

II - GRANDEZZE FISICHE E UNITA' DI MISURA

1 - GRANDEZZE FISICHE

Normalmente per Scienza si intende l'insieme di conoscenze su un determinato argomento basate su valutazioni anche quantitative, cioè numeriche.

Nell'ambito di una scienza studiamo dei fenomeni, indicando con tale nome qualsiasi oggetto, fatto o avvenimento esterno percepito o osservato direttamente o per mezzo di dispositivi particolari.

Nello studio dei fenomeni, cioè nell'indagine scientifica, è necessario seguire una metodologia.

In modo semplicistico si può schematizzare la metodologia della Fisica nel modo seguente:

- Occorre per prima cosa individuare o definire il fenomeno che si vuole studiare.
- Questo risulta descritto da un certo numero di sue caratteristiche, dette grandezze fisiche, ognuna delle quali si deve poter valutare quantitativamente per mezzo di operazioni di confronto con un'altra grandezza ad essa omogenea, assunta come campione. Tali operazioni di confronto si chiamano operazioni di misura ed i risultati ottenuti si dicono misure. Misurare una grandezza fisica significa pertanto determinare il numero che esprime il rapporto tra la grandezza e il suo campione che è chiamato, per questa ragione, unità di misura.
- Le misure effettuate, opportunamente elaborate, forniscono le informazioni mediante le quali si possono determinare le modalità con cui ogni grandezza, nell'ambito di quel fenomeno, è legata alle altre.
- Si ha così la possibilità infine, di formulare leggi che governano il fenomeno osservato, cioè le relazioni algebriche tra le grandezze fisiche che sono in grado di descriverlo, oppure di operare un confronto di eventuali previsioni teoriche con i dati sperimentali.

Risulta chiaro che la definizione di grandezza fisica è una definizione operativa, nel senso che essa è definita solamente e completamente dalle stesse operazioni impiegate per misurarla (grandezza fisica = ente sottoponibile a misura):

Una grandezza fisica è definita quando abbiamo stabilito un procedimento ovvero un insieme di norme atte a misurare tale grandezza e ad assegnarle una unità di misura.

Sono grandezze fisiche che ci sono note la massa, la densità, la lunghezza, il tempo, la forza, la velocità, la temperatura, la resistività, l'energia, etc.

Per misurare una grandezza fisica bisogna, quindi, assegnare la sua unità di misura, per cui si potrebbe pensare di dover scegliere tante unità di misura quante sono le grandezze fisiche. Si deve però osservare che spesso è possibile esprimere una grandezza fisica mediante altre tramite una equazione. Per esempio per valutare la velocità media di un corpo in movimento noi misuriamo lo spazio percorso s ed il tempo t impiegato a percorrerlo e diciamo che è

$$v = s / t$$

In questo caso si dice che abbiamo fatto una misura indiretta della grandezza fisica velocità.

Nell'Algebra abbiamo studiato che un sistema di equazioni di più variabili si può esprimere in funzione delle sole variabili indipendenti. Analogamente, tutte le grandezze fisiche si possono esprimere mediante le sole grandezze fisiche definibili indipendentemente l'una dall'altra. Il gruppo di queste grandezze prende il nome di SISTEMA RAZIONALE DI GRANDEZZE FONDAMENTALI, che dal punto di vista analitico equivalgono al gruppo di variabili indipendenti.

L'esperienza mostra che tutti i fenomeni meccanici sono esprimibili mediante 3 sole grandezze fondamentali: dal punto di vista analitico ciò significa che se si scrivono n equazioni riguardanti i fenomeni della meccanica, queste contengono $n+3$ grandezze; scelte queste 3, le rimanenti n grandezze sono univocamente determinabili. Ovviamente, la scelta delle tre grandezze fondamentali, nonché delle rispettive unità di misura, può essere del tutto arbitraria, per cui si è ritenuto opportuno stabilire delle convenzioni valide internazionalmente.

