 0

$W_{TOT} = 0$ sulla pietra

• Forza non costante



Suddividiamo il percorso ℓ tra A e B in $\Delta\vec{r}$

Tali che : <u>$\vec{F}$ è costante in $\Delta\vec{r}$</u>

$$W_{\Delta r_i} = \vec{F}_i \cdot \Delta\vec{r}_i = F_i \Delta r_i \cos\phi_i$$

$$W_{TOT} = \sum_i W_{\Delta r_i} = \sum_{i=1}^{N} \vec{F}_i \cdot \Delta\vec{r}_i$$

Rigorosamente $\vec{F}$ è costante in un tratto infinitesimo $d\vec{r}$

$\Downarrow$

Processo al limite : $N \to \infty$, $\Delta\vec{r} \to d\vec{r}$, $\Sigma \to \int$

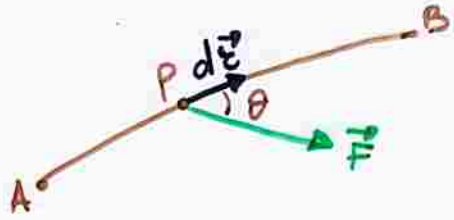
Definizione :

Lavoro fatto da una forza $\vec{F}$ per spostare il suo punto di applicazione da A a B lungo il percorso ℓ:

$$W = \int_{A,\ell}^{B} \vec{F} \cdot d\vec{r}$$ (integrale di linea)

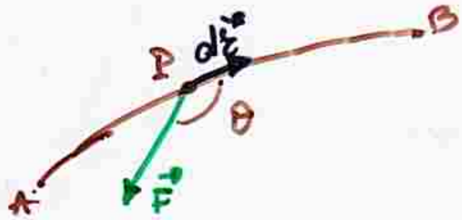
$$dW = \vec{F} \cdot d\vec{r} = F\, dr \cos\theta$$

ove $d\vec{r}$ spostamento lungo la traiettoria (linea)



$\theta < \frac{\pi}{2} \rightarrow dW > 0$

Lavoro motore



$\theta > \frac{\pi}{2} \rightarrow dW < 0$

Lavoro resistente

$\theta = \frac{\pi}{2} \rightarrow dW = 0$

$\vec{F}$ è centripeta

Se $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \cdots + \vec{F}_n = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i$

$$W = \int_{\ell A}^{B} \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_{\ell A}^{B} \vec{F}_1 \cdot d\vec{r} + \int_{\ell A}^{B} \vec{F}_2 \cdot d\vec{r} + \cdots + \int_{\ell A}^{B} \vec{F}_n \cdot d\vec{r} =$$

$$= W_1 + W_2 + \cdots + W_n = \sum_{i=1}^{n} W_i$$

il lavoro totale è pari alla somma algebrica dei lavori delle singole forze agenti (ciascuno preso con il proprio segno)

ENERGIA CINETICA

$$W_{AB} = \int_{A\,\ell}^{B} \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

$\vec{F}$ = forza totale $= \vec{F}_T + \vec{F}_N$

ove $\vec{F}_T \parallel d\vec{r}$; $\vec{F}_N \perp d\vec{r}$

$$\vec{F} \cdot d\vec{r} = (\vec{F}_T + \vec{F}_N) \cdot d\vec{r} = \vec{F}_T \cdot d\vec{r} + \vec{F}_N \cdot d\vec{r} =$$
$$= F_T\, dr =$$
$$= m\, a_T\, dr$$

$a_T = \dfrac{dv}{dt}$; $dr = \left(\dfrac{dr}{dt}\right) dt = v\, dt$

$$\vec{F} \cdot d\vec{r} = m\left(\frac{dv}{dt}\right)(v\, dt) = m\, v\left(\frac{dv}{dt}\, dt\right) = m v\, dv$$

$$W_{AB} = \int_{A\,\ell}^{B} \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_{A}^{B} m v\, dv = m \int_{v_A}^{v_B} v\, dv = \frac{1}{2} m v_B^2 - \frac{1}{2} m v_A^2$$

Energia Cinetica $K = \frac{1}{2} m v^2$

Teorema dell'energia cinetica (o delle forze vive)

$$W_{TOT} = K_{fin} - K_{in} = \Delta K$$