



به نام خدا



دانشگاه تهران
دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر
BSS

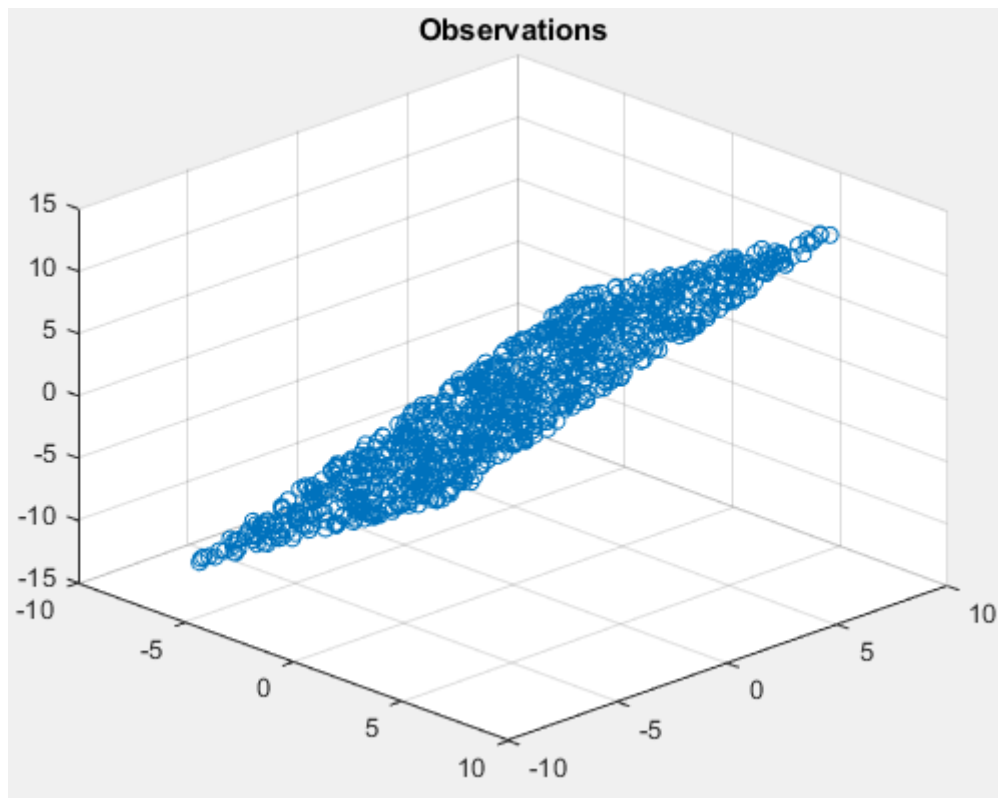
گزارش تمرین ۲

سالار صفردوست

۸۱۰۱۹۹۴۵۰

۱۴۰۱/۱۲/۲۴

سوال ۱



D ×

3x3 double

	1	2	3
1	5.1451e+04	0	0
2	0	2.0881e+03	0
3	0	0	1.0604e-11

U ×

3x3 double

	1	2	3
1	0.3506	0.9158	0.1961
2	0.5042	-0.3610	0.7845
3	0.7892	-0.1761	-0.5883

سوال ۲

با توجه به اورتونورمال بودن U اگر دو طرف معادله‌ی $A = [u_1 \ u_2]C$ را از سمت چپ در $[u_1 \ u_2]^T$ ضرب کنیم، خواهیم داشت $[u_1 \ u_2]^T A = IC = C$.

