

ALGORYTMY I STRUKTURY DANYCH

IIUWr. II rok informatyki.

1. (0 pkt) Przeczytaj notatkę numer 1, która została rozesłana mailowo, a wkrótce będzie umieszczona na stronie wykładu.
2. (1pkt - do 7 marca 2020; potem - 0pkt) Rozwiąż zadanie z Listy Powitalnej na Themis (wyjaśnienie pojawi się wkrótce na stronie wykładu lub prześlę je mailem).
3. (1 pkt) Przypomnij sobie algorytm sortowania bąbelkowego. Zapisz go w notacji zbliżonej do tej, której używaliśmy na wykładzie. Porównaj go z algorytmami *InsertSort* i *SelectSort* stosując podane na wykładzie kryteria.
4. (1pkt) Udowodnij, że algorytm mnożenia liczb "po rosyjsku" jest poprawny. Jaka jest jego złożoność czasowa i pamięciowa przy:
 - jednorodnym kryterium kosztów,
 - logarytmicznym kryterium kosztów?
5. (2pkt) Pokaż, w jaki sposób algorytm "macierzowy" obliczania n -tej liczby Fibonacciego można uogólnić na inne ciągi, w których kolejne elementy definiowane są liniową kombinacją skończonej liczby elementów wcześniejszych. Następnie uogólnij swoje rozwiązanie na przypadek, w którym n -ty element ciągu definiowany jest jako suma kombinacji liniowej skończonej liczby elementów wcześniejszych oraz wielomianu zmiennej n .
6. (1pkt) Rozważ poniższy algorytm, który dla danego (wielo)zbioru A liczb całkowitych wylicza pewną wartość. Twoim zadaniem jest napisanie programu (w pseudokodzie), możliwie najoszczędniejszego pamięciowo, który wylicza tę samą wartość.

```

while |A| > 1 do
  a ← losowy element z A;
  A ← A \ {a}
  b ← losowy element z A;
  A ← A \ {b}
  A ← A ∪ {a - b}
output (x mod 2), gdzie x jest elementem ze zbioru A

```

7. (1pkt) Ułóż algorytm, który dla drzewa $T = (V, E)$ oraz listy par wierzchołków $\{v_i, u_i\}$ ($i = 1, \dots, m$), sprawdza, czy v_i leży na ścieżce z u_i do korzenia. Przyjmij, że drzewo zadane jest jako lista $n - 1$ krawędzi (p_i, a_i) , takich, że p_i jest ojcem a_i w drzewie.
8. (**Z** 2pkt) ¹ Ułóż algorytm dla następującego problemu:

PROBLEM.²dane: $n, m \in \mathcal{N}$ wynik: wartość współczynnika przy x^2 (wzięta modulo m) wielomianu $\underbrace{((x-2)^2 - 2)^2 \dots - 2)^2}_{n \text{ razy}}$

Czy widzisz zastosowanie metody użytej w szybkim algorytmie obliczania n -tej liczby Fibonacciego do rozwiązania tego problemu?

¹Zadania oznaczone etykietką **Z** przeznaczone są dla grupy zaawansowanej. W pozostałych grupach mogą być prezentowane do po rozwiązaniu wszystkich pozostałych zadań.

Na innych listach mogą się pojawić zadania oznaczone etykietką **P** - przeznaczone dla grup niezaawansowanych. W grupie zaawansowanej nie będą one rozwiązywane.

²Zadanie zaczerpnięte ze Sparingu w Programowaniu Zespołowym - Poznań 22.01.2005

9. Dana jest plansza $n \times m$, z której usunięto pola $(a_1, b_1), (a_2, b_2), \dots, (a_r, b_r)$. Policz, na ile sposobów można pokryć pozostałe pola klockami domina o wymiarach 2×1 oraz 1×2 . Podaj wynik modulo M .
- Wersja very basic: $n \leq 8, m \leq 1000$,
 - Wersja basic: $n \leq 16, m \leq 1000$,
 - Wersja medium: $n \leq 6, m \leq 10^{18}, r \leq 1000$,
 - Wersja hard: $n, m \leq 30$ bez dodatkowego limitu na r ,
 - Wersja hard2: $n, m \leq 500$ bez dodatkowego limitu na r .
10. (**Z** 2pkt) Złożoność algorytmu wyliczającego n -ty wyraz ciągu, którego kolejne elementy definiowane są liniową kombinacją m wcześniejszych elementów to $O(m^3 \log n)$ zakładając, że używamy naiwnego mnożenia macierzy. Skonstruuj algorytm o złożoności $O(m^2 \log n)$ (lub mniejszej) zastępując mnożenie macierzy mnożeniem wielomianów.

Krzysztof Loryś