

۱- در دستگاه معادلات خطی زیر به سؤالات زیر جواب دهید.

$$\begin{cases} 2x + 2y + 3z = 0 \\ 4x + 8y + 12z = -4 \\ 6x + 2y + \alpha z = 4 \end{cases}$$

الف- مقادیر α که دستگاه سازگار باشد.

ب- مقادیر α که جواب یکتا موجود باشد و جواب را نیز بنویسید.

ج- مقادیر α که بیشمار جواب داشته باشیم و جواب عمومی را نیز بنویسید.

$$\begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 & 0 \\ 4 & 8 & 12 & -4 \\ 6 & 2 & \alpha & 4 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 & 0 \\ 0 & 4 & 6 & -4 \\ 0 & -4 & \alpha - 9 & 4 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 & 0 \\ 0 & 4 & 6 & -4 \\ 0 & 0 & \alpha - 3 & 0 \end{pmatrix}$$

الف- برای تمامی مقادیر α سازگار است.

ب- برای $\alpha \neq 3$ جواب یکتا دارد و جواب

$$z = 0, y = -1, x = 1$$

ج- برای $\alpha = 3$ جوابهای زیادی داریم.

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = z \begin{pmatrix} 0 \\ -3/2 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

۲- برای دو ماتریس A و B با اندازه $m \times n$ اگر $Ax = Bx$ برای هر $x_{n \times 1}$ باشد نشان دهید که $A = B$

است. راهنمایی: اگر x بردار واحد باشد چه رخ می دهد.

$$e_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}, e_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}, \dots, e_i = \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 1 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}$$

مقدار Ae_1 از تعبیر چهارم ضرب ماتریس ها برابر ستون اول ماتریس A است.

$$Ae_1 = A_{*1}, Be_1 = B_{*1} \rightarrow A_{*1} = B_{*1}$$

$$Ae_2 = A_{*2}, Be_2 = B_{*2} \rightarrow A_{*2} = B_{*2}$$

$$Ae_i = A_{*i}, Be_i = B_{*i} \rightarrow A_{*i} = B_{*i}$$

یعنی ستون‌های دو ماتریس با هم برابر هستند و یعنی $A = B$ است.

موفق باشید.