Nel 1960 una commissione internazionale riunitasi a Parigi stabilì quali grandezze fisiche dovessero essere considerate fondamentali e contestualmente furono stabilite le corrispondenti unità di misura. Il sistema così stabilito è chiamato SISTEMA INTERNAZIONALE (SI). Si convenne di considerare grandezze fondamentali per quanto riguarda l'espressione dei fenomeni meccanici il gruppo costituito da

Lunghezza	[L]
Massa	[M]
Tempo	[T]

Le unità di misura sono state fissate (anche se nel corso degli anni è stata modificata la definizione del rispettivo campione) come segue:

metro	m
chilogrammo	kg
secondo	sec

Il sistema di unità di misura che misura L,M e T rispettivamente in m, kg e sec si dice MKS. Altri sistemi utilizzano multipli o sottomultipli.

Per esempio, il sistema Gauss o CGS misura L,M e T rispettivamente in cm, g e sec. Per cambiare unità di misura basta sostituire al simbolo delle unità primitive quello della nuova unità di misura moltiplicato per il rapporto tra la prima e la seconda. Anticipiamo che per esprimere le grandezze diverse da quelle meccaniche (termiche ed elettromagnetiche) il sistema internazionale S.I. comprende, oltre a L, M e T:

- intensità di corrente misurata in A (ampère),
- temperatura misurata in K (kelvin),
- intensità luminosa misurata in cd (candela),
- quantità di materia misurata in mol (mole).

2 - UNITA' DI MISURA E CAMPIONI

La scelta di una unità di misura è ovviamente arbitraria e ciò che in genere si pretende da essa è che sia "comoda", cioè che possa avere un riferimento immediato. Ecco perché nei tempi antichi le distanze venivano misurate, possiamo dire spontaneamente, utilizzando come unità di misura il piede o il pollice. Tali unità di misura però finiscono per essere non universalmente "comode" e indiscutibili.

La necessità di accordarsi sulle unità di misura delle grandezze fisiche nasce ovviamente dall'allargamento dei confini di scambio di informazioni e merci tra paesi differenti: si pensi appunto all'incidenza di un tale accordo su un settore quale quello del commercio.

Si pensò pertanto di stabilire dei campioni delle unità di misura, scegliendo possibilmente dei campioni esistenti in natura che non cambiano nel tempo.

Che il processo di definizione delle unità di misura e dei relativi campioni non sia stato un processo semplice lo si può immaginare pensando che fu necessaria una rivoluzione perché apparissero il metro e il chilogrammo, che vennero adottati solo durante la rivoluzione francese da una apposita commissione istituita nel 1790 dall'Assemblea Costituente Francese.

- *Lunghezza*

Come campione della unità di misura tratto dalla natura era stato scelto in origine (proprio dalla commissione francese) la 40-milionesima parte del meridiano terrestre¹, e venne costruito nel 1799 un metro campione e conservato all'Ufficio Internazionale di Pesi e Misure di Sèvres. Ben presto ci si rese conto che la scelta di un metro campione tratto dalla natura non era attuabile in modo completo. Infatti ogni nuovo miglioramento delle tecniche di misura portava ad una valutazione numerica differente (dalla precedente) della lunghezza del meridiano terrestre e quindi alla necessità di preparare nuovi campioni. Si stabilì pertanto di rinunciare all'unità naturale e venne presa come unità di misura delle lunghezze la distanza tra due tacche di una particolare barra campione di platino-iridio mantenuta sotto condizioni controllate e conservata a Sèvres. Questo campione, dopo il 1960, è stato abbandonato per parecchie ragioni, la principale essendo quella che la

¹ Istruttivo e piacevole il romanzo del matematico francese Denis Guedj "Il Meridiano" che è incentrato sulla misura di una parte del meridiano terrestre passante per Parigi, commissionata dall'Assemblea francese a due astronomi.

limitata accuratezza con cui può essere determinata la separazione tra le tacche sulla sbarra non incontra gli attuali requisiti della scienza e della tecnologia. Il metro è stato allora definito utilizzando nuovamente unità naturali, e precisamente utilizzando come campione di lunghezza la lunghezza d'onda della radiazione visibile emessa durante le transizioni tra diversi livelli atomici. In particolare si è definito:

$$1 \text{ metro} = 1'650'763.73 \text{ lunghezze d'onda}$$

della luce rossa-arancio emessa nel vuoto da una lampada di krypton-86, corrispondente alla transizione tra i livelli $2p_{10}$ e $5d_5$ dell'atomo di krypton-86.

