KOORDINATNI SISTEM NA PREMICI

ABSOLOUTNA DOLŽINA DALJICE

Daljica AB je zvezna, nepretrgana množica točk premice, ki ležijo **med** točkama A in B (krajiščema). Absolutno dolžino daljice določimo tako, da jo po velikosti primerjamo s poljubno izbrano daljico, ki jo vzamemo za mersko enoto. Daljica meri tri merske enote, če je trikrat tako dolga kot izbrana merska enota. V splošnem je absolutna dolžina daljice določena z razmerjem med velikostjo daljice in velikostjo merske enote. V primeru, da je to razmerje racionalno število (ulomek), pravimo da sta daljici soizmerljivi, če pa je razmerje iracionalno število (neskončno neperiodično decimalno število), pravimo, da sta nesoizmerljivi (npr. stranica in diagonala kvadrata, polmer in obseg kroga,...). Absolutno dolžino daljice s krajiščema A in B bomo označevali z $|AB|$.

Pomni! Absolutna dolžina daljice je nenegativno realno število.

DOLŽINA USMERJENE DALJICE

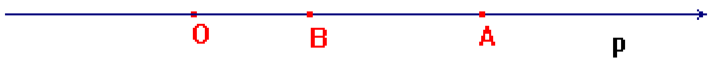
Imejmo usmerjeno premico p, to je premico, na kateri izberemo enega od dveh smislov za pozitivnega (tega navadno označimo s puščico), točko O na njej (izhodišče) in enotsko daljico e oz. daljico, ki jo določimo za mersko enoto.

Na premici izberimo dve točki A in B. Imenujemo **usmerjena daljica** množico točk med A in B, upoštevanih v smislu, ki gre **iz** A **proti** B. Usmerjeno daljico pišemo $\overrightarrow{AB}$, točki A pravimo izhodišče, točki B pa krajišče daljice. Daljici $\overrightarrow{AB}$ in $\overrightarrow{BA}$ sta torej nasprotno usmerjeni.

$\overline{AB}$ je **dolžina usmerjene daljice** $\overrightarrow{AB}$ glede na enotsko daljico e in velja:

$$\overline{AB} = \begin{cases} |AB| & \text{, če je } \overrightarrow{AB} \text{ enako usmerjena kot premica} \\ -|AB| & \text{, če je } \overrightarrow{AB} \text{ nasprotno usmerjena kot premica} \end{cases}$$

Na spodnji sliki je zato dolžina daljice $\overrightarrow{AB}$ negativna, medtem ko je dolžina daljice $\overrightarrow{BA}$ pozitivna.



Pomni! Dolžina usmerjene daljice je realno število.

KOORDINATNI SISTEM NA PREMICI

Imejmo usmerjeno premico, na njej izhodišče in enotsko daljico. Na premici izberimo poljubno točko T. Imenujemo **abscisa** točke T dolžino usmerjene daljice $\overrightarrow{OT}$.

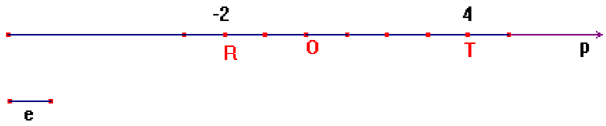
Iz definicije dolžine usmerjene daljice sledi, da če leži točka T na pozitivnem poltraku premice, bo njena abscisa požitivna (v tem primeru je namreč daljica $\overrightarrow{OT}$ enako usmerjena kot premica), če pa točka T leži na negativnem poltraku premice, bo njena abscisa negativna (v tem primeru je namreč daljica $\overrightarrow{OT}$ nasprotno usmerjena kot premica).

Abscisa točke T je nazadnje enaka nič, če se točka ujema z izhodiščem.

Na tak način pripišemo vsaki točki T na premici realno število x_T. Velja pa tudi obratno: vsakemu realnemu številu x ustreza točno določena točka $T(x)$ na premici.
Pravimo, da smo na premico vpeljali **koordinatni sistem**.

Primer:

Na sosednji sliki sta prikazani točki $T(4)$ in $R(-2)$.



Kako izračunamo dolžino usmerjene daljice, če sta znani abscisi njenih krajišč?
Imejmo usmerjeno daljico AB, kjer sta abscisi x_A oz. x_B. Dokaže se, da je

$$\boxed{\overline{AB} = x_B - x_A}$$

Razpolovišče daljice
Imejmo daljico s krajiščema $A(x_A)$ in $B(x_B)$. Dokaže se, da je abscisa razpolovišča M daljice AB:

$$\boxed{x_M = \frac{x_A + x_B}{2}}$$

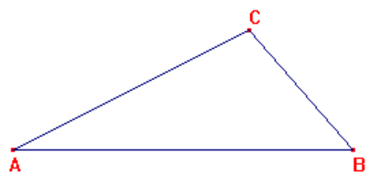
RAZDALJA DVEH TOČK

Če sta dani dve točki A in B v prostoru, je, glede na izbrano mersko enoto, razdalja med tema dvema točkama dolžina najkrajše spojnice teh dveh točk, oz. (absolutna) dolžina daljice AB.

