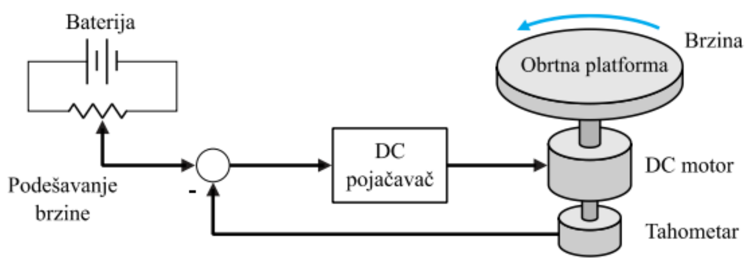
PRVA PREZENTACIJA

-Multivarijabilni sistem je sistem koji ima vise ulaza I izlaza.
-Sistem je skup elemenata I uredjaja povezanih u cilju obavljanja odredjene funkcije.
-Senzor je uredjaj koji detektuje ili mjeri vrijednost nueke fizicke promjenjive.
-Upravljanje je proces podesavanja promjenjive Sistema na zeljenu vrijednost
-Proces je uredjaj, sistem ili objekat kojim se upravlja
-Upravljacki signal je izlazni signal iz regulatora
-Referentni signal je zeljena vrijednost izlazne promjenjive procesa
-Tipicne oblasti u kojima sistemi automatskog upravljanja nalaze primjenu su: Mašinstvo, Elektrotehnika I biomedinicski injzenjering, hemijska tehnologija…
-Prvi sistem automatskog upravljanja koji se koristio u industrijske svrhe je Watt-ov centrifugalni regulator.
Neki od **najranijih primjera Sistema upravljanja sa povratnom spregom** (prije XIX vijeka):

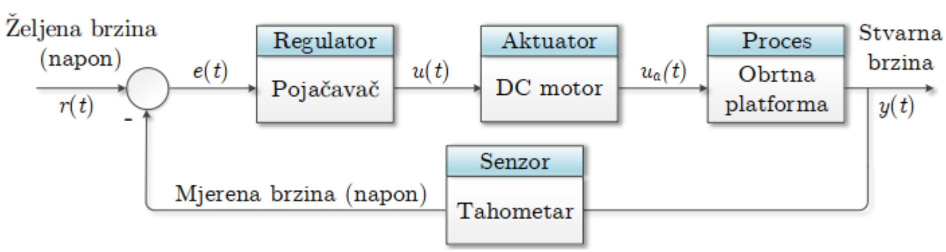
- Vodeni sat u Grčkoj,
- Wattov centrigualni regulator
- Drebbel-ov regulator temperature

-Naučni koji su dali najvece doprinose klasicnoj teoriji upravljanja su: Bode, Nyguist, Evans.
Na slici ispod je prikazan **primjer sistema upravljanja sa povratnom spregom.**

- Sistem upravljanja sa povratnom spegom

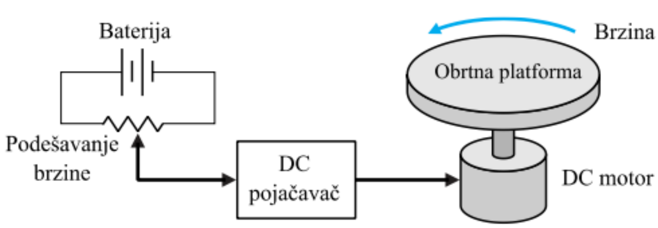


- Osnovna regulaciona kontura

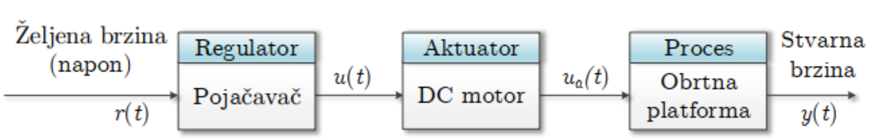


Na slici ispod je prikazan **primjer Sistema upravljanja bez povratne sprege**

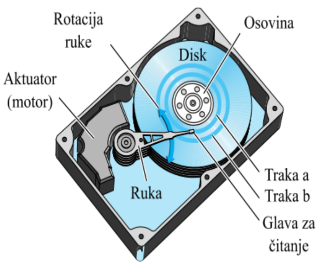
- Sistem upravljanja bez povratne spege



- Strukturni blok dijagram

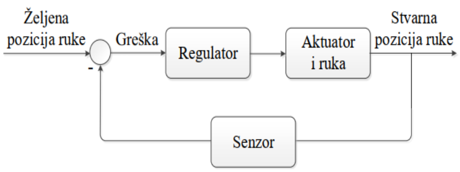


Primjer: Hard-disk I Automobil

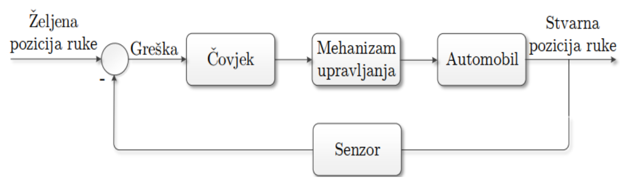


Na slikama je prikazana fizička izvedba hard diska i odgovarajući blok dijagram. Ruka treba precizno da se pozicionira iznad željene trake, kako bi se očitali traženi podaci. Informacija o trenutnoj poziciji se dobija pomoću enkodera (senzora pozicije). Signal greške se obrađuje u skladu sa definisanim zakonom upravljanja, koji se implementira pomoću elektronike (regulator). Na izlazu regulatora je napon, koji se dovodi na ulaz motora (aktuatora). Motor kontinualno pomjera poziciju ruke u željenom smjeru.

Cilj: Upravljanje pozicijom i brzinom automobila
Izlazi: Trenutni pravac i brzina automobila
Ulazi: Oznake na putu i saobraćajni znakovi
Smetnje: Neravnine na putu, usponi, vjetar
Podsistemi: servo sistem, kočioni sistem



U okviru ovog kursa nećemo se baviti detaljima implementacije SAU-a (zbog raznovrsnosti primjene), već ćemo generalano pristupiti problemu upravljanja, tako što ćemo matematički posmatrati komponente SAU-a, na osnovu čega ćemo definisati odgovarajuće zakone upravljanja i analizirati performanse cjelokupnog sistema.



-Aktuator- je uređaj koji ima sopstveni izvor energije i koji za odgovarajući upravljački signal na ulazu, na izlazu daje odgovarajući signal mehaničkog ili nekog drugog tipa.
-Cilj **regulatora** je generisanje upravljačkog signala.
Sistem upravljanja koji koristi regulator i aktuator direktno za dobijanje željenog odziva procesa se naziva **sistem upravljanja u otvorenoj sprezi.** Ovaj sistem nema informaciju o izlazu Sistema.
- **Sistem upravljanja sa povratnom spregom** koristi mjerenja stvarne vrijednosti izlazne promjenljive i poredi ih sa željenom vrijednošću odziva, u cilju minimizacije njihove razlike. Omogućava upravljanje izlaznom promjenjivom.

SENZORI:

Senzor struje, senzor zvuka, senzor nivoa fluida, senzor svjetlosti, temperaturni senzor, rotacioni sensor, ultrazvučni senzor, senzor protoka fluida.

AKTUATORI:



REGULATORI:



SA DOMAĆIH:

1. **Uređaji sa povratnom spregom:**

- Klima
- Frizider
- Reran

2. **Sistem upravljanja sa zatvorenom spregom:**

- Koriste mjerne uredjaje za uspostavljanje povratne sprege
- Teze da smanje uticaj spoljasnjih poremecaja na sistem

3. **Oznake:**

- r(t)- referentni signal
- e(t)- signal greske
- u(t)- upravljacki signal
- Ua(t)-izlaz aktuatora
- d(t)- poremecaj
- n(t)- sum
- y(t)- izlazni signal

4. **Sistemi upravljanja u otvorenoj sprezi:**

- su jeftiniji za implementaciju od Sistema sa zatvorenom spregom
- se zasnivaju na preciznom poznavanju modela procesa

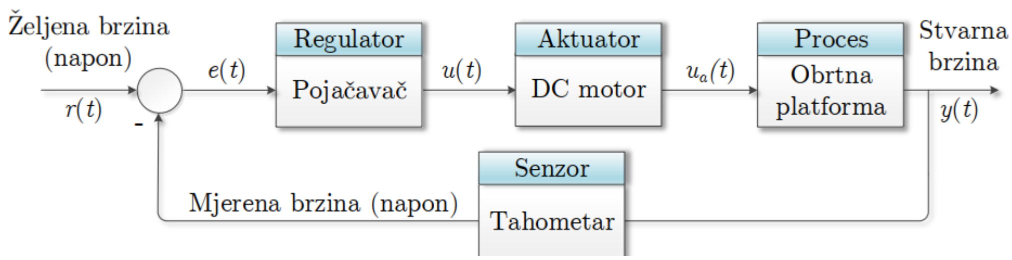
5. **Vjestacki pankreas je uredjaj koji automatski regulise nivo secera u krvi. Sta je u ovom primjeru objekat upravljanja?**

- Krvni sistem covjeka

6. Pod tusom ste I razmisljate o tome koji je najlaksi nacin da polozite ispit iz automatike. Ispred vas je slavina koja moze da se pomjeri lijevo-desno I gore-dolje, u cilju podesavanja odgovarajuce temperature I pritiska vode, Pocinjete da se pitate koji su to upravljacki I izlazni signali ovog procesa (u ovom scenariju vi ste I regulator I sensor)

- Ulaz- Pomjeraj slavine. Izlazi- Percepcija temperature I pritiska.