Utilizzando come campione la radiazione luminosa, il confronto tra lunghezze (e quindi la loro misura) può essere fatto mediante un interferometro.

Dal 1983, stabilito con un maggiore numero di cifre significative il valore della velocità della luce nel vuoto, pari a:

$$c = 2.99792458 \times 10^8 \text{ m/sec}$$

si è ridefinito

$$1 \text{ metro} = \text{distanza percorsa dalla luce nel vuoto in un tempo pari a } 1/c \text{ sec.}$$

– Tempo

La misura del tempo è molto più antica del metro. Per determinare l'unità di tempo non c'è stata nessuna divergenza: l'alternarsi del giorno e della notte suggerisce un modo naturale di scegliere l'unità di tempo. E' facile determinare, per esempio misurando la lunghezza dell'ombra proiettata da un'asta, l'istante in cui il sole si trova nel punto più alto che esso raggiunge nel cielo ogni giorno (sulla verticale del punto di osservazione). Il periodo di tempo trascorso tra il verificarsi di due di tali eventi successivi forma una giornata. Per mezzo di moderni orologi è facile convincersi che nei diversi periodi dell'anno i giorni non sono esattamente uguali. Infatti la velocità di rotazione terrestre è alta d'estate e bassa d'inverno (stagioni dell'emisfero boreale) e mostra una diminuzione costante di anno in anno. L'attrito fra terra e acqua dovuto alle maree provoca, per esempio, un rallentamento della rotazione terrestre; anche il moto stagionale dei venti è causa di una variazione stagionale regolare della velocità di rotazione della terra. E' ovvio che tali variazioni sono valutate utilizzando "orologi" più precisi di quelli legati al moto di rotazione terrestre, quali appunto gli orologi atomici di cui parleremo tra poco.

Per ovviare a queste difficoltà si è convenuto di assumere come unità di tempo il giorno solare medio calcolato su tutto l'anno. Il tempo definito attraverso il moto di rotazione della terra è chiamato *tempo universale (T.U.)*.

Si noti che le unità corrispondenti a periodi di tempo più lunghi del giorno, cioè l'anno, ci sono state fornite dalla natura stessa, mentre l'ora, il minuto e il secondo sono stati concepiti dall'uomo. Così l'unità di tempo basilare è rappresentato dal

$$\text{secondo solare medio} = (1/60) \times (1/60) \times (1/24) = 1/86400 \text{ del giorno solare medio}$$

Nel 1967 il secondo fu ridefinito avvantaggiandosi dell'alta precisione che poteva essere ottenuta utilizzando un dispositivo noto come "orologio atomico". Ricordiamo che i nostri orologi misurano il tempo confrontando i periodi di tempo con la durata dell'oscillazione completa per esempio di un pendolo (sistema oscillante in modo armonico). I periodi di certe "oscillazioni" atomiche, ovvero le frequenze di certe transizioni atomiche, sono estremamente stabili e possono essere misurate con elevata accuratezza (1 su 10^{12}). Dal 1967 si definisce:

1 secondo =

tempo necessario perché un atomo di Cesio-133 compia 9'192'631'770 vibrazioni

Le misure effettuate con tali orologi atomici danno una incertezza di meno di 1 secondo ogni 30'000 anni, dato che le frequenze di transizione, e quindi i corrispondenti periodi di oscillazione, vengono misurate con una accuratezza di una parte su 10^{12} .

– Massa

La misura della massa si può eseguire nel modo più semplice con una comune bilancia a bracci: diciamo che le masse di due corpi sono uguali se una bilancia bracci, sui piattelli della quale sono stati posti i corpi, è perfettamente equilibrata.