Torej: $\boxed{d(A,B) = |AB|}$

Lastnosti razdalje:

1. nenegativnost: $d(A,B) \geq 0$, kjer je $d(A,B) = 0 \leftrightarrow A = B$
2. vzajemnost: $d(A,B) = d(B,A)$
3. trikotniška neenakost: $d(A,B) \leq d(A,C) + d(C,B)$, kjer velja $d(A,B) = d(A,C) + d(C,B)$, čče leži C na premici skozi A in B.

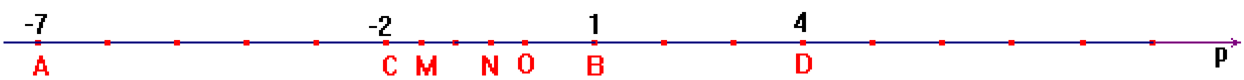


Razdalja točk na premici

Če je na premici vpeljan koordinatni sistem in sta na njej dani dve točki A in B s koordinatama x_A in x_B, lahko razdaljo točk A in B izračunamo z obrazcem:

$$\boxed{d(A,B) = |x_B - x_A|}$$

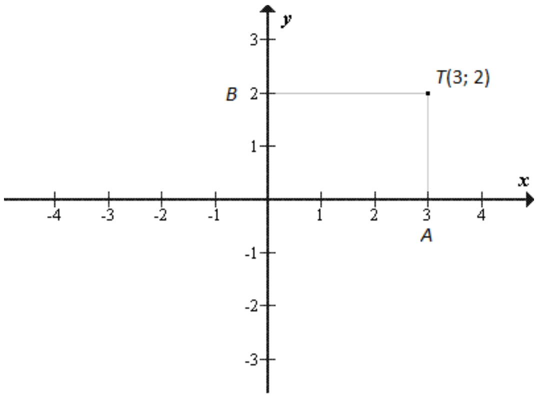
Primer:
Dane so točke $A(-7)$, $B(1)$, $C(-2)$, $D(4)$. Izračunaj razdaljo med središčema daljic AD in BC.



$$x_M = \frac{x_A + x_D}{2} = \frac{(-7)+4}{2} = -\frac{3}{2} \qquad x_N = \frac{x_B + x_C}{2} = \frac{1+(-2)}{2} = -\frac{1}{2}$$

$$d(M,N) = |x_N - x_M| = \left|-\frac{1}{2} - \left(-\frac{3}{2}\right)\right| = \left|-\frac{1}{2} + \frac{3}{2}\right| = |1| = 1$$

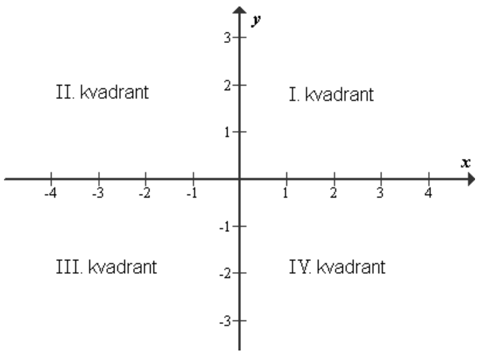
KOORDINATNI SISTEM V RAVNINI

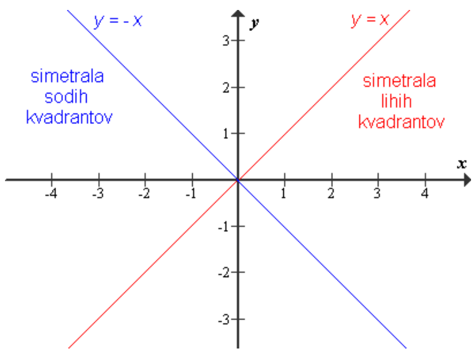


Dve med sabo pravokotni usmerjeni premici, na katerih je izbrana ista merska enota, predstavljata monometrični pravokotni koordinatni sistem ali **kartezični koordinatni sistem**. Premici se imenujeta koordinatni osi (vodoravno premico imenujemo abscisna os, navpično pa ordinatna os), njuno sečišče pa izhodišče koordinatnega sistema. Koordinatni sistem omogoča, da lahko vsaki točki T ravnine priredimo natanko določeno urejeno dvojico števil, ki jima pravimo kartezični koordinati točke: prvo koordinato imenujemo abscisa točke (predstavlja dolžino usmerjene daljice $\overrightarrow{OA}$, kjer je točka A pravokotna projekcija točke T na abscisno os), drugo pa ordinata točke (predstavlja dolžino usmerjene daljice $\overrightarrow{OB}$, kjer je točka B pravokotna projekcija točke T na ordinatno os). Velja tudi obratno, in sicer, da vsaka urejena dvojica realnih števil predstavlja natanko določeno točko ravnine. Sledi:

$$\boxed{T \in \Pi \xleftrightarrow{\text{kartezični koordinatni sistem v ravnini}} (x_T; y_T) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}}$$

- Vse točke, ki ležijo na abscisni osi, imajo ordinato enako nič, zato je enačba abscisne osi $y = 0$;
- vse točke, ki ležijo na ordinatni osi, imajo absciso enako nič, zato je enačba ordinatne osi $x = 0$;
- koordinatni osi razdelita ravnino na štiri dele, kvadrante;
- simetrala lihih kvadrantov ima enačbo $y = x$, simetrala sodih kvadrantov pa enačbo $y = -x$.





Razpolovišče daljice

Imejmo daljico s krajiščema $A(x_A; y_A)$ in $B(x_B; y_B)$.

Dokaže se, da je razpolovišče $M(x_M; y_M)$ daljice AB točka s koordinatama:

$$\boxed{x_M = \frac{x_A + x_B}{2}} \text{ in } \boxed{y_M = \frac{y_A + y_B}{2}}$$

Težišče trikotnika

Imejmo trikotnik z oglišči $A(x_A; y_A)$, $B(x_B; y_B)$ in $C(x_C; y_C)$.

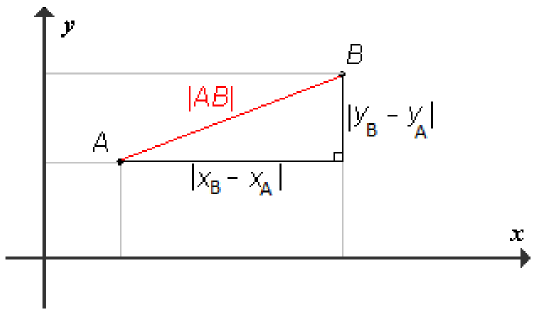
Dokaže se, da je težišče $T(x_T; y_T)$ trikotnika ABC točka s koordinatama:

$$\boxed{x_T = \frac{x_A + x_B + x_C}{3}} \text{ in } \boxed{y_T = \frac{y_A + y_B + y_C}{3}}$$

Razdalja točk v ravnini

V pravokotnem koordinatnem sistemu imamo podani točki $A(x_A; y_A)$ in $B(x_B; y_B)$. Razdalja med njima je ravno hipotenuza pravokotnega trikotnika s katetama dolžin $|x_B - x_A|$ in $|y_B - y_A|$, zato je razdalja med točkama A in B

enaka: $\boxed{d(A,B) = |AB| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}}$



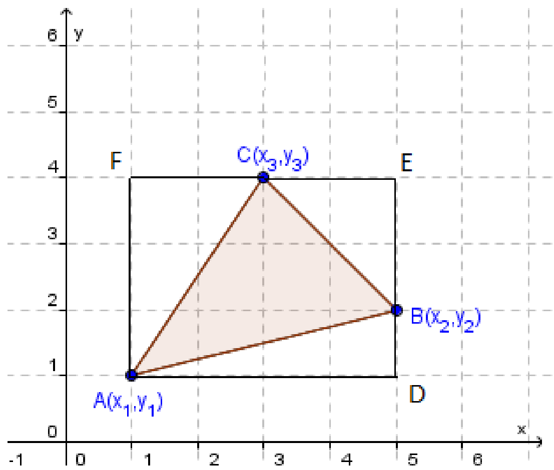
Ploščina in orientacija trikotnika

Ploščino poljubnega trikotnika ABC lahko izračunamo tako, da od ploščine očrtanega pravokotnika odštejemo ploščine pravokotnih trikotnikov:

$$pl_{ABC} = 4\cdot 3 - \frac{4\cdot 1}{2} - \frac{2\cdot 2}{2} - \frac{2\cdot 3}{2} = 12 - 2 - 2 - 3 = 5$$

Do istega rezultata pridemo z obrazcem:

$$\boxed{pl_{ABC} = \frac{1}{2} abs \begin{vmatrix} x_A & y_A & 1 \\ x_B & y_B & 1 \\ x_C & y_C & 1 \end{vmatrix}}$$



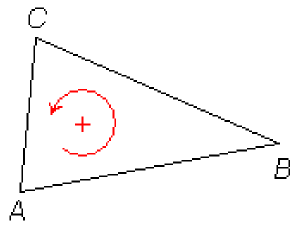
Namreč:

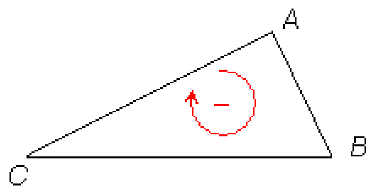
$$pl_{ABC} = \frac{1}{2} abs \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 5 & 2 & 1 \\ 3 & 4 & 1 \end{vmatrix} = \frac{1}{2} abs\left[(2+3+20) - (6+4+5)\right] = \frac{1}{2}|25 - 15| = 5$$

POZOR!