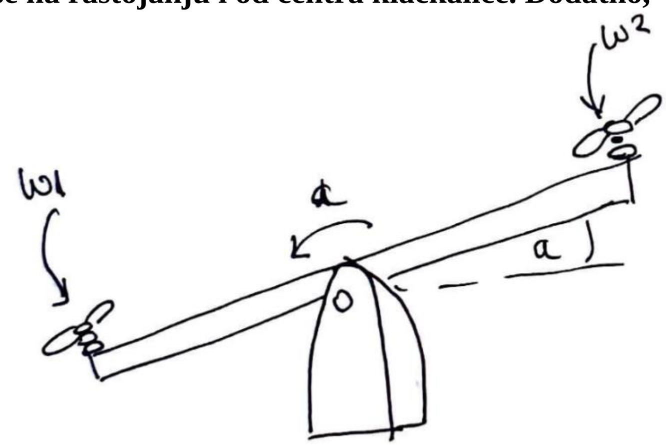
7. Na slici je prikazan sistem upravljanja brzinom obrtne platform. Mjerenje se vrsi pomocu tahometra tako sto se informacija o trenutnoj vrijednosti bzine pretvara u naponsku velicinu. Koja je fizicka priroda referentnog signala (ulaz u sumator)?



- Napon

8. Na dva kraja klackalice ste postavili motore sa propelerima kako bi upravljali uglom alfa klackalice. Propeleri se okrecu ugaonom brzinom $\boldsymbol{\omega_1}$I $\boldsymbol{\omega_2}$, I nalaze se na rastojanju l od centra klackalice. Dodatno, tijeli mase $\boldsymbol{m_\omega}$ se nalazi na raspojanju $\boldsymbol{l_\omega}$ od centra.

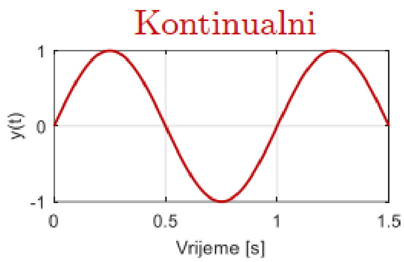
Indetifikuj ulazne upravljacke I izlazne signale Sistema:



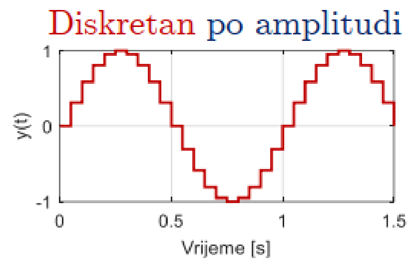
- Ulazi $\boldsymbol{\omega_1}$ **I** $\boldsymbol{\omega_2}$**,** $\boldsymbol{\omega_1}$ Izlazi: $\boldsymbol{\alpha}$

DRUGA PREZENTACIJA

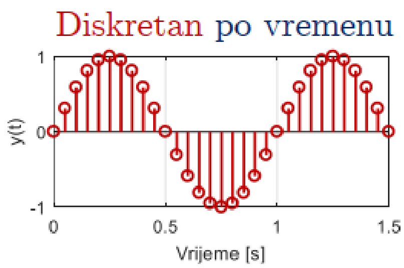
Klasifikacije signala:



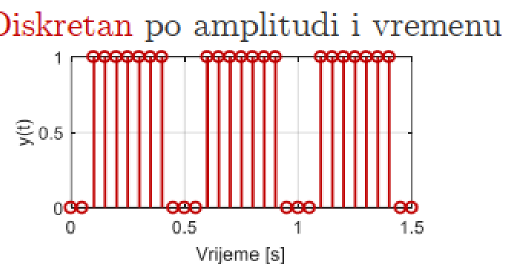
Definisani su u svakom trenutku vremena i mogu imati bilo koju vrijednost amplitude.



Definisani su u svakom trenutku vremena i mogu imati određene vrijednosti amplitude.



Definisani u određenim trenucima vremena i mogu imati bilo koju vrijednost amlitude.



Definisani u određenim trenucima vremena i mogu imati određene vrijednosti amlitude.

KLASFIKACIJA SISTEMA:

SISO
- Sa jednim ulazom i jednim izlazom (Single-Input and Single-Output)

MIMO
- Sa više ulaza i izlaza (Multiple-Input and Multiple-Output)

Statički (bez memorije):
- Izlaz u trenutku *t* zavisi samo od ulaza u trenutku *t*
- Opisuju se običnim jednačinama
- Primjer: kolo sa otpornicima

Dinamički (sa memorijom):
- Izlaz u trenutku *t* zavisi od prošlih vrijednosti izlaza
- Opisuju se diferencijalnim jednačinama
- Primjer: RLC kolo

Stacionarni (vremenski invarijantni)
- Matematički se opisuju diferencijalnim jednačinama sa konstantnim koeficijentima

Nestacionarni (promjenljivi u vremenu)
- Matematički se opisuju diferencijalnim jednačinama sa promjenljivim koeficijentima
- Primjer: avion čija se masa mijenja usljed potrošnje goriva

Kauzalni:
- izlaz u trenutku *t* zavisi samo ulaza u trenutku *t*, kao i od ulaza u prethodnim trenucima
- Svi sistemi u realnom vremenu su kauzalni

Nekauzalni:
- Ne mogu se hardverski realizovati
- Moguće je obrađivati buduće podatke, ako su sačuvani u memoriji

Sistemi sa koncentrisanim parametrima:
- Matematički se opisuju običnim diferencijalnim ili diferencnim jednačinama (ODE)

▪ Promjenljive sistema zavise samo od vremena. Drugim riječima, u svim tačkama sistema ulaz djeluje istovremeno
▪ Primjer: RLC kolo
Sistemi sa distribuiranim parametrima:
▪ Matematički se opisuju parcijalnim diferencijalnim jednačinama (PDE) koje sadrže najmanje dvije nezavisne promjenljive
▪ Promjenljive sistema zavise od vremena i prostornih koordinata
▪ Primjer: sistemi vezani za prostiranje zvučnih ili elektromagnetnih talasa
Kontinualni sistemi:
▪ Matematički se opisuju diferencijalnim jednačinama
Diskretni sistemi:
▪ Matematički se opisuju diferencnim jednačinama
Linearni sistemi:
▪ Opisuju se linearnim diferencijalnim jednačinama
▪ Važe principi superpozicije i homogenosti
Sistem je linearan ako je:
▪ odziv sistema na $ax(t)$ jednak $ay(t)$, pri čemu je $y(t)$ odziv sistema na $x(t)$ (homogenost).
▪ odziv sistema na $x1(t)+x2(t)$ jednak $y1(t)+ y2(t)$, pri čemu su $y1(t)$ I $y2(t)$ odzivi sistema na $x1(t)$ i $x2(t)$, respektivno (superpozicija).
Nelinearni sistemi:
▪ Ne važe principi superpozicije i homogenosti

MODELI SISTEMA

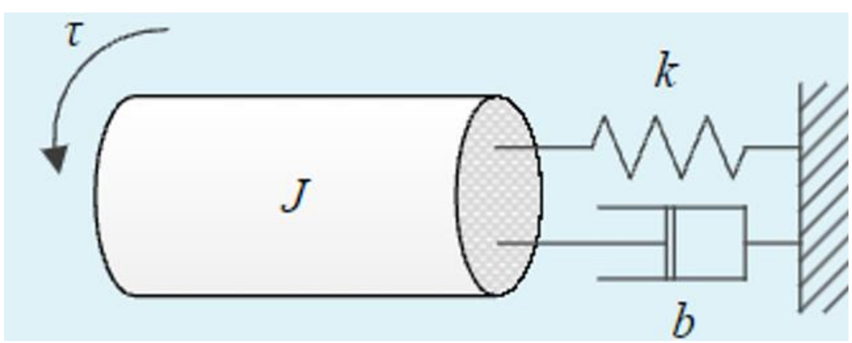
Kategorije modelovanja:
Vrste modela:
1. Matematički modeli
2. Softverski model
3. Grafički modeli
4. Mentalni modeli

Kreiranje matematičkih modela:
1. Fizičko modelovanje
2. Identifikacija
3. Kombinovano

SA DOMAĆEG:

1. Tijelo inercije J se rotira pod uticajem obrtnog momenta taul. Ako je koeficijent viskoznog trenja jednak b, a koeficijent elasticnosti opruge k, jednacina kojom se opisuje dinamika Sistema je:

- $J\ddot{\theta} + b\dot{\theta} + k\theta = \tau$



2. Izaberite tačno:

- Model u prostoru predstavlja skup diferencijalnih jednacina prvog reda
- Jedan isti sistem se moze opisati na vise nacina u prostoru stanja.
- Jedan isti sistem se moze predstaviti sa vise razlicitih modela u prostoru stanja

