Electrodinámica

Ejercicio 1 - Un alambre de longitud L y resistencia $R = 6\ \Omega$ se estira hasta una longitud $3L$, conservando invariante su masa. Calcule la resistencia del alambre una vez estirado.

La resistencia eléctrica de la geometría inicial es:

$$R = \frac{\eta . L}{S}$$

La resistencia eléctrica de la geometría final es:

$$R' = \frac{\eta . L'}{S'}$$

La masa se conserva al estirar el resorte, admitiendo además que la densidad del material también permanece constante, resulta que el volumen no sufre variación:

$$m = \delta . V = \delta . L . S = \delta . V' = \delta . L' . S'$$

$$L . S = L' . S' = 3 . L . S' \Rightarrow S' = \frac{S}{3}$$

$$R' = \frac{\eta . 3 . L . 3}{S} = \frac{9 . \eta . L}{S} = 9 . R = 9 . 6\ \Omega = 54\ \Omega$$

Ejercicio 2 - Un bobinado de alambre de cobre de 1 mm^2 de sección (a 20 °C la resistividad del cobre vale $\eta_{0Cu} = 1{,}7\times10^{-8}\ \Omega.m$) tiene 5000 vueltas de 10 cm de longitud cada una, después de algunas horas de trabajo continuo su resistencia aumenta a R = 10,2 Ω. Calcule el aumento de temperatura del bobinado para un coeficiente de deriva térmica $\alpha = 3{,}9\times10^{-3}\ °C^{-1}$.

La resistencia eléctrica a la temperatura inicial es:

$$R_0 = \frac{\eta_{0Cu} . L}{S} = \frac{1{,}7 . 10^{-8} .\ 5.000 .\ 0{,}1}{10^{-6}} = \frac{\Omega . m . m}{m^2} = 8{,}5\ \Omega$$

Despreciando efectos de dilatación, la resistencia eléctrica final es:

$$R = \frac{\eta_{Cu} . L}{S} = \frac{\eta_{0Cu} . [1 + \alpha . (t - t_0)] . L}{S} = R_0 [1 + \alpha . (t - t_0)]$$

$$t - t_0 = \frac{R - R_0}{\alpha . R_0} = \frac{10{,}2 - 8{,}50}{3{,}9 . 10^{-3} . 8{,}50} \frac{\Omega . °C}{\Omega} = 60{,}33\ °C$$

Ejercicio 3 - En el circuito de la figura la tensión aplicada es de 58 V. Para $R_1 = 4\ \Omega$, $R_2 = 10\ \Omega$, $R_3 = 15\ \Omega$

a) calcule el valor de la resistencia equivalente;

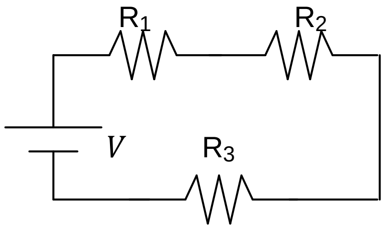
b) calcule el valor de la intensidad de corriente que circula por cada resistencia;

c) calcule el valor de la caída de potencial en cada una de ellas;

d) calcule la potencia disipada en cada resistencia;

e) compare la potencia entregada por la fuente con la disipada por la resistencia equivalente;

f) estime la cantidad de electrones que la batería "bombea" por segundo.



a)

La resistencia equivalente es la serie de los tres resistores:

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3 = (4 + 10 + 15)\ \Omega = 29\ \Omega$$

b)

$$I_R = I_{R1} = I_{R2} = I_{R2} = \frac{V}{R_{eq}} = \frac{58}{29}\ \frac{V}{\Omega} = 2\ A$$

c)

$$V_{R1} = I_R . R_1 = 2.4\ \ A.\Omega = 8\ V$$

$$V_{R2} = I_R . R_2 = 2.10\ \ A.\Omega = 20\ V$$

$$V_{R3} = I_R . R_3 = 2.15\ \ A.\Omega = 30\ V$$

d)

$$P_{dR1} = {I_R}^2 . R_1 = 2^2 .4\ \ A^2 .\Omega = 16\ W$$

$$P_{dR2} = {I_R}^2 . R_2 = 2^2 .10\ \ A^2 .\Omega = 40\ W$$

$$P_{dR3} = {I_R}^2 . R_3 = 2^2 .15\ \ A^2 .\Omega = 60\ W$$

e)

$$P_{eV} = V . I_R = 58.2\ \ V.A = 116\ W = P_{dR1} + P_{dR2} + P_{dR3} = (16 + 40 + 60)\ W = 116\ W$$

f)

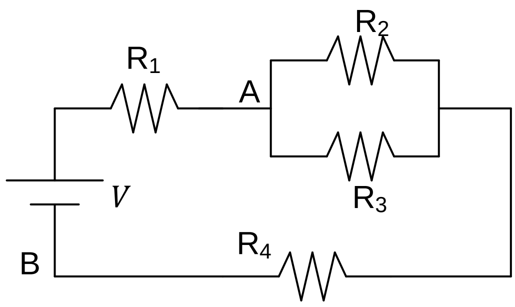
$$I_R = n.e \quad \Rightarrow \quad n = \frac{I_R}{e} = \frac{2}{1{,}6.10^{-19}} \frac{C.\,electrón}{s.\,C} = 1{,}25.10^{19} \frac{electrones}{s}$$

Ejercicio 4 - En el circuito de la figura, la resistencia R_3 disipa 10 W. Para V = 133 V, R_2 = 750 Ω, R_3 = 250 Ω, R_4 = 100 Ω, calcule

a) el valor de R_1;

b) la potencia total que disipa el circuito;

c) la diferencia de potencial V_{AB}



a)

$$P_{dR3} = I_{R3}{}^2.R_3 \quad \Rightarrow \quad I_{R3} = \sqrt{\frac{P_{dR3}}{R_3}} = \sqrt{\frac{10}{250}} \sqrt{\frac{A.V}{\Omega}} = 0{,}2 \;\; A$$

La resistencia equivalente del paralelo que forman R_2 y R_3 es:

$$R_{23} = \frac{R_2.R_3}{R_2 + R_3} = \frac{750.250}{750 + 250}\ \Omega = 187{,}50\ \Omega$$

Siendo I_A la corriente que ingresa al nodo A, se tiene:

$$I_{R3} = \frac{I_A.R_{23}}{R_3} = \frac{I_A.R_2}{R_2 + R_3} \quad \Rightarrow \quad I_A = \frac{I_{R3}.(R_2 + R_3)}{R_2} = \frac{0{,}2.(750 + 250)}{750} \frac{A.\Omega}{\Omega} = 0{,}27 \;\; A$$

La resistencia equivalente que carga la batería V es la serie de R_1, R_4 y R_{23}:

$$R_{eq} = R_1 + R_4 + R_{23}$$

La corriente que establece la batería es I_A:

$$R_{eq} = \frac{V}{I_A} = R_1 + R_4 + R_{23} \quad \Rightarrow \quad R_1 = \frac{V}{I_A} - R_4 - R_{23} = \frac{133}{0{,}27} \frac{V}{A} - 100\,\Omega - 187{,}50\,\Omega$$

$$R_1 = \frac{133}{0{,}27} \frac{V}{A} - 100\,\Omega - 187{,}50\,\Omega = 211{,}25 \;\; \Omega$$

b)

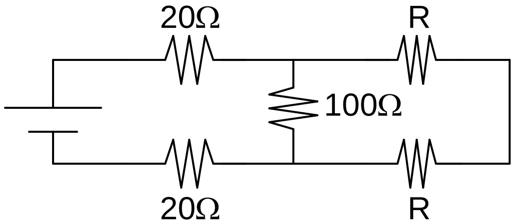
$$P_{eV} = V.I_A = 133.0{,}27 \;\; V.A = 35{,}47 \;\; W$$

c)

$$V_B + V - I_A.R_1 = V_A$$

$$V_A - V_B = V - I_A.R_1 = 133\ \mathrm{V} - 0{,}27.211{,}25\ \mathrm{A}.\Omega = 76{,}67\ \Omega$$

Ejercicio 5 - En el circuito de la figura, las resistencias de 20 Ω = R´ disipan, cada una de ellas, 0,45 W, en tanto que la de 100 Ω = R´´ disipa 0,25 W. Sabiendo que R = 25 Ω, calcule:



a) la potencia disipada por cada resistencia R;
b) la potencia entregada por la fuente;
c) el valor de la diferencia de potencial V entregada por la fuente.

a)

$$P_{dR'} = I_{R'}^{\ 2}.R' \Rightarrow I_{R'} = \sqrt{\frac{P_{dR'}}{R'}} = \sqrt{\frac{0{,}45}{20}}\sqrt{\frac{W}{\Omega}} = 0{,}15\ \mathrm{A}$$

$$P_{dR''} = I_{R''}^{\ 2}.R' \Rightarrow I_{R''} = \sqrt{\frac{P_{dR''}}{R''}} = \sqrt{\frac{0{,}25}{100}}\sqrt{\frac{W}{\Omega}} = 0{,}05\ \mathrm{A}$$

$$I_R = I_{R'} - I_{R''} = (0{,}15 - 0{,}05)\ \mathrm{A} = 0{,}10\ \mathrm{A}$$

$$P_{dR} = I_R^{\ 2}.R = 0{,}1^2.25\ \mathrm{A}^2.\Omega = 0{,}25\ \mathrm{W}$$

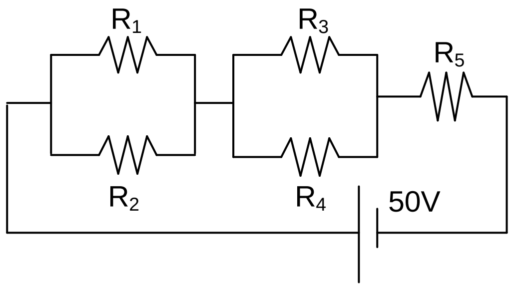
b)

$$P_{eV} = P_d = 2.P_{dR'} + P_{dR''} + 2.P_{dR} = (2.0{,}45 + 0{,}25 + 2.0{,}25)\ \mathrm{W} = 1{,}65\ W$$

c)

$$P_{eV} = V.I_V = V.I_{R'} \Rightarrow V = \frac{P_{eV}}{I_{R'}} = \frac{1{,}65}{0{,}15}\frac{\mathrm{V.A}}{\mathrm{A}} = 11\ \mathrm{V}$$

Ejercicio 6 - Dado el circuito de la figura, en el cual $R_1 = 30\ \Omega$, $R_2 = 10\ \Omega$, $R_3 = 40\ \Omega$, $R_4 = 60\ \Omega$ y $R_5 = 100\ \Omega$, calcule:



a) la resistencia equivalente;
b) la intensidad de corriente que circula por el circuito;
c) la intensidad de corriente que circula por cada resistencia;
d) la caída de potencial en cada resistencia;

e) la potencia disipada por cada resistencia;
f) la potencia entregada por la batería.

a)

Resistencia equivalente paralelo de R_1 y R_2

$$R_{12} = \frac{R_1 . R_2}{R_1 + R_2} = \frac{30 . 10}{30 + 10} \ \frac{\Omega . \Omega}{\Omega} = 7{,}5 \ \ \Omega$$

Resistencia equivalente paralelo de R_3 y R_4

$$R_{34} = \frac{R_3 . R_4}{R_3 + R_4} = \frac{40 . 60}{40 + 60} \ \frac{\Omega . \Omega}{\Omega} = 24 \ \ \Omega$$

La resistencia equivalente es la serie de los equivalentes anteriores con R_5:

$$R_{eq} = R_{12} + R_{34} + R_5 = (7{,}5 + 24 + 100) \ \ \Omega = 131{,}50 \ \ \Omega$$

b)

$$I = \frac{V}{R_{eq}} = \frac{50}{131{,}50} \ \frac{V}{\Omega} = 0{,}380 \ \ A$$

c)

$$I_{R5} = I = I_{R12} = I_{R34} = 0{,}380 \ \ A$$

$$V_{R12} = I_{R12} . R_{12}$$

$$I_{R1} = \frac{V_{R12}}{R_1} = \frac{I_{R12} . R_{12}}{R_1} = \frac{I_{R12} . R_1 . R_2}{(R_1 + R_2) . R_1} = \frac{I_{R12} . R_2}{(R_1 + R_2)} = \frac{0{,}380 . 10}{30 + 10} \ \frac{A . \Omega}{\Omega} = 0{,}095 \ \ \Omega$$

$$I_{R2} = \frac{V_{R12}}{R_2} = \frac{I_{R12} . R_{12}}{R_2} = \frac{I_{R12} . R_1 . R_2}{(R_1 + R_2) . R_2} = \frac{I_{R12} . R_1}{(R_1 + R_2)} = \frac{0{,}380 . 30}{30 + 10} \ \frac{A . \Omega}{\Omega} = 0{,}285 \ \ \Omega$$

$$V_{R34} = I_{R34} . R_{34}$$

$$I_{R3} = \frac{V_{R34}}{R_3} = \frac{I_{R34} . R_{34}}{R_3} = \frac{I_{R34} . R_3 . R_4}{(R_3 + R_4) . R_3} = \frac{I_{R34} . R_4}{(R_3 + R_4)} = \frac{0{,}380 . 60}{40 + 60} \ \frac{A . \Omega}{\Omega} = 0{,}228 \ \ \Omega$$

$$I_{R4} = \frac{V_{R34}}{R_4} = \frac{I_{R34} . R_{34}}{R_4} = \frac{I_{R34} . R_3 . R_4}{(R_3 + R_4) . R_4} = \frac{I_{R34} . R_3}{(R_3 + R_4)} = \frac{0{,}380 . 40}{40 + 60} \ \frac{A . \Omega}{\Omega} = 0{,}152 \ \ \Omega$$

d)

$$V_{R1} = V_{R2} = V_{R12} = I_{R12}.R_{12} = 0{,}380.7{,}5\ \ A.\Omega\ = \ 2{,}85\ \ V$$

$$V_{R3} = V_{R4} = V_{R34} = I_{R34}.R_{34} = 0{,}380.24\ \ A.\Omega\ = \ 9{,}12\ \ V$$

$$V_{R5} = I.R_5 = 0{,}380.100\ \ A.\Omega\ = \ 38\ \ V$$

e)

$$P_{dR1}\ = \ {I_{R1}}^2.R_1\ = \ 0{,}095^2.30\ \ A^2.\Omega\ = \ 0{,}271\ \ W$$

$$P_{dR2}\ = \ {I_{R2}}^2.R_2\ = \ 0{,}285^2.10\ \ A^2.\Omega\ = \ 0{,}812\ \ W$$

$$P_{dR3}\ = \ {I_{R3}}^2.R_3\ = \ 0{,}228^2.40\ \ A^2.\Omega\ = \ 2{,}079\ \ W$$

$$P_{dR4}\ = \ {I_{R4}}^2.R_4\ = \ 0{,}152^2.60\ \ A^2.\Omega\ = \ 1{,}386\ \ W$$

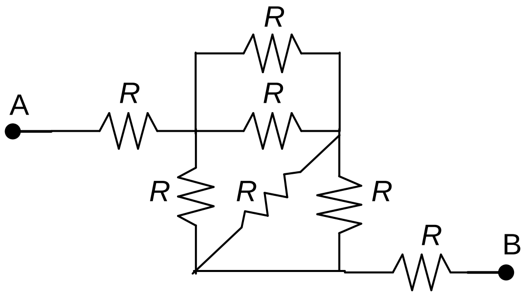
$$P_{dR5}\ = \ {I_{R5}}^2.R_5\ = \ 0{,}380^2.100\ \ A^2.\Omega\ = \ 14{,}44\ \ W$$

f)

$$P_{eV}\ = \ I.V\ = \ 0{,}380.50\ \ A.V\ = \ 19\ \ W$$

$$P_{eV}\ = \ \ P_{dR1}\ +\ P_{dR2}\ + P_{dR3}\ + P_{dR4}\ + P_{dR5}\ = \ 19\ \ W$$

Ejercicio 7 **-** Dado el arreglo de la figura halle la resistencia equivalente entre A y B (todas las resistencias valen R)



Se observan dos paralelos de dos resistores iguales cada uno:

$$R_p = \frac{R.R}{R\ +\ R} = \frac{R}{2}$$

Estos paralelos se encuentran en serie:

$$R_{ps} = \frac{R}{2} + \frac{R}{2} = R$$

La serie de estos paralelos se encuentra en paralelo con otro resistor R:

$$R_{psR} = \frac{R_{ps}.R}{R_{ps} + R} = \frac{R.R}{R + R} = \frac{R}{2}$$

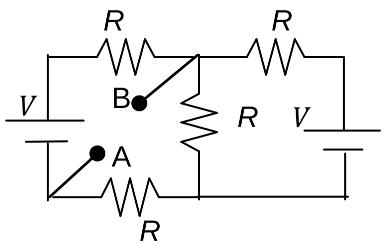
Finalmente la resistencia equivalente anterior se encuentra en serie con dos resistores de valor R cada uno:

$$R_{eqAB} = R_{psR} + R + R = \frac{R}{2} + 2.R = 2{,}5.R$$

Ejercicio 8 - Sabiendo que $R = 2\ \Omega$ y $V = 10V$

a) calcule la diferencia de potencial entre A y B;

b) discuta y justifique en qué sentido circularía la corriente si los terminales A y B se cortocircuitaran.



a)

Con los terminales A y B abiertos, se supondrá una corriente I_1 establecida en la pila conectada al punto A, con sentido de negativo a positivo en el interior de la misma. En el resistor conectado entre el nodo B y la otra pila se supondrá una corriente I_2 con sentido hacia el nodo B. En la pila no conectada al punto A se supondrá establecida una corriente I_3 con sentido de positivo a negativo en el interior de la misma. De esta manera la ecuación del nodo B resulta:

$$I_1 + I_2 = I_3$$

La ecuación de la malla que contiene al punto A es:

$$V - I_1.R + I_2.R - I_1.R = 0$$

$$I_2 = -V/R + 2.I_1$$

La ecuación de la otra malla es:

$$-I_2.R - I_3.R - V = 0$$

$$-I_2.R - I_1.R - I_2.R - V = 0$$

$$-2.I_2 - I_1 = V/R$$

$$2.V/R - 4.I_1 - I_1 = V/R$$

$$I_1 = V/5.R = 10/(5.\ 2)\ V/\Omega = 1\ A$$

$$V_A + V - I_1.R = V_B$$

$$V_B - V_A = V - I_1 . R = 10\,V - 1.2\ A.\Omega = 8\ V$$

b)

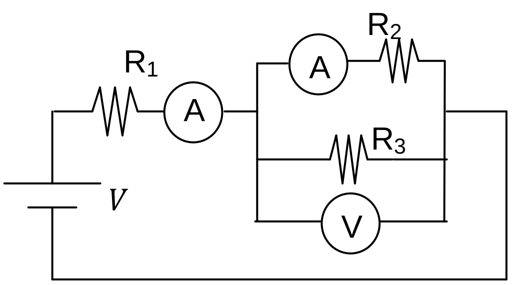
Se supone ahora que los puntos A y B se conectan entre sí. Para analizar el sentido de la corriente entre esos puntos, se aplicará el principio de superposición.

Se supone primero que sólo actúa la pila conectada al punto A, estando la otra pila pasivada (en este caso al ser ideal se considera un cortocircuito entre sus bornes), el circuito pasivo resultante aparece cortocircuitado por la conexión común de los puntos A y B, por lo que toda la corriente que suministra la pila activa se establece por la serie que conforman la pila con el resistor que queda conectado entre el terminal positivo de la pila y el negativo de la misma. La polaridad de la pila activa permite observar que la corriente se establece desde el punto B hacia el punto A.

Se supone ahora que sólo actúa la pila que no tiene conexión con los puntos A y B, estando la otra pila pasivada (en este caso al ser ideal se considera un cortocircuito entre sus bornes), de esta manera resulta cortocircuitado el resistor que inicialmente estaba conectado entre el punto B y el positivo de la pila ahora cortocircuitada; el circuito pasivo equivalente para la pila activa es una serie entre el resistor conectado al positivo de la misma con el paralelo conformado por dos resistores conectados entre el negativo de la pila y la conexión en común de los puntos A y B. La polaridad de la pila activa permite observar que en el paralelo mencionado, la corriente se establece desde el punto B hacia el punto A, ya que un sentido contrario sería inconsistente con las ecuaciones de caída de potencial en las mallas.

Por lo tanto la superposición de las acciones activas de las pilas permite concluir que la corriente se establece desde el punto B hacia el punto A, ya que ambas acciones así lo establecen.

Ejercicio 9 - Los instrumentos del circuito de la figura no son ideales. Los amperímetros tienen resistencia interna de 1 Ω y el voltímetro tiene resistencia interna de 1 kΩ.



a) justifique por qué el amperímetro debe conectarse en serie con la resistencia;
b) justifique por qué el voltímetro debe conectarse en paralelo;
c) calcule la intensidad de la corriente que circula por cada resistencia y la diferencia de potencial a la que se hallan si no se conectan los instrumentos, para V = 6V, R_1 = 24 Ω, R_2 = 15 Ω, R_3 = 10 Ω;
d) indique cuánto marcan los instrumentos cuando se conectan, para los valores de tensión y resistencia dados en (**c**).

a)

Porque al estar en serie la corriente establecida sobre el mismo coincide con la de la rama circuital cuya corriente se pretende medir.

b)

Porque al estar en paralelo la diferencia de potencial aplicada al mismo coincide con la de los nodos circuitales cuya diferencia de potencial se pretende medir.

c)

Si los instrumentos no se encuentran conectados los resistores R_2 y R_3 se hallan en paralelo y este paralelo se encuentra en serie con R_1:

$$R_{23} = \frac{R_2 . R_3}{R_2 + R_3} = \frac{15.10}{15 + 10} \frac{\Omega.\Omega}{\Omega} = 6 \ \Omega$$

$$R_{123} = R_1 + R_{23} = (24 + 6) \ \Omega = 30 \ \Omega$$

$$I_V = I_{R1} = I_{R23} = \frac{V}{R_{123}} = \frac{6}{30} \frac{V}{\Omega} = 0{,}20 \ A$$

$$V_{R23} = I_{R23} . R_{23} = 0{,}20 . 6 \ A.\Omega = 1{,}20 \ V$$

$$I_{R2} = \frac{V_{R23}}{R_2} = \frac{1{,}20}{15} \frac{V}{\Omega} = 0{,}08 \ A$$

$$I_{R3} = \frac{V_{R23}}{R_3} = \frac{1{,}20}{10} \frac{V}{\Omega} = 0{,}12 \ A$$

$$V_{R2} = V_{R3} = V_{R23} = 1{,}20 \ V$$

$$V_{R1} = I_{R1} . R_1 = 0{,}20 . 24 \ A.\Omega = 4{,}80 \ V$$

d)

Si los instrumentos se encuentran conectados, los resistores R_1 y R_2 se hallan en serie con las resistencias de los respectivos amperímetros, mientras que los resistores R2 y R3, se encuentran en paralelo con la resistencia del voltímetro:

$$R'_2 = R_2 + r_A = (15 + 1) \ \Omega = 16 \ \Omega$$

$$R'_1 = R_1 + r_A = (24 + 1) \ \Omega = 25 \ \Omega$$

$$\frac{1}{R'_{23v}} = \frac{1}{R'_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{r_V}$$

$$R'_{23v} = \frac{R'_2 . R_3 . r_V}{R_3 . r_V + R'_2 . r_V + R'_2 . R_3} = \frac{16 . 10 . 1000}{10 . 1.000 + 16 . 1.000 + 16 . 10} \frac{\Omega^3}{\Omega^2} = 6{,}12\ \Omega$$

$$R'_{123} = R'_1 + R'_{23v} = (25 + 6{,}12)\ \Omega = 31{,}12\ \Omega$$

El amperímetro en serie con R_1 indicará:

$$I'_V = I'_{R1} = I'_{R23v} = \frac{V}{R'_{123}} = \frac{6}{31{,}12} \frac{V}{\Omega} = 0{,}193\ A$$

El voltímetro indicará:

$$V_{R'23v} = I'_{R23v} . R'_{23v} = 0{,}193 . 6{,}12\ A.\Omega = 1{,}179\ V$$

El amperímetro en serie con R_2 indicará:

$$I_{R2} = \frac{V'_{R23v}}{R'_2} = \frac{1{,}179}{16} \frac{V}{\Omega} = 0{,}074\ A$$

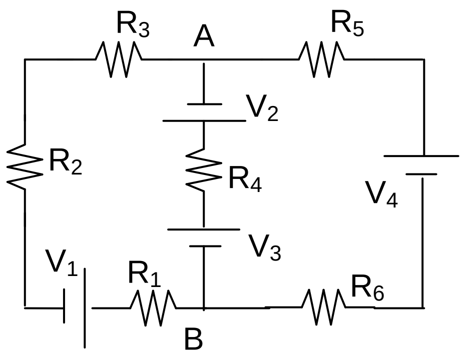
Ejercicio 10 - Los valores de los diferentes elementos del circuito de la figura son: $R_1 = 5\ \Omega$, $R_2 = 5\Omega$, $R_3 = 10\ \Omega$, $R_4 = 20\ \Omega$, $R_5 = 10\ \Omega$, $R_6 = 10\ \Omega$, $V_1 = 15$ V, $V_2 = 5$ V, $V_3 = 10$ V y $V_4 = 5$V.

a) indique cuántas ecuaciones son suficientes para determinar las corrientes de malla del circuito (conservación de la energía);

b) indique cuántas ecuaciones son suficientes para determinar las corrientes de rama del circuito (conservación de la carga);

c) calcule la corriente que circula por cada resistencia;

d) calcule el trabajo requerido para transportar una carga $q = 1\mu C$ entre A y B (en forma cuasiestacionaria en contra de la fuerza eléctrica).



a)

El circuito presenta dos mallas mínimas, por lo que pueden obtenerse las corrientes asignando una corriente de malla para cada malla mínima y plantaendo las circulaciones en cada una de ellas, recordando que en las ramas comunes la circulación se debe efectuar con la diferencia de ambas corrientes de malla.

b)

El problema presenta dos nodos, por lo tanto sólo una ecuación de nodos es linealmente independiente y permite obtener las corrientes en cada rama a partir de las corrientes de malla antes evaluadas.

c_1) (Solución aplicando corrientes de malla)

Circulando en ambas mallas mínimas en sentido horario:

$$-I_{m1}.R_1 - V_1 - I_{m1}.R_2 - I_{m1}.R_3 + V_2 - (I_{m1} - I_{m2}).R_4 - V_3 = 0$$

$$-I_{m1}.(R_1 + R_2 + R_3 + R_4) + I_{m2}.R_4 = V_1 - V_2 + V_3$$

$$-I_{m1}.(5 + 5 + 10 + 20) + I_{m2}.20 = 15 - 5 + 10$$

$$-I_{m1}.40 + I_{m2}.20 = 20$$

$$I_{m2} = 1 + 2.I_{m1}$$

$$V_3 - (I_{m2} - I_{m1}).R_4 - V_2 - I_{m2}.R_5 - V_4 - I_{m2}.R_6 = 0$$

$$-I_{m2}.(R_4 + R_5 + R_6) + I_{m1}.R_4 = V_2 - V_3 + V_4$$

$$-I_{m2}.(20 + 10 + 10) + I_{m1}.20 = 5 - 10 + 5$$

$$-I_{m2}.40 + I_{m1}.20 = 0$$

$$I_{m2} = 0{,}5.\ I_{m1}$$

$$0{,}5.\ I_{m1} = 1 + 2.I_{m1}$$

$$I_{m1} = -0{,}667\ \text{A} \quad \Rightarrow \quad (\textit{sentido antihorario})$$

$$I_{m2} = -0{,}333 \quad \Rightarrow \quad (\textit{sentido antihorario})$$

$$I_{m1} = I_{R1} = I_{R2} = I_{R3} = 0{,}667\ \text{A} \quad (\textit{sentido antihorario})$$

$$I_{m2} = I_{R5} = I_{R6} = 0{,}333\ \text{A} \quad (\textit{sentido antihorario})$$

$$I_{R4} = I_{m1} - I_{m2} = (0{,}667 - 0{,}333)\ \text{A} = 0{,}333\ \text{A} \quad (\textit{sentido de B hacia A})$$

c_2 (Solución aplicando método general de mallas y nodos)

Se indicará con I_2 a la corriente que desde el punto A hacia el punto B se establece en la rama que contiene a la pila V_1. Se indicará con I_2 a la corriente que desde el punto B hacia el punto A se establece en la rama que contiene a la pila V_4. Se indicará con I_3 a la corriente que desde el punto B hacia el punto A se establece en la rama que contiene a R_4.

El problema puede resolverse con una ecuación de nodos linealmente independiente, ya que presenta dos nodos y dos ecuaciones de mallas mínimas:

$$I_1 = I_2 + I_3$$

$$I_1.R_1 - V_1 + I_1.R_2 + I_1.R_3 + V_2 + I_3.R_4 - V_3 = 0$$

$$V_3 - I_3.R_4 - V_2 + I_2.R_5 - V_4 + I_2.R_6 = 0$$

Reemplazando la ecuación nodal en las dos de mallas:

$$I_1.R_1 - V_1 + I_1.R_2 + I_1.R_3 + V_2 + (I_1 - I_2).R_4 - V_3 = 0$$

$$I_1.(R_1 + R_2 + R_3 + R_4) - I_2.R_4 = V_1 - V_2 + V_3$$

$$I_1.(5 + 5 + 10 + 20) - I_2.20 = 15 - 5 + 10$$

$$I_1.40 - I_2.20 = 20$$

$$I_2 = -1 + 2.I_1$$

$$V_3 - (I_1 - I_2).R_4 - V_2 + I_2.R_5 - V_4 + I_2.R_6 = 0$$

$$-I_1.R_4 + I_2.(R_4 + R_5 + R_6) = V_2 - V_3 + V_4$$

$$-I_1.20 + I_2.(20 + 10 + 10) = 5 - 10 + 5$$

$$-I_1.20 + I_2.40 = 0$$

$$I_2 = 0{,}5.I_1$$

$$0{,}5.I_1 = -1 + 2.I_1$$

$$I_1 = I_{R1} = I_{R2} = I_{R3} = 0{,}667\ \text{A} \quad (\textit{sentido coincidente con el supuesto})$$

$$I_2 = I_{R5} = I_{R6} = 0{,}333\ \text{A} \quad (\textit{sentido coincidente con el supuesto})$$

$$I_3 = I_{R4} = 0{,}333\ \text{A} \quad (\textit{sentido coincidente con el supuesto})$$

d)

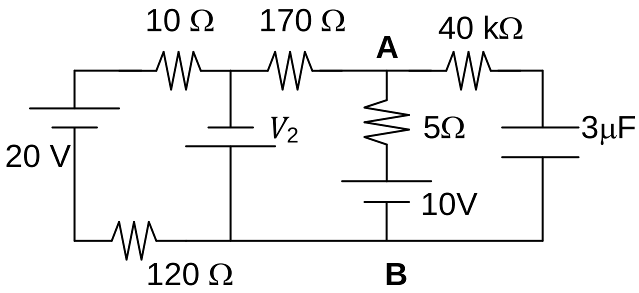
$$V_B + V_3 - I_{R4}.R_4 - V_2 = V_A$$

$$V_B - V_A = I_{R4}.R_4 + V_2 - V_3$$

$$V_B - V_A = 0{,}333.20\ A.\Omega + (5 - 10)\ V = 1{,}667\ V$$

$$W_{q\,A-B} = q.(V_B - V_A) = 10^{-6}.1{,}667\ C.V = 1{,}667.10^{-6}\ J$$

Ejercicio 11 **-** En régimen estacionario, la potencia que disipa la resistencia de 5 Ω del circuito de la figura es 0,05 W. En régimen estacionario:



a) calcule el valor de V_2;

b) calcule la potencia disipada por la resistencia de 120 Ω;

c) calcule la diferencia de potencial entre los puntos A y B;

d) calcule la carga del capacitor;

e) estime el tiempo que le lleva al circuito alcanzar el régimen estacionario.

a)

$$P_{dR} = I_1^{\ 2}.R \quad \Rightarrow \quad I_1 = \sqrt{\frac{P_{dR}}{R}} = \sqrt{\frac{0{,}05}{5}}\sqrt{\frac{W}{\Omega}} = 0{,}1\ \ A$$

Como por la rama que tiene en serie el capacitor no circula corriente en régimen estacionario, se infiere que la corriente establecida por los resistores de 170 Ω y 5 Ω es la misma e igual a I_1 = 0,1 A. Suponiendo que el sentido de la misma es desde el punto B hacia el punto A:

$$-V_2 + I_1.170 + I_1.5 - 10 = 0$$

$$V_2 = I_1.170 + I_1.5 - 10 = (0{,}1.170 + 0{,}1.5)\ A.\Omega - 10\ V = 7{,}5\ V$$

b)

Se circulará por la malla que contiene a las pilas de 20 V y 7,5 V junto con los resistores de 10 Ω y 120 Ω. Se supondrá una corriente I_2 establecida de negativo a positivo en la pila de 20 V:

$$20 - I_2.10\,,5 - I_2.120 = 0$$

$$I_2 = \frac{27{,}50}{130}\ \frac{V}{\Omega} = 0{,}212\ \ A \quad (\mathit{sentido\ supuesto})$$

$$P_{d120} = I_2^{\ 2}.R_{120} = 0{,}212^2.120\ A^2.\Omega = 5{,}37\ W$$

c)

$$V_B + 10 - I_1.5 = V_A$$

$$V_A - V_B = 10 - I_1.5 = 10\,V - 0{,}1.5\ A.\Omega = 9{,}5\ V$$

d)

Al no circular corriente por el resistor en serie con el capacitor, se concluye que la diferencia de potencial entre placas del capacitor es $V_A - V_B$:

$$Q = C.(V_A - V_B) = 3.10^{-6}.9{,}5\ F.V = 28{,}5\ \mu C$$

e)

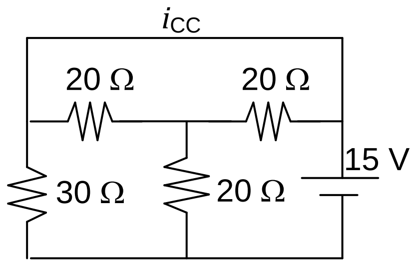
El capacitor se carga en forma asintótica exponencial, con una constante de tiempo determinada por el producto del valor de la capacidad por la resistencia equivalente asociada al par de puntos de conexión de las placas del capacitor. Para determinar esta resistencia equivalente deben pasivarse las pilas, con lo cual la rama con los resistores de 10 Ω y 120 Ω queda en cortocircuito y los resistores de 170 Ω y 5 Ω quedan en paralelo y en serie con la resistencia de 40.000 Ω. La resistencia equivalente resulta entonces:

$$R_{eq} = \frac{170.5}{170+5}\ \frac{\Omega.\Omega}{\Omega} + 40.000\ \Omega = 40.004{,}86\ \Omega$$

$$\tau = C.R_{eq} = 40.004{,}86.3.10^{-6}\ F.\Omega \cong 120\ ms$$

Si se considera que cuando el capacitor supere el 90 % del valor teórico final de carga se alcanza el régimen estacionario, debe transcurrir un tiempo de al menos 5 veces la constante de tiempo calculada:

$$t_{min} = 5.\tau \cong 600\ ms$$



Ejercicio 12 - Calcule la intensidad de corriente que circula por el cortocircuito del arreglo de la figura.

Puede observarse que los resistores de 20 Ω unidos por el cortocircuito se encuentran en paralelo entre sí y este paralelo que se indica con R_{12}, se encuentra en serie con el otro resistor de 20 Ω; finalmente esta serie que se indica con R_{123}, se encuentra en paralelo con el resistor de 30 Ω:

$$R_{12} = \frac{20.20}{20+20}\ \frac{\Omega.\Omega}{\Omega} = 10\ \Omega$$

$$R_{123} = (10+20)\ \Omega = 30\ \Omega$$

$$R_{eq} = \frac{30.30}{30+30}\ \frac{\Omega.\Omega}{\Omega} = 15\ \Omega$$

La corriente establecida sobre la pila *V* es:

$$\mathrm{I} = \frac{V}{\mathrm{R_{eq}}} = \frac{15}{15}\ \frac{\mathrm{V}}{\Omega} = 1\ \mathrm{A}$$

La corriente I_1 establecida por la pila *V* sobre el resistor de 30 Ω es:

$$\mathrm{I_1} = \frac{15}{30}\ \frac{\mathrm{V}}{\Omega} = 0{,}5\ \mathrm{A}$$

La corriente I_2 establecida por la pila *V* sobre la serie R_{123} es:

$$\mathrm{I_2} = \frac{15}{30}\ \frac{\mathrm{V}}{\Omega} = 0{,}5\ \mathrm{A}$$

La corriente I_2 es por lo tanto la corriente establecida sobre el resistor de 20 Ω que integra la serie con los otros dos resistores de 20 Ω conectados en paralelo. Llamando A al nodo que une los tres resistores de 20 Ω y tomando como referencia de potenciales el negativo de la pila, se obtiene:

$$\mathrm{V_A} = \mathrm{I_2}.20 = 0{,}5.20\ \ \mathrm{A}.\Omega = 10\ \mathrm{V}$$

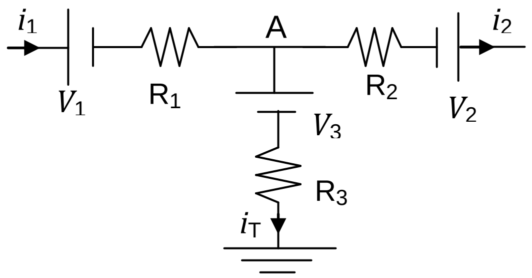
La corriente I_3 establecida sobre cada uno de los resistores de 20 Ω conectados en paralelos con sentido hacia el nodo A es:

$$\mathrm{I_3} = \frac{V - \mathrm{V_A}}{20} = \frac{15-10}{20}\ \frac{\mathrm{V}}{\Omega} = 0{,}25\ \mathrm{A}$$

Por ecuación nodal sobre el nodo de conexión entre los resistores de 20 Ω y 30 Ω con la pila, se obtiene:

$$\mathrm{I_{CC}} = \mathrm{I} - \mathrm{I_3} = (1 - 0{,}25)\ \mathrm{A} = 0{,}75\ \mathrm{A}$$

Ejercicio 13 **-** Dado el circuito de la figura, calcule la intensidad de la corriente derivada a tierra i_T y el potencial del punto A (respecto a tierra) para R_1 = 20 Ω, R_2= 50 Ω, R_3 = 40 Ω, V_1 = 12 V, V_2 = 6 V, V_3 = 10 V, i_1 = 5 A, i_2 = 4 A.



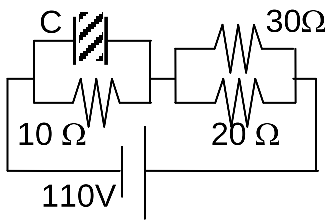
Planteando la ecuación nodal para el nodo A:

$$i_\mathrm{T} = i_1 - i_2 = (5-4)\ \mathrm{A} = 1\ \mathrm{A}$$

$$\mathrm{V_A} - \mathrm{V_3} - i_\mathrm{T}.\mathrm{R_3} = 0$$

$$\mathrm{V_A} = \mathrm{V_3} + i_\mathrm{T}.\mathrm{R_3} = 10\ \mathrm{V} + 1.40\ \mathrm{A}.\Omega = 50\ \mathrm{V}$$

Ejercicio 14 **-** El capacitor del circuito de la figura tiene, en vacío, capacidad C_0 = 25 μF. Se rellena totalmente su espacio interplacas con



un dieléctrico de constante ε_R = 20 y se lo conecta al circuito de la figura. Calcule la carga del capacitor una vez alcanzado el régimen estacionario.

En régimen estacionario no hay corriente sobre la rama que tiene el capacitor en serie, por lo que resulta que el resistor de 10 Ω se encuentra en serie con el paralelo de los resistores de 20 Ω y 30 Ω:

$$\mathrm{R_{eq}} = 10\,\Omega + \frac{30.20}{30+20}\,\frac{\Omega.\Omega}{\Omega} = 22\ \Omega$$

La corriente I establecida por la pila *V* sobre la resistencia equivalente es:

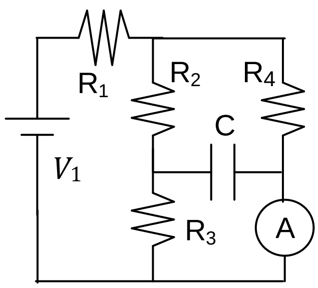
$$\mathrm{I} = \frac{110}{22}\,\frac{\mathrm{V}}{\Omega} = 5\ \mathrm{A}$$

La diferencia de potencial entre placas del capacitor coincide con la caída de potencial sobre el resistor de 10 Ω:

$$\mathrm{V_{cap}} = \mathrm{I}.10 = 5.10\ \mathrm{A}.\Omega = 50\ \mathrm{V}$$

$$\mathrm{Q} = \mathrm{C.V_{cap}} = \varepsilon_r.\mathrm{C_0.V_{cap}} = 20.25.10^{-6}.50\ \mathrm{F.V} = 25.000\ \mu\mathrm{C}$$

Ejercicio 15 - El circuito de la figura se halla en estado estacionario y el amperímetro marca 0,2 A.



a) En esas condiciones, calcule la potencia que disipa la resistencia R_1;

b) se cambian la pