

1) Un dado viene lanciato in modo tale che si verifica la probabilità di un numero pari è due volte più probabile di un numero dispari. Se E è l'evento che un numero inferiore a 4 si verifica a un singolo lancio del dado, si calcoli $P(E)$.

Sol.

$$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \quad P_d = w$$

$$\sum_i p_i = 1 \quad P_p = 2w$$

$$3P_d + 3P_p = 1 \quad 3w + 6w = 1 \Rightarrow w = \frac{1}{9}$$

$$P_d = \frac{1}{9} \quad P_p = \frac{2}{9}$$

$$E = \{1, 2, 3\} \quad P(E) = \frac{1}{9} + \frac{1}{9} + \frac{2}{9} = \frac{4}{9}$$

2) Consideriamo l'esercizio precedente, sia A l'evento "l'esito del lancio è un numero pari" e sia B l'evento "l'esito del lancio è un numero divisibile per 3". Si determinino $P(A \cup B)$ e $P(A \cap B)$

Sol.

$$A = \{2, 4, 6\} \quad B = \{3, 6\}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$A \cap B = \{6\} \quad P(A \cap B) = \frac{2}{9}$$

$$P(A) = 3 \cdot \frac{2}{9} = \frac{2}{3} \quad P(B) = \frac{1}{9} + \frac{2}{9} = \frac{1}{3}$$

$$P(A \cup B) = \frac{2}{3} + \frac{1}{3} - \frac{2}{9}$$

3) Durante una lezione per ingegneri sono presenti 25 studenti: di cui ingegnerie industriale, 10 di ing. meccanica, 10 di ing. elettrica e 8 di ing. civile. Se si estratti uno studente a caso, si vuole conoscere la probabilità che lo studente chiamato sia (a) uno studente di ingegneria industriale e (b) uno studente di ingegnerie civile o elettrica.

Sol.

$$I, n, E, C$$

tot studenti 53

$$(a) \quad P(I) = \frac{25}{53}$$

$$(b) \quad P(C \cup E) = P(C) + P(E) - P(C \cap E) = \\ = P(C) + P(E) = \frac{8}{53} + \frac{10}{53} = \frac{18}{53}$$

- 4) Un giocatore di poker ha in mano 5 carte;
 Si determini la probabilità che abbiate 2 assi
 e 3 jacth.

Sol.

Numeri di modi in cui si possono distribuire
 2 assi da 4 carte

$$\binom{4}{2} = \frac{4!}{2! 2!} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4}{1 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2} = 6$$

Numeri di modi in cui si possono distribuire
 3 jacth da 4 carte

$$\binom{4}{3} = \frac{4!}{3! 1!} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4}{1 \cdot 2 \cdot 1} = 4$$

N. toti favorevoli $6 \cdot 4 = 24$

Casi possibili $\binom{52}{5} = \frac{52!}{5! 47!}$

$$P = \frac{24}{\binom{52}{5}} = 0.9 \cdot 10^{-5}$$

- 5) Quel è la probabilità di ottenere 7 o 11
 dal lancio di una coppia di dadi equilibrati?

~

Sol.

$$A = \{(1,6); (6,1); (5,2); (7,5); (4,3); (3,4)\}$$

$$B = \{(5,6); (6,5)\}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

Casi possibili 36 $P(A) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$ $P(B) = \frac{2}{36} = \frac{1}{18}$

- 6) Se le probabilità che un meccanico ripari 3, 4, 5, 6, 7 oppure 8 o più automobili in un giorno lavorativo sono rispettivamente 0.1, 0.12, 0.13, 0.28, 0.24 e 0.07, qual è la probabilità di riparare almeno 5 automobili in un giorno lavorativo?

Sol.

E = "riparare almeno 5 automobili"

$$P(E) = 1 - P(\bar{E}) = 1 - 0.1 - 0.12$$

- 7) Si supponga che le specifiche di fabbricazione per le lunghezze di un determinato tipo di computer siano di 2000 ± 10 mm. In questo senso si mette che la probabilità di essere difettoso (non conformo alle specifiche) per un

ci sono esatti i punti e quelle per un uovo
che dimensioni maggiori. In altre parole, la
probabilità di produrre un uovo corto di lunghezza
inferiore a 1880 mm è uguale alla probabilità
di produrre un uovo di lunghezza superiore a
2010 mm. La probabilità che il processo
di produzione sia conforme alle specifiche è pari
a 0.88.

