



# DISCRETE MATHEMATICS

در صورت شباهت نامتعارف در تمرینات به هیچ کس نمره ای تعلق نخواهد گرفت.

ارسال پاسخ تمرینات از طریق کوئرا فقط انجام میگردد [link](#)

نحوه نام گذاری فایل ارسالی :

DM\_3+NAME+NUMBER.pdf

فایل را به صورت **pdf** ارسال بفرمایید

در صورت وجود هر گونه سوالی میتوانید از طریق ایمیل های موجود یا گروه تلگرامی کلاس استفاده کنید

1\_ برای ماتریس صفر و یک متناظر با یک رابطه متناهی به سؤالت زیر جواب بدهید

- A. اگر رابطه بازتابی باشد ماتریس متناظر به چه شکلی باید باشد
- B. اگر رابطه متقارن باشد ماتریس متناظر به چه شکلی باید باشد.
- C. اگر رابطه پاد متقارن باشد ماتریس متناظر به چه شکلی باید باشد

2\_ رابطه های زیر بر روی مجموعه اعداد صحیح کدام ویژگی از روابط را دارند.

- A)  $x = y + 1 \text{ or } x = y - 1$
- B)  $xy \geq 1$
- C)  $x \neq y$



$$D) x \geq y^2$$

3 \_ رابطه ای همزمان متقارن و پادمتقارن را مثال بزنید

4 \_ نشان دهید برای هر عدد صحیح نامنفی  $n$  عبارت  $7^{n+2} + 8^{2n+1}$  بر 57 بخشپذیر میباشد

5 \_ نشان دهید که برای  $n \geq 2$  از گزاره  $p_1, p_2, \dots, p_n$  رابطه زیر تاتولوژی است.

$$[(p_1 \rightarrow p_2) \wedge (p_2 \rightarrow p_3) \wedge \dots \wedge (p_{n-1} \rightarrow p_n)] \rightarrow [(p_1 \wedge p_2 \wedge \dots \wedge p_{n-1}) \rightarrow p_n]$$

6 \_ با استفاده از استقرای قوی ریاضی نشان دهید که  $\sqrt{2}$  عددی گنگ است

7 \_ اشتباه در اثبات استقرایی حکم  $a^n = 1$  برای هر  $n \in \mathbb{Z}^+$  و  $a \in \mathbb{R} - \{0\}$  بیان شده در زیر را بیان کنید.

پایه استقرا : برای  $n = 0$  مقدار  $a^0 = 1$  درست است

گام استقرا : اگر  $a^j = 1$  برای هر عدد صحیح نامنفی  $j$  که  $j \leq k$  باشد در این صورت

$$a^{k+1} = \frac{a^k a^k}{a^{k-1}} = \frac{1 \times 1}{1} = 1$$

و به این ترتیب حکم استقرا اثبات می شود و از استقرای قوی ریاضی حکم اثبات می شود.



8 \_ برای اعداد صحیح  $a, b, m$  رابطه زیر را اثبات کنید

$$\gcd(a, b) = \gcd(a + mb, b)$$

9 \_ برای اعداد صحیح  $a, b$  و عدد طبیعی  $n \geq 1$  رابطه زیر را اثبات کنید

$$a|b \Leftrightarrow a^n|b^n$$

10 \_ برای اعداد صحیح  $a, b$  و عدد صحیح مثبت  $m$  نشان دهید رابطه زیر برقرار است.

$$a \equiv b \pmod{m} \Leftrightarrow a \bmod m = b \bmod m$$

11 \_ نشان دهید که برای اعداد صحیح مثبت  $a, b, x$  داریم

$$x^a - 1 \equiv x^{a \bmod b} - 1 \pmod{x^b - 1}$$