MECCANICA DEI FLUIDI

Leggi di Newton $\rightarrow$ formulazione particolare

Fluido: (latino "fluire")

non ha forma propria $\rightarrow$ assume "spontaneamente" la forma del contenitore

- Liquidi
  - volume proprio, superficie limite
  - incompressibili
- Gas
  - occupano tutto il volume
  - facilmente compressibili
  - densità << dei liquidi

$$\rho_{acqua} = 10^3\ Kg/m^3 \qquad \rho_{aria} = 1.3\ Kg/m^3$$

Ricordiamo: compressibilità β:

$$\frac{\Delta V}{V} = -\frac{1}{\beta}\Delta p$$

$\beta_{acqua} = 2.2 \times 10^9\ N/m^2 \Rightarrow \frac{\Delta V}{V} \sim 1.8\%$ sul fondo dello Oceano Pacifico

$\beta_{gas} \simeq 10^5\ N/m^2$ (*) $\Rightarrow \frac{\Delta V}{V} = 10\%$ per $\Delta p = 0.1$ atm

(*) $\beta_{gas\ perfetto} = P$

- microscopicamente:

nei liquidi : forze di legame meno forte

⇒ i componenti si muovono restando "complessivamente" legati

nei gas : distanza intermolecolare ≫ dimensioni molec.

⇒ Forze intermolecolari → 0

- macroscopicamente

Sistemi continui con grande mobilità interna

⇓

una qualsiasi parte di fluido può scorrere
- rispetto ad un'altra adiacente o
- rispetto alla parete del contenitore

<u>Esiste</u> attrito interno che si oppone allo scorrimento

<u>Non esiste</u> attrito statico che opponga "resistenza" allo scorrimento

⇓

se il fluido è in quiete, le forze tra gli elementi sono <u>ortogonali</u> alle superfici di separazione.

Le forze agenti sull'elemento di fluido $dm = \rho dV$ sono

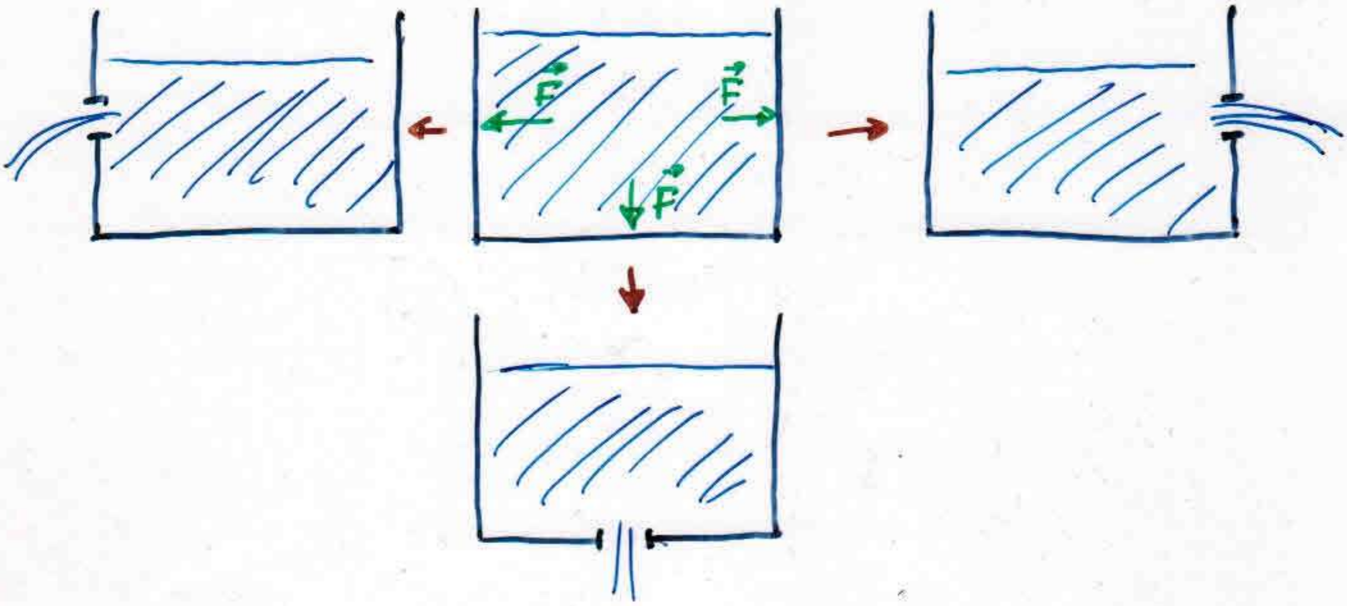
forze di volume $\propto dV$ (f. peso)

forze di superficie $\propto dS$ (f. di pressione)

PRESSIONE

Osservazione sperimentale:

- Un fluido esercita delle forze su tutte le superfici con cui viene a contatto



- $\vec{F}$ è ortogonale all'elemento di superficie con cui il fluido è in contatto.

- $|\vec{F}|$ è proporzionale all'area di tale superficie

Altri fenomeni in cui è importante l'area su cui agisce una forza $\vec{F}$:

- è meglio tagliare con un coltello affilato
- Stare a piedi nudi sulla ghiaia è più penoso che stare su un pavimento compatto
- Lasciamo una impronta leggera su un prato, ma se ci appoggiamo su un chiodo riusciamo a conficcarlo nel terreno

Definiamo pressione p :

$$p = F/S$$

$F \equiv$ modulo della forza esercitata dal fluido sulla superficie
(N.B.: $\vec{F}$ è ortogonale alla superficie)

$S \equiv$ Area della Superficie

$\Downarrow$

p è una grandezza scalare

N.B.: In questa definizione è F costante su tutti i punti di S

$\Downarrow$ processo al limite

considerando una superficie infinitesima dS

$$p = \frac{dF}{dS}$$

pressione del fluido in un punto

In ogni punto di un fluido in quiete la pressione p è indipendente dall'orientamento della superficie passante per il punto considerato

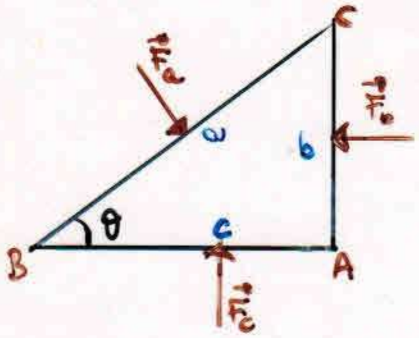
$\Downarrow$

p è una quantità scalare associata al punto
p non ha caratteristiche direzionali

- non direzionalità della pressione

Applichiamo il principio di solidificazione :

- isoliamo idealmente un elemento di fluido
- con una superficie indeformabile e
- studiamo lo stato meccanico



prisma a base triangolare, di altezza h

$F_c = p_c c h = F_a \cos\vartheta = p_a a h \cos\vartheta$ eq. verticale

$F_b = p_b b h = F_a \sin\vartheta = p_a a h \sin\vartheta$ eq. orizz.

$c = a\cos\vartheta$
$b = a\sin\vartheta$ $\Rightarrow$ $p_c = p_a = p_b$

N.B.: non si è tenuto conto delle forze $\propto dV$ perchè per $dV \to 0$, dV è infinitesimo di ordine superiore rispetto a dS

— . — . — . —

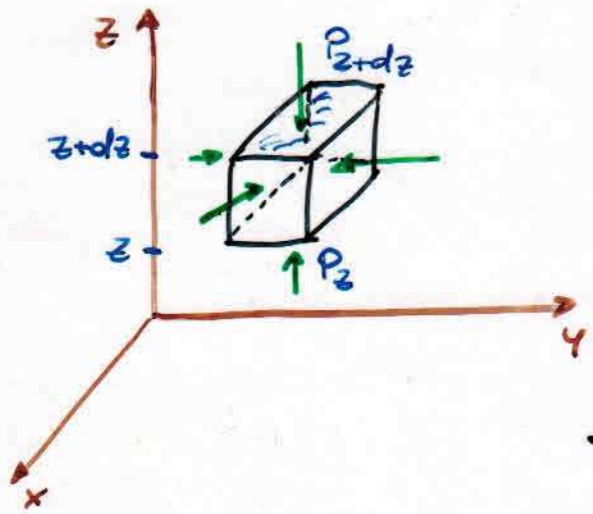
Unità di misura

Pascal	$1 Pa = 1 N/m^2$
bar	$1 bar = 10^5 Pa$

$P_{atmosferica}$ = 1 atm
= 760 mm Hg = 760 Torr
= 1.01325×10^5 Pa
= 1.01325 bar

STATICA DEI FLUIDI

Equilibrio statico in presenza della forza peso



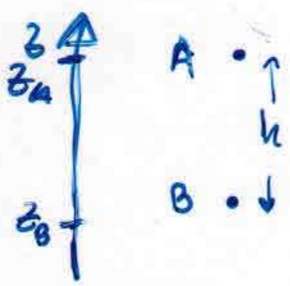
$$\vec{F}_{tot} = 0$$

$$-p_{z+dz}\,dS + p_z\,dS + dm\,g = 0$$

$$p(z+dz)\,dS - p(z)\,dS = -\rho g\,dS\,dz$$

$$p(z+dz) - p(z) = -\rho g\,dz$$

$$\frac{dp}{dz}\,dz = -\rho g\,dz \quad \Rightarrow \quad \frac{dp}{dz} = -\rho g$$



Consideriamo A e B : $z_A - z_B = h$

Se è $\rho = \text{cost}$:

$$p_B - p_A = \int_{p_A}^{p_B} dp = -\rho g \int_{z_A}^{z_B} dz = -\rho g\,(z_B - z_A)$$

$p_B - p_A = \rho g h$ Legge di Stevino

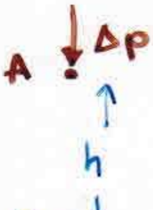
La differenza di pressione tra due punti A e B di un fluido che ha densità costante è pari alla pressione esercitata alla base di una colonna di fluido di altezza uguale al dislivello tra i due punti A e B

$$-p_x\,dS + p_{x+dx}\,dS = 0 \qquad \Rightarrow \qquad p_{x+dx} = p_x$$

$$p_y\,dS - p_{y+dy}\,dS = 0 \qquad \Rightarrow \qquad p_{y+dy} = p_y$$

Legge di Pascal:

- In un fluido in quiete, la pressione è costante su tutti i punti di una superficie orizzontale
  $\Rightarrow$ superficie libera $\equiv$ sup. piana orizzontale
- Una pressione esercitata su una superficie qualsiasi di un fluido in quiete si trasmette inalterata su ogni altra superficie in contatto con il fluido e comunque orientata



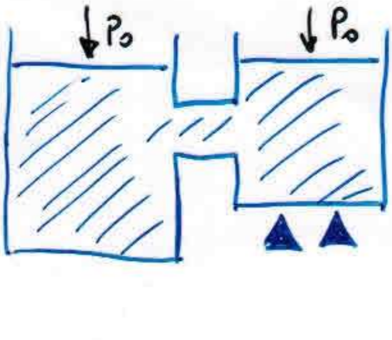
$$p'_A = p_A + \Delta p \quad ; \quad p_B - p_A = \rho g h$$

$$p'_B - p'_A = -\rho g \int_{z_A}^{z_B} dz = \rho g h$$

$$p'_B - p'_A = p_B - p_A \Rightarrow$$

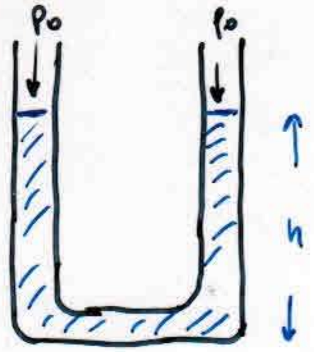
$$p'_B - p_B = p'_A - p_A = \Delta p$$

Principio dei vasi comunicanti

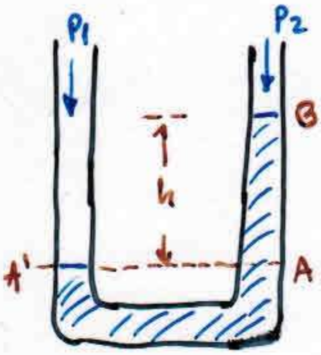


In un sistema di recipienti in comunicazione tra di loro, riempiti dello stesso liquido e aperti allo stesso ambiente, le superfici libere si trovano sullo stesso piano orizzontale

Tubo ad U



Se i due rami comunicano con lo stesso ambiente $\Rightarrow$
altezze uguali nei due rami



Se i due rami comunicano con ambienti diversi : $p_1 > p_2$

$p_{A'} = p_1$

$p_B = p_2$

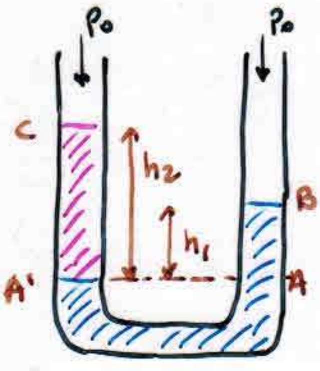
$p_A = p_{A'}$ (legge di Pascal)

$p_A - p_B = \rho g h$ (legge di Stevino)

$p_1 - p_2 = \rho g h$

$\Downarrow$

Si possono misurare differenze di pressione: manometro
(minore $\rho \Rightarrow$ maggiore sensibilità di misura)



I rami sono a contatto con lo stesso ambiente.
Contengono liquidi non miscibili aventi densità diverse

$p_A - p_B = \rho_1 g h_1$

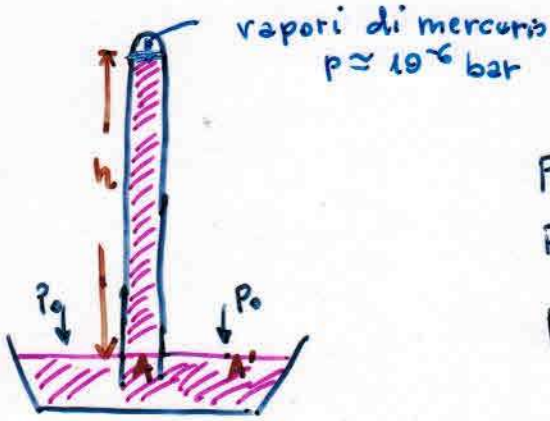
$p_{A'} - p_C = \rho_2 g h_2$

$p_A = p_{A'}$; $p_B = p_0 = p_C$

$$\rho_1 g h_1 = \rho_2 g h_2 \Rightarrow \frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{h_2}{h_1}$$

Si possono eseguire misure di densità relativa

Barometro di Torricelli (1644)



$$\left.\begin{array}{l} p_A = p_{A'} \\ p_A = \rho_{Hg}\, g h \\ p_{A'} = p_0 \end{array}\right\} \Rightarrow p_0 = \rho_{Hg}\, g h$$

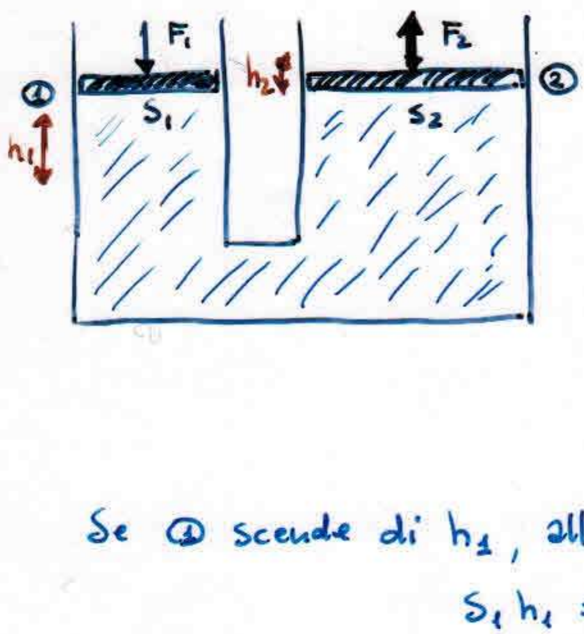
A $t = 0°C$: $\rho_{Hg} = 13.595 \times 10^3\ kg/m^3$

$h = 760\ mm$

$$p_{atm} \equiv p_0 = 1.01325 \times 10^5\ Pa$$

N.B.: $\rho = \rho_{acqua} = 10^3\ kg/m^3 \Rightarrow h = 10.3\ m$

Torchio idraulico



$p_1 = p_2$ (Legge di Pascal)

$$\left.\begin{array}{l} p_1 = F_1/S_1 \\ p_2 = F_2/S_2 \end{array}\right\} \quad \frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2}$$

$$S_2 > S_1 \Rightarrow F_2 > F_1$$

Se ① scende di h_1, allora ② sale di h_2 tale che

$$S_1 h_1 = S_2 h_2$$

$$\Downarrow$$

$$F_1 h_1 = F_2 h_2$$

lavoro motore = lavoro resistente

(non c'é guadagno o perdita di energia)

Pressione nell'atmosfera

Origine: attrazione gravitazionale da parte della terra sulla massa di gas che la circonda

$\rho \neq$ costante

Assumiamo in prima approssimazione $T = \text{cost}$

(N.B.: la temperatura decresce al crescere della quota)

$$\rho \propto \frac{1}{V} \quad \Rightarrow \quad \frac{p}{\rho} = \text{cost} \quad \text{per } T = \text{cost}$$

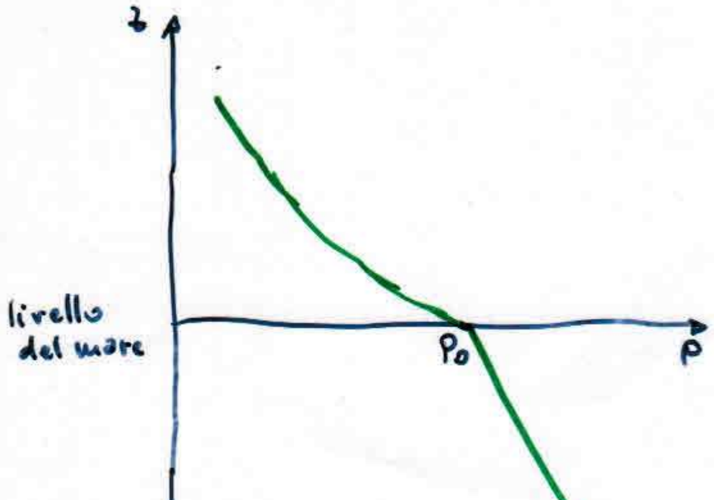
$\rho_0, p_0 \equiv$ densità e pressione al livello del mare

$$\rho = \frac{\rho_0}{p_0}\, p$$

$$\frac{dp}{dz} = -\rho g \quad \Rightarrow \quad \frac{dp}{dz} = -\rho_0 \frac{g}{p_0}\, p$$

Posto $a = \dfrac{p_0}{\rho_0 g} = \dfrac{1.013 \times 10^5}{9.8 \times 1.3} \cong 8\ \text{km}$ $(8 \div 9)$

$$\frac{dp}{p} = -\frac{1}{a}\, dz \quad \Rightarrow \quad \ln \frac{p}{p_0} = -\frac{z}{a}$$



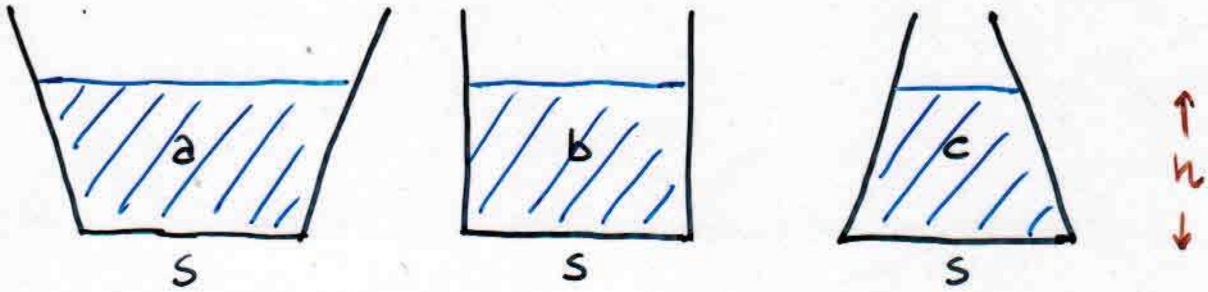
$$p = p_0\, e^{-z/a}$$

$(z = a \Rightarrow p = \frac{1}{e} p_0)$

$$p = p_0 + \rho g |z|$$

$(|z| \sim 10\ \text{m} \Rightarrow \Delta p \cong 1\ \text{atm})$

Paradosso idrostatico



$S_a = S_b = S_c = S$

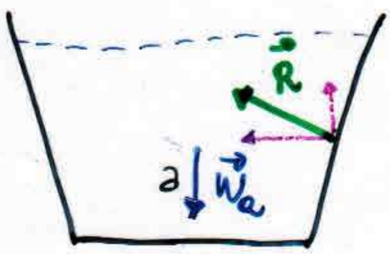
$W_a > W_b > W_c$

Senso comune : $p \equiv F_\perp / S \Rightarrow$

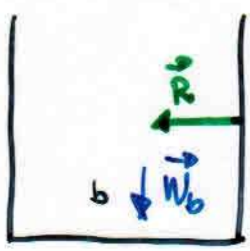
$$p_a > p_b > p_c$$

Legge di Stevino: $p_a = p_b = p_c$ (h uguale)

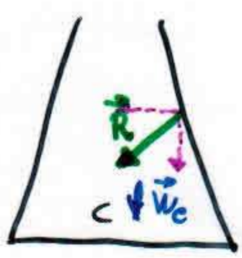
Risolviamo il paradosso



$$F_\perp = W_a - R_z < W_a$$

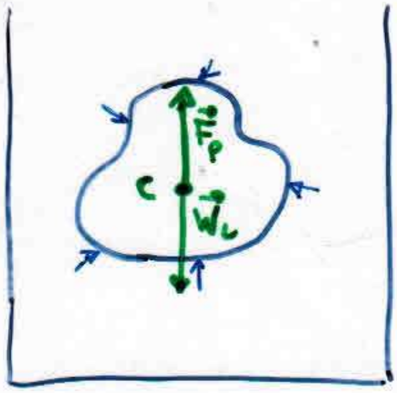


$$F_\perp = W_b$$



$$F_\perp = W_c + R_z > W_c$$

PRINCIPIO DI ARCHIMEDE

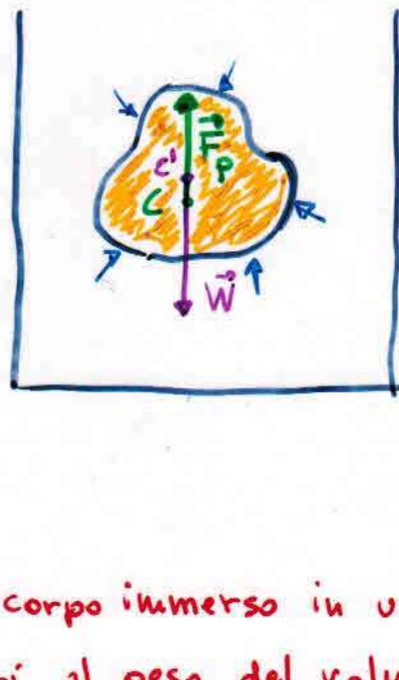


$\vec{F}_p \equiv$ risultante delle forze di pressione esercitate dalla rimanente parte di fluido sulla parte isolata

$\vec{W}_L \equiv$ forza peso della parte di fluido isolata

In condizioni di quiete: $\vec{F}_p + \vec{W}_L = 0$

$$\Rightarrow \quad F_p = m_L g = \rho_L V g$$



Il corpo che occupa il volume V prima occupato dal fluido, è soggetto alle stesse forze di pressione che hanno risultante $\vec{F}_p$

$$F_p \neq W = \rho V g$$

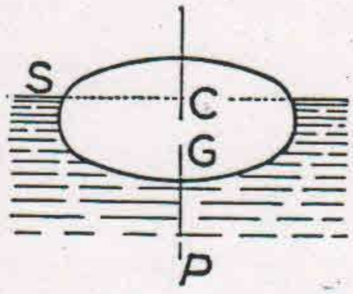
Un corpo immerso in un fluido riceve una spinta verso l'alto pari al peso del volume di fluido spostato:

$$\vec{F}_A = - \rho_L \vec{g} V_0$$

N.B.: $\vec{F}_A$ è applicata al centro di massa C del fluido spostato
$\vec{W}$ " " " " " " C' del corpo

Risulta $C \equiv C'$ solo per corpi omogenei completamente immersi

Galleggiamento



– Condizioni di equilibrio di un solido galleggiante.

$$\rho_c < \rho_L$$

Condizione di equilibrio:

$$m_c g = m_L g$$

$$\rho_c V = \rho_L V_{imm}$$

Esempio: iceberg

$$\rho_c \equiv \rho_{ghiaccio} = 920 \ kg/m^3$$

$$\rho_L \equiv \rho_{acqua\,marina} = 1030 \ kg/m^3$$

$$\frac{V_{imm}}{V} = \frac{\rho_c}{\rho_L} = \frac{920}{1030} \simeq 90\%$$

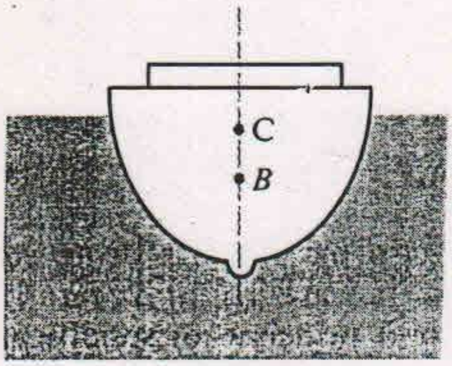
– Equilibrio di un uovo in acqua salata.

O_3 non fresco $\Rightarrow$ presenza di bolla d'aria $\Rightarrow$ $\rho < \rho_{acqua}$ $\Rightarrow$ galleggia

O_2 normale $\Rightarrow$ ρ intermedia $\Rightarrow$ si mantiene sospeso nel liquido

O_1 molto fresco $\Rightarrow$ $\rho > \rho_{acqua\ salata}$ $\Rightarrow$ cade sul fondo

Equilibrio degli scafi



(a) Equilibrio

$C \equiv$ centro di massa dello scafo

B (B') $\equiv$ centro di spinta (centro di massa del fluido spostato)

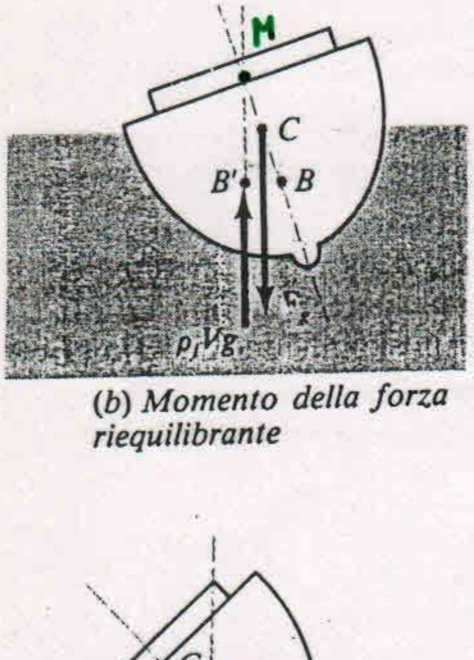
Equilibrio $\Rightarrow$ C e B appartengono alla stessa verticale.

Equilibrio stabile se C è al di sotto di B

Se è C al di sopra di B

Durante un movimento di rollio:

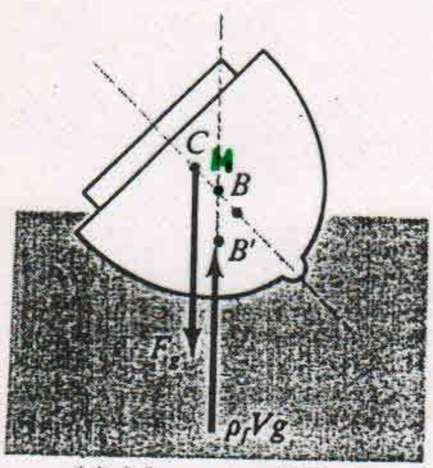
- il volume di acqua spostato cambia di forma $\Rightarrow$
- il centro di spinta si sposta da B a B'



(b) Momento della forza riequilibrante

M ≡ metacentro:

punto di intersezione tra la verticale passante per B' e la retta passante per BC (asse dello scafo)



(c) Momento della forza squilibrante

M al di sopra di C $\Rightarrow$ equilibrio stabile

M al di sotto di C $\Rightarrow$ equilibrio instabile

MOTO DI UN FLUIDO

- **Punto di vista Lagrangiano o sostanziale**

Il metodo consiste nel seguire il moto di ogni particella di fluido.

Se all'istante t_0, occupa la posizione (x_0, y_0, z_0) si tratta di determinare per ogni particella:

$$x = x(t;\, x_0, y_0, z_0, t_0)$$
$$y = y(t;\, x_0, y_0, z_0, t_0)$$
$$z = z(t;\, x_0, y_0, z_0, t_0)$$

- **Punto di vista Euleriano o locale**

Il metodo consiste nel fissare la attenzione su una posizione $P \equiv (x, y, z)$ del fluido e valutare

$$\rho(x, y, z, t)$$
$$\vec{v}(x, y, z, t)$$

La conoscenza di ρ e $\vec{v}$ per tutti i punti del fluido da una informazione completa sul moto.

Utilizziamo il metodo Euleriano

Consideriamo il caso in cui $\vec{v}$ cambia da punto a punto, ma in ciascun punto è indipendente dal tempo: $\vec{v}(x, y, z)$

Regime stazionario

Il moto di un fluido si dice irrotazionale se ogni elemento di fluido si muove senza effettuare alcuna rotazione attorno a sè stesso.

In caso contrario il moto è rotazionale o vorticoso o turbolento.

Moto in regime stazionario : $\vec{v}(x, y, z)$

Altrimenti si parla di regime variabile $\vec{v}(x, y, z, t)$

Un fluido può essere comprimibile o

incomprimibile ($\rho = \text{cost}$)

viscoso o non viscoso (è possibile trascurare le forze tangenziali tra strati di fluido in scorrimento relativo l'uno sull'altro)

Fluido ideale : incomprimibile e non viscoso

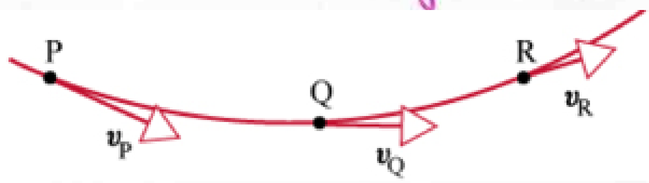
Studiamo fluidi ideali in condizioni di moto stazionario e irrotazionale

• linea di corrente (o linea di flusso)

linea immaginaria che in ogni punto ha la direzione e il verso della velocità ($\Rightarrow$ la velocità del fluido in un punto è tangente alla linea di corrente passante per quel punto

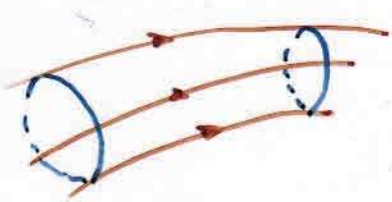
In regime stazionario le linee di corrente:

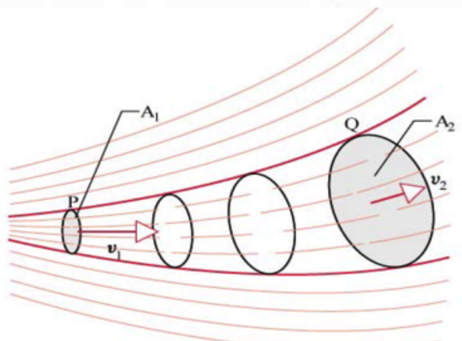
• hanno una configurazione costante nel tempo
• non si intersecano
• coincidono con le traiettorie degli elementi fluidi



• tubo di flusso

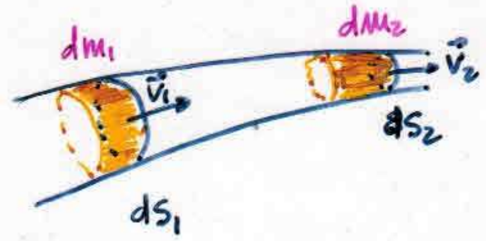
l'insieme di tutte le linee di corrente che passano attraverso una generica sezione S





In regime stazionario il fluido contenuto in un tubo di flusso si muove rimanendo all'interno del tubo

Tubo di sezione infinitesima



$\vec{v}_1$ costante su tutti i punti di dS_1
$\vec{v}_2$ " " " " " " dS_2

In un tempo dt dS_1 è attraversata dalle particelle di fluido che distano da dS_1 meno di $dl_1 = v_1 dt$
Nello stesso tempo dt dS_2 è attraversata dalle particelle di fluido che distano da dS_2 meno di $dl_2 = v_2 dt$

La massa di fluido tra dS_1 e dS_2 deve rimanere costante (tubo di flusso)

$$\Downarrow$$

$$\frac{dm_1}{dt} = \frac{dm_2}{dt}$$ costanza della portata di massa

$$dm_1 = \rho\, dS_1\, dl_1 = \rho\, dS_1\, v_1\, dt \qquad (\rho = \text{cost})$$
$$dm_2 = \rho\, dS_2\, dl_2 = \rho\, dS_2\, v_2\, dt$$

$$\Downarrow$$

$$v_1\, dS_1 = v_2\, dS_2$$ costanza della portata di volume

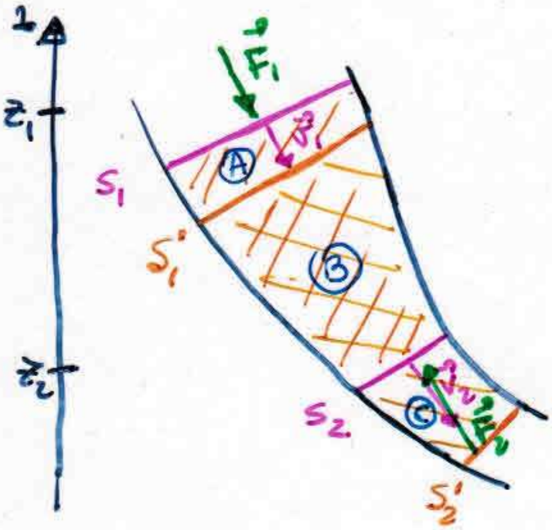
Per un tubo di sezione S finito:

$$Q = \int_S v\, dS = \left(\frac{1}{S}\int_S v\, dS\right) S = v_m S$$

$v_m S = \text{cost}$ Legge di Leonardo

Teorema di Bernoulli

Un fluido ideale che scorre in moto stazionario e irrotazionale entro un tubo di flusso a sezione variabile



Inizialmente il fluido occupa Ⓐ + Ⓑ

Dopo un tempo dt occupa Ⓑ + Ⓒ

- la forza di pressione $\vec{F}_1$ esercitata dal fluido a monte di S_1

$$F_1 = p_1 S_1$$

- la forza di pressione $\vec{F}_2$ esercitata dal fluido a valle di S_2

$$F_2 = p_2 S_2$$

- la forza peso del fluido compreso tra S_1 e S_2
- le forze di reazione esercitate dalle pareti del tubo.

$$\delta W_{TOT} = dK$$

$$\delta W_1 = \vec{F}_1 \cdot d\vec{l}_1 = F_1 dl_1 = p_1 S_1 v_1 dt$$

$$\delta W_2 = \vec{F}_2 \cdot d\vec{l}_2 = -F_2 dl_2 = -p_2 S_2 v_2 dt$$

$$\delta W_{peso} = -dU$$

$$\delta W_{laterale} = 0$$ ($\vec{F}$ ortogonale allo spostamento)

$$dU = U(t+dt) - U(t) =$$
$$= U_B(t+dt) + U_C(t+dt) - [U_A(t) + U_B(t)]$$

Il fluido è incomprimibile $\Rightarrow$ massa (B) non cambia in dt

Il moto è irrotazionale $\Rightarrow$ le posizioni in (B) non cambiano nel tempo dt

$$\Downarrow$$

$$U_B(t) = U_B(t+dt)$$

$$\Downarrow$$

$$dU = U_C(t+dt) - U_A(t) = dm_2\, g\, z_2 - dm_1\, g\, z_1 =$$
$$= \rho S_2 dl_2\, g\, z_2 - \rho S_1 dl_1\, g\, z_1 = \rho S_2 v_2\, dt\, g\, z_2 - \rho S_1 v_1\, dt\, g\, z_1$$

$$dK = K(t+dt) - K(t) =$$
$$= K_B(t+dt) + K_C(t+dt) - [K_A(t) + K_B(t)]$$

Il moto è stazionario $\Rightarrow$ la velocità di ogni punto di (B) non cambia nel tempo $\Rightarrow$ $K_B(t) = K_B(t+dt)$

$$\Downarrow$$

$$dK = K_C(t+dt) - K_A(t) = \frac{1}{2} dm_2\, v_2^2 - \frac{1}{2} dm_1\, v_1^2 =$$

$$= \frac{1}{2} \rho S_2 dl_2\, v_2^2 - \frac{1}{2} \rho S_1 dl_1\, v_1^2 =$$

$$= \frac{1}{2} \rho S_2 v_2\, dt\, v_2^2 - \frac{1}{2} \rho S_1 v_1\, dt\, v_1^2$$

$$\delta W_{Tot} = dK$$

$$p_1 S_1 v_1 dt - p_2 S_2 v_2 dt - (\rho g z_2 S_2 v_2 dt - \rho g z_1 S_1 v_1 dt) =$$

$$= \frac{1}{2}\rho v_2^2 S_2 v_2 dt - \frac{1}{2}\rho v_1^2 S_1 v_1 dt$$

$$Q = cost \quad \Rightarrow \quad S_1 v_1 = S_2 v_2$$

$$p_1 - p_2 - (\rho g z_2 - \rho g z_1) = \frac{1}{2}\rho v_2^2 - \frac{1}{2}\rho v_1^2$$

$$p_1 + \rho g z_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = p_2 + \rho g z_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2$$

$$p + \rho g z + \frac{1}{2}\rho v^2 = cost$$ Teorema di Bernoulli

valida per una qualsiasi sezione di un tubo di flusso

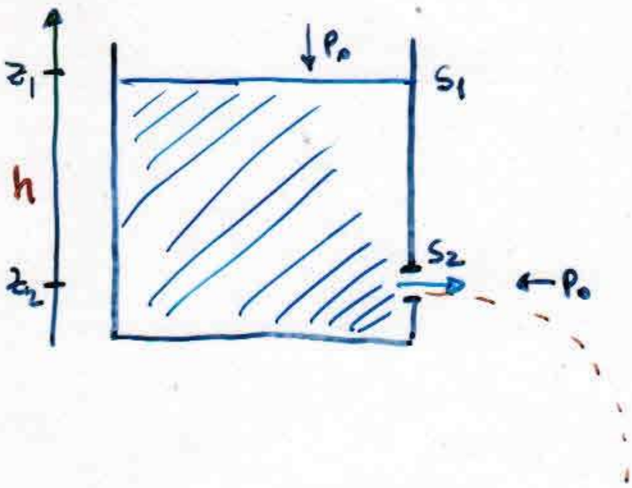
$p \equiv$ pressione piezometrica

$\rho g z \equiv$ pressione di gravità

$\frac{1}{2}\rho v^2 \equiv$ pressione cinetica

N.B.: la pressione misurata in un punto del fluido in quiete è sempre maggiore di quella esistente nel fluido in movimento.

Teorema di Torricelli



$$P_1 = P_0$$
$$P_2 = P_0$$

$$S_1 v_1 = S_2 v_2$$

$$S_1 >> S_2 \Rightarrow v_1 = \frac{S_2}{S_1} v_2 << v_2$$

$$P_1 + \rho g z_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = P_2 + \rho g z_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2$$

assumiamo $\quad v_1 \cong 0$

$$P_0 + \rho g z_1 + 0 = P_0 + \rho g z_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2$$

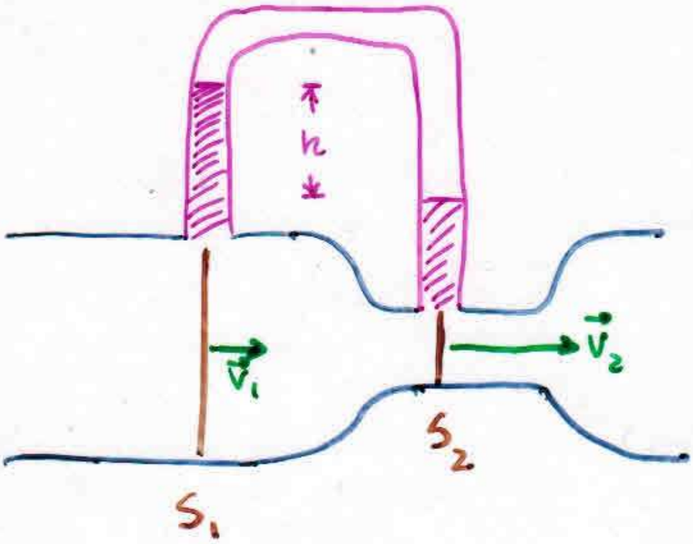
$$\frac{1}{2}\rho v_2^2 = \rho g (z_1 - z_2)$$

$$v_2 = \sqrt{2gh}$$

Se un liquido fuoriesce da un piccolo foro praticato in un recipiente, la velocità di efflusso è uguale alla velocità acquistata da un corpo che cade sotto l'azione del suo peso per un dislivello pari a quello esistente tra la superficie libera del liquido e il foro.

Verifica: Traiettoria parabolica

Tubo di Venturi



condotto orizzontale
a sezione variabile

$z_1 = z_2$

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2$$

$$S_1 > S_2 \quad \Rightarrow \quad v_1 < v_2$$

$$\Downarrow$$

$$p_1 > p_2$$ a sezione maggiore corrisponde pressione maggiore

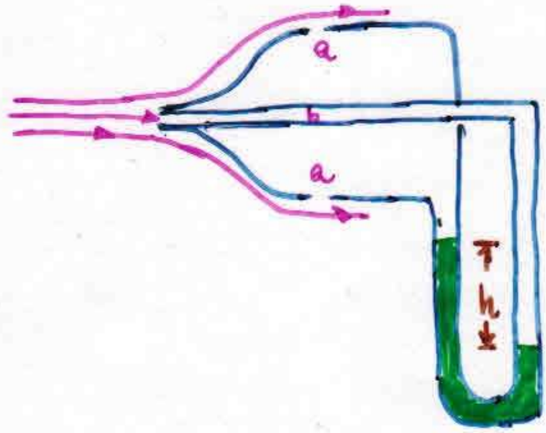
$$p_1 - p_2 = \frac{1}{2}\rho v_2^2 \left(1 - \frac{v_1^2}{v_2^2}\right) = \frac{1}{2}\rho v_2^2 \left(1 - \frac{S_2^2}{S_1^2}\right)$$

$$\left.\begin{aligned} Q &= v_2 S_2 \\ p_1 - p_2 &= \rho g h \end{aligned}\right\} \quad \rho g h = \frac{1}{2}\rho (v_2 S_2)^2 \frac{1}{S_2^2}\left(1 - \frac{S_2^2}{S_1^2}\right)$$

$$Q = \sqrt{\frac{2gh}{\frac{1}{S_2^2} - \frac{1}{S_1^2}}}$$

misure di portata

Tubo di Pitot



b è un ostacolo per le linee di corrente

$\Rightarrow v_b = 0$

in a le linee di corrente riassumono l'andamento imperturbato

$\Rightarrow v_a = v$

$$P_b + \frac{1}{2}\rho v_b^2 = P_a + \frac{1}{2}\rho v_a^2$$

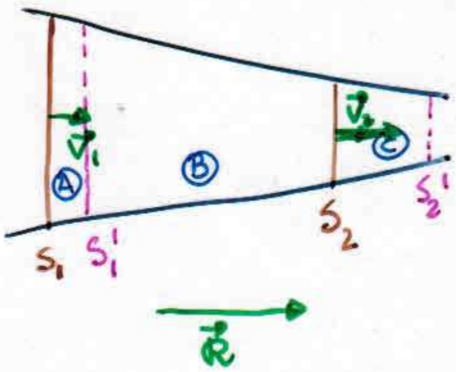
$$P_b - P_a = \frac{1}{2}\rho v^2$$

$$P_b - P_a = \rho' g h$$

$$v = \sqrt{\frac{2\rho' g h}{\rho}}$$

misure di velocità di gas

Effetti dinamici



$S_2 < S_1 \Rightarrow v_2 > v_1$

$\Downarrow$

il fluido tra S_1 e S_2 è stato accelerato

$\Downarrow$

Esiste una risultante $\vec{R}$ delle forze applicate.

$$\vec{R}\,dt = d\vec{p}_{TOT} = \vec{p}_{TOT}(t+dt) - \vec{p}_{TOT}(t) =$$

$$= \cancel{\vec{p}_B(t+dt)} + \vec{p}_C(t+dt) - [\vec{p}_A(t) + \cancel{\vec{p}_B(t)}] =$$

$$= \vec{p}_C(t+dt) - \vec{p}_A(t) = dm_2\,\vec{v}_2 - dm_1\,\vec{v}_1$$

$$\vec{R} = \frac{dm_2}{dt}\vec{v}_2 - \frac{dm_1}{dt}\vec{v}_1$$ esercitata sul liquido tra S_1 e S_2

$\Downarrow$

Il liquido tra S_1 e S_2 esercita sulle pareti del condotto e sul fluido che sta a monte di S_1 e a valle di S_2 una forza

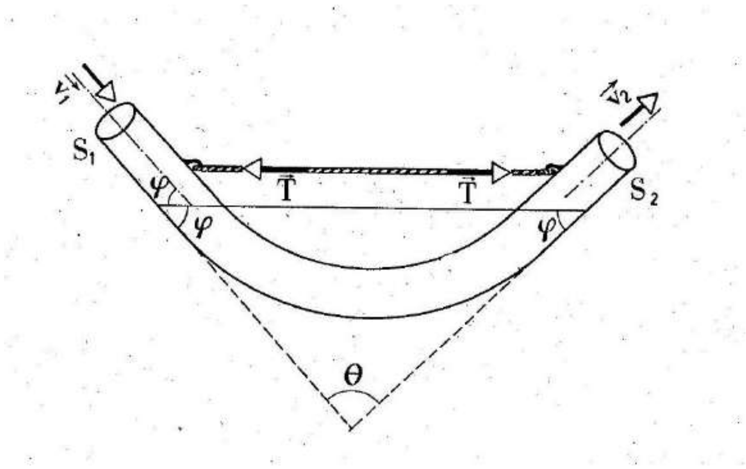
$\vec{R}' = -\vec{R}$ (3ª legge della dinamica)

$$R = \rho S_2 v_2 v_2 - \rho S_1 v_1 v_1 = \rho(S_2 v_2^2 - S_1 v_1^2) =$$

$$= \rho\left[S_2 v_2^2 - S_1\left(\frac{S_2}{S_1}\right)^2 v_2^2\right] =$$

$$= \rho S_2 v_2^2\left(1 - \frac{S_2}{S_1}\right)$$

Condotto orizzontale curvo a sezione costante



La corda deve esercitare una tensione T per tenere il tubo curvato

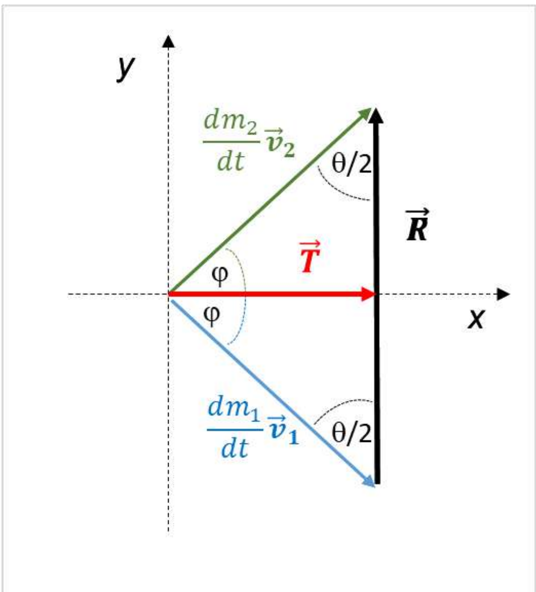
$$S_1 = S_2 = S$$

$$v_1 = v_2 = v$$

$$\frac{dm_1}{dt} = \frac{dm_2}{dt} = \rho S v$$

Dalla Legge del moto (vedi considerazioni precedenti):

$$\vec{R} = \frac{dm_2}{dt}\vec{v}_2 - \frac{dm_1}{dt}\vec{v}_1 = \rho S v\,(\vec{v}_2 - \vec{v}_1)$$



$$R_y = \rho S v[v_2 sin\varphi - (-v_1 sin\varphi)]$$
$$= 2\rho S v^2\, sin\varphi$$

$$R_x = \rho S v[v_2 cos\varphi - (v_1 cos\varphi)] = 0$$

$$T = \frac{dm}{dt} v\, cos\varphi = \rho S v^2\, cos\varphi$$

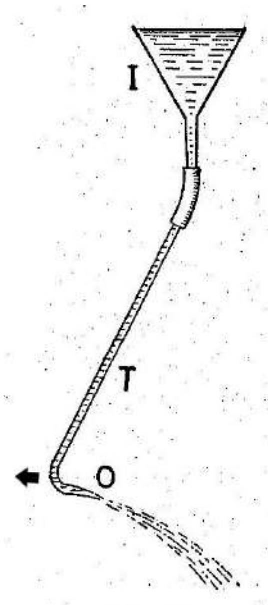
Inoltre, per le proprietà dei triangoli

$$2\varphi + \frac{\theta}{2} + \frac{\theta}{2} = \pi$$

$$\Downarrow$$

$$\varphi = \frac{\pi - \theta}{2}$$

$\vec{R}$ è esercitata dal tubo sul fluido. Il fluido reagisce esercitando una forza $\vec{R'} = -\vec{R}$ sul tubo



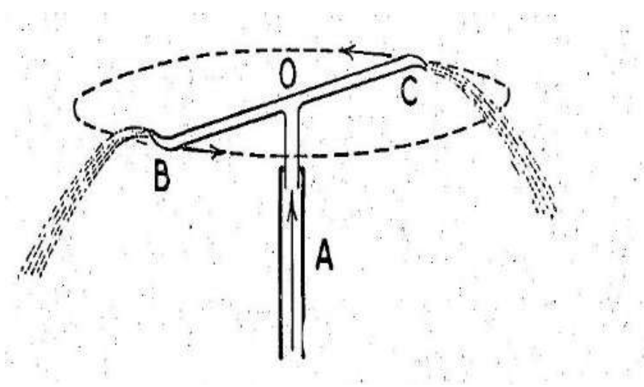
Quando un getto liquido sfugge da un recipiente, quest'ultimo tende a muoversi in verso contrario. La quantità di moto assunta dal vaso e dal suo contenuto è uguale e di verso contrario a quella del liquido uscito nello stesso tempo

Il tubo T inizialmente verticale e piegato orizzontalmente in O, si sposta dalla posizione verticale di equilibrio nel verso contrario a quello di uscita del getto d'acqua

Irrigatori a intermittenza

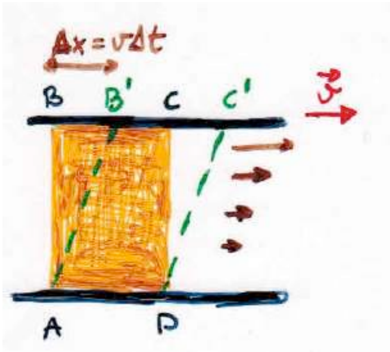
Gli irrigatori a intermittenza funzionano attraverso un deflettore oscillante o martelletto situato di fronte all'ugello (testina erogante): viene spostato dalla pressione dell'acqua e ritorna nella posizione iniziale mediante una molla.
Dal contraccolpo si genera la rotazione progressiva del getto d'acqua.

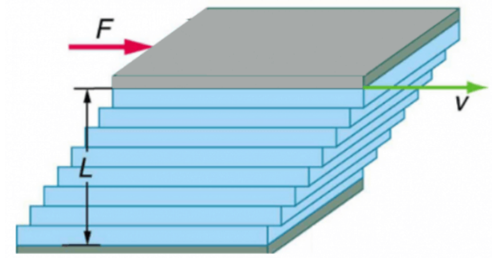
Irrigatori rotanti



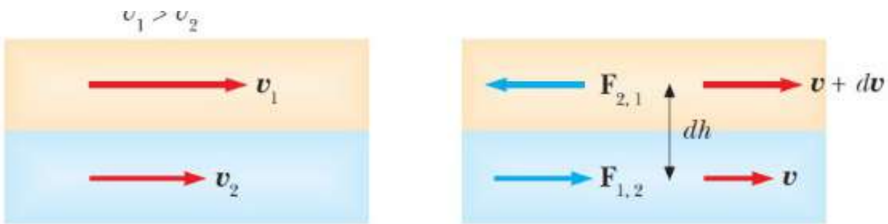
Se l'acqua vien fatta effluire attraverso i due ugelli B e C ad assi orizzontali, il sistema, inizialmente fermo, acquista una rotazione in verso contrario a quello di uscita dei getti e il momento della quantità di moto rispetto all'asse acquistata in un secondo è uguale e di verso contrario a quello del liquido uscito nello stesso tempo.

MOTO LAMINARE





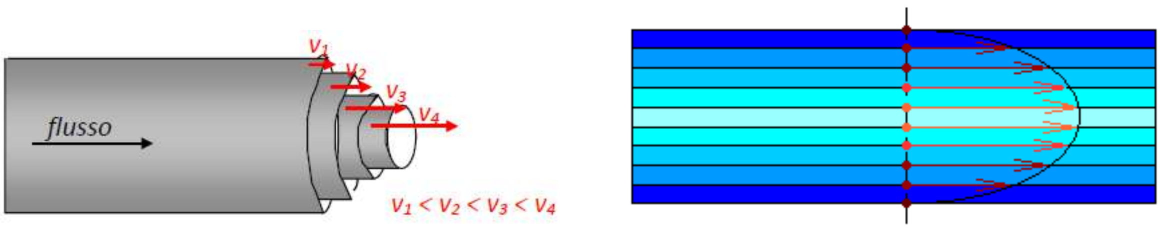
Forze di attrito interno, tangenziali, lungo l'area di contatto di due strati



$$\vec{F}_{1,2} = -\vec{F}_{2,1}$$

$\vec{F}_{2,1}$ *rallenta il moto dello strato* 1; $\vec{F}_{1,2}$ *accelera il moto dello strato* 2

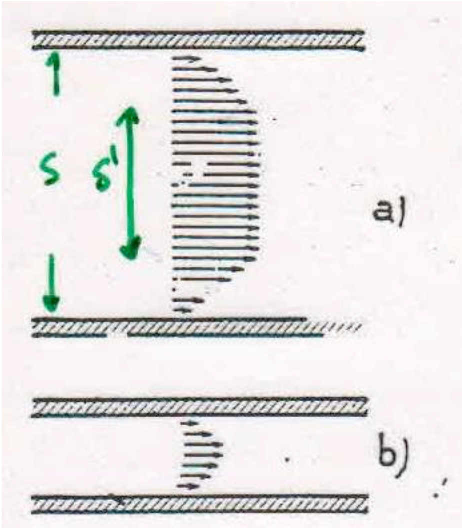
Se il fluido scorre in un condotto di sezione circolare



Moto laminare

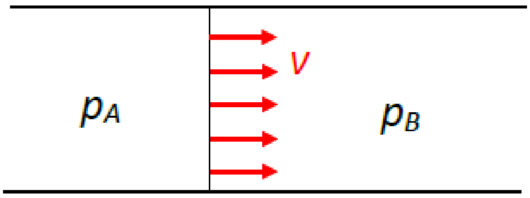
(basse velocità)

Fluido ideale **Fluido reale**

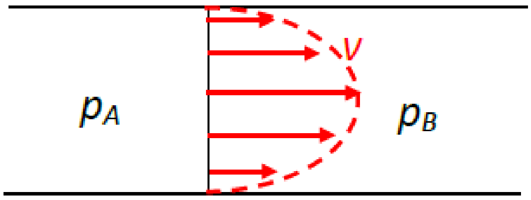


(a) tubo di sezione grande
scarsa influenza delle pareti
v = cost in $S' \lessapprox S$
vale il Teorema di Bernoulli

(b) tubo di sezione piccola
$v \neq$ cost
non vale il teor. di Bernoulli



fluido ideale
v costante nella sezione A
$p_A = p_B$

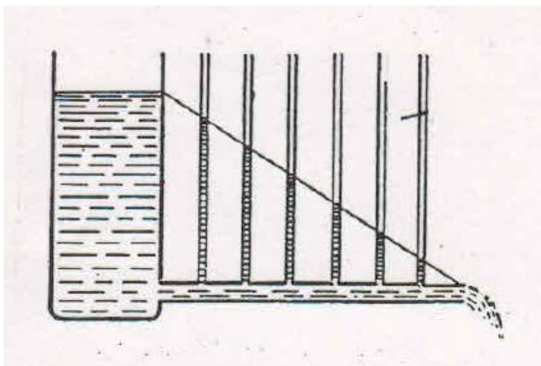


fluido reale
v variabile nella sezione A
$p_A > p_B$

Serve una differenza di pressione per il moto del fluido

La pressione diminuisce lungo il condotto

Perdita di carico



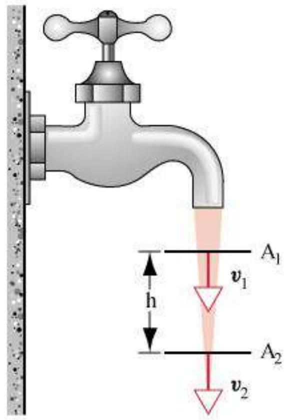
Fluido ideale

Q = cost

Fluido reale
in regime laminare

$Q \propto \Delta p$

ESEMPI



L'acqua del rubinetto

$$v_2 > v_1$$

$$S_2 v_2 = S_1 v_1$$

$$\Downarrow$$

$$S_2 < S_1$$

L'acqua che esce dal rubinetto acquista, cadendo, velocità. Per la costanza della portata, la sua sezione diminuisce.

Lancio con "effetto"

$$v_B = v + v_{rotazione}$$

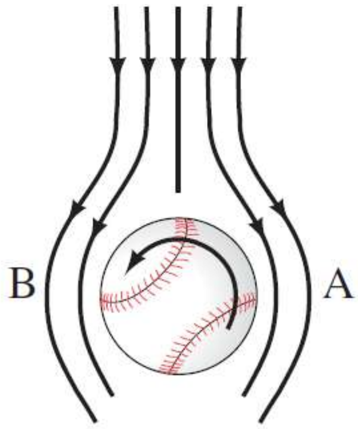
$$v_A = v - v_{rotazione} < v_B$$

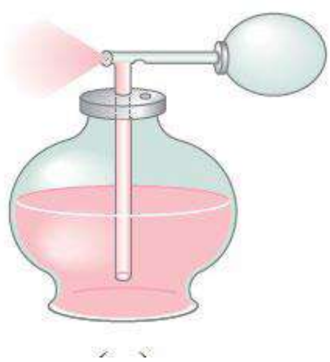
$$p + \frac{1}{2}\rho v^2 = costante$$

$$\Downarrow$$

$$p_B < p_A$$

La palla devia verso B





Nebulizzatore

$$v_{aria} > 0$$

$$p + \frac{1}{2}\rho v^2 = costante$$

$$\Downarrow$$

$$p < p_0$$

Il liquido viene aspirato

Portanza di un'ala

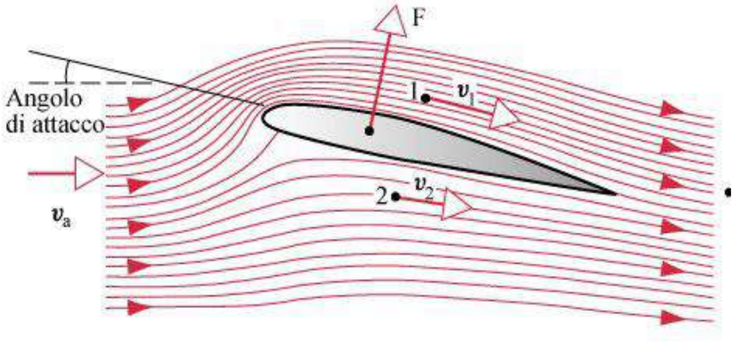
A causa della forma dell'ala:

$$v_1 > v_2$$

$$\Downarrow$$

$$p_1 < p_2$$

$$F = (p_2 - p_1)S = \frac{1}{2}\rho\, S\, (v_1^2 - v_2^2)$$

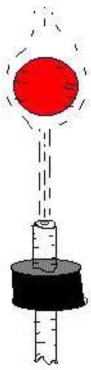


Effetto "risucchio" in un sorpasso

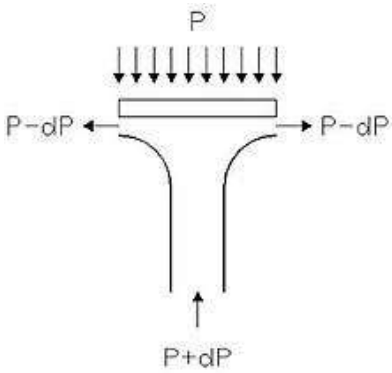
La depressione si crea nel canale d'aria tra le autovetture (in verso orizzontale) per l'aumento della velocità dell'aria a contatto con le auto.

Effetto tanto più elevato quanto più stretto è il canale

Paradosso Idrodinamico



cosa ci aspettiamo

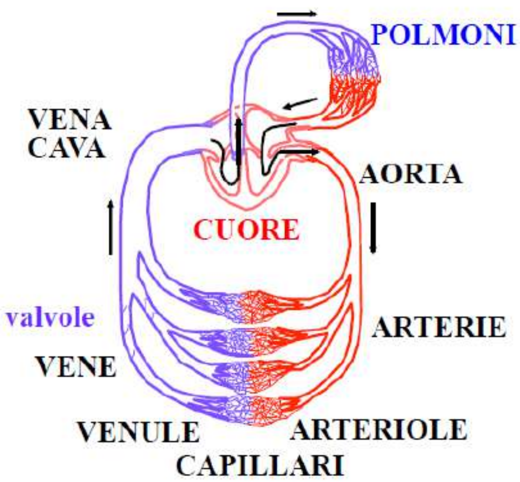


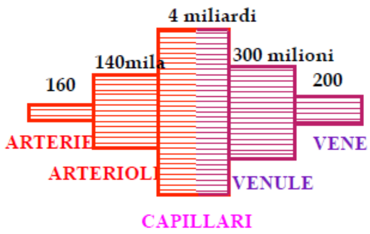
cosa può succedere

SISTEMA CIRCOLATORIO

Portata del sangue

$$Q = 5\ \ell/_{min} = \frac{5000}{60}\frac{cm^3}{s} = 88.33\ cm^3/_s$$





$$N_{capillari} \gg N_{arterie}$$

$$S_{totale\,capillari} \gg S_{totale\,arterie}$$

Portata costante

$$v_{capillari} \ll v_{arterie}$$

Velocita' del sangue nei vari distretti:

AORTA (r=0.8 cm)	$A = \pi r^2 \approx 2\ cm^2$	$v = q/A \approx 40\ cm/s$
ARTERIOLE	$A \approx 400\ cm^2$	$v = q/A \approx 0.2\ cm/s$
CAPILLARI	$A \approx 4000\ cm^2$	$v = q/A \approx 0.02\ cm/s$
VENA CAVA (r=1.1 cm)	$A = \pi r^2 \approx 4\ cm^2$	$v = q/A \approx 20\ cm/s$

La bassissima velocità del sangue nei capillari è funzionale allo scambio di sostanze necessarie per la vita