

Predstavitev celih števil in aritmetika

Laboratorijska vaja 1

Arhitektura računalniških sistemov

Cela števila

- n-bitno število
 - za zapis števila uporabljamo n bitov (npr. 8,16, 32 itd.)
- Nepredznačena števila
 - zapis (format) se uporablja za predstavitev pozitivnih celih števil in ničle
- Predznačena števila
 - zapis se uporablja za predstavitev negativnih in pozitivnih celih števil in ničle

Nepredznačena števila

- n -bitno nepredznačeno število lahko predstavi števila od 0 do $2^n - 1$
 - obseg števil znaša $[0, 2^n - 1]$
 - $0_{(10)} = 0000 \dots 0_{(2)}$ same ničle predstavljajo najmanjše število 0
 - $2^n - 1_{(10)} = 1111 \dots 1_{(2)}$ same enice predstavljajo največje število $2^n - 1$
- Pretvorba iz/v dvojiški sistem je enaka pretvorbi celega dela števila pri fiksni vejici

$149_{(10)} \xrightarrow{8.n.} 128 + 16 + 4 + 1 = \overset{7}{1} \overset{6}{0} \overset{5}{0} \overset{4}{1} \overset{3}{0} \overset{2}{1} \overset{1}{0} \overset{0}{1}_{(2)} \xrightarrow{8.n. \rightarrow 8 \text{ bitni nepredznačeni}} 95_{(16)}$

$74_{(16)} = \overset{7}{0} \overset{6}{1} \overset{5}{1} \overset{4}{1} \overset{3}{0} \overset{2}{1} \overset{1}{0} \overset{0}{0}_{(2)} \xrightarrow{8.n.} 2^6 + 2^5 + 2^4 + 2^2 = 116_{(10)}$

Zapisi predznačenih števil – Zapis z dvojiškim komplementom

- Najbolj uporabljan zapis predznačenih celih števil
- pri pretvarjanju v desetiški sistem se seštevek, ki ustreza najvišjem bitu, vzame kot negativen
- pri pretvarjanju v dvojiški sistem:
 - če je število pozitivno -> pretvorba kot nepredznačeno število
 - če je število negativno:
 - pretvorimo absolutno vrednost števila kot nepredznačeno število
 - invertiramo dobljene bite in nato prištejemo ena
- Obseg: -2^{n-1} do $2^{n-1}-1$

Predznačena števila - dvojiški komplement (dk)

$$7C_{(16)} = 0111\ 1100_{(2)} \stackrel{8dk}{=} 0 \cdot (-2^7) + 2^6 + 2^5 + 2^4 + 2^3 + 2^2 = 124_{(10)}$$

$$F5_{(16)} = 1111\ 0101_{(2)} \stackrel{8dk}{=} -2^7 + 2^6 + 2^5 + 2^4 + 2^2 + 1 = -11_{(10)}$$

$$110_{(10)} \stackrel{8dk}{=} 2^6 + 2^5 + 2^3 + 2^2 + 2^1 = \underline{0} \underline{1} \underline{1} \underline{0} \underline{1} \underline{1} \underline{1} \underline{0}_{(2)} = 6E_{(16)}$$

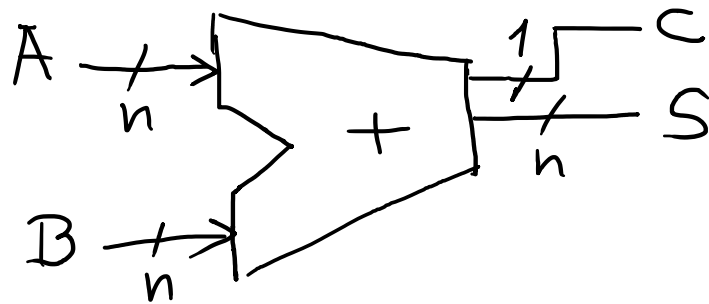
$$-24_{(10)} \xrightarrow{8dk} | -24 | = 24 = 16 + 8 = \underline{0} \underline{0} \underline{0} \underline{1} \underline{1} \underline{0} \underline{0} \underline{0}$$

INVERTIRANJE
BITOV (0 → 1, 1 → 0)

$$\begin{array}{r} \sim 0001\ 1000 \leftarrow 16 \\ + \quad 1110\ 0111 \\ \hline 1110\ 1000_{(2)} \\ = E8_{(16)} \end{array}$$

Celoštevilčna aritmetika

- Štiri osnovne operacije: seštevanje, odštevanje, množenje in deljenje
- Posebna vezja: seštevalniki, odštevalniki, množilniki in delilniki
 - seštevalniki/odštevalniki so vgrajeni v aritmetično-logične enote (ALE)
- Pri seštevanju imajo vhodna operanda in rezultat fiksno dolžino (število bitov)
 - pri takšnem seštevanju lahko pride do napake, ko je rezultat seštevanja izven obsega



Vhod : n-bitna operanda A in B
Izhod: n-bitna vsota S
izhodni prenos C

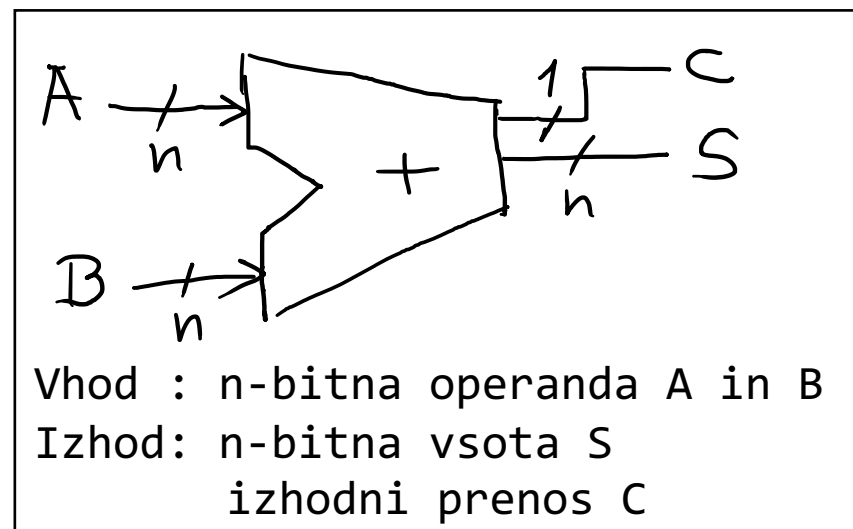
Za radovedne:

Celoštevilčna aritmetika je enostavnejša in porablja manj energije v primerjavi z aritmetiko v plavajoči vejici, zato je zelo priljubljena pri digitalni obdelavi signalov, grafiki, strojnem učenju* itd.

Prenos/preliv pri seštevanju

- Pri seštevanju nepredznačenih števil:
 - opazujemo samo izhodni prenos C
 - 1 pomeni, da rezultat ni pravilen
- Pri seštevanju predznačenih števil ('overflow')
 - Dvojiški komplement

Vhod A	Vhod B	Vsota S	Pravilnost	Preliv V
pozitiven	pozitiven	pozitiven	pravilen	0
pozitiven	pozitiven	negativen	ni pravilen	1
negativen	negativen	negativen	pravilen	0
negativen	negativen	pozitiven	ni pravilen	1
pozitiven	negativen	Negativen ali pozitiven	pravilen	0
Negativen	pozitiven	Negativen ali pozitiven	pravilen	0



Prenos pri seštevanju nepredznačenih števil

- Seštevanje 8-bitnih nepredznačenih števil

$23_{(10)}$ in $105_{(10)}$

$$\begin{array}{r} 0001\ 0111 \\ + 0110\ 1001 \\ \hline \boxed{C=0} \ 1\ 000\ 0000 \end{array}$$

→ REZULTAT
PRAVILEN

$240_{(10)}$ in $25_{(10)}$

$$\begin{array}{r} 1111\ 0000 \\ + 0001\ 1001 \\ \hline \boxed{C=1} \ 0000\ 1001 \end{array}$$

→ REZULTAT
NI PRAVILEN

$113_{(10)}$ in $100_{(10)}$

Brez opazovanja prenosa C
ugotovite, ali je vsota izven obsega.

Preliv pri seštevanju predznačenih števil

- Seštevanje 8-bitnih predznačenih števil v dvojiškem komplementu

$23_{(10)}$ in $105_{(10)}$

$$\begin{array}{r} 00010111 \text{ (A)} \\ + 01101001 \text{ (B)} \\ \hline C=0 \quad 10000000 \text{ (S)} \end{array}$$

$MSB(A)=0 \rightarrow A \geq 0$
 $MSB(B)=0 \rightarrow B \geq 0$
 $MSB(C)=1 \rightarrow S < 0$

$\left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \Rightarrow V=1$
REZ.
NI
PRAVILN

MSB – most significant bit
ali najbolj pomemben bit
(skrajnje levi)

$-103_{(10)}$ in $25_{(10)}$

$$\begin{array}{r} 10011001 \text{ (A)} \\ + 00011001 \text{ (B)} \\ \hline C=\emptyset \quad 10110010 \end{array}$$

$MSB(A)=1 \rightarrow A < 0$
 $MSB(B)=0 \rightarrow B \geq 0$
 $MSB(C)=1 \rightarrow C < 0$

$\left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \Rightarrow V=\emptyset$

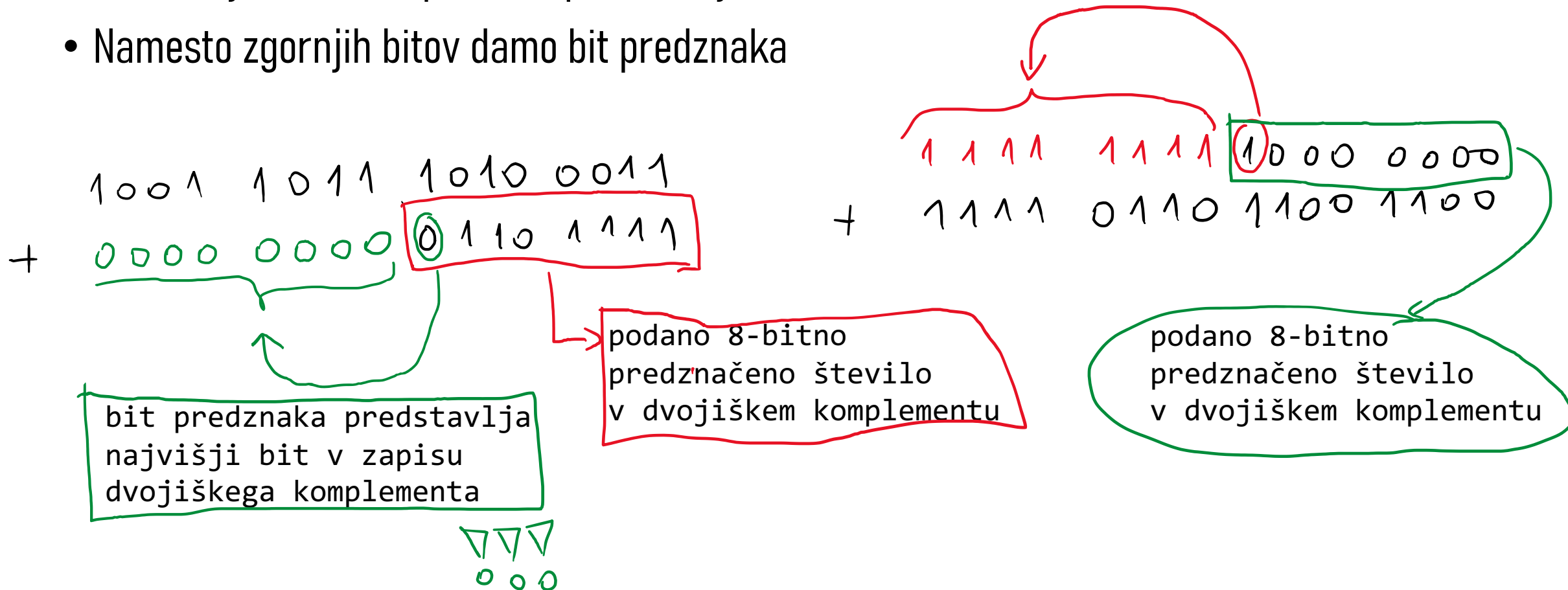
REZULTAT
JE PRAVILN

$-113_{(10)}$ in $-100_{(10)}$

Brez opazovanja znakov seštevancev
in vsote ugotovite ali pride do preliva?

Razširitev predznaka v dvojiškem komplementu

- V situacijah, ko sta operanda predstavljena z različnim številom bitom
- Namesto zgornjih bitov damo bit predznaka



Naloge

- Seštejte naslednja števila:
 - 0x04A3 in 0xFA (nepredznačeno)
 - 0xFF13 in 0xF3 (predznačeno)
- Ostale naloge:
 - Kviz: [Predznačeno in nepredznačeno seštevanje](#)

Priloga: Dvojiški in šestnajstiški sistem

Pretvorba števila 39,75 - šolski način

$$39 : 2 = 19 (1)$$

$$19 : 2 = 9 (1)$$

$$9 : 2 = 4 (1)$$

$$4 : 2 = 2 (0)$$

$$2 : 2 = 1 (0)$$

$$1 : 2 = \underline{\underline{0}} (1)$$

$$0,75 \cdot 2 = 1,5 = 0,5 + \textcircled{1}$$

$$0,5 \cdot 2 = \underline{\underline{0}} + \textcircled{1}$$

$$39,75_{(10)} = 100111,11_{(2)}$$

Pretvorba števila 39,75 – hitri način

Finta: Izkoristiti potence števila 2 !!!!

$$39 = 32 + 7 = 32 + 4 + 2 + 1 = 2^5 + 2^2 + 2^1 + 2^0$$

INDEXSI → 5 4 3 2 1 0
BITOV

$$0,75 = 0,5 + 0,25 = 2^{-1} + 2^{-2}$$

-1 -2
1 1

Pretvorba iz binarnega sistema v desetiški sistem

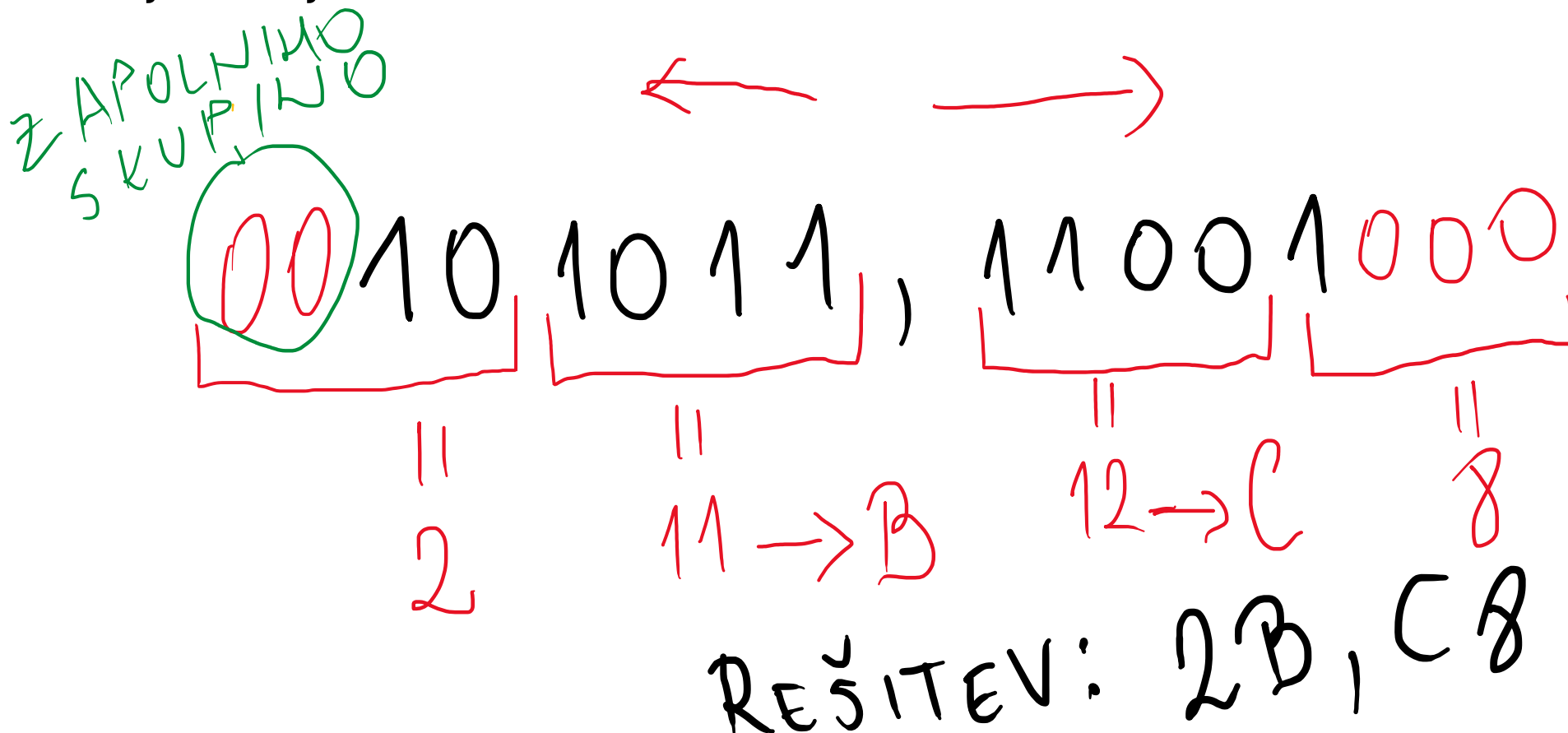
$$\begin{array}{cccccc} 4 & 3 & 2 & 1 & 0 & -1 & -2 & -3 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & , & 1 & 0 & 1 \end{array}_{(2)} = 1 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^0 + 1 \cdot 2^{-1} + 1 \cdot 2^{-3}$$
$$= 25,625_{(10)}$$

Šestnajstiški sistem

- Osnova 16:
 - Cifre: 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,A,B,C,D,E,F
 - A ima vrednost 10, B ima vrednost 11,, F ima vrednost 15
- Pretvorba iz desetiškega v šestnajstiški je podobna kot pretvorba v binarni sistem. Edina razlika je v osnovi
 - Delimo s 16 namesto z 2
 - Množimo s 16 namesto z 2

Pretvorba iz dvojiškega sistema v šestnajstiški

- Finta: določi skupine po 4 bitov in pretvori (pri tem upoštevaj da niti ena od skupin ne zajema vejice)



Pretvorba iz šestnajstiškega sistema v dvojiški

- Finta: Predstavi vsako cifro 16. sistema kot 4 bite dvojiškega sistema.

$$CAF,FE = \underbrace{1100}_{C=12} \underbrace{1010}_{A=10} \underbrace{1111}_{F=15}, \underbrace{1111}_{F=15} \underbrace{1110}_{E=14}$$