La stessa commissione francese nel 1790 preparò un peso di una lega determinata che su una bilancia a bracci equilibrava un decimetro cubo di acqua a 4°C. Questo campione ricevette il nome di chilogrammo. Questa unità di massa naturale si mostrò più tardi poco utile e difficile da determinare: il decimetro, come parte del metro, varia col perfezionarsi del metro campione; inoltre, quale acqua considerare: chimicamente pura?, distillata due

volte?, senza tracce di aria?. Si rese di nuovo necessario rinunciare all'unità naturale e prendere come unità di massa un campione di platino-iridio appositamente preparato e conservato a Sévres.

Su scala atomica disponiamo di un secondo campione di massa, che non è, però, una unità SI. E' la massa dell'atomo C^{12} , al quale, per accordo internazionale, è stata attribuita una massa atomica di 12 unità di massa atomica (atomic mass unit, a.m.u.), unificata per definizione. La relazione tra i due campioni è approssimativamente

$$1 \text{ a.m.u.} = 1.660 \times 10^{-27} \text{ kg.}$$

Un'ultima considerazione riguardo alla distinzione tra campioni naturali e campioni appositamente preparati. A favore dei primi c'è la loro ovvia disponibilità in natura che preserva da rischi di danneggiamento o addirittura distruzione a cui possono essere soggetti i secondi. Quest'ultimi, d'altra parte, possono essere riprodotti con elevato grado di accuratezza, fornendo campioni secondari, terziari, etc, facilmente accessibili che possono essere a loro volta usati per tarare altri sistemi di misura.

Definite così le unità di misura, è utile notare che alcune grandezze si esprimono in unità grandi, altre in unità piccole. Per esempio per esprimere la distanza tra due città parliamo di chilometri e non di centimetri.

Esaminando gli ordini di grandezza delle masse, dei tempi e delle distanze del mondo che ci circonda, notiamo subito un grande intervallo di variabilità di queste grandezze. E' possibile allora i semplificare notevolmente le espressioni formali nonché i calcoli utilizzando il sistema decimale in cui le unità maggiori di differenziano dalle minori per un fattore che è una potenza del dieci. Questa rappresentazione dei valori delle grandezze viene detta notazione scientifica. Si utilizzano convenzionalmente dei prefissi e delle abbreviazioni per indicare alcune potenze del dieci (vedi tabella)

Potenza	Prefisso	Abbreviazione
10^{-18}	atto	a
10^{-15}	femto	f
10^{-12}	pico	p
10^{-9}	nano	n
10^{-6}	micro	μ

10^{-3}	milli	m
10^{-2}	centi	c
10^3	kilo	k
10^6	mega	M
10^9	giga	G
10^{12}	tera	T
10^{15}	peta	P
10^{18}	exa	E

3 - EQUAZIONI DIMENSIONALI

Definite le grandezze fondamentali, ogni altra grandezza può essere espressa in funzione di esse. Per ricordare il tipo di legame funzionale tra una qualunque grandezza X e quelle fondamentali (L, M, T), è comodo usare il seguente simbolismo:

$$[X] = [L^p M^q T^r] \quad (1)$$

dove p, q, r sono gli esponenti con cui compaiono le grandezze fondamentali nell'equazione che definisce la grandezza X.

Per esempio:

$$\text{energia cinetica } [E] = [L^2 M T^{-2}]$$

$$\text{velocità } [v] = [L T^{-1}]$$

$$\text{densità } [\rho] = [L^{-3} M]$$

$$\text{angolo }^2 [\alpha] = [L^0 M^0 T^0]$$

$$\text{forza } [f] = [L M T^{-2}]$$

Per comodità a molte di queste unità di misura derivate si assegna un nome che costituisce l'unità pratica di misura della grandezza in oggetto.

Per esempio:

² Il valore di un angolo in radianti è pari al rapporto tra la lunghezza rettificata dell'arco di cerchio sotteso dall'angolo α e il raggio r del cerchio: pertanto è una grandezza adimensionata, cioè non ha dimensioni fisiche.

