

✓ در صورت شباهت نامتعارف در تمرینات به هیچ کس نمره‌ای تعلق نخواهد گرفت.

✓ در صورت نیاز به استفاده از روش حذف گاوسی مراحل میانی را بنویسید.

(۱)

ماتریس‌های زیر را به فرم سطری پلکانی تبدیل و رنک و ستون‌های پایه را بنویسید.

(الف)

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$$

(ب)

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

(ج)

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 3 \\ 2 & 4 & 6 & 9 \\ 2 & 6 & 7 & 6 \end{pmatrix}$$

(۲)

ثابت کنید برای ماتریس $A_{m \times n}$ عبارت $\text{rank}(A) \leq \min\{m, n\}$ برقرار است.

(۳)

نشان دهید یک دستگاه معادلات خطی فرومعیین دارای جواب یکتا نیست.

(۴)

نشان دهید در یک ماتریس سطری پلکانی کاهش یافته می‌توان ستون‌های غیرپایه را بر حسب ترکیبی از ستون‌های پایه نوشت.

(۵)

رنگ‌های ممکن برای یک ماتریس 11×7 را بنویسید.

(۶)

دستگاه معادلات خطی زیر برای چه مقادیری از b_1, b_2, b_3 سازگار است؟

$$2x_1 + 4x_2 + 2x_3 = b_1$$

$$5x_1 - 4x_2 - 1x_3 = b_2$$

$$7x_1 - 5x_2 - 4x_3 = b_3$$

(۷)

آیا دستگاه معادلات خطی زیر سازگار است.

$$[A|B] = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 & 5 & 1 \\ 4 & 0 & 4 & 8 & 0 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

(۸)

جواب عمومی دستگاه‌های معادلات خطی همگن زیر را بیابید.

(الف)

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 4 & 2 & 1 \\ 6 & 3 & 1 \\ 8 & 5 & 1 \end{pmatrix}$$

(ب)

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 0 \\ 3 & 0 & 3 & 3 \\ 2 & 1 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & -1 \end{pmatrix}$$

(۹)

جواب عمومی دستگاه معادلات خطی غیرهمگن زیر را بیابید.

(الف)

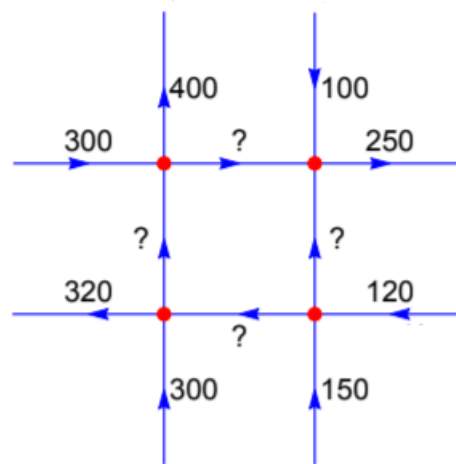
$$[A | B] = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & 2 \\ 4 & 2 & 1 & 5 \\ 6 & 3 & 1 & 8 \\ 8 & 5 & 1 & 8 \end{pmatrix}$$

(ب)

$$[A | B] = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 1 & 3 & 4 \\ 3 & 6 & 1 & 4 & 5 \end{pmatrix}$$

(۱۰)

در شکل زیر ترافیک ورودی و خروجی چهار تقاطع را در عرض یک ساعت مشاهده می‌کنید. فرض بر این است حجم ترافیک ورودی و خروجی با یکدیگر در عرض یک ساعت برابر است. ترافیک خیابان‌های مشخص شده با علامت ؟ را پیدا کنید. ماکزیمم و مینیمم ترافیک ممکن در هر خیابان مورد سؤال را بنویسید.



موفق باشید.