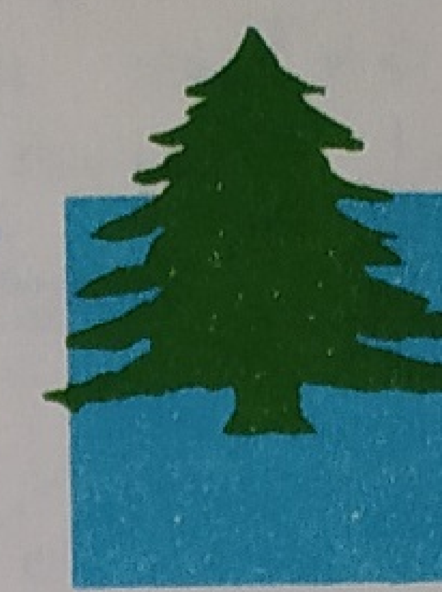
DE PARCIAL → CONTINUIDAD - DERIVABILIDAD - DIFERENCIABILIDAD.



1 ② Analizar derivabilidad en el origen de la función $f(x,y) = \begin{cases} x \cdot \operatorname{sen}\left(\frac{1}{xy}\right) & si \ xy \neq 0 \\ 0 & si \ xy = 0 \end{cases}$.

¿Es diferenciable en el origen? Justifique.

Analizamos derivabilidad: $\bar{r} = (a,b) / a^2 + b^2 = 1$. $\quad f(0,0) = 0$

$$f'(\bar{0},\bar{r}) = \lim_{h\to 0} \frac{f(ha,hb) - f(0,0)}{h} \xrightarrow{ab \neq 0} \lim_{h\to 0} \frac{0-0}{h} = \boxed{0}$$

$$\xrightarrow{ab = 0} \lim_{h\to 0} \frac{\cancel{h}a \cdot \operatorname{sen}\left(\frac{1}{ha\,hb}\right)}{\cancel{h}} = \lim_{h\to 0} a \cdot \underbrace{\operatorname{sen}\left(\frac{1}{h^2ab}\right)}_{\text{función acotada entre } [-1,1]} = \boxed{\nexists \lim}$$

$f(x,y)$ es DERIVABLE únicamente cuando $a \cdot b = 0$ $(\wedge \ a^2 + b^2 = 1)$

Es decir, en 4 direcciones solamente:
- $(0,1)$
- $(0,-1)$
- $(1,0)$
- $(-1,0)$

Como NO es derivable en toda dirección en $(0,0) \Longrightarrow$ NO es diferenciable en $(0,0)$.

$\nabla f = (1,0)$

2 ③ Analizar la derivabilidad en el origen de la función $f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^2 + xy}{x+y} & si \ x+y \neq 0 \\ 0 & si \ x+y = 0 \end{cases}$.

$y = -x$

¿Es diferenciable en el origen? Justifique.

$(0,1)$

Analizamos derivabilidad: $\bar{r} = (a,b) / a^2 + b^2 = 1$. $\quad f(0,0) = 0$

$$\lim_{h\to 0} \frac{f(ha,hb) - f(0,0)}{h} \xrightarrow{a+b \neq 0} \lim_{h\to 0} \frac{\frac{h^2a^2 + ha\,hb}{ha+hb} - 0}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{h^2(a^2+ab)}{h \cdot h(a+b)} = \frac{a\cancel{(a+b)}}{\cancel{a+b}} = \boxed{a}$$

$$\xrightarrow{a+b = 0} \lim_{h\to 0} \frac{0-0}{h} = \boxed{0}$$

$$f'((0,0);(a,b)) = \begin{cases} a & si \ a \neq 0 \\ 0 & si \ a = 0 \end{cases} = a$$

$f(x,y)$ es DERIVABLE EN TODA DIRECCIÓN en el $(0,0)$.

$(1,0) \cdot (a,b) = a$

Continuidad: $f(0,0) = 0$.

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} f(x,y) \xrightarrow{x+y=0} \lim_{(x,y)\to(0,0)} 0 = \boxed{0}$$

$$\xrightarrow{x+y \neq 0} \lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^2+xy}{x+y} = \lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x\cancel{(x+y)}}{\cancel{x+y}} = \boxed{0}$$

$f(x,y)$ es CONTINUA en el $(0,0)$.