- l'energia si misura in Joule: $1 \text{ J} = 1 \text{ m}^2 \text{ kg s}^{-2}$;
- la forza si misura in Newton: $1 \text{ N} = 1 \text{ m kg s}^{-2}$.

Nel sistema CGS le unità pratiche di misura per energia e forza sono rispettivamente "erg" e "dine", risultando: $1 \text{ J} = 10^7 \text{ erg}$ e $1 \text{ N} = 10^5 \text{ dine}$.

La equazione (1) viene detta equazione dimensionale.

Si noti che le dimensioni non definiscono la grandezza fisica a cui si riferiscono; in particolare esse non rendono conto della sua natura scalare, vettoriale, etc. Per esempio energia e momento di una forza hanno le stesse dimensioni fisiche, ma sono grandezze "fisicamente" diverse.

Utilizzando questa equazione possiamo sostituire ad ogni grandezza fisica che compare in una determinata equazione, le corrispondenti unità di misura. L'equazione di base si trasforma in una equazione algebrica tra le unità consentendo di effettuare un controllo dimensionale. Tale controllo è molto utile per decidere della validità di una formula fisica, in quanto i due termini di una eguaglianza ed i termini di una sommatoria devono essere della stessa specie, devono cioè avere le stesse dimensioni fisiche. E' bene notare comunque che il controllo dimensionale non implica che la formula sia esatta, ma solo che formalmente l'eguaglianza può essere valida.

Esempi:

$$\vec{s} = \vec{s}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{1}{2} \vec{a} t^2$$

$$[L] = [L] + [[L T^{-1}][T] + [L T^{-2}][T^2]]$$

$$\vec{s} = \frac{1}{2} \vec{g} t \quad \text{è sbagliata dimensionalmente}$$

$$E = \frac{1}{2} m v^2 + m g h$$

$$[L^2 M T^{-2}] = [M] [L^2 T^{-2}] + [M] [L T^{-2}] [L]$$

Confrontare le espressioni:

$$F = m a$$

$$F = m \omega^2 R$$

$$F = G m_1 m_2 / R^2$$

Infine, notiamo che molti calcoli in fisica richiedono un cambiamento di unità di misura .
Per esempio trasformiamo una velocità di 60 mi/h in metri al secondo:

$$60 \text{ mi/h} = 60 \frac{1 \text{ mi}}{1 \text{ h}} = 60 \frac{1.61 \text{ km}}{60 \text{ min}} = 60 \frac{1.61 \times 10^3 \text{ m}}{60 \times 60 \text{ s}} = \frac{1.61}{60} \times 10^3 \text{ m/s} = 26.8 \text{ m/s}$$

Vediamo che le unità di misura si possono trasformare mediante la sostituzione di quantità equivalenti. Poiché ogni unità di misura ha essa stessa un valore numerico, è importante scrivere le unità di misura in maniera esplicita: una risposta numerica a un problema di fisica non deve mai essere data senza scrivere esplicitamente le unità di misura di seguito al numero.

Esercizi:

Il metro è scomodo per le dimensioni dell'Universo: si usa l'anno luce che è la distanza percorsa dalla luce in un anno. A quanti metri equivale l'anno luce?

Anche per gli oggetti piccoli il metro è una unità scomoda. Su scala atomica si usa l'angstrom (Å), uguale a 10^{-10} m. L'ordine di grandezza di un atomo è 1 Å, mentre la dimensione del nucleo è 10^{-4} Å. Se volessimo disegnare su carta una mappa dell'atomo e scegliessimo di disegnare il nucleo con il diametro di 1 cm, a quale distanza dovremmo disegnare la nube di elettroni?

4 - BIBLIOGRAFIA

R.RICAMO - Guida alle Esperimentazioni di Fisica, vol.1 (cap.I) - C.E.A.

R.RESNICK, D.HALLIDAY - Fisica, vol.1 (cap.1) - C.E.A.

SERWAY - Fisica per Scienze ed Ingegneria, vol.1 (Introduzione: Fisica e Materia) - C.E.A.

L.LANDAU, A.KITAIGORODSKIJ - La Fisica per tutti, (cap.1) - Editori Riuniti