



تمرین شماره ۵

(۱) k بادکنک به شکل دایره در صفحه قرار دارند. هر بادکنک با مختصات مرکز و شعاعش به صورت (x_i, y_i, r_i) مشخص شده است. یک پرتاب کننده اشعه لیزر بر روی محور x ها حرکت کرده و در هر شلیک اشعه آن کلیه بادکنک‌های بر سر راهش را میترکاند. الگوریتمی ارائه دهید که با حرکت لیزر از ابتدای محور x ها تا انتهای آن با کم‌ترین تعداد شلیک همه بادکنک‌ها را بترکاند. (نقاط شلیک را مشخص کنید) ثابت کنید الگوریتم شما بهینه است.

(۲) مشابه سوال ۱ تعدادی بادکنک داریم. در این مساله پرتاب کننده اشعه لیزر در یک نقطه $(0,0)$ است و می‌تواند حول نقطه قرار گرفتنش در 360° درجه بچرخد و در هر شلیک کلیه بادکنک‌های بر سر راه اشعه را بترکاند. فرض کنید هیچ بادکنکی با محور x ها تقاطع ندارد. الگوریتمی ارائه دهید که با کم‌ترین تعداد شلیک کلیه بادکنک‌ها را بترکاند و ثابت کنید الگوریتم شما بهینه است.

(۳) N بازه با مختصات ابتدا و انتهای آن‌ها داده شده است. می‌خواهیم این بازه‌ها را طوری رنگ کنیم که هیچ دو بازه‌ای که با هم اشتراک دارند یک رنگ نباشند. الگوریتمی ارائه دهید که با کم‌ترین تعداد رنگ با محدودیت خواسته شده بازه‌ها را رنگ کند و ثابت کنید الگوریتم شما بهینه است.

(۴) n فایل داریم که طول هر کدام با L_i مشخص شده است. می‌خواهیم این فایل‌ها را روی یک نوار ذخیره کنیم. ذخیره سازی بر روی نوار به این صورت است که برای خواندن هر فایل ابتدا باید کلیه فایل‌های قبل آن را خواند تا به فایل مورد نظر برسیم و سپس فایل خوانده شود. یعنی اگر فایل i ام در محل x_i نوشته شده باشد هزینه خواندن آن $x_i + L_i$ است. فایل‌ها به چه ترتیبی بر روی نوار نوشته شوند که هزینه خواندن هر کدام آن‌ها در حالت میانگین کمینه شود؟ اثبات کنید این ترتیب بهینه است.

(۵) مشابه سوال ۴ n فایل داریم. در این سوال هر فایل یک فرکانس دسترسی دارد که با F_i نشان داده می‌شود. فایل‌ها به چه ترتیبی بر روی نوار نوشته شوند که هزینه خواندن هر کدام آن‌ها در حالت میانگین کمینه شود؟ اثبات کنید این ترتیب بهینه است.

۶) برای داده‌های داده شده یک فایل فرضی در جدول زیر درخت هافمن را تشکیل دهید و طول فایل حاصل از این کدگذاری را بدست آورید:

کاراکتر	a	b	c	D	e	f	g
تکرار	100	40	230	50	120	300	180