Diferenciabilidad:
$\bar{H} = (h,k)$.
$\bar{A} = (0,0)$.
$\bar{A} + \bar{H} = (h,k)$

$f(A+H) - f(A) \qquad \|H\|$

$$f(h,k) - f(0,0) = \overset{(1,0)}{\nabla f(0,0)} \cdot (h,k) + \varepsilon(h,k) \cdot \sqrt{h^2+k^2}$$

(*) → Ver última página

$$\frac{h^2+hk}{h+k} - 0 = (1,0) \cdot (h,k) + \varepsilon(h,k) \cdot \sqrt{h^2+k^2}$$

$$\frac{h^2+hk}{h+k} = h + \varepsilon(h,k) \cdot \sqrt{h^2+k^2}$$

$\nabla f = (f_x', f_y')$

$\nabla f(x_0,y_0) = (f_x'(x_0,y_0), f_y'(x_0,y_0))$

$(f_a'(0,0); f_b'(0,0))$

$(1,0)$

Despejo $\varepsilon(h,k)$
y me fijo si es $= 0$
- $= 0 \to$ DIF.
- $\neq 0 \to$ NO DIF.

$$\frac{\frac{h\cancel{(h+k)}}{\cancel{h+k}} - h}{\sqrt{h^2+k^2}} = \varepsilon(h,k)$$

$$\varepsilon(h,k) = \frac{\overset{=0}{h-h}}{\sqrt{h^2+k^2}} = 0 \text{ cuando } \begin{matrix} h \to 0 \\ k \to 0 \end{matrix}$$

ES DIFERENCIABLE

4 Encontrar los versores en que la función $f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{x^2}{y+x^2} & si\ y+x^2 \neq 0. \\ 0 & si\ y+x^2 = 0 \end{cases}$ no resulta derivable en el origen.

$\check{r} = (a,b) \,/\, a^2+b^2 = 1. \quad f(0,0) = 0$

$$\lim_{h\to 0} \frac{f(ha,hb) - f(0,0)}{h} \xrightarrow{b+a^2\neq 0} \lim_{h\to 0} \frac{\frac{h^2a^2}{hb+h^2a^2} - 0}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{\cancel{h^2}a^2}{\cancel{h^2}(b+ha^2)} = \lim_{h\to 0} \frac{a^2}{b+ha^2} = \boxed{\frac{a^2}{b}}$$

$$\xrightarrow{b+a^2=0} \lim_{h\to 0} \frac{0-0}{h} = \boxed{0}$$

Si $b=0 \Rightarrow \lim_{h\to 0} f(x,y) = \infty$

NO es derivable.

$b=0 \longrightarrow a^2+b^2=1$

$a^2+0^2=1$

$a^2=1$; $a_1=-1$; $a_2=1$ $\longrightarrow$ Direcciones: $(-1;0)$, $(1;0)$.

Creo que está bien...

5 ④ Analizar si la función es diferenciable en el origen siendo $f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{x^2}{x^2+y^2} \cdot \tan(x) & si\ (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & si\ (x,y) = (0,0) \end{cases}$

Continuidad: $f(0,0) = 0$.

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} f(x,y) = \lim_{(x,y)\to(0,0)} \underbrace{\frac{x^2}{x^2+y^2}}_{acotado} \cdot \underbrace{\tan(x)}_{inf.} = 0.$$

CONTINUA en $(0,0)$.

Derivabilidad: $\check{r}(a,b) \,/\, a^2+b^2=1$

$$\lim_{h\to 0} \frac{f(ha,hb) - f(0,0)}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{\frac{h^2a^2}{h^2a^2+h^2b^2} \cdot \tan(ha) - 0}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{\cancel{h^2}a^2}{h\cdot\cancel{h^2}\underbrace{(a^2+b^2)}_{=1}} \cdot \tan(ha) = \lim_{h\to 0} \frac{a^2\cdot \tan(ha)}{h}$$

$a=0$; $a\neq 0$

$f'((0,0);(a,b)) =$

$a=0$: $\lim_{h\to 0} \frac{a^2\cdot \tan(ha)}{h} = \boxed{0}$

$a\neq 0$: $\lim_{h\to 0} \frac{a^2 \cdot \overbrace{\tan(ha)}^{\to 1}\cdot a}{ha} = \lim_{h\to 0} a^3 = \boxed{a^3}$

DERIVABLE en TODA DIRECCIÓN en $(0,0)$

$$\boxed{f'((0,0);(a,b))} = \begin{cases} a^3 & si\ a=0 \\ 0 & si\ a\neq 0 \end{cases} = \boxed{a^3}$$

Diferenciabilidad: vemos si se cumple la fórmula del gradiente: $f'((0,0),(a,b)) \stackrel{?}{=} \nabla f(0,0) \cdot (a,b)$

$$a^3 = f'_x(0,0)\cdot a + f'_y(0,0)\cdot b$$

$$\nexists\, a\ \nexists\, b \,/\, \overbrace{f'((0,0);(a,b))}^{a^3} = (f'_x(0,0);\ f'_y(0,0)) \cdot (a,b)$$

DE PARCIAL ⟶ CONTINUIDAD - DERIVABILIDAD - DIFERENCIABILIDAD

7 ② Analizar si la función es diferenciable en el origen siendo $f(x,y) = \begin{cases} \frac{x}{x+y^2} & si \quad x+y^2 \neq 0 \\ 0 & si \quad x+y^2 = 0 \end{cases}$

Continuidad: $f(0,0) = 0$

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} f(x,y) \xrightarrow{x+y^2\neq 0} \lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x}{x+y^2} = \lim_{y\to 0} f(my^2, y) = \lim_{y\to 0} \frac{my^2}{my^2+y^2} = \lim_{y\to 0} \frac{\cancel{y^2}}{\cancel{y^2}} \cdot \frac{m}{m+1} = \boxed{\frac{m}{m+1}}$$

$$\xrightarrow{x+y^2=0} \lim_{(x,y)\to(0,0)} 0 = 0$$

$\nexists \lim_{(x,y)\to(0,0)} f(x,y)$

⇓

NO es CONTINUA en $(0,0)$

⇓

NO es DIFERENCIABLE en $(0,0)$.

Creo que está bien...

8 ② Analizar si $f(x,y)$ admite plano tangente en el origen siendo $f(x,y) = \begin{cases} \frac{y \cdot \tan(x^2)}{x} & si \quad x \neq 0 \\ 1 & si \quad x = 0 \end{cases}$

Continuidad: $f(0,0) = 1$

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} f(x,y) \xrightarrow{x=0} \lim_{(x,y)\to(0,0)} 1 = 1$$

$$\xrightarrow{x\neq 0} \lim_{(x,y)\to(0,0)} y \cdot \underbrace{\frac{\tan(x^2)}{x} \cdot \frac{x}{x}}_{\to 1} = \lim_{(x,y)\to(0,0)} yx = \boxed{0}$$

$\nexists \lim_{(x,y)\to(0,0)} f(x,y)$

f NO es CONTINUA en $(0,0)$

⇓

NO es DIFERENCIABLE en $(0,0)$

⇕

NO admite plano tangente.

Creo que está bien...

9 ① Analizar si $f(x,y)$ admite plano tangente en el origen siendo $f(x,y) = \begin{cases} \frac{x \cdot \tan(xy)}{y} & si\ y \neq 0 \\ 1 & si\ y = 0 \end{cases}$.

Continuidad: $f(0,0) = 1$

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} f(x,y) \begin{cases} \xrightarrow{y=0} \lim_{(x,y)\to(0,0)} 1 = 1 \\ \xrightarrow{y\neq 0} \lim_{(x,y)\to(0,0)} x \cdot \underbrace{\frac{\tan(xy)}{y} \cdot \frac{x}{x}}_{\to 1} = \lim_{(x,y)\to(0,0)} x^2 = \boxed{0} \end{cases} \Rightarrow \nexists \lim_{(x,y)\to(0,0)} f(x,y)$$

NO es CONTINUA en $(0,0)$

$\Downarrow$

NO es DIFERENCIABLE en $(0,0)$

$\Updownarrow$

NO admite plano tangente en $(0,0)$.

Creo que está bien

10 ① Analizar si la función admite plano tangente en el origen siendo $f(x,y) = \begin{cases} \frac{y \cdot \text{sen}(xy)}{x} & si\ xy \neq 0. \\ 0 & si\ xy = 0. \end{cases}$

Continuidad: $f(0,0) = 0$

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} f(x,y) \begin{cases} \xrightarrow{xy=0} \lim_{(x,y)\to(0,0)} 0 = 0 \\ \xrightarrow{xy\neq 0} \lim_{(x,y)\to(0,0)} \underbrace{y}_{\text{inf}} \cdot \underbrace{\frac{\text{sen}(xy)}{x \cdot y}}_{\to 1} \cdot y = 0 \end{cases}$$

$f(x,y)$ es CONTINUA en $(0,0)$

Derivabilidad: $\vec{r} = (a,b) \,/\, a^2 + b^2 = 1$.

$$f'(\bar{0};(a,b)) = \lim_{h\to 0} \frac{f(ha,hb) - f(0,0)}{h} \begin{cases} \xrightarrow{xy=0} \lim_{h\to 0} \frac{0-0}{h} = \boxed{0} \\ \xrightarrow{xy\neq 0} \lim_{h\to 0} \frac{\frac{\cancel{h}b \cdot \text{sen}(h^2ab)}{\cancel{h}a} - 0}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{\text{sen}(h^2ab)}{h} \cdot \frac{hab}{hab} = \lim_{h\to 0} \underbrace{\frac{\text{sen}(h^2ab)}{h^2 ab}}_{\to 1} \cdot hab = \boxed{0} \end{cases}$$

$f'(\bar{0};(a,b)) = 0$.

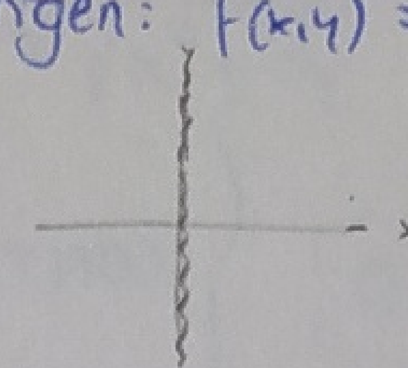
2º PARCIAL $\longrightarrow$ CONTINUIDAD - DERIVABILIDAD - DIFERENCIABILIDAD.

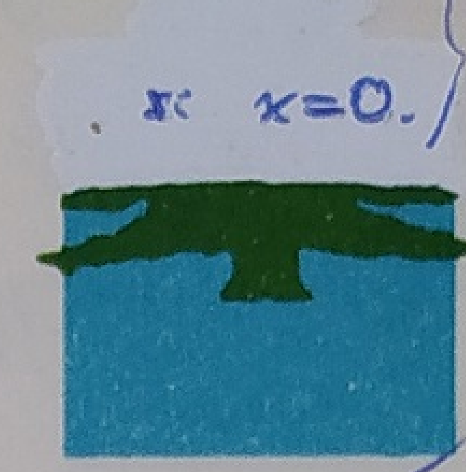
Audio 00007

11 ② Estudiar continuidad y derivabilidad de la función en el origen: $f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{y \cdot sen(x)}{x} & si\ x \neq 0 \\ 0 & si\ x = 0 \end{cases}$

¿Es diferenciable en el origen? Justificar.

$D_f = \mathbb{R}^2$





Continuidad: $f(0,0) = 0$ ✓

$\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} f(x,y) \xrightarrow{x=0} \lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} 0 = 0$ ✓

$\xrightarrow{x\neq 0} \lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} y \cdot \underbrace{\dfrac{sen(x)}{x}}_{=1} = 0$ ✓

$\exists \lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} = f(0,0) \longrightarrow$ CONTINUA en $(0,0)$ ✓

Derivabilidad: $\vec{r} = (a,b) / a^2 + b^2 = 1$

$f'(\bar{0};(a,b)) = \lim\limits_{h\to 0} \dfrac{f(ha,hb) - f(0,0)}{h}$

$\xrightarrow{a=0} \lim\limits_{h\to 0} \dfrac{0-0}{h} = \boxed{0}$ ✓ — DERIVABLE en $a=0$ ($b=-1$, $b=1$)

$\xrightarrow{a\neq 0} \lim\limits_{h\to 0} \dfrac{hb \cdot \overbrace{\dfrac{sen(ha)}{ha}}^{=1} - 0}{h} = \lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\cancel{h}b}{\cancel{h}} = \boxed{b}$ ✓

evalúo abajo versor (a,b) — evalúo arriba versor (h,a)

DERIVABLE en TODA DIRECCIÓN ✓

$f'(\bar{0},\vec{r}) = \begin{cases} b & si\ a \neq 0 \\ 0 & si\ a = 0 \end{cases}$

Diferenciabilidad: $\nabla f(0,0) = (f'_x(0,0) ; f'_y(0,0)) = (0;0) \longrightarrow \nabla f(0,0) \cdot (a,b) = 0$

$(0,0) \cdot (a,b) = 0\ \forall a,b. \neq$ (no siempre) $f'((0,0);(a,b))$

No se cumple la fórmula del gradiente $\longrightarrow$ NO es diferenciable ✓

probar con un contraejemplo de (dirección) $(0,k)$

$f'((0,0);(0,k)) = k$ o algo así

la cuestión es que

12 ③ Analizar si la función $f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{x^2}{x^2+y^2} \cdot sen(x) & si\ (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & si\ (x,y) = (0,0) \end{cases}$ admite plano tangente en el origen.

Continuidad: $f(0,0) = 0$

$\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} \underbrace{\dfrac{x^2}{x^2+y^2}}_{acotada} \cdot \underbrace{sen(x)}_{infinitésimo} = 0$ } es CONTINUA en $(0,0)$.

$f'(\bar{0},\vec{r}) = \begin{cases} a^3 & si\ a \neq 0 \\ 0 & si\ a = 0 \end{cases} \Rightarrow f'(\bar{0},\vec{r}) = a^3$

a^3 — $a \neq 0$

Derivabilidad: $\vec{r} = (a,b) / a^2+b^2 = 1$.

$\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{f(ha,hb) - f(0,0)}{h} = \lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\dfrac{h^2a^2}{h^2a^2+h^2b^2} \cdot sen(ha) - 0}{h} = \lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\cancel{h^2}a^2 sen(ha)}{h \cdot \cancel{h^2}\underbrace{(a^2+b^2)}_{=1}} = \lim\limits_{h\to 0} \dfrac{a^2 \cdot sen(ha)}{h} = a^2 \lim\limits_{h\to 0} \overbrace{\dfrac{sen(ha)}{ha}}^{\to 1} = \boxed{a^3}$

f es DERIVABLE EN TODA DIRECCIÓN en $(0,0)$.

$a = 0$

Diferenciabilidad: Si f fuera diferenciable, entonces $f'((0,0),(a,b)) = \nabla f(0,0) \cdot (a,b)$

$a^2 = (m,n) \cdot (a,b)$

$a^2 = m \cdot a + n \cdot b$

$\vec{r}\ (1/\sqrt{3} ; \sqrt{\tfrac{2}{3}})$

$\nexists m, \nexists n / m \cdot a + n \cdot b = a^2 \Rightarrow$ NO es DIFERENCIABLE en $(0,0)$.

$\Downarrow$

NO admite plano tangente en el origen.

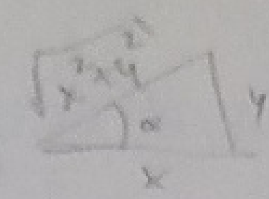
$f' = (1/\sqrt{3})^3$

$\nabla f = (1 ; 0)$

$\nabla f \cdot \vec{r} = (1,0) \cdot (\tfrac{1}{\sqrt{3}}, \sqrt{\tfrac{2}{3}}) = 1/\sqrt{3}$

13 ③ Analizar la derivabilidad de la función en el origen de: $f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{xy}{\sqrt{x^2+y^2}} & \text{si } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{si } (x,y) = (0,0) \end{cases}$

¿Es diferenciable en el origen? Justifique.



$\operatorname{sen} \alpha = \dfrac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}$ → siempre acotado entre -1 y 1.

Continuidad: $f(0,0) = 0$

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{xy}{\sqrt{x^2+y^2}} = \lim_{(x,y)\to(0,0)} \underbrace{x}_{\text{inf.}} \cdot \underbrace{\frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}}_{\text{acotada}} = \boxed{0}$$

} CONTINUA en (0,0)

(0,1)
(1,0)
(0,-1)
(-1,0)

Derivabilidad: $\vec{r} = (a,b) \,/\, a^2+b^2 = 1$

$$f'(\vec{0};(a,b)) = \lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{f(ha,hb)-f(0,0)}{h} = \lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{\frac{ha\,hb}{\sqrt{h^2a^2+h^2b^2}} - 0}{h} = \lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{h^{\cancel{2}}\cdot ab}{\sqrt{h^2\cdot(a^2+b^2)}\cdot \cancel{h}} = \lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{h\cdot a\cdot b}{|h|}$$

$a\cdot b = 0$ → $\exists \lim = 0$

$a\cdot b \neq 0$ → $\nexists \lim$

NO es DERIVABLE en TODAS LAS DIRECCIONES

(solamente en (0,1), (0,-1), (-1,0), (1,0))

⇓

NO es DIFERENCIABLE.

14 ③ Analizar si la función admite plano tangente en el origen, siendo $f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{xy^2}{\sqrt{x^2+y^2}} & \text{si } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{si } (x,y) = (0,0) \end{cases}$

Continuidad: $f(0,0) = 0$.

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{xy^2}{\sqrt{x^2+y^2}} = \lim_{(x,y)\to(0,0)} \underbrace{xy}_{\text{inf.}} \cdot \underbrace{\frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}}_{\text{acotada}} = 0$$

} CONTINUA en el origen

Derivabilidad: $\vec{r} = (a,b) \,/\, a^2+b^2 = 1$

$$f'(0;\vec{r}) = \lim_{h\to 0} \frac{f(ha,hb)-f(0,0)}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{\frac{ha\,hb^2}{\sqrt{h^2a^2+h^2b^2}} - 0}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{\cancel{h}\cdot hab^2}{\underbrace{\sqrt{h^2(a^2+b^2)}}_{=1}\cdot \cancel{h}} = \lim_{h\to 0} \frac{h\,ab^2}{|h|}$$

$a\cdot b = 0$ → $\lim_{h\to 0} \frac{hab^2}{|h|} = 0$

$a\cdot b \neq 0$ → $\lim_{h\to 0} \frac{hab^2}{|h|}$ ↗ 0^- $= -ab^2$ ↘ 0^+ $= ab^2$

DE PARCIAL ⟶ CONTINUIDAD - DERIVABILIDAD - DIFERENCIABILIDAD

15 ② Analizar si la función es diferenciable en el origen de $z = \sqrt{x^2 + 3y^2}$.

15 ③ Verificar si la función es continua en el origen de $f(x,y) = \cancel{x} \cdot \frac{\operatorname{sen}(3xy)}{x^{\cancel{2}} y} \cdot \frac{3}{3} = \underbrace{\frac{\operatorname{sen}(3xy)}{3xy}}_{\to 1} \cdot 3 = 3$

$f(0,0) = 0 \cdot \frac{\operatorname{sen}(3 \cdot 0 \cdot 0)}{0^2 \cdot 0} = \nexists \Rightarrow$ NO continua

16 ① Estudiar la continuidad y la derivabilidad de la función en el origen siendo:

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{xy}{x^4+y^2} & \text{si } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{si } (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

Continuidad: $f(0,0) = 0$.

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} f(x,y) = \lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{xy}{x^4+y^2} = \lim_{y\to 0} f(my^2, y) = \lim_{y\to 0} \frac{my \cdot y}{m^4y^4+y^2} = \lim_{y\to 0} \frac{y^2 m}{y^2(m^4y^2+1)} = \lim_{y\to 0} \frac{m}{m^4y^2+1} = \boxed{m}$$

$\nexists \lim_{(x,y)\to(0,0)} f(x,y) \Rightarrow$ NO es CONTINUA en $(0,0)$.

Derivabilidad: $\vec{r}(a,b) \,/\, a^2+b^2 = 1$.

$$\lim_{h\to 0} \frac{f(ha,hb)-f(0,0)}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{\frac{ha\,hb}{h^4a^4+h^2b^2} - 0}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{h^2(ab)}{h\cdot h^2(h^2a^4+b^2)}$$

$ab=0 \rightarrow \lim_{h\to 0} \dfrac{0}{h(h^2a^4+b^2)} = \boxed{0}$

$ab\neq 0 \rightarrow \lim_{h\to 0} \dfrac{ab}{h^2a^4+b^2} = \dfrac{ab}{b^2} = \boxed{\dfrac{a}{b}}$ $b\neq 0 \rightarrow |a|\neq 1$.

Es derivable en toda dirección y sentido, excepto cuando $b=0$ $(a=1)$

↳ (excepto en 2 direcciones: $(1;0)$ y $(-1;0)$)

⊛ Para que f sea diferenciable en $\bar{A}$, $\quad \bar{A} \rightarrow$ el punto, $H=(h,k)$

$$f(\bar{A}+\bar{H}) - f(\bar{A}) = T(H) + \bar{\varepsilon}(\bar{H})\cdot\|\bar{H}\|, \quad \bar{\varepsilon}(\bar{H}) \text{ debe ser } 0.$$

Si $\varepsilon(h,k) = 0 \longrightarrow$ es DIFERENCIABLE en $\bar{A}$

Si $\varepsilon(h,k) \neq 0 \longrightarrow$ NO.

La $\bar{A}=(0,0)$, $\bar{H}(h,k)$

$$f(h,k) - f(0,0) = \nabla f(\bar{A}) \cdot \underset{(h,k)}{(\bar{H})} + \varepsilon(h,k)\cdot\sqrt{h^2+k^2}$$