- Qual è la probabilità che un uovo selezionato
a caso ecceda la lunghezza indicata nelle
specifiche?
- Qual è la probabilità che un uovo selezionato
a caso tie piú lungo di 1880 mm.

Sol.

$$a) P(X > 2010) = ?$$

$$b) P(X > 1880) = ?$$

$$P(1880 \leq X \leq 2010) = 0.88$$

$$P(X < 1880) + P(1880 \leq X \leq 2010) + P(X > 2010) = 1$$

$$2P(X > 2010) = 1 - P(1880 \leq X \leq 2010)$$

$$P(X > 2010) = \frac{1}{2} (1 - 0.88)$$

$$\begin{aligned} P(X > 1990) &= P(1890 \leq X \leq 2010) + P(X > 2010) = \\ &= 0.83 + \frac{1}{7}(1 - 0.83) \end{aligned}$$

8) La probabilità che un volo parta in orario

è $P(D) = 0.83$; la probabilità che arrivi in orario è $P(A) = 0.82$; la probabilità che parta e arrivi in orario è $P(D \cap A) = 0.78$.

Si determini la probabilità che un aereo (a) arrivi in orario, dato che è partito in orario e (b) da parte in orario, dato che è arrivato in orario.

Sol.

a) $P(A|D)$

$$P(D \cap A) = P(A|D) P(D)$$

$$\Rightarrow P(A|D) = \frac{P(D \cap A)}{P(D)} = \frac{0.78}{0.83}$$

b) $P(D|A) = \frac{P(D \cap A)}{P(A)} = \frac{0.78}{0.82}$

8) Si consideri un processo industriale nel settore tessile in cui si producono mestri di un particolare tipo di tessuto. Questi mestri possono presentare due categorie di difetti: lunghezza e colorimetriche delle trame. Nel secondo caso il processo di identificazione del difetto è molto complesso. Le informazioni sui dati storici del processo indicano che il 10% dei mestri falliscono il test di lunghezza, il 5% falliscono il test sulla trama e solo lo 0,8% falliscono entrambi i test. Se un mestre fosse selezionato e fosse del processo e risultasse aver fallito il test sulla lunghezza, quale sarebbe la probabilità che sia difettosa la trama?

Sol.

$L = \text{"difetto di lunghezza"}$

$T = \text{"difetto di trama"}$

$$P(T) = 5\%, \quad P(L) = 10\% \quad P(T \cap L) = 0,8\%$$

$$P(T|L) = ? \quad P(T|L) = \frac{P(T \cap L)}{P(L)} = \frac{0,8}{10}$$

10) Si supponga di avere una scatola contenente 20 fusibili, di cui 5 difettosi. Se 2 fusibili vengono estratti uno dopo l'altro, ma non riconosciuti, quale sarebbe la probabilità che entrambi siano difettosi?

Sol.

$A =$ "primo fusibile difettoso"

$B =$ "secondo fusibile difettoso"

$$P(A) = \frac{5}{20} = \frac{1}{4} \quad P(B) =$$

$$P(A \cap B) = P(A|B) P(B) = P(A) P(B)$$

$$= P(B|A) P(A)$$

$$\frac{1}{4} \quad . \quad \frac{4}{19}$$

$A \cap B$ l° 1. estr. \rightarrow 4 fus. difettosi $\Rightarrow P(A) P(B)$

$$\bar{A} \cap B \text{ l° 2. estr. } \rightarrow 5 \text{ fus. belli} \quad 1 - \frac{1}{4} \quad \frac{5}{19}$$

11) Un sacchettò contiene 4 pollini rossi e 3 pollini neri, e un secondo sacchettò contiene 5 pollini bianchi e 5 pollini neri. Dal primo sacchettò viene estratta una pollina di cui non si rivela il colore e inserita nel secondo sacchettò. Qual è la probabilità che una pollina estratta dal secondo sacchettò sia nera?