V zgornji formuli nastopa absolutna vrednost, ker mora biti ploščina vedno nenegativno število. Če bi absolutno vrednost izpustili, bi bil rezultat lahko pozitiven ali negativen - glede na razporeditev oglišč trikotnika.

Če si oglišča sledijo v obratni smeri urinih kazalcev, pravimo, da ima trikotnik pozitivno orientacijo, če pa si sledijo v smeri urinih kazalcev, pravimo, da ima trikotnik negativno orientacijo.

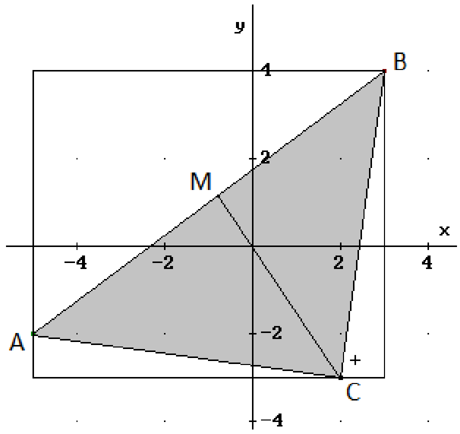




VAJA

Preveri, da je trikotnik ABC z oglišči $A(-5;-2)$, $B(3;4)$, $C(2;-3)$ enakokrak pravokoten trikotnik.

Izračunaj njegov obseg in njegovo ploščino.



$$|AB| = \sqrt{(3+5)^2 + (4+2)^2} = \sqrt{64+36} = \sqrt{100} = 10$$

$$|AC| = \sqrt{(2+5)^2 + (-3+2)^2} = \sqrt{49+1} = \sqrt{50} = \sqrt{2 \cdot 25} = 5\sqrt{2}$$

$$|BC| = \sqrt{(2-3)^2 + (-3-4)^2} = \sqrt{1+49} = \sqrt{50} = \sqrt{2 \cdot 25} = 5\sqrt{2}$$

- Trikotnik je enakokrak (AB je njegova osnovnica).
- Trikotnik je pravokoten, čče v njem velja Pitagorov izrek, zato:

  $$10^2 \overset{?}{=} \left(\sqrt{50}\right)^2 + \left(\sqrt{50}\right)^2$$

  $$100 \overset{?}{=} 50+50 \quad \Rightarrow \quad \text{DA} \quad \Rightarrow \quad \text{trikotnik je pravokoten}$$

- $obs_{ABC} = 10 + 2 \cdot 5\sqrt{2} = 10 + 10\sqrt{2} = 10\left(1+\sqrt{2}\right)$
- Ploščino trikotnika lahko izračunamo na več načinov
  1. Ker je trikotnik pravokoten, sta njegovi kateti osnovnica in višina:

     $$pl_{ABC} = \frac{\sqrt{50} \cdot \sqrt{50}}{2} = \frac{50}{2} = 25$$

  2. Ker je trikotnik enakokrak, je težiščnica CM njegova višina (na osnovnico AB):

     $$M\left(\frac{-5+3}{2}; \frac{-2+4}{2}\right) = (-1;1)$$

     $$|CM| = \sqrt{(-1-2)^2 + (1+3)^2} = \sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5$$

     $$pl_{ABC} = \frac{|AB| \cdot |CM|}{2} = \frac{10 \cdot 5}{2} = \frac{50}{2} = 25$$

  3. S pomočjo očrtanega pravokotnika:

     $$pl_{ABC} = 8 \cdot 7 - \frac{1 \cdot 7}{2} - \frac{8 \cdot 6}{2} - \frac{7 \cdot 1}{2} = 56 - \frac{7}{2} - 24 - \frac{7}{2} = 25$$

  4. Z obrazcem:

     $$pl_{ABC} = \frac{1}{2} abs \begin{vmatrix} -5 & -2 & 1 \\ 3 & 4 & 1 \\ 2 & -3 & 1 \end{vmatrix} = \frac{1}{2} abs\left[(-20-4-9) - (8-6+15)\right] = \frac{1}{2}|-33-17| = 25$$

PREMICA V RAVNINI

Iz geometrije vemo, da poteka skozi dve točki natanko ena premica. Njeno enačbo lahko dobimo npr, tako, da zahtevamo, da je splošna (in gibljiva!) točka $T(x;y)$ ravnine kolinearna z dvema danima točkama $A(x_A;y_A)$ in $B(x_B;y_B)$ oziroma, da je ploščina trikotnika ABT enaka nič.

Primer:

Napišimo enačbo premice skozi točki $A(-5;-2)$ in $B(1;1)$.

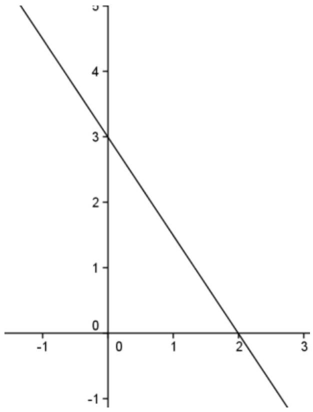
$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -5 & -2 & 1 \\ x & y & 1 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow -2-5y+x-(-2x-5+y)=0 \Rightarrow 3x-6y+3=0 \Rightarrow x-2y+1=0$$

Sledi, da lahko vsako premico zapišemo z enačbo $ax+by+c=0$. Dokaže se tudi obratno oz. da predstavlja vsaka enačba oblike $ax+by+c=0$ v koordinatni ravnini premico.

Enačbo $\boxed{ax+by+c=0}$ imenujemo **implicitna** enačba premice.

Kako premico narišemo?
Dovolj je, da izračunamo koordinati dveh njenih točk.

Pri tem navadno izberemo vrednost x (neodvisna spremenljivka) in izračunamo odgovarjajočo vrednost y (odvisna spremenljivka)...	Primer: $3x+2y-6=0 \Rightarrow y=-\frac{3}{2}x+3$ x | y: **0** | 3; **1** | 3/2
... ali pa ugotovimo, v katerih točkah seče premica koordinatni osi. Ta način je uporaben samo, ko je enačba v implicitni obliki "popolna".	x | y: **0** | 3; 2 | **0**



Kako ugotovimo, če dana točka leži na dani premici?
Točka leži na premici, čče njeni koordinati ustrezata enačbi premice (**POGOJ PRIPADNOSTI**).
Primer:

1. Preveri, če leži točka $T\left(\frac{3}{2};\frac{7}{5}\right)$ na premici $3x+2y-6=0$.

   $3\cdot\frac{3}{2}+2\cdot\frac{7}{5}-6\overset{?}{=}0 \Rightarrow \frac{9}{2}+\frac{14}{5}-6\overset{?}{=}0 \Rightarrow \frac{45+28-60}{10}\neq 0 \Rightarrow$ točka ne leži na dani premici.
2. Za katero vrednost parametra k leži točka $T(2k-4;k+3)$ na premici $2x-3y+1=0$?

   Mora biti: $2(2k-4)-3(k+3)+1=0 \Rightarrow 4k-8-3k-9+1=0 \Rightarrow k=16$

Posebni primeri premic:

- $c=0 \Rightarrow ax+by=0$: premica gre skozi izhodišče koordinatnega sistema;
- $a=0 \Rightarrow by+c=0 \Rightarrow y=-\frac{c}{b} \Rightarrow y=konst$: premica je vzporedna abscisni osi;
- $a=c=0 \Rightarrow by=0 \Rightarrow y=0$: premica je abscisna os;
- $b=0 \Rightarrow ax+c=0 \Rightarrow x=-\frac{c}{a} \Rightarrow x=konst$: premica je vzporedna ordinatni osi;
- $b=c=0 \Rightarrow ax=0 \Rightarrow x=0$: premica je ordinatna os.

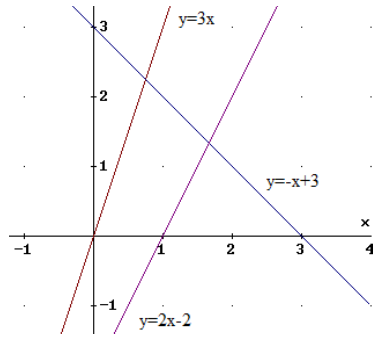
Eksplicitna enačba premice

Eksplicitna enačba premice ima obliko $\boxed{y = mx + q}$.
V taki enačbi je spremenljivka *y* izražena v odvisnosti, v funkciji spremenljivke *x*. Enačba $y = mx + q$ predstavlja namreč linearno funkcijo[1]. Pravimo zato, da je premica graf linearne funkcije v koordinatni ravnini.
Pozor! Z eksplicitno enačbo nikakor ne moremo prikazati navpičnih premic, saj ima njihova enačba obliko $x = konst$.
Z izjemo navpičnih premic lahko vsako premico v implicitni obliki zapišemo v eksplicitno obliko.

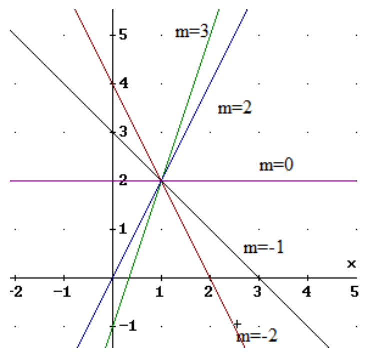
Primer: $3x + 2y - 6 = 0 \quad \Rightarrow \quad y = -\frac{3}{2}x + 3$

Pomen parametrov *m* in *q*

- Parameter *q* predstavlja ordinato sečišča premice z ordinatno osjo. Imenujemo ga odsek na ordinatni osi, ali tudi **začetna vrednost** premice. Premice s pozitivnim *q* sečejo ordinatno os nad izhodiščem, premice z negativnim *q* jo sečejo pod izhodiščem, premice pa, pri katerih je $q = 0$, gredo skozi izhodišče.



- Parameter *m* predstavlja strmino premice (večji je $|m|$, bolj je premica strma). Če je *m* pozitiven, gre premica iz leve proti desni navzgor (narašča); če je negativen, gre navzdol (pada); če je enak nič, pa je premica vzporedna z abscisno osjo. Parametru *m* pravimo **smerni** ali **naklonski koeficient premice**.



Vzporedne in pravokotne premice

Premici *r* in *s* sta vzporedni, čče imata isto strmino oziroma isti smerni koeficient.
Dokaže se, da sta premici *r* in *s* pravokotni, čče je produkt njunih smernih koeficientov enak -1 oz. čče imata premici nasprotnoobraten smerni koeficient.

$$\boxed{r \parallel s \leftrightarrow m_r = m_s}$$
$$\boxed{r \perp s \leftrightarrow m_r \cdot m_s = -1}$$

Primer:
Napiši enačbo premice, ki poteka skozi točko $T(-1;3)$ in je pravokotna na premico $2x + 3y - 1 = 0$.

---

[1] Funkcija iz množice *A* v množico *B* je predpis, ki vsakemu elementu *x* množice *A* priredi natanko določen element *y* množice *B*. Pri analitičnih funkcijah oz. funkcijah, katerih predpis je podan z enačbo, predstavlja definicijsko območje funkcije najširšo množico realnih števil, v kateri je mogoče izvršiti operacije, ki jih predvideva enačba funkcije. Graf funkcije pa je množica urejenih dvojic realnih števil, kjer je prva komponenta *x* prosto izbrana v mejah definicijskega območja funkcije, druga komponenta *y* pa izračunana s pomočjo enačbe, ki predstavlja funkcijo.

- Izračunajmo najprej smerni koeficient dane premice: $2x+3y-1=0 \;\Rightarrow\; y=-\frac{2}{3}x+\frac{1}{3} \;\Rightarrow\; m=-\frac{2}{3}$
- smerni koeficient nanjo pravokotne premice je: $-\frac{2}{3}\cdot m_1=-1 \;\Rightarrow\; m_1=+\frac{3}{2}$
- izkoristimo še pogoj pripadnosti točke $T(-1;3)$ premici

  $y=+\frac{3}{2}x+q \;\Rightarrow\; 3=+\frac{3}{2}(-1)+q \;\Rightarrow\; q=3+\frac{3}{2}=\frac{9}{2}$
- iskana premica ima enačbo: $y=\frac{3}{2}x+\frac{9}{2}$

Šopi in snopi premic

Družino premic, ki potekajo skozi isto točko *T*, imenujemo šop (*fascio proprio di rette*), družino med sabo vzporednih premic pa snop (*fascio improprio di rette*).
Enačba snopa: $\boxed{y=\bar{m}x+q\,,\ q\in\mathbb{R}}$, kjer je $\bar{m}$ smerni koeficient vseh premic snopa.
Enačba šopa: $\boxed{y-y_T=m(x-x_T)\vee\ x=x_T\,,\ q\in\mathbb{R}}$, kjer je točka $T(x_T;y_T)$ skupna točka vseh premic šopa.

Primer:
Napiši enačbo premice, ki poteka skozi točko $T(-1;3)$ in je pravokotna na premico $2x+3y-1=0$.

- s pomočjo enačbe šopa: $2x+3y-1=0 \;\Rightarrow\; y=-\frac{2}{3}x+\frac{1}{3} \;\Rightarrow\; m=-\frac{2}{3} \;\Rightarrow\; m_1=+\frac{3}{2}$

  $y-3=\frac{3}{2}(x+1) \;\Rightarrow\; y=\frac{3}{2}x+\frac{9}{2}$
- s pomočjo enačbe snopa: $y=\frac{3}{2}x+q \xrightarrow{PP} 3=+\frac{3}{2}(-1)+q \;\Rightarrow\; q=3+\frac{3}{2}=\frac{9}{2} \;\Rightarrow\; y=\frac{3}{2}x+\frac{9}{2}$

Enačba premice skozi dve dani točki

1. Točki imata isto absciso ⇨ premica je navpična: $x=x_A\,(=x_B)$;
2. točki imata isto ordinato ⇨ premica je vodoravna: $y=y_A\,(=y_B)$;
3. točki imata različni abscisi in različni ordinati: izkoristimo pogoj pripadnosti dveh točk premici $y=mx+q$ ter izračunamo parametra *m* in *q*...

   ... ali uporabimo obrazec $\boxed{\frac{y-y_A}{y_B-y_A}=\frac{x-x_A}{x_B-x_A}}$, ki ga izpeljemo s pomočjo pogoja pripadnosti točk $A(x_A;y_A)$ in $B(x_B;y_B)$ premici $y=mx+q$.

   Če ta obrazec napišemo v eksplicitno obliko, dobimo za smerni koeficient premice skozi točki *A* in *B* sledečo formulo: $\boxed{m_{r_{AB}}=\frac{y_B-y_A}{x_B-x_A}=\frac{\Delta y}{\Delta x}}$.

Primer:
Napiši enačbo premice skozi točki $A(-1;3)$ in $B(1;-2)$.

- z dvakrat uporabljenim pogojem pripadnosti:

  $\begin{cases}3=m\cdot(-1)+q\\-2=m\cdot1+q\end{cases} \;\Rightarrow\; \dots \;\Rightarrow\; \begin{cases}m=-5/2\\q=1/2\end{cases} \;\Rightarrow\; y=-\frac{5}{2}x+\frac{1}{2}$

- z obrazcem: $\frac{y-3}{-2-3}=\frac{x+1}{1+1} \Rightarrow 2(y-3)=-5(x+1) \Rightarrow 5x+2y-1=0$

Medsebojna lega dveh premic v ravnini

Premici imata lahko v ravnini:

1. **eno samo skupno točko** (se sečeta): skupna točka - **sečišče** pripada tako eni kot drugi premici, zato morata njeni koordinati hkrati ustrezati enačbama obeh premic. Urejena dvojica $(x;y)$, ki hkrati uresničuje dve linearni enačbi z dvema neznankama, predstavlja rešitev **sistema** tistih dveh enačb.
2. **nobeno skupno točko** (sta vzporedni in različni): če sečišče premic ne obstaja, pomeni, da je sistem linearnih enačb **nemogoč**;
3. **vse točke skupne** (sta vzporedni in enaki oziroma se pokrivata): če imata premici neskončno mnogo sečišč, pomeni, da je sistem linearnih enačb **nedoločen**.

Primer:
Določi medsebojno lego premic $5x+2y-1=0$ in $x-y+1=0$.

$$\begin{cases} 5x+2y-1=0 \\ x-y+1=0 \end{cases} \Rightarrow \ldots \Rightarrow \begin{cases} x=-1/7 \\ y=6/7 \end{cases} \Rightarrow S\left(-\frac{1}{7};\frac{6}{7}\right)$$

Razdalja točke do premice

Primer: izračunaj razdaljo od točke $T(-1;3)$ do premice *p*: $x-2y+1=0$.

Vajo lahko rešimo na dva načina:

- izračunamo razdaljo med točko in njeno pravokotno projekcijo na dano premico po sledečih korakih:
  - ✓ napišemo enačbo pravokotnice *r* iz točke *T* na premico *p*:

    $$m_p=\frac{1}{2} \Rightarrow m_r=-2$$

    $$y-3=-2(x+1) \Rightarrow y=-2x+1$$

  - ✓ izračunamo pravokotno projekcijo točke *T* na premico *p* oziroma sečišče *H* premice *p* in pravokotnice *r* nanjo:

    $$\begin{cases} x-2y+1=0 \\ y=-2x+1 \end{cases} \Rightarrow \ldots \Rightarrow \begin{cases} x=1/5 \\ y=3/5 \end{cases} \Rightarrow H\left(\frac{1}{5};\frac{3}{5}\right)$$

  - ✓ Izračunamo razdaljo med točkama *T* in *H*:

    $$|TH|=\sqrt{\left(-1-\frac{1}{5}\right)^2+\left(3-\frac{3}{5}\right)^2}=\sqrt{\frac{36}{25}+\frac{144}{25}}=\frac{\sqrt{180}}{5}=\frac{6}{5}\sqrt{5}$$

- uporabimo obrazec $\boxed{d(T,p)=\frac{|ax_T+by_T+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}}$: $d(T,p)=\frac{|1\cdot(-1)-2\cdot 3+1|}{\sqrt{1^2+(-2)^2}}=\frac{6}{\sqrt{5}}\cdot\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}}=\frac{6}{5}\sqrt{5}$

Geometrična mesta

Geometrično mesto je množica točk v ravnini (ali v prostoru), ki ustrezajo natanko določenemu pogoju. Krožnica je npr. geometrično mesto točk ravnine, ki so za *r* (polmer) oddaljene od določene točke *S* (središča).

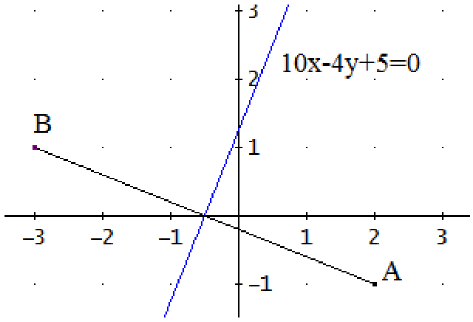
✓ **<u>Os ali simetrala daljice</u>** je pravokotnica v razpolovišču daljice. Vsaka točka, ki leži na osi daljice, ima enako razdaljo od krajišč daljice in obratno vsaka točka, ki ima enako razdaljo od krajišč daljice, mora ležati na osi tiste daljice. Lahko torej rečemo, da je os daljice geometrično mesto mesto točk ravnine, ki imajo enako razdaljo od krajišč daljice.

Predstavljajmo si, da se <u>gibljiva</u> točka $T(x;y)$ pomika po osi daljice *AB*:

$$\boxed{T(x;y)\in \text{ osi } \leftrightarrow |AT|=|TB| \ \leftrightarrow d(A,T)=d(B,T)}$$

<u>Primer</u>:

Napiši enačbo osi daljice *AB*, kjer $A(2;-1)$ in $B(-3;1)$.



$$T(x;y)\in \text{ osi } \leftrightarrow \sqrt{(2-x)^2+(-1-y)^2}=\sqrt{(-3-x)^2+(1-y)^2}$$

Če razvijemo napisano enačbo, dobimo enačbo osi daljice *AB*:

$$4-4x+\cancel{x^2}+\cancel{1}+2y+\cancel{y^2}=9+6x+\cancel{x^2}+\cancel{1}-2y+\cancel{y^2}$$

$$10x-4y+5=0$$

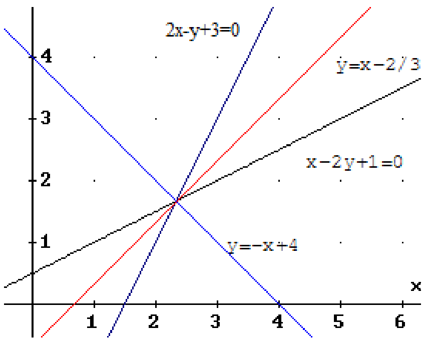
✓ **<u>Kotna razpolovnica</u>** je premica, ki razpolavlja kot. Vsaka točka, ki leži na razpolovnici nekega kota, ima enako razdaljo od krakov tistega kota in obratno vsaka točka, ki ima enako razdaljo od krakov nekega kota, mora ležati na razpolovnici tistega kota. Lahko torej rečemo, da je kotna razpolovnica geometrično mesto mesto točk ravnine, ki imajo enako razdaljo od krakov kota.

V primeru, da kot (kota) oklepata dve sekajoči se premici, sta razpolovnici kota med njima dve in sta med sabo pravokotni (iz geometrije vemo, da sta razpolovnici dveh sokotov med sabo pravokotni).

Predstavljajmo si, da se <u>gibljiva</u> točka $T(x;y)$ pomika po eni izmed razpolovnic kotov, ki ju oklepata premici *r* in *s*: $\boxed{T(x;y)\in \text{ razpolovnici kota } \leftrightarrow d(T,r)=d(T,s)}$

<u>Primer</u>:

Napiši enačbo razpolovnic kotov med premicama $r:\ x-2y+1=0$ in $s:\ 2x-y-3=0$.



$$T(x;y)\in \text{ razpolovnici kota } \leftrightarrow \frac{|x-2y+1|}{\sqrt{1^2+(-2)^2}}=\frac{|2x-y-3|}{\sqrt{2^2+(-1)^2}}$$

Če razvijemo napisano enačbo, dobimo enačbo kotnih razpolovnic:

$$\frac{|x-2y+1|}{\sqrt{5}}=\frac{|2x-y-3|}{\sqrt{5}} \quad \Rightarrow \quad |x-2y+1|=|2x-y-3|$$

Dva izraza imata enako absolutno vrednost, če sta enaka ali pa nasprotna.

- ✓ izraza sta enaka:

  $$x-2y+1=2x-y-3 \ \Rightarrow \ x+y-4=0 \ \Rightarrow \ y=-x+4$$

- ✓ izraza sta nasprotna:

  $$x-2y+1=-(2x-y-3) \ \Rightarrow \ x-2y+1=-2x+y+3 \ \Rightarrow \ 3x-3y-2=0 \ \Rightarrow \ y=x-\frac{2}{3}$$

Dobljeni kotni razpolovnici sta druga na drugo pravokotni.