

تمرین سری ششم (موعد تحویل: چهارشنبه ۲۰ آدیبهشت ساعت ۱۷)

بخش اول)

در فایل hw6-part1.mat ، ماتریس دیکشنری  $D$  ، مشاهده ی بدون نویز  $x$  و مشاهده ی نویزی  $x_{\text{noisy}}$  قرار داده شده است.

الف) روش BP را روی داده های بدون نویز اعمال کنید و بردار  $S$  را استخراج کنید.

ب) آیا پیاده سازی روش MP (روی داده های بدون نویز) نیز به جواب درست مساله منجر می شود؟

ج) حال مشاهدات نویزی را در نظر بگیرید و روش BP را اعمال کنید. آیا جواب به دست آمده همان جواب واقعی است؟

د) مساله ی LASSO را با استفاده از داده های نویزی فرمول بندی کنید. به ازای  $\lambda$  های مختلف مساله را حل کنید. مقداری از  $\lambda$  (یا حدودی از آن) که منجر به جواب درست می شود را گزارش کنید.

بخش دوم)

۱- روشی پیشنهاد دهید که یک frame با ابعاد  $2 \times N$  تولید کند. روش پیشنهادی خود را پیاده سازی کرده و mutual coherence ی که الگوریتم شما به دست می آورد را بر حسب  $N$  گزارش کنید.

۲- روشی پیشنهاد دهید که یک frame با ابعاد  $3 \times 10$  تولید کند. روش پیشنهادی خود را پیاده سازی کرده و mutual coherence ی که به دست آوردید را گزارش کنید.

بخش سوم)

در این تمرین می خواهیم دو روش MOD و K-SVD را برای جداسازی کور منابع اسپارس یا به عبارت دیگر یادگیری دیکشنری برای نمایش اسپارس سیگنال ها پیاده سازی کنیم.

ماتریس دیکشنری با ابعاد  $10 \times 40$ ، ماتریس منابع با ابعاد  $40 \times 1500$  و ماتریس مشاهدات با ابعاد  $10 \times 1500$  در یک فایل با نام hw6-part3.mat قرار داده شده است.

۱- معیار mutual coherence را محاسبه و گزارش کنید.

۲- با فرض این که فقط ماتریس مشاهدات را داریم، روش های MOD و K-SVD را روی ماتریس مشاهدات اعمال کنید و برای هر روش تخمین ماتریس دیکشنری  $\hat{D}$  و تخمین منابع  $\hat{S}$  را به دست آورید. شایان ذکر است sparsity level برابر  $N_0=2$  است و هرجایی که احتیاج داشتید از یک الگوریتم sparse recovery استفاده کنید از OMP استفاده کنید.

۳- نمودار همگرایی (مقدار تابع هدف یا همان Representation Error بر حسب شماره iteration) را برای هر دو روش رسم کنید. کدام روش به مقدار کمتری همگرا شده است؟

۴- با استفاده از دستور toc tic زمان همگرایی هر یک از دو روش را گزارش کنید.

۵- برای مقایسه ی کیفیت یادگیری دیکشنری، برای هر روش به صورت جداگانه، به ترتیب از ستون (اتم) اول تا ستون (اتم) آخر  $\hat{D}$ ، قدر مطلق correlation هر اتم  $\hat{D}$  را با همه ی اتم های D محاسبه کنید. در صورتی که ماکزیمم این مقادیر از 0.98 بیشتر بود، فرض کنید اتمی از D که ماکزیمم correlation را داده است به درستی recover شده است. توجه داشته باشید که برای تکرار این روش و محاسبات بعدی، اتمی از D که recover شده است را حذف کنید. برای هر روش، چند درصد از ستون های ماتریس D را به درستی Recover کردید؟ به این درصد successful recovery rate می گوییم.

۶- ابهام ترتیب و scale منابع را برطرف کرده و سپس عبارت زیر را برای هر دو روش گزارش کنید.

$$E = \frac{\|\hat{S} - S\|_F^2}{\|S\|_F^2}$$