



LINEAR ALGEBRA AND ITS APPLICATIONS

در صورت شباهت نامتعارف در تمرینات به هیچ کس نمره ای تعلق نخواهد گرفت.

ارسال پاسخ تمرینات از طریق کوئرا فقط انجام میگیرد [link](#)

نحوه نام گذاری فایل ارسالی :

LA_2+NAME+NUMBER.pdf

فایل را به صورت **pdf** ارسال بفرمایید

در صورت وجود هر گونه سوالی میتوانید از طریق ایمیل های موجود یا گروه تلگرامی کلاس استفاده کنید

1) شکل کلی یک ماتریس با دو خاصیت متقارن و پاد متقارن بودن را بنویسید.

2) برای ماتریس های وارون پذیر A و B نشان دهید که :

$$A(A+B)^{-1}B = B(A+B)^{-1}A = (A^{-1}+B^{-1})^{-1}$$

○ در سؤالات زیر می خواهیم نشان دهیم اگر ماتریسی وارون راست داشته باشد وارون چپ نیز دارد. در سه

سؤال زیر از خواص وارون ماتریس استفاده نکنید.

3) اگر ماتریس مربعی A وارون راست داشته باشد یعنی $A_{n \times n} B_{n \times n} = I_n$ باشد نشان دهید که ماتریس وارون راست B

دارای رنک n است

راهنمایی: دستگاه معادلات $Bx = 0$ را در نظر بگیرید و تعداد جوابهای این دستگاه را بررسی کنید



4) نشان دهید اگر ماتریس مربعی B دارای رتک کامل باشد در این صورت دارای وارون راست است یعنی ماتریس $C_{n \times n}$ وجود دارد که $BC = 1$ هست

راهنمایی از سوال سوم استفاده کنید.

5) با ترکیب سؤالات 3 و 4 نشان دهید که وارون راست ماتریس مربعی معادل وجود وارون چپ هست

6) با توجه به مفهوم ضرب ماتریسها عبارتهای زیر را توجیه کنید.

A. اگر ستون آخر AB تمام صفر باشد ولی ماتریس B ستون تمام صفری نداشته باشد در مورد ستون های ماتریس A چه میتوان گفت

B. اگر ستون های ماتریس B وابسته خطی باشد در این صورت ستون های AB هم وابسته خطی است

C. اگر دو ستون از ماتریس B برابر باشند در مورد ستون های AB چه می توان گفت ؟

D. اگر ستون سوم ماتریس B مجموع دو ستون اول ماتریس B باشد در مورد ستون سوم ماتریس AB چه می توان گفت.

E. اگر ستون دوم ماتریس B تمام صفر باشد در مورد ستون دوم AB چه میتوان گفت .

F. اگر $CA = I_n$ باشد نشان دهید که معادله همگن $Ax = 0$ تنها یک جواب بدیهی دارد. چرا ستون های A نباید بیشتر از تعداد سطر هاش باشد

G. اگر ماتریس $A_{m \times n}$ موجود باشد و ماتریس های D & C با اندازه $n \times m$ باشد و اگر $CA = I_n$ و $AD = I_m$

باشد در این صورت ثابت کنید که $C = D$ است

H. اگر $AD = I_m$ باشد نشان دهید که برای هر $b_{m \times 1}$ معادله $Ax=b$ یک جواب دارد. توضیح دهید که چرا A نمیتواند

تعداد سطر های بیشتری از ستون هاش داشته باشد

7) اگر ماتریس های A, B, C با اندازه $n \times n$ وارون پذیر باشند نشان دهید که ABC نیز وارون پذیر است

8) وارون ماتریس های زیر را در صورت وجود بیابید

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 3 & 3 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$



$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$$

9) بدون محاسبه وارون ماتریس ستون سوم ماتریس وارون را بیابید

$$A = \begin{pmatrix} 4 & -8 & 5 \\ 4 & -7 & 4 \\ 3 & -4 & 2 \end{pmatrix}$$

10) برای ماتریس های مربعی $B_{n \times n}$ و $A_{n \times n}$ نشان دهید که اگر AB و B وارون پذیر باشد باید ماتریس A نیز وارون پذیر باشد.

11) اگر $A = BC$ باشد که B وارون داشته باشد نشان دهید که هر دنباله از عملیات سطری مقدماتی که B را به I تبدیل کند میتواند A را به C تبدیل کرد.

12) اگر $A_{n \times n}$ ناکتین باشد کدام یک از عبارت زیر درست است.

- A. $A \sim A^{-1}$
- B. $A \sim_{row} A^{-1}$
- C. $A \sim_{col} A^{-1}$
- D. $A \sim I$
- E. $A \sim_{row} I$
- F. $A \sim_{col} I$

13) ماتریس $A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 5 \\ 4 & 18 & 25 \\ 3 & 16 & 30 \end{pmatrix}$ را در نظر بگیرید.

A. تجزیه LU این ماتریس را بنویسید.

B. دستگاه معادلات خطی $Ax = b_2$ و $Ax = b_1$ را برای $b_1 = \begin{pmatrix} 6 \\ 0 \\ 12 \end{pmatrix}$ و $b_2 = \begin{pmatrix} 6 \\ 0 \\ -6 \end{pmatrix}$ را حل کنید



14) نشان دهید رابطه ماتریسی زیر برای $u_{n \times 1}$ ، $v_{n \times 1}$ و $v^T u \neq 1$ برقرار است.

$$(I_n - uv^T)^{-1} = I_n - \frac{uv^T}{v^T u - 1}$$