

Simulation von Welleninterferenz

Salahdin, Peer, Gian, Maël

Einleitung

In dieser Arbeit beschäftigen wir uns mit dem Phänomen der Welleninterferenz. Dieses physikalische Konzept beschreibt, wie sich zwei oder mehr Wellen überlagern und dabei neue Muster bilden.

Wir haben uns die folgende Frage gestellt: "Wie lassen sich Interferenzmuster zweier Wellen mit unterschiedlicher Phasenlage modellieren und visualisieren?"

Um Interferenz richtig zu verstehen, ist es wichtig zu wissen, wie sich Wellen mathematisch beschreiben lassen. Mithilfe einer mathematischen Funktion können wir die Auslenkung einer Welle zu einem bestimmten Zeitpunkt und an einem bestimmten Ort exakt darstellen. Aufbauend auf diesen Grundlagen können wir erkennen, wie sich zwei Wellen an einem Punkt überlagern, also entweder gegenseitig verstärken oder auslöschen. Eine zentrale Rolle spielt dabei die sogenannte Phasenverschiebung, also der zeitliche oder räumliche Unterschied zwischen zwei Wellen. Wir haben ein Python-Script, das die Welleninterferenz verschiedener Wellen berechnet und dann darstellt, geschrieben.

Mit dem Wissen über Wellen und deren Interferenz eröffnen sich viele spannende Anwendungen in der Technik und Naturwissenschaft. So kann man beispielsweise verstehen, wie Lärm durch Gegenschall gezielt reduziert werden kann oder warum in der Optik bestimmte Interferenzmuster entstehen, wie man sie etwa bei dünnen Schichten oder Seifenblasen beobachten kann. In unserem Projekt haben wir eine dieser Möglichkeiten ausgewählt. Mithilfe eines selbst geschriebenen Python-Programms haben wir die Interferenz zweier Wellen simuliert. Dadurch konnten wir die Überlagerung der Wellen sichtbar machen und ihr Verhalten besser nachvollziehen. Simulationen wie diese lassen uns einige Phänomene besser verstehen.

Theoretischer Hintergrund

Eine Welle ist eine sich ausbreitende Schwingung, bei der Energie transportiert wird, jedoch nicht Materie. Es gibt verschiedene Arten von Wellen, z. B. mechanische Wellen wie Schall oder elektromagnetische Wellen wie Licht. (Wellen, Leifiphysik)

Wellen Interferenz

Man spricht von der Interferenz von Wellen, wenn sich mehrere Wellen überlagern. Bei der Interferenz gilt das Superpositionsprinzip, das heisst, dass sich die Wellen gegenseitig nicht langfristig verändern. Sie überlagern sich so, dass eine neue Welle entsteht. und können diese Interferenz entweder konstruktiv oder destruktiv sein. Bei der konstruktiven Interferenz stimmen die Phasen der interferierenden Wellen überein. Dadurch entsteht eine Welle mit höherer Amplitude als die beiden Ursprungswellen. Von destruktiver Interferenz sprechen wir, wenn die beiden Wellen sich abschwächen. Wenn wir zum Beispiel zwei gleiche Wellen haben, welche jedoch um eine halbe Wellenlänge verschoben sind löschen sich die beiden Wellen aus. Auch wenn in dieser Situation keine Welle mehr sichtbar ist, sind beide Wellen noch da. Dabei hängt das Interferenzmuster von der Phasenlage der Wellen ab.

Damit wir die Interferenz berechnen können, müssen wir bloss die Elongation an jeder Stelle der Welle addieren.

Wir modellieren die Welle mit folgender Funktion:

$$y(x, t) = A \cdot \sin(kx - \omega t + \varphi)$$

Die Funktion gibt uns die Auslenkung der Welle an einem Punkt x und zu einem Zeitpunkt t . Wir können die Formel für die Berechnung von longitudinalen und transversalen Wellen berechnen (Leifiphysik, Wellenfunktion).

A ist die Amplitude unserer Welle.

k ist die Kreiswellenzahl. Die Kreiswellenzahl gibt uns die Menge an Schwingungen pro Längeneinheit an. Sie ist ein bisschen wie die Frequenz einfach, da sie nicht die Schwingungen pro Zeit, sondern die Schwingungen pro Zeiteinheit, sondern pro Längeneinheit liefert (im Normalfall in Metern). Sie wird in der Einheit Radianen pro Meter angegeben. Die Wellenzahl ist wie folgt definiert (Wikipedia, Wellenvektor):

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

Wir benötigen auch die Kreisfrequenz ω , um die Elongation der Welle zu berechnen. Die Kreisfrequenz gibt an, wie schnell sich die Phase einer Funktion ändert. Sie wird in der

$$\omega = 2\pi f$$

Einheit Radianten pro Sekunde gemessen (Wikipedia, Kreisfrequenz).