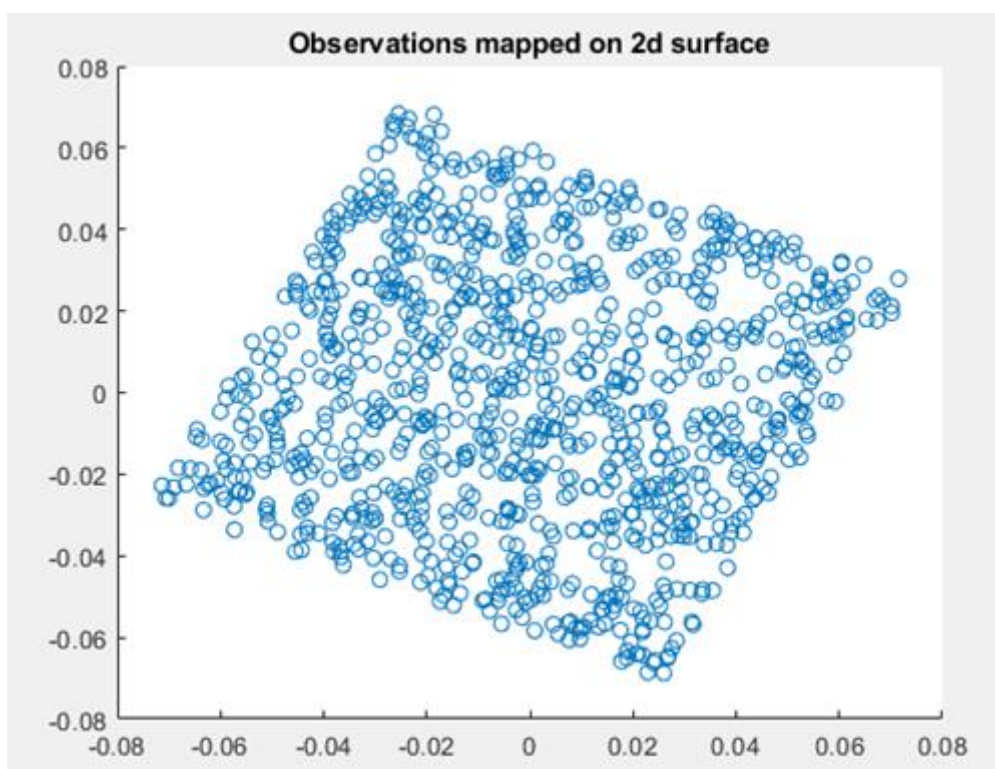
C		
2x2 double		
	1	2
1	3.7267	-2.7838
2	-0.3348	-1.1182

سوال ۳

ماتریس B باید ماتریسی باشد که تصویر X را روی بردارهای صفحه‌ی شامل X به دست بیاورد، با توجه به اینکه می‌دانیم دو بردار u_1 و u_2 سازنده‌ی این صفحه هستند، تصویر X را نسبت به آن‌ها به دست می‌آوریم و همچنین ضرب خاصی در این ضرب داخلی ضرب می‌کنیم تا در این دو مولفه‌ی جدید داده‌ها با واریانس یک باشند.

$$B = \Lambda^{-\frac{1}{2}} U_{sig}^T \quad ; \quad U_{sig} = [u_1 \ u_2]$$

$$Z = ((D_new^{-0.5}) * \text{transpose}(U_new)) * X;$$



Q				G						V					
3x3 double				3x1000 double						1000x1000 double					
1	2	3		1	2	3	4	5		1	2	3	4	5	6
1	0.3506	-0.9158	0.1961	1	226.8292	0	0	0	0	1	-0.0305	0.0089	0.2698	0.0329	-0.0177
2	0.5042	0.3610	0.7845	2	0	45.6959	0	0	0	2	-0.0023	0.0107	-0.8917	0.0155	-0.0246
3	0.7892	0.1761	-0.5883	3	0	0	2.4217e-14	0	0	3	-0.0327	-0.0205	-0.0177	-0.0322	0.0503
4				4						4	0.0014	-0.0500	1.6425e-05	0.9976	0.0030
5				5						5	0.0275	0.0627	-0.0094	0.0027	0.9959
6				6						6	-0.0119	0.0292	-0.0030	0.0014	-0.0013
7				7						7	0.0539	0.0106	0.0212	0.0011	-0.0031
8				8						8	0.0499	-0.0335	0.0138	-0.0013	7.7177e-05
9				9						9	-0.0535	-4.1834e-04	0.0023	1.3552e-04	0.0013
10				10						10	0.0150	0.0502	-2.2171e-04	0.0024	-0.0034
11				11						11	-0.0558	-0.0036	0.0101	2.2411e-04	0.0012
12				12						12	-0.0270	-0.0245	0.0096	-8.5418e-04	0.0017
13				13						13	-0.0030	0.0409	0.0041	0.0021	-0.0026
14				14						14	-0.0385	-0.0241	-0.0190	-0.0017	0.0034
15				15						15	-0.0511	0.0288	0.0078	0.0017	-7.7932e-04
16				16						16	-0.0713	0.0227	-0.0089	9.5020e-04	9.0670e-04
17				17						17	0.0209	0.0235	0.0044	0.0012	-0.0022
18				18						18	-0.0203	0.0059	-0.0120	-4.8116e-05	7.4092e-04
19				19						19	0.0013	0.0185	-4.5547e-05	8.9553e-04	-0.0012

رنگ یک ماتریس با توجه به تبدیل svd آن، از روی تعداد مقادیر تکین غیر صفر آن قابل به دست آوردن است، در ماتریس X دو مقدار تکین قابل توجه و یک مقدار دیگر عملاً برابر ۰ است، بنابراین رنگ ماتریس X برابر ۲ می‌باشد. ماتریس Q همان ماتریس U می‌باشد که در قسمت الف به دست آمد و همچنین ماتریس D برش یافته‌ی ماتریس G به توان ۲ می‌باشد، این امر از روی به دست آوردن کورولیشن ماتریس X ثابت می‌شود:

$$\begin{cases} R_x = U \Lambda U^T \\ R_x = Q S^2 Q^T \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} U = Q \\ \Lambda = S^2 \end{cases}$$

Z									
2x1000 double									
	1	2	3	4	5	6	7	8	
1	-0.0305	-0.0023	-0.0327	0.0014	0.0275	-0.0119	0.0539	0.0499	
2	-0.0089	-0.0107	0.0205	0.0500	-0.0627	-0.0292	-0.0106	0.0335	

همانگونه که مشاهده می‌شود، ماتریس Z نیز ترنسپوز شده‌ی دو ستون اول V می‌باشد. علت این امر این است که اگر رابطه‌ی svd را به صورت ترکیب خطی عناصر رنگ ۱ بنویسیم، آنگاه خواهیم داشت:

$$X = u_1(\sigma_1 V_1^T) + u_2(\sigma_2 V_2^T)$$

و از طرفی می‌دانیم:

$$u_1^T X = \lambda_1^{\frac{1}{2}} Z_1 = \sigma_1 Z_1; u_2^T X = \lambda_2^{\frac{1}{2}} Z_2 = \sigma_2 Z_2$$

پس:

$$Z_1 = V_1^T; Z_2 = V_2^T$$

سوال ۵

می‌دانیم:

$$X = A S = U M S \Rightarrow U^T X = M S$$

و از طرفی:

$$X = U S V^T \Rightarrow U^T X = S V^T$$

در نتیجه:

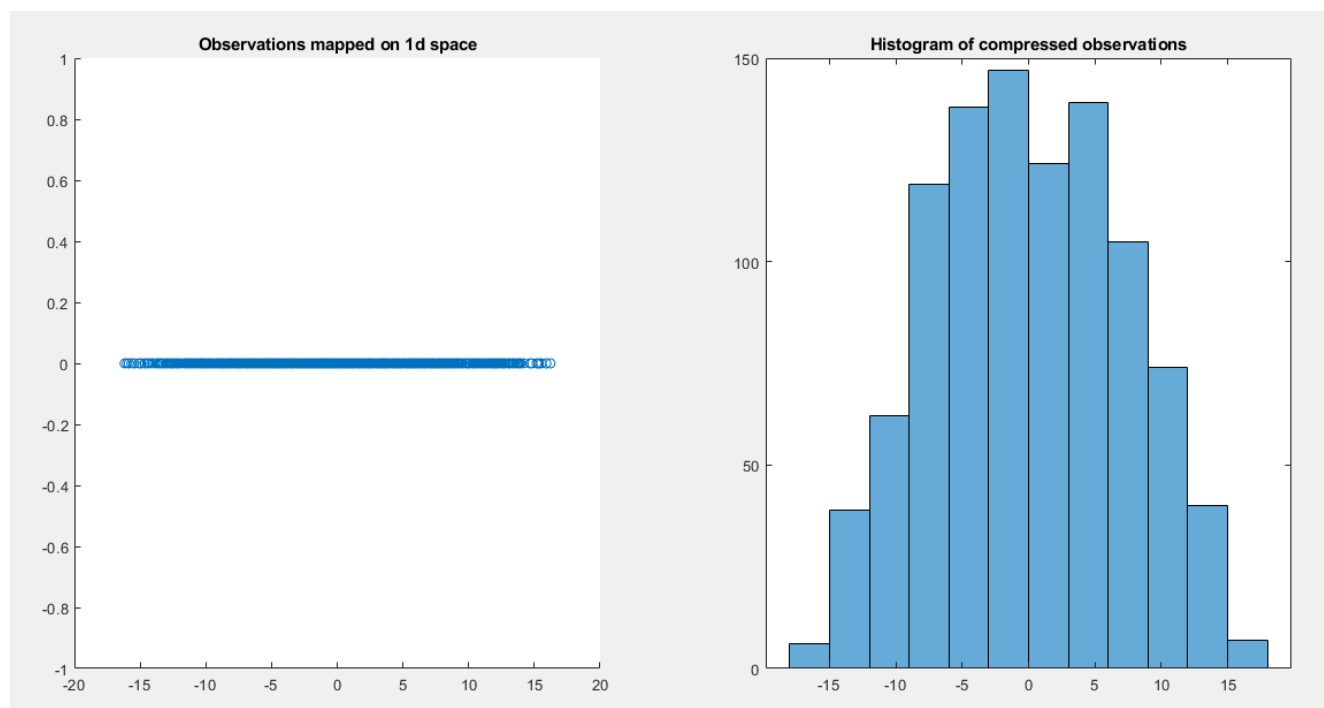
$$M S = S V^T$$

که S تنها نقش ضریب و انتخاب‌کننده‌ی سطرهای V را دارد، بنابراین، S و V_{sig} در فضای یکدیگر وجود دارند.

F		
2x2 double		
	1	2
1	18.9589	0.0158
2	-32.0109	-11.5345

سوال ۶

با توجه به ماتریس مقادیر ویژه و توجه به اینکه این مقادیر ویژه همان انرژی X در راستای بردار منسوب به آن‌ها می‌باشد، می‌توان مقادیر ویژه را از بزرگ به کوچک با هم جمع زد تا زمانی که حاصل این جمع از ۹۰ درصد کل انرژی سیگنال بیشتر شود، سپس تصویر X روی فضای شامل بردارهای مربوط به این مقادیر ویژه به دست آورد.



```
%creating sources

T = 1000;
t = (1:T)*1e-6;
f1 = 20000;
f2 = 10000;
fc = 1.5e8;
tetal = 10*pi/180;
teta2 = 20*pi/180;

s_1 = exp(1j*2*pi*f1*t);
s_2 = exp(1j*2*pi*f2*t);
S = [s_1;s_2];

%creating noise

N = wgn(10,T,1,'linear');

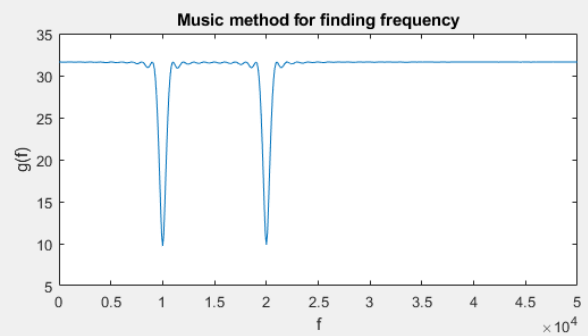
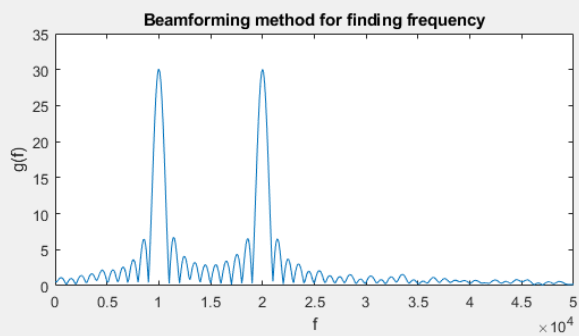
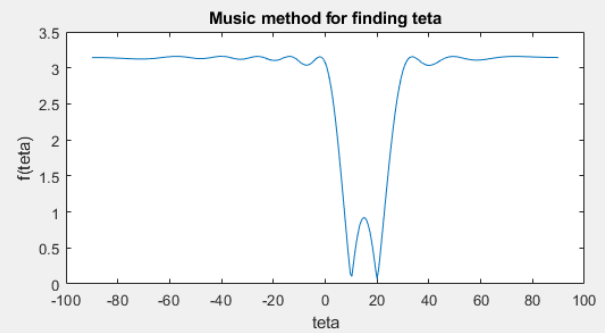
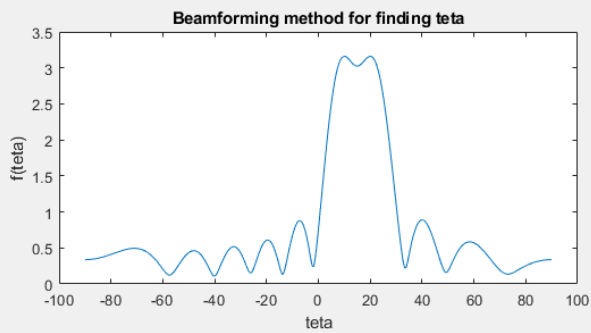
%creating mixture function

c = 3e8;
d = transpose(0:9);
a1 = exp(-1j*2*pi*fc*d*sin(tetal)/c);
a2 = exp(-1j*2*pi*fc*d*sin(teta2)/c);
A=[a1 , a2];

%creating observations

X = A*S + N;
```

سوال های ۲، ۳، ۴ و ۵



estimated_tetas_beam					
1x2 double					
	1	2	3	4	
1	10.2676	20.0079			
2					
3					
4					
5					
6					
7					

estimated_tetas_music					
1x2 double					
	1	2	3	4	
1	10.2676	20.0079			
2					
3					
4					
5					
6					
7					

estimated_fs_beam					
1x2 double					
	1	2	3	4	
1	10000	20000			
2					
3					
4					
5					
6					
7					
8					

estimated_fs_music					
1x2 double					
	1	2	3	4	
1	10000	20000			
2					
3					
4					
5					
6					
7					
8					