3. U prom eksperimentu ste na ulaz motora doveli 5V i izmjerili ste ugaonu brzinu od 10 obrtaja/sekundi. Nakon toga ste na ulaz doveli 10V i izmjerili brzinu od 20 obrtaja/sekundi. U zadnjem eksperimentu ste na ulaz motora doveli 15V, medjutim na izlazu ste opet izmjerili brzinu od 20 obrtaja/sekundi. Odmah vam je bilo jasno da se radi o:

- Nelinearnom sistemu

4. Sistem je opisan sledecom diferencijalnom jednacinom:

$$\ddot{y}(t) + 9\dot{y}(t) = \dot{x}(t) + 3x(t).$$

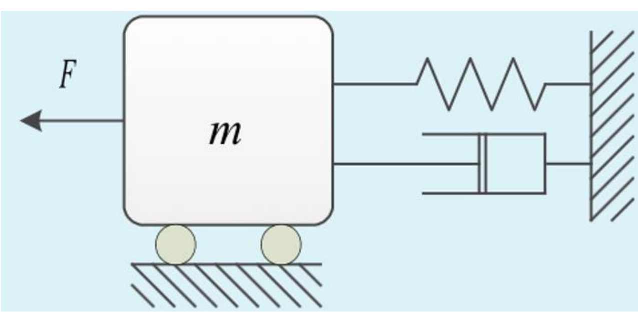
Funkcija prenosa Sistema $G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)}$ je:

- $G(s) = \frac{s+3}{s(s+9)}$

5. Osobine funkcije prenosa. Izaberite tačno:

- uproscava racunanje konvolucije u vremenskom domenu
- predstavlja laplasovu transformaciju impulsnog odziva sistema
- uproscava resavanje linearnih diferencijalnih jednacina

6. Sistem prikazan na slici ispod je:



- dinamički
- Kauzalan
- Linearan
- Vremenski invarijantan

7. Sistem je opisan sledecom diferencijalnom jednacinom:

$$\ddot{y}(t) + 3\dot{y}(t) = x(t-6)$$

Funkcija prenosa Sistema $G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)}$ je:

- $G(s) = \frac{e^{-6s}}{s(s+3)}$

8. Sistem je opisan sledecom diferencijalnom jednacinom:

$$\ddot{y}(t) + 2\dot{y}(t) = x(t-4)$$

Funkcija prenosa Sistema $G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)}$ je:

- $G(s) = \frac{e^{-4s}}{s(s+2)}$

9. Jednačina slobodnog pada $m\frac{dv}{dt} = -mg + kv^2$, gdje m predstavija masu padobranaca, g je gravitaciono ubrzanje, dok je k koeficijent koji zavisi od trenja vazduha, povrsine i oblika padobrana, itd. Na osnovu gornje jednacine zakljucili ste da je ovaj aerodinamicni sistem:

- Nelinearan
- Dinamican
- Vremenski invarijantan

10. Sistem opisan diferencijalnom jednacinom ispod je:

$$\ddot{y}(t) + 2\dot{y}(t) + y(t) = u(t)$$

- Dinamican
- Linearan
- Vremenski invarijantan
- Kauzalan

11. Sistem opisan diferencijalnom jednacinom:

$$\ddot{y}(t) + 2\dot{y}(t) + 4y(t) = u(t)$$

Ako se kao izlaz posmatra y(t), model u prostoru Sistema stanja ce biti:

- $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -4 & -2 \end{bmatrix}, \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \mathbf{C} = [1 \quad 0]$

12. Funkcija prenosa Sistema je

$$G(s) = \frac{s+9}{s^2(s^6+1)}$$

Da bi zadat sistem modelovali u prostoru stanja potrebno je uvesti minimalno:

- 8 promjenjivih

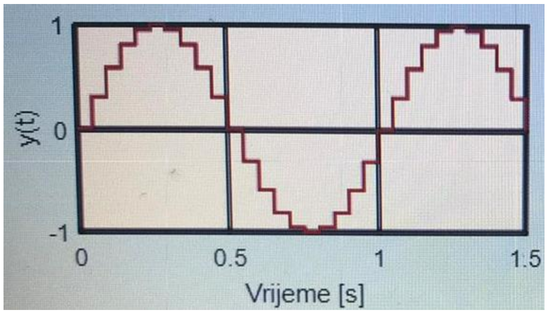
13. Sistem opisan diferencijalnom jednacinom:

$$\ddot{y}(t) + 7\dot{y}(t) + 4y(t) = u(t)$$

Ako se kao izlaz posmatra y(t), model u prostoru Sistema stanja ce biti:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -4 & -7 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, C = [1 \quad 0]$$

14. Signal sa slike je:



- **Deterministicki**
- **Kontinualan po vremenu**
- **Diskretan po amplitude**

15. Sistem je opisan sledecom diferencijalnom jednacinom:

$$\ddot{y}(t) + 3\dot{y}(t) = x(t-4)$$

Funkcija prenosa Sistema $G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)}$ je:

- $G(s) = \frac{e^{-4s}}{s(s+3)}$

16. Sistem se rotira prema sledecem zakonu:

$$\tau = \ddot{\theta} + 0.2\dot{\theta} + 0.1\theta$$

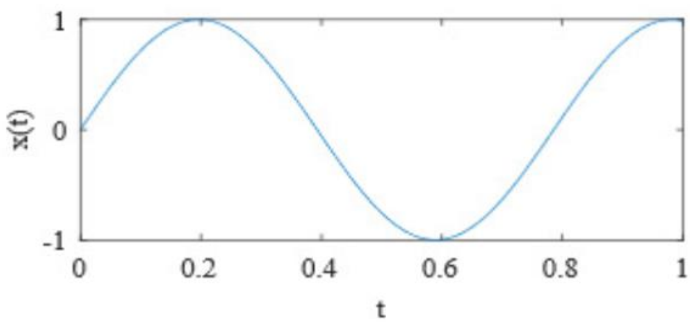
Gdje teta oznacava ugaoni pomjeraj, u rad/s. Akon a tijelo djeluje obrtni momenat inteziteta 1Nm, kolika je vrijednost ugaone brzine u stacionarnom stanju? Moze li se fizicki interpretirati rezultat?

- 10 rad/s

17. Sistem je opisan funkcijom prenosa: $G(s) = \frac{1}{s^2+s+2}$, koliki je odziv u stacionarnom stanju, ako je na ulaz Sistema dovedena rampa funkcija jedinicnog nagiba?

- ∞

18. Signal sa slike ispod je:



- Kontinualan
- Deterministicki

19. Sistem je opisan sledecom diferencijalnom jednacinom:

$$\ddot{y}(t) + 3\dot{y}(t) + 2y(t) = \dot{u}(t) - u(t)$$

Funkcija prenosa datog Sistema je:

- $G(s) = \frac{s-1}{s^2+3s+2}$

20. Na koje nacine se sistem moze modelovati u vremenskom domenu:

- Pomocu diferencijalnih jednacina viseg reda

- Pomocu jednacina stanja, primjenom koncepta prostora stanja

21. Jedan od prednosti prostora stanja u odnosu na s domen je ta sto se u njemu moze modelovati sira klasa Sistema:

- Tačno

22. Sistem opisan diferencijalnom jednacinom je:

$$\ddot{x}(t) + t\dot{x}(t) - x(t) = u(t)$$

- Linearan
- Dinamicki
- Vremenski promjenjiv
- Kauzalan

23. Izaberi tačno:

- U prostoru stanja je moguce modelovati vremenski promjenljive sisteme
- U prostoru stanja je moguce modelovati nelinearne sisteme.
- Model u prostoru stanja omogucava jednostavniju analizu sistema u odnosu na ODE model.
- Moderene tehnike upravljanja se zasnivaju na modelovanju prostoru stanja.

24. Sistem je opisan jednacinom: $\ddot{y}(t) + 3\dot{y}(t) + 2y(t) = u(t)$

Ako se kao izlaz posmatra y(t), model u prostoru stanja ce biti:

- $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -3 \end{bmatrix}, \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}$

25. Sistem je opisan funkcijom prenosa:

$$G(s) = \frac{1}{s^2 + s + 2}$$

Odziv u stacionarnom stanju, ako je na ulaz dovedena jednacina step funkcija:

- 0.5

26. Izaberi tačno za funkciju prenosa

- predstavlja vezu izmedu ulaza i izlaza sistema
- omogucava racunanje odziva na neku pobodu, ali ne i na pocetne uslove
- jedino se moze primijeniti za modelovanje linearnih, vremenski invarijantih sistema
- uproscava matematiku analizu sistema

27. Prepoznaj I spoji analogije izmedju komponenti elektricnog I mehanickog Sistema

- Kapacitivnost (C)- elasticnost opruge (k)
- Otpornost (R)- trajanje (B)
- Induktivnost (L)- masa (m)

TREĆA PREZENTACIJA

-Korijeni karakterističnog polinoma se zovu **polovi sistema.**

-Korijeni brojioca funkcije prenosa se zovu **nule sistema.**

-Statičko pojačanje sistema predstavlja odnos slobodnih članova brojioca i imenioca funkcije prenosa:

$$K = \lim_{s\to 0} G(s) = \lim_{s\to 0} \frac{s^m + b_{m-1}s^{m-1} + \ldots + b_1 s + b_0}{s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \ldots + a_1 s + a_0} = \frac{b_0}{a_0}.$$

-Vrijednost signala y(t) u stacionarnom stanju se može izračunati na osnovu njegovog kompleksnog lika na sljedeći način: $\lim_{t\to\infty} y(t) = \lim_{s\to 0} sY(s)$.

-Statičko ili DC pojačanje predstavlja pojačanje (ili slabljenje) jednosmjerne komponente signala u stacionarnom stanju.

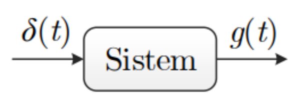
Funkcija prenosa LTI sistema se može definisati:

-> Kao Laplace-ova transformacija impulsnog (normalnog) odziva sistema g(t):

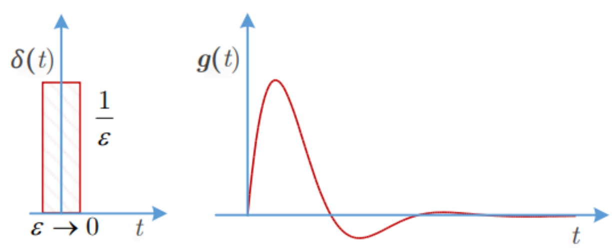
$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \mathcal{L}\{g(t)\} = \int_0^\infty f(t)e^{-st}dt.$$

Impulsni odziv g(t) je odziv sistema na Dirakovu funkciju δ(t).

$$\delta(t) = \begin{cases} \infty, t = 0 \\ 0, t \neq 0 \end{cases}$$



$$\int \delta(t)dt = 1,$$
$$\int \delta(t)f(t)dt = f(0),$$
$$\Delta(s) = \int \delta(t)e^{-st}dt = e^{-s0} = 1.$$



Jednako djeluje na sve frekvencije sistema.

Impulsni odziv sadrži potpunu informaciju o sistemu.

Odziv sistema na zadatu pobudu se može odrediti na sljedeće načine:

- Rjesavanjem diferencijalne jednacine Sistema
- Rjesavanjem vektorke jednacine stanje
- Primjenom konvolucije u vremenskom domenu
- Primjenom teoreme konvolucije u s-domenu

Primjer- odziv Sistema na pobudu

Za mehanički sistem prikazan na slici poznato je: k=2 N/m, B=3 Ns/m, m=1 kg. Odrediti funkciju prenosa, impulsni odziv, kao i odziv sistema na silu F=1N. Za izlaznu promjenljivu usvojiti pređeni put $x(t)$.

Diferencijalna jednačina kojom se opisuje sistem ima sljedeći oblik:

$m\ddot{x} + b\dot{x} + kx = F.$

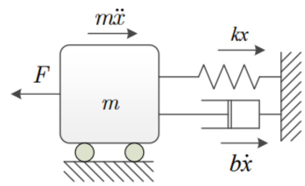
Funkcija prenosa se dobija primjenom osobine Laplasove transformacije, za nulte početne uslove:

Impulsni odziv i odziv na step funkciju se takođe mogu dobiti primjenom osobina Laplasove transformacije:

$$G(s) = \frac{X(s)}{F(s)} = \frac{1}{ms^2 + bs + k} = \frac{1}{s^2 + 3s + 2},$$

$$g(t) = \mathcal{L}^{-1}\{G(s)\} = e^{-t} - e^{-2t}.$$

$$y(t) = \mathcal{L}^{-1}\{F(s)G(s)\} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}e^{-2t} - e^{-t}.$$




```
>> syms s
% definisanje simboličke promjenljive
>> G=1/(s^2+3*s+2)
% definisanje funkcije prenosa
>> g=ilaplace(G)
% inverzna laplasova transformacija
>> y=ilaplace(1/s*G)
% odziv na step funkciju
% ulaz je jedinična funkcija
```

Polovi sistema su -1 i -2, dok posmatrani sistem nema nula. Statičko pojačanje sistema je 1/2.

Polovi i nule imaju ključnu ulogu u dinamici sistema!!!

$$y(t) = \mathcal{L}^{-1}\{F(s)G(s)\} = \frac{1}{2} + \boxed{\frac{1}{2}} e^{-2t} - e^{-t}$$

$$y(t = \infty) = \frac{1}{2}$$

Polovi određuju koliko brzo će da iščeznu komponente prelaznog procesa.

Sa druge strane, nule definišu na koji će način ove komponente biti „izmiksane".

U stacionarnom stanju sistem slabi ulazni signal 2 puta!!!

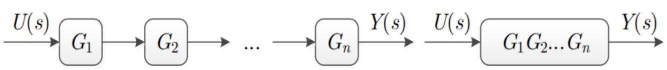
Ako na sistem djelujemo konstantnom silom od 1N, tijelo će se pomjeriti za ukupno 0.5m u pravcu djelovanja sile. Teorijski sistem će dostići vrijednost 0.5m tek u beskončanosti. Međutim, može se smatrati da eksponencijalna funkcija e^{at} pada na nulu nakon [3-5]/a jedinica vremena.

```
% polovi sistema
ans =
    -2
    -1
% pojačanje sistema
>> K=limit(G)
K =
1/2
```

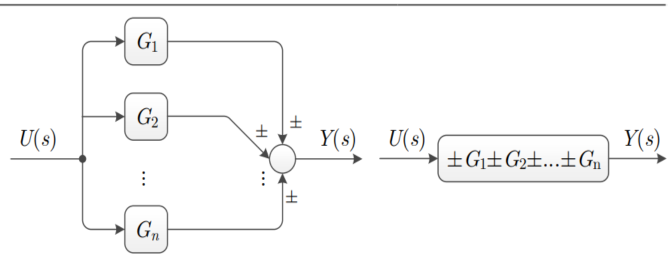
$\boxed{[3-5] \equiv \text{od}\, 3\ \text{do}\ 5}$

ALGEBRA FUNKCIJE PRENOSA

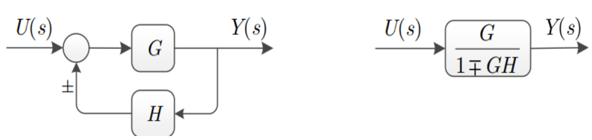
Kaskadna veza blokova



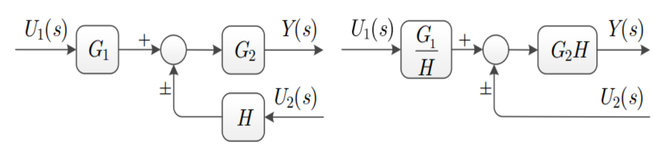
Paralelna veza blokova



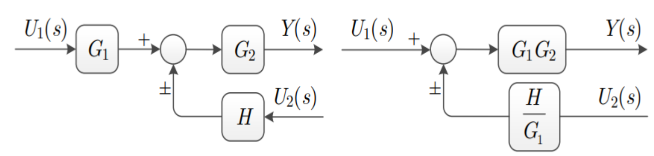
Svođenje povratne sprege na jedan blok



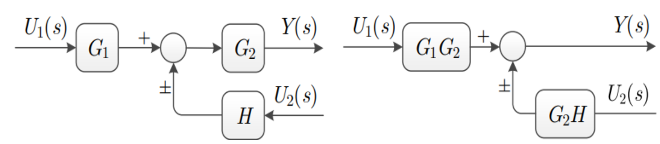
Premještanje bloka H ispred sabirača



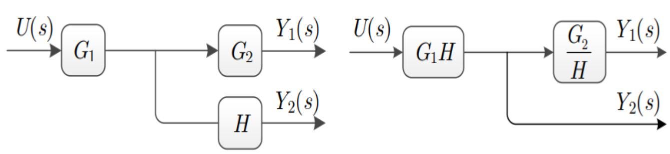
Premještanje sabirača ispred bloka G_1



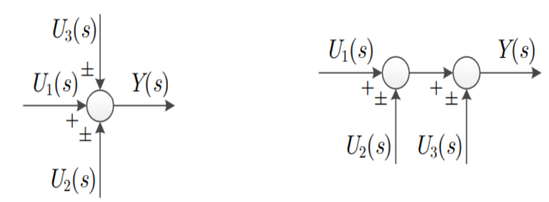
Premještanje sabirača iza bloka G_2



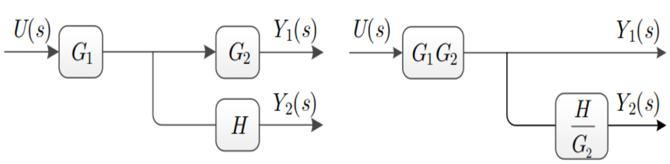
Premještanje bloka H iz direktne grane



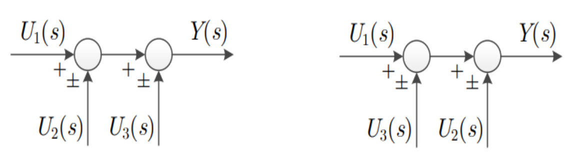
Razdvajanje na dva sumatora



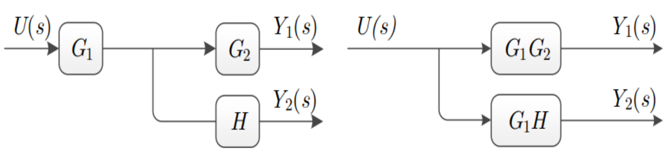
Premještanje čvora iza bloka G_2



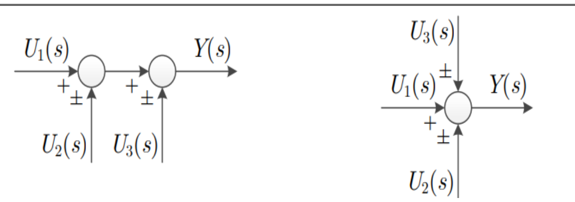
Zamjena mjesta sumatora



Premještanje čvora ispred bloka G_1

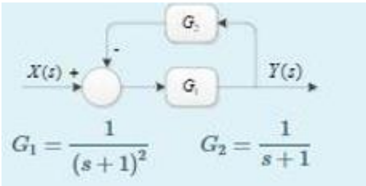


Svođenje na jedan sumator



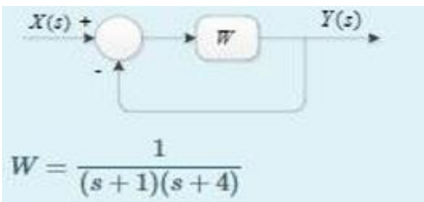
SA DOMAĆIH(domaci 3):

1.Polovi Sistema sa slike su:



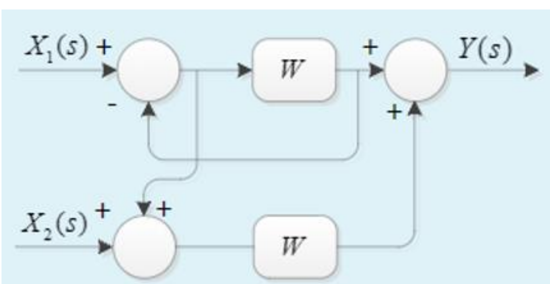
- -0.5 +- 0.86i
- -2

2.Ako je ulazni signal Sistema na slici ispod jedinicna step funkcija, onda je vrijednost signala greske u stacionarnom stanju:



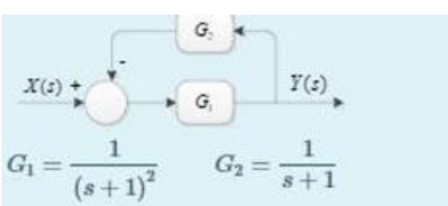
- $\frac{4}{5}$

3.Na slici ispod je prikazan MIMO system. Kolika je funkcija prenosa od prvog ulaza do izlaza?



- $\frac{2W}{1+W}$

4. Nule Sistema sa slike su:

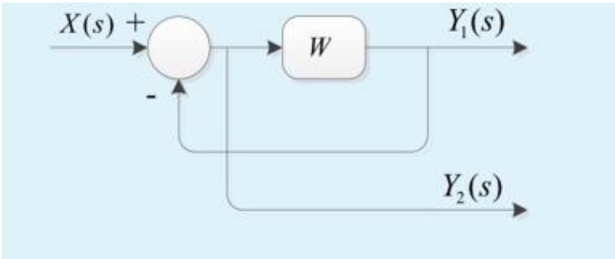


- -1

5. Mehanicki sistem je opisan sljedecom diferencijalnom jednacinom: $\ddot{x}(t) + 4\dot{x}(t) + 3x(t) = f(t)$, **gdje je x(t) predstavlja predjeni put, dok je f(t) sila kojom djeluje na system. Kolki je impulsni odziv Sistema?**

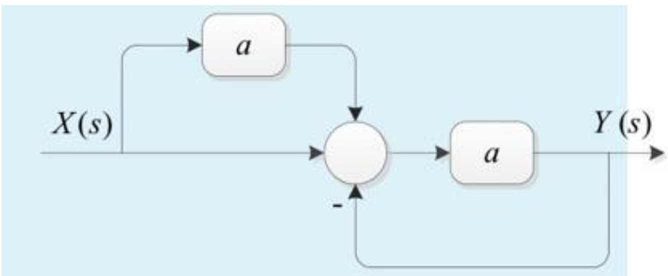
- $\frac{1}{2}e^{-t} - \frac{1}{2}e^{-3t}$

6. Na slici je prikazan MIMO sistem. Kolika je funkcija prenosa ulaza od prvog izlaza?



- $\frac{W}{1+W}$

7. Funkcija prenosa Sistema sa slike je:



- G(s) = a

8. Odziv Sistema na jednacinu step pobude:

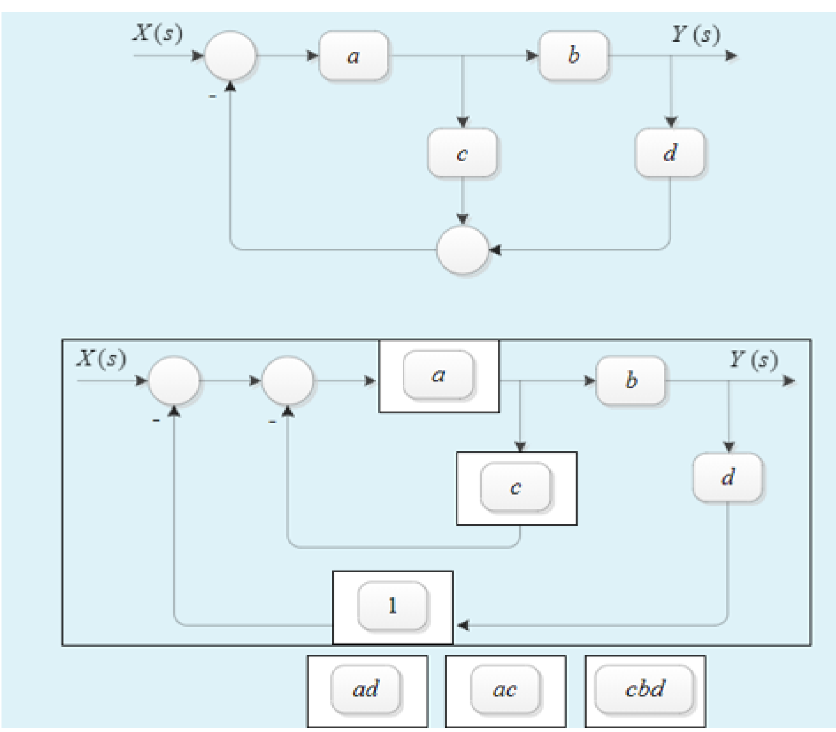
$$y(t) = \left(1 - e^{-t}\left(\cos 2t + \frac{1}{2}\sin 2t\right)\right)$$

$$y(t) = \left(1 - e^{-t}\left(\cos\ 2t + \frac{1}{2}\sin\ 2t\right)\right)$$

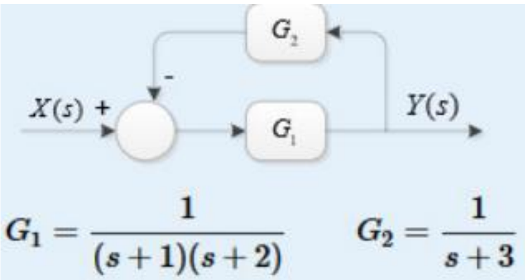
Koliko je staticno pojacanje Sistema?

- 1

10. Povucite blokove na odgovarajuce mjesto tako da seme ispod budu ekvivalentne:

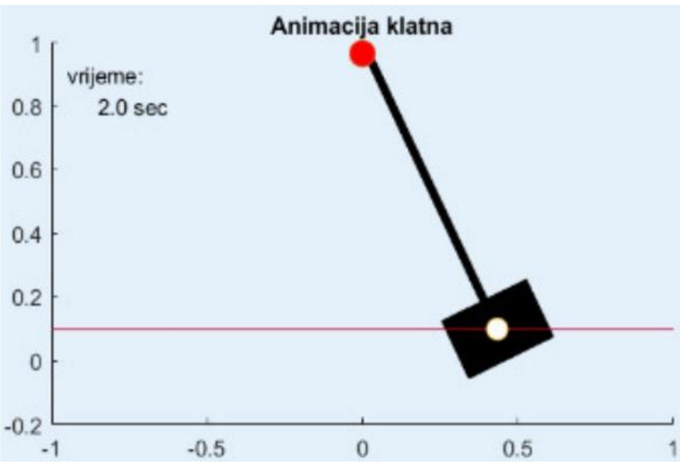


11. Nule Sistema sa slike su:



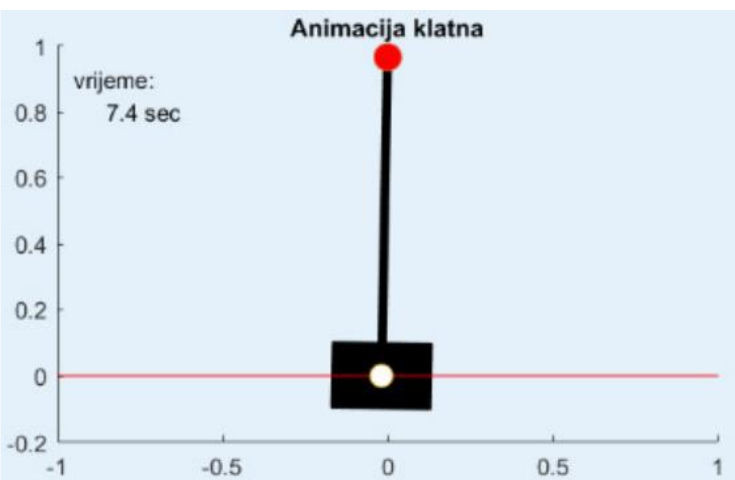
➢ **-3**

12. Klatno je opisano nelinearnom diferencijalnom jednacinom: $J\frac{d^2\theta}{dt^2} = Fl - mgl\sin\,\theta, J = ml^2$. **Odrediti model u prostoru stanja linearizovanog modela, ako je:** $m = 1kg, l = 1m, g = 10m/s$. **Na slici je prikazana simulacija nelinearnog I linearizovanog Sistema za pocetne uslove** $\theta = 30°, \dot{\theta} = 0rad/s$ i $F = 0N$



➢ $$\begin{bmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}0 & 1\\ -10 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}0\\ 1\end{bmatrix}F$$

13. Klatno je opisano nelinearnom diferencijalnom jednacinom: $J\frac{d^2\theta}{dt^2} + 0.8\frac{d\theta}{dt} = Fl - mgl\sin\,\theta, J = ml^2$. **Odrediti model u prostoru stanja linearizovanog modela, ako je:** $m = 1kg, l = 1m, g = 10m/s$. **Na slici je prikazana simulacija nelinearnog I linearizovanog Sistema za pocetne uslove** $\theta = 30°, \dot{\theta} = 0rad/s$ i $F = 0N$

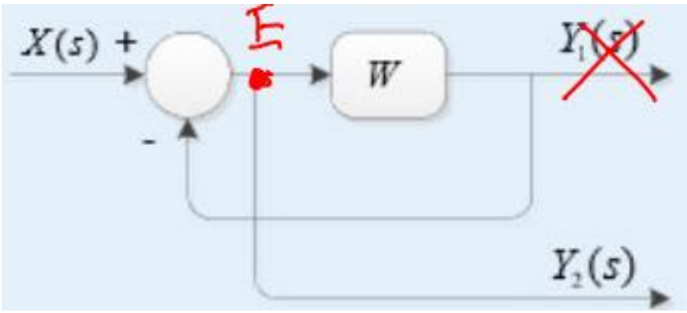


➢ $$\begin{bmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}0 & 1\\ -10 & -0.8\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}0\\ 1\end{bmatrix}F$$

14. Mehanicki system je opisan sledecom diferencijalnom jednacinom: $\ddot{x}(t) + 5\dot{x}(t) + 4x(t) = f(t)$, gdje x(t) predstavlja predjen put a f(t) sila kojom se djeluje na system. Koliki je impulsni odziv Sistema:

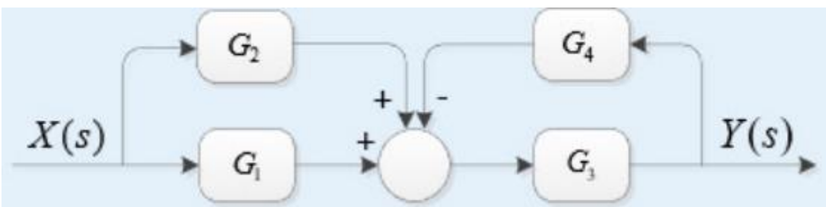
- $\frac{1}{3}e^{-t} - \frac{1}{3}e^{-4t}$

15.Na slici ispod je prikaan MIMO system. Kolika je funkcija prenosa od ulaza do drugog izlaza?



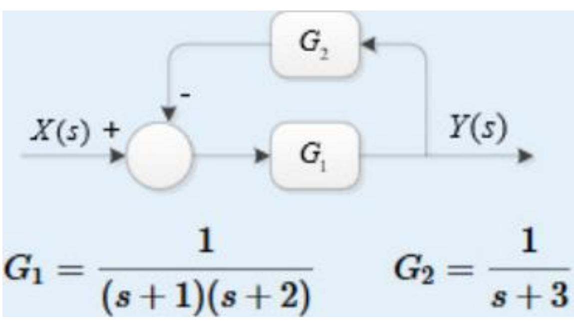
- $\frac{1}{1+W}$

16. Funkcije prenosa Sistema sa slike je:



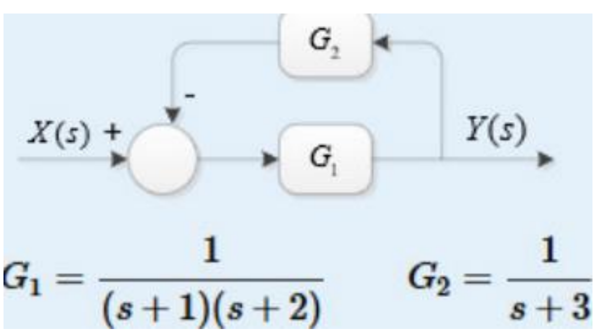
- $G(s) = (G_1 + G_2)\frac{G_3}{1+G_3G_4}$

17. Polovi Sistema sa slike su:



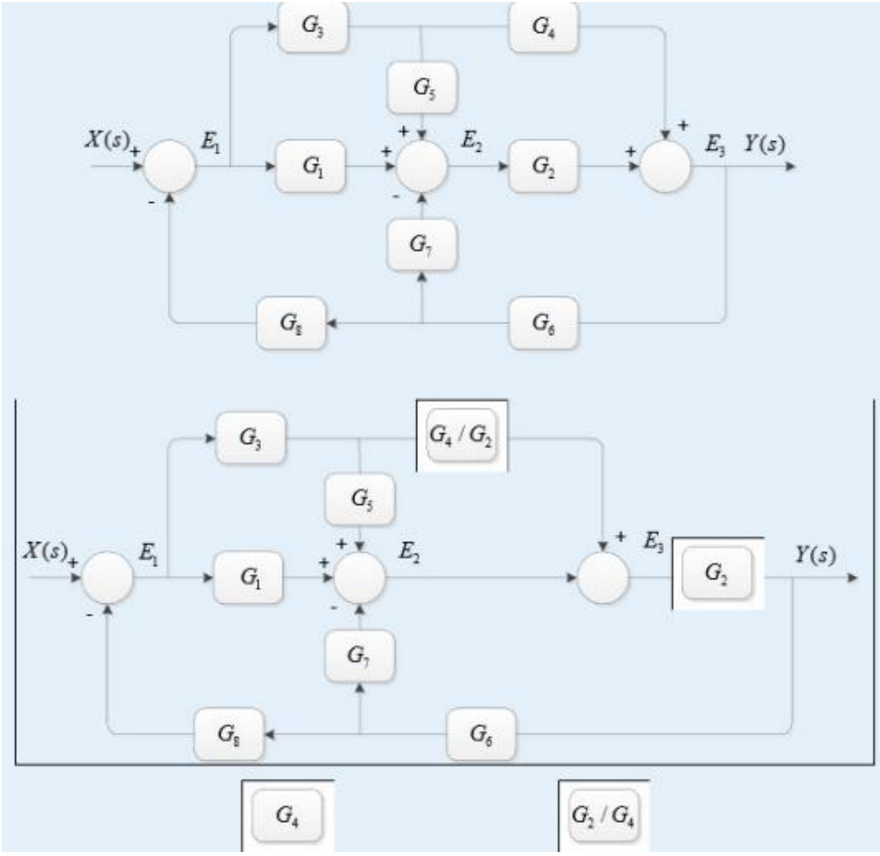
- $-1.34 \pm 0.56i$
- -3.32

18. Pojačanje Sistema sa slike je jednako:



- $\frac{3}{7}$

19. Prevucite odgovarajuce blokove, tako da funkcije prenosa Sistema sa slike budu jednake:



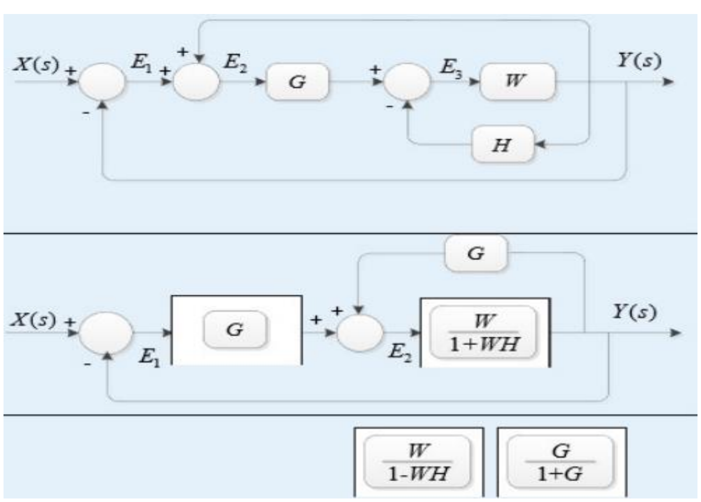
20. Teorema o konvoluciji signala se moze primijeniti samo za racunanje odziva LTI Sistema:

- **Tačno**

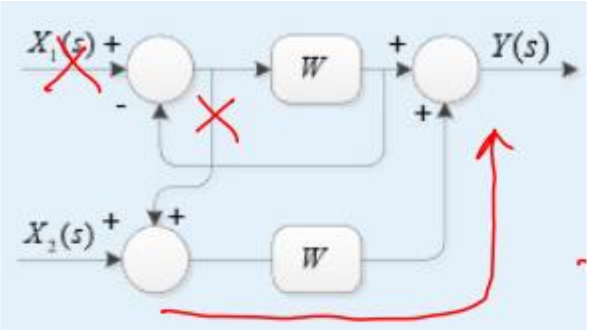
21. Mehanicki sistem je opisan sljedecom diferencijalnom jednacinom: $\ddot{x}(t) + 5\dot{x}(t) + 4x(t) = f(t)$, **gdje x(t) predstavia predeni put, dok je f(t) sila kojom se djeluje na sistem. Poznato je da je sistem poremecen iz ravnoteze i da su u pocetnom trenutku posmatranja pozicija i brzina sistema jednaki** $1m\ i\ 1\frac{m}{s}$, respektivno. Po kom se zakonu mijenja predjeni put Sistema u zavisnoti od vremena (f(t)=0)?
Laplasove transformacije prvog I drugog izvoda funkcije x(t) su $\mathcal{L}\{\dot{x}(t)\} = sX(s) - x(0)$i $\mathcal{L}\{\dot{x}(t)\} = s^2X(s) - sx(0) - \dot{x}(0)$.

- $\frac{5}{3}\mathrm{e}^{-t} - \frac{2}{3}\mathrm{e}^{-4t}$

22. Povucite odgovarajuce blokove, tako da funkcije prenosa Sistema sa slike budu jednake:



23. Na slici ispod je prikazan MIMO system. Kolika je funkcija prenosa od drugog ulaza do izlaza?

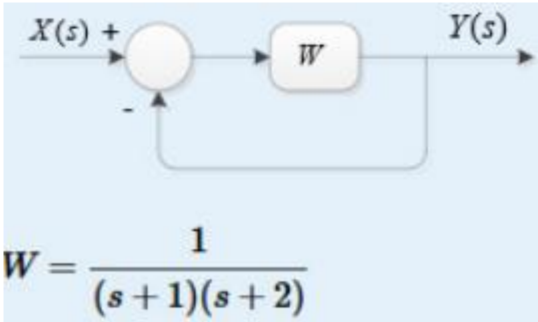


- ➢ **W**

24. Mehanicki system je opisan sledecom diferencijalnom jednacinom: $\ddot{x}(t) + 5\dot{x}(t) + 4x(t) = f(t)$, **gdje x(t) predstavlja predjeni put, dok f(t) sila kojom se djeluje na system. Po kom zakonu se mijenja brzina Sistema u zavisnosti od vremena, ako je sila kojom se djeluje na system konsantna, I iznosi 1N?. Pocetna pozicija I brzina Sistema su jednaki nuli.**

- ➢ $\frac{1}{3}\mathrm{e}^{-t} - \frac{1}{3}\mathrm{e}^{-4t}$

25**. Ako je ulazni signal Sistema na slici ispod jedinicna step funkcija, onda je vrijednost signala greske u stacionarnom staju jednaka:**



- ➢ $\frac{2}{3}$

ČETVRTA PREZENTACIJA

Dinamičko ponašanje sistema u vremenskom domenu se opisuje diferencijalnim jednačinama. Najčešće se koristi zapis u vidu sistema diferencijalnih jednačina prvog reda - model u prostoru stanja:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{Ax} + \mathbf{Bu}, \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0$$
$$\mathbf{y} = \mathbf{Cx} + \mathbf{Du},$$

gdje su: x - vektor stanja, x0 – vektor početnih uslova, u – vekor ulaznih signala, y – vektor izlaznih signala. Sistem se može modelovati i u Laplasovom s-domenu pomoću funkcije prenosa

Fundamentalna matrica sistema se definiše na sljedeći način:

$$\mathbf{\Phi}(t) = e^{\mathbf{A}t}$$

gdje je $e^{\mathbf{A}t}$matrična eksponencijalna funkcija definisana prema analogiji sa skalarnom ekponencijalnom funkcijoma:

$$e^{\mathbf{A}t} = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{t^k}{k!}\mathbf{A}^k$$

Rješenje matrične diferencijalne jednačine (modela u prostoru stanja) je:

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{\Phi}(t)\mathbf{x}_0 + \int_0^t \mathbf{\Phi}(t-\tau)\mathbf{Bu}(\tau)d\tau$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C\Phi}(t)\mathbf{x}_0 + \mathbf{C}\int_0^t \mathbf{\Phi}(t-\tau)\mathbf{Bu}(\tau)d\tau + \mathbf{D}u(t).$$

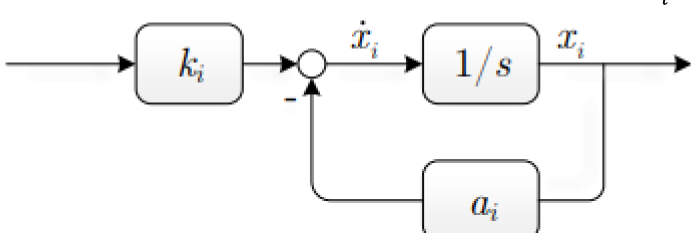
Funkcija prenosa sistema zadatog modelom u prostoru stanja A B C D se računa na sljedeći način:

$$G(s) = \mathbf{C}(s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{B} + \mathbf{D}$$

Ukoliko je potrebno naći model u prostoru stanja, pri čemu je funkcija prenosa je zadata u obliku:

$$G(s) = \prod_{i=1}^{N} \frac{k_i}{s+a_i} \text{ili} G(s) = \sum_{i=1}^{N} \frac{k_i}{s+a_i}$$

Prvo treba nacrtati kvazi-analogni dijagram, a zatim preko njega naći jednačine stanja i izlaza. Kvazi-analogni blok dijagram se crta tako što se elementarna funkcija prenosa $\frac{k_i}{s+a_i}$, zamjenjuje blokom datim na slici ispod.



Ulaz u i-ti integrator se označava izvodom i-te promjenljive stanja, dok je izlaz iz integratora jednak odgovarajućoj promjenljivoj stanja. Ovaj tip realizacije se naziva redno, onosno paralelno programiranje, u zavisnosti od toga da li funkcija zadata kao proizvod ili zbir elementarnih funkcija. Ova dva tipa realizacije se često nazivaju i dijagonalnom , odnosno Jordanovom kanoničnom formom, zbog strukture koju ima matrica A.

Ukoliko je funkcija prenosa zadata u opštem obliku:

$$G(s)=\frac{b_m s^m+b_{m-1}s^{m-1}+\ldots+b_1 s+b_0}{s^n+a_{n-1}s^{n-1}+\ldots+a_1 s+a_0}, \text{ pri čemu je } m<n \text{ i } a_n=1$$

model u prostoru stanja se može direktno zapisati na sljedeći način (direktno programiranje – kontrolabilna kanonična forma):

$$\mathbf{A}=\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \ldots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \ldots & 0 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ddots & \ldots \\ 0 & 0 & 0 & \ldots & 1 \\ -a_0 & -a_1 & \ldots & -a_{n-2} & -a_{n-1} \end{bmatrix}_{n\times n}, \mathbf{B}=\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \ldots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}_{n\times 1}, \mathbf{C}=\begin{bmatrix} b_0 & b_1 & \ldots & b_m & \mathbf{0}_{n-m-1} \end{bmatrix}_{1\times m}$$

Postoji još i opservabilna kanonična forma. Veza između opservabilne i kontrolabilne kanonične forme je data na sljedećim jednačinama:

$$\mathbf{A}_o=\mathbf{A}_c^T, \qquad \mathbf{B}_o=\mathbf{C}_k^T, \qquad \mathbf{C}_o=\mathbf{B}_k^T, \qquad \mathbf{D}_0=\mathbf{D}_k$$

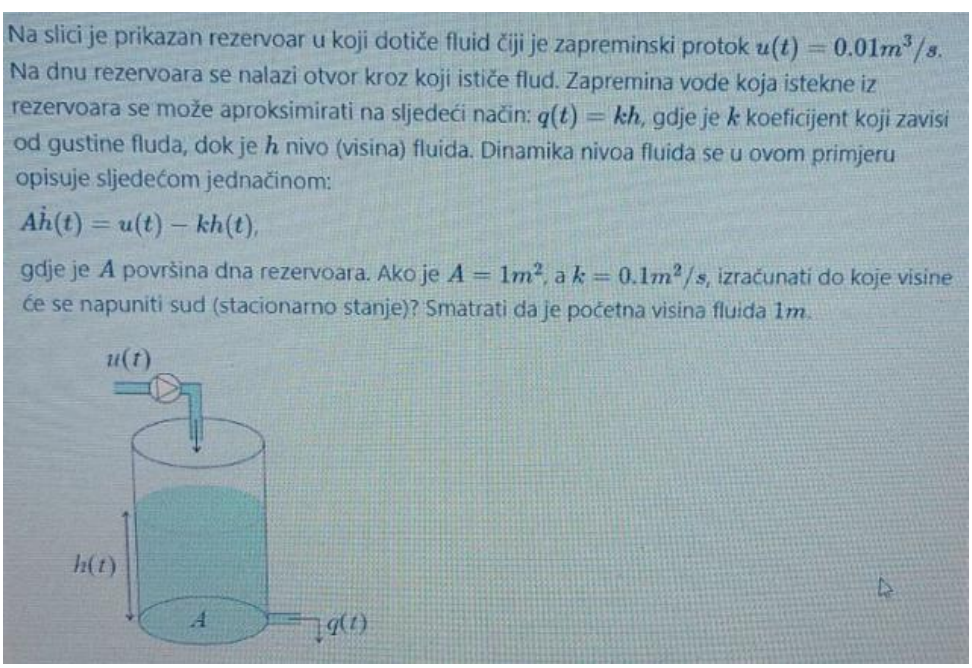
SA DOMAĆIH(domaci 4):

1. Sistem je zadat matricom:

$$\mathbf{A}=\begin{bmatrix} 0 & 0 & -2 \\ 1 & 0 & -4 \\ 0 & 1 & -2 \end{bmatrix}, \mathbf{B}=\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{C}=\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

- Opservabilnu kanonicnu formu

2.


Na slici je prikazan rezervoar u koji dotiče fluid čiji je zapreminski protok $u(t)=0.01m^3/s$. Na dnu rezervoara se nalazi otvor kroz koji ističe flud. Zapremina vode koja istekne iz rezervoara se može aproksimirati na sljedeći način: $q(t)=kh$, gdje je k koeficijent koji zavisi od gustine fluda, dok je h nivo (visina) fluida. Dinamika nivoa fluida se u ovom primjeru opisuje sljedećom jednačinom:

$A\dot{h}(t)=u(t)-kh(t)$,

gdje je A površina dna rezervoara. Ako je $A=1m^2$, a $k=0.1m^2/s$, izračunati do koje visine će se napuniti sud (stacionarno stanje)? Smatrati da je početna visina fluida $1m$.

- 0.1m

3. Sistem je zadat u prostoru stanja matrica:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -3 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, C = [1 \quad 0].$$

- $G = \frac{1}{s^2+3s+2}$

4. Sistem je opisan u prostoru stanja matricama:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}, \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{C} = [1 \quad 0]$$

Ako je ulazna funkcija 2h(t), a pocetni uslovi $\mathbf{x}(0) = [0 \quad 2]^T$, koliki ce biti odziv Sistema y(t)?

- $2 - 2e^{-t}$

5. Poznata je matrica A nekog Sistema: $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -3 & -4 \end{bmatrix}$.

Koliku su polovi Sistema?

- -3 i -1

6. Sistem je opisan funkcijom prenosa: $G = \frac{1}{s^2+s+2}$

U prosoru stanja posmatrani sistem se moze zapisati u obliku:

- Kontrolabilne kanonicne forme
- Opservabilne kanonicne forme

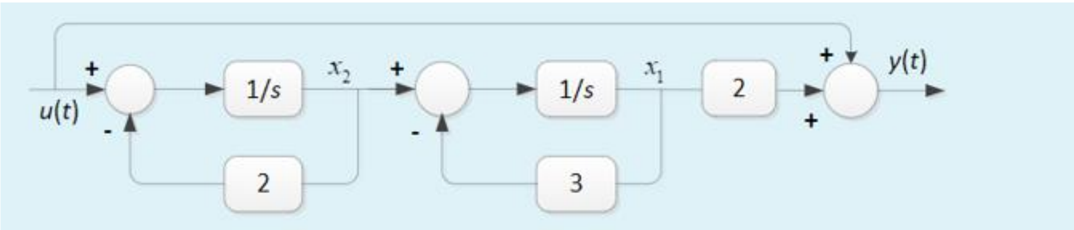
7. Sistem je opisan u prostoru stanja matricama: $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}, \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{C} = [1 \quad 0]$
Ako je ulazni signa funkcija 2h(t-2), a pocetni uslovi jednaki nuli, koji vremenski oblik ce imati promjenljiva x1(t)?

- $2 - 2e^{2}e^{-t}$

8. Sistem je opisan u prostoru stanja matricama: $A = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, C = [1 \quad 0]$, ako su pocetni uslovi promjenljvih jednaki: $\mathbf{x}(0) = [2 \quad 0]^T$, koji vremenski oblik ce imati promjenljiva x2(t)?

- 0

9. Simulacioni blok dijagram je prikazan na slici ishod:



Model u prostoru stanja zadatog Sistema je:

- $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -3 & 1 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}, \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{D} = 1$

10. Sistem je opisan u prostoru stanja: $A = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix}$ **, fundamentalna matrica Sistema u s domenu je:**

- $\Phi(s) = \begin{bmatrix} \frac{1}{s+1} & \frac{2}{(s+1)(s+2)} \\ 0 & \frac{1}{s+2} \end{bmatrix}$

11. Sistem je opisan u prostoru stanja matricama: $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}, \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}$**, ako je ulazni signal funkcija 2h(t-2), a pocetni uslovi jednaki nuli, koji vremenski oblik ce imati promjenljiva x1(t)?**

- $2 - 2e^{2}e^{-t}$

12. Sistem je opisan u prostoru stanja: $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}, \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix}$ **, funkcija prenosa Sistema je:**

- $G = \frac{s+3}{s^2+3s+2}$

13. Sistem je zadat funkcijom prenosa $G = \frac{1}{s^2+2s}$ **oservabilna kanonicna forma Sistema je:**

- $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}, \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}$

14.Sisitem je opisan u prostoru stanja:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}, \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Fundamentalana matrica Sistema u s domenu je:

- $\mathbf{\Phi}(s) = \begin{bmatrix} \frac{1}{s+1} & \frac{1}{(s+1)(s+2)} \\ 0 & \frac{1}{s+2} \end{bmatrix}$

15. Sistem je zadat u prostoru stanja matricama:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -3 \end{bmatrix}, \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Funkcija prenosa Sistema je:

- $G = \frac{s}{s^2+3s+2}$

16. Sistem je zadat matricama A, B, C:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -2 \\ 1 & 0 & -4 \\ 0 & 1 & -2 \end{bmatrix}, \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- Opservabilna kanonicna forma

17. Jednacine stanja se najjednostavnije mogu rijesiti za sisteme predstavljene u obliku:

- Dijagonalne forme

18. Sistem je opisan u prostoru stanja:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}, \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Funkcija prenosa Sistema je:

- Nijeda od ponudjenih odgovora je tacan

19. Jedan od razloga za uvodjenje kanonicnih(standardnih) formi je taj sto promjenjive stanja definisane u ovakvim prostorima stanja imaju fizicku interpretaciju

- Netačno

20. Sistem je opisan u prostoru stanja matricama:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}, \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Ako je ulazni signal funkcija 2h(t-2), a pocetni uslovi jednaki nuli, koji vremenski oblik ce imati promjenjiva x2(t)?

- $1 - e^{4}e^{-2t}$

21. **Sistem je opisan u prostoru stanja matricama:**

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}, \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Ako je ulazni signal funkcija 2h(t), a pocetni uslov $\mathbf{x}(0) = \begin{bmatrix} 0 & 2 \end{bmatrix}^T$, koliki ce biti odziv y(t)?

- 0

22. Jednacine stanja nekog Sistema su date matricama:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}, \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Polovi zadatkog Sistema su:

- -2
- -1

23. Sistem je opisan u prostoru stanja matricama:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}, \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Ako su pocetni uslovi promjenjivih jednaki $\mathbf{x}(0) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}^T$, koji vremenski oblik ce imati promjenjiva x2(t)?

- e^{-2t}

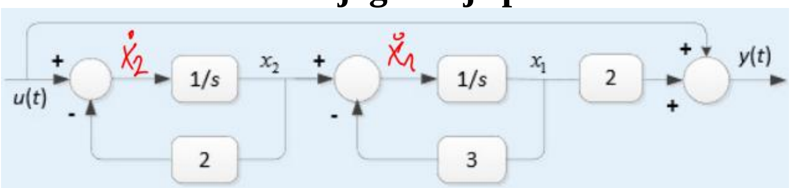
24. Sistem je zadat funkcijom prenosa:

$$G = \frac{s}{s^2 + 2}$$

Opservabilna kanonicna forma Sistema je:

- $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & -2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}$

25. Simulacioni blok dijagram je prikazan na slici ispod:



- Ni jedan od ponudjenih odgovora nije tacan.

26. Poznata je matrica A nekog Sistema:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -3 \end{bmatrix}$$

Koliki su polovi Sistema?

- -2
- -1

27. Sistem je opisan funkcijom prenosa:

$$G = \frac{1}{s^2 + s + 1}$$

U prostoru stanja, posmatrani system se moze zapisati u obliku:

- Kontrolabilne kanonicne forme
- Opservabilne kanonicne forme

28. Sistem je opisan funkcijom prenosa:

$$G = \frac{1}{s^2 + 2s + 1}$$

U prostoru stanja, posmatrani system se moze zapisati u obliku:

- Opservabilne kanonične forme
- Kontrolabilne kaonične forme
- Jordanove kanonične forme