φ ist die Phasenverschiebung. Wir benötigen sie, weil die Phasen der verschiedenen Wellen nicht immer an gleicher Stelle starten. wenn $\varphi = 0$ dann startet die Phase bei $x = 0$ und $t = 0$ Sie gibt an, um wie viele Phasen die Wellen zueinander verschoben sind (Wikipedia, Phasenwinkel)

kx gibt uns an, wie sich die Phase einer Schwingung an einer bestimmten Punkt verändert. ωt ist die Veränderung der Phase über die Zeit.

Wenn wir nun eine gegebene Position und Zeit haben, können wir die Elongation unserer Welle berechnen. um das zu tun können wir einfach die Funktionswerte unserer Wellen addieren (Spektrum, Superpositionsprinzip):

$$y(x, t)_{\text{interferenz}} = y_1(x, t) + y_2(x, t) + \dots + y_n(x, t)$$

Hauptteil

Unser Ziel war es, die Interferenz zweier Wellen zu simulieren und grafisch darzustellen. Dafür schrieben wir ein Python-Script. Wir verwendeten die Librarys numpy für verschiedene Berechnungen und die Library Matplotlib um unsere als erstes habe ich eine Klasse definiert, von der wir später Wellen Objekte erstellen können. Zuerst werden alle Variablen definiert, in welche die Eigenschaften der Welle gespeichert werden.

```
Python
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

class Welle:
    def __init__(self, amplitude, wellenlänge, frequenz,  $\phi = 0$ ):
        self.amplitude = amplitude
        self.wellenlänge = wellenlänge
        self.frequenz = frequenz
        self.k = 2 * np.pi / wellenlänge
        self.omega = 2 * np.pi * frequenz
```

```
self.ϕ = ϕ
```

Der nächste Schritt ist nun, die Welle auf Basis dieser Werte zu berechnen dazu haben wir eine Methode geschrieben welche die Elongation mit der Funktion $y(x, t) = A \cdot \sin(kx - \omega t + \varphi)$ berechnet.

```
Python
def berechnen(self):
    plotwelle = self.amplitude * (
    np.sin((self.k*X)-(self.omega*T)-self.ϕ))
    return plotwelle
```

Die Variablen X und T sind die Inputvariablen der Funktion. um später den Graphen darzustellen werden sie folgt definiert:

```
Python
x = np.linspace(0, 4*np.pi, 500)
t = np.linspace(0, 2, 200)

X, T = np.meshgrid(x, t)
```

Wir können nun ganz einfach Wellen mit den Parametern Amplitude, Wellenlänge, Frequenz und Phasenverschiebung definieren, indem wir ein Objekt der Klasse Welle erstellen. Weil wir Python verwenden, können wir sowohl integer als auch Fließkommazahlen verwenden. In der Liste Wellen, werden dann alle wellen objekte reingetan, von welchen man die Interferenzwelle berechnen möchte. Das Könnte dann zum Beispiel so aussehen:

```
Python
welle1 = Welle(0.5, 100, 8, np.pi)
welle2 = Welle(-0.5, 2.3)

wellen = [welle1, welle2]
```

Um nun die Interferenzwelle zu berechnen haben wir eine Funktion geschrieben welche die Interferenz aller Welle Objekte innerhalb einer Liste berechnet und dann die Elongation der Interferenzwelle zurückgibt. So können wir die Interferenz beliebig vieler Wellen berechnen.

Python

```
def wellenaddieren():
    interferenzwelle = 0
    for welle in wellen:
        wellenwert = welle.berechnen()
        interferenzwelle = interferenzwelle + wellenwert

    return interferenzwelle
```

Der folgende Code ist dann noch dafür da die Welle anzuzeigen:

Python

```
line, = ax.plot(x, plot[0], color='red')

def update(i):
    line.set_ydata(plot[i])
    print(plot[i])
    return line,

ani = animation.FuncAnimation(fig, update, frames=len(t), interval=50,
                              blit=True)

plt.title("Überlagerung zweier Wellen")
plt.xlabel("x")
plt.ylabel("Amplitude")
plt.show()
```

Der kompletten Code:

<https://github.com/salarehman/Welleninterferenz>

Diskussion

Unsere zentrale Frage war: „Wie lassen sich Interferenzmuster zweier Wellen mit unterschiedlicher Phasenlage modellieren und visualisieren?“ Mit einem selbstgeschriebenen Python-Skript konnten wir diese Frage verständlich beantworten. Im Experiment haben wir die theoretischen Überlegungen zur Welleninterferenz erfolgreich umgesetzt. Hierzu gehörten besonders das Superpositionsprinzip und die mathematische Beschreibung von Wellen.

Die theoretische Modellierung der Welleninterferenz konnten wir in der Programmierung exakt abbilden. Wir nutzten die Gleichung $y(x,t)=A \cdot \sin(kx-\omega t+\varphi)$. Die Grafiken der simulierten Interferenz zeigten genau die erwarteten Muster. Bei phasengleichen Wellen zeigte sich konstruktive Interferenz. Destruktive Interferenz war bei einer Phasenverschiebung von π zu sehen, was einer halben Wellenlänge entspricht. Die simulierten Ergebnisse stimmen also gut mit der Theorie überein.

Kleine Abweichungen konnten durch die numerische Berechnung und diskrete Auflösung der Gitterpunkte entstehen. Im Kontext unserer Frage sind diese jedoch nicht wichtig.

Reflexion Methoden

Die numerische Simulation mittels Python hat sich als geeignet erwiesen, um komplexe Zusammenhänge visuell darzustellen. Ein Vorteil war die Möglichkeit, Parameter wie Amplitude, Frequenz oder Phasenverschiebung flexibel zu verändern. Es ermöglichte ein tieferes Verständnis der Interferenz.

Eine Einschränkung ist, dass nur lineare Wellen in einer Dimension betrachtet wurden. Weitere Aspekte wurden nicht berücksichtigt. Dazu gehören dreidimensionale Wellen oder nichtlineare Effekte. Diese könnten aber Gegenstand zukünftiger Erweiterungen sein. In der Anfangsphase gab es Schwierigkeiten bei der Modellierung der Wellenfunktionen und der Handhabung von Arrays. Mit der Zeit konnten wir diese lösen.

Zusammenfassung

Wir haben gezeigt, dass sich Interferenzmuster zweier Wellen mit unterschiedlicher Phasenlage mathematisch modellieren und visuell darstellen lassen. Das entwickelte Python-Programm erlaubt es, mit verschiedenen Parametern zu experimentieren und die Interferenzmuster zu beobachten. Damit wurde das Ziel des Projekts erreicht.

Zukünftige Untersuchungen könnten sich mit der Interferenz von mehr als zwei Wellen oder stehenden Wellen beschäftigen. Auch die Simulation in mehreren Dimensionen ist denkbar. Eine Erweiterung hin zu realen physikalischen Phänomenen wäre ebenso möglich. Denkbar sind akustische Interferenzen in Räumen oder optische Muster bei dünnen Schichten. Die Erkenntnisse aus diesem Projekt bieten eine solide Grundlage für praktische Anwendungen. Bereiche wie Akustik, Optik oder sogar Quantenphysik profitieren davon. Hierzu zählen Lärmunterdrückung durch Gegenschall oder Interferenzfilter.

Eigenständigkeitserklärung

Teile des Textes wurden mithilfe von ChatGPT sprachlich überarbeitet.

Hiermit erklären wir, dass wir die vorliegende schriftliche Ausarbeitung zum Thema selbstständig und ohne unzulässige Hilfe angefertigt haben. Alle verwendeten Quellen, Materialien und

Hilfsmittel sind vollständig angegeben und entsprechend zitiert.

Wir versichern, dass wir keine fremden Texte, Ideen oder Konzepte als die unseren ausgegeben

haben und dass die Ausarbeitung vollständig auf unseren eigenen Arbeiten basiert, mit Ausnahme der verwendeten Quellen.

Salahdin Hamza Ur-Rehman

Maël Fringeli

Gian Julian Ammann

Peer Urs Aschwanden

Quellenverzeichnis

www.leifiphysik.de: Wellen <https://www.leifiphysik.de/mechanik/mechanische-wellen/grundwissen/wellen> (abgerufen am 02.06.2025)

www.leifiphysik.de: Wellenfunktion <https://www.leifiphysik.de/mechanik/mechanische-wellen/grundwissen/wellenfunktion> (abgerufen am 02.06.2025)

www.wikipedia.org: Wellenvektor <https://de.wikipedia.org/wiki/Wellenvektor> (abgerufen am 02.06.2025)

www.wikipedia.org: Kreisfrequenz <https://de.wikipedia.org/wiki/Kreisfrequenz> (abgerufen am 02.06.2025)

www.wikipedia.org: Phasenwinkel <https://de.wikipedia.org/wiki/Phasenwinkel> (abgerufen am 02.06.2025)

www.spektrum.de: Interferenz <https://www.spektrum.de/lexikon/physik/interferenz/7326> (abgerufen am 02.06.2025)

www.spektrum.de: Superpositionsprinzip <https://www.spektrum.de/lexikon/physik/superpositionsprinzip/14191> (abgerufen am 02.06.2025)