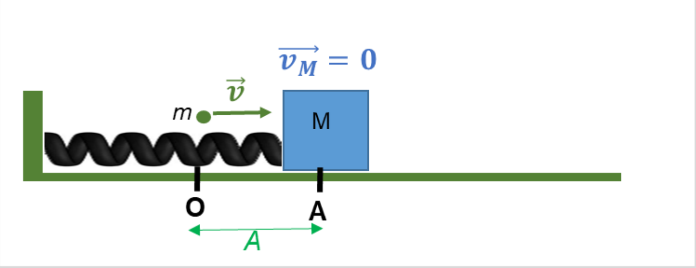
DINAMICA DEI SISTEMI DI PUNTI MATERIALI

Esercizio 36

Una massa M = 0.50 kg, poggiata su un piano orizzontale liscio, è collegata tramite una molla (k = 450 N/m) ad una parete rigida. Essa esegue delle oscillazioni armoniche di ampiezza A = 20 cm. Quando si trova nel punto di massima elongazione più lontano dalla parete, M viene colpita da una massa *m* = 0.10 kg che si muove con velocità v = 18 m/s lungo l'asse della molla. Dopo l'urto le due masse restano unite. Calcolare: (a) la velocità del sistema delle due masse subito dopo l'urto; (b) l'ampiezza A' delle oscillazioni dopo l'urto.

(a) Urto tra le masse



Urto completamente anelastico:

Conservazione della quantità di moto

$$m\vec{v} + M\vec{v_M} = (m+M)\vec{w}$$

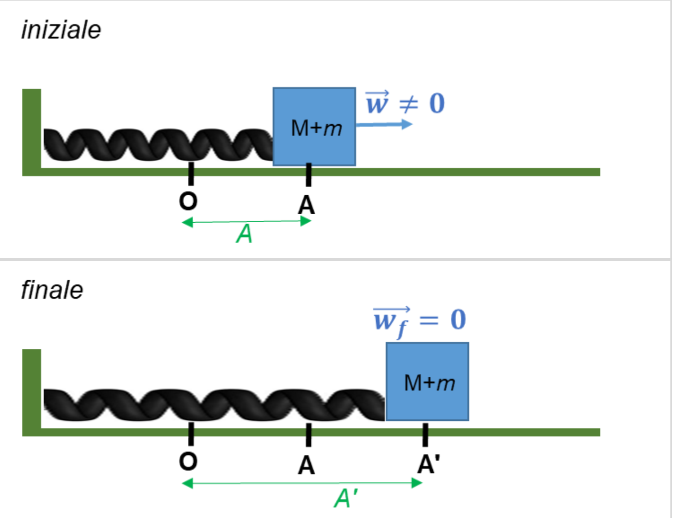
$\vec{v_M} = 0$ perché quando la molla è tutta espansa, M è ferma.

Una sola componente scalare:

$$mv = (m+M)w$$

$$w = \frac{m}{(m+M)}v = \frac{0.10}{(0.10+0.50)}18 = 3.0\ m/s$$

(b) Espansione della molla



Sono presenti solo forze conservative:

Conservazione dell'Energia Meccanica

ΔE =ΔU+ΔK=0

In questo caso:

$$\Delta U = U_{A'} - U_A = \frac{1}{2}k(A')^2 - \frac{1}{2}kA^2$$

$$\Delta K = K_{A'} - K_A = 0 - \frac{1}{2}(m+M)w^2$$

Sostituendo in *ΔU+ΔK=0*:

$$\frac{1}{2}k(A')^2 - \frac{1}{2}kA^2 + 0 - \frac{1}{2}(m+M)w^2 = 0$$

$$(A')^2 = A^2 + \frac{(m+M)}{k}w^2$$

sostituiamo da sopra $w = \frac{m}{(m+M)} v$

$$A' = \sqrt{A^2 + \frac{m^2}{(m+M)k} v^2}$$

$$A' = \sqrt{(0.20)^2 + \frac{(0.10)^2}{(0.10+0.50)\times 450}(18)^2} = 0.228\ m = 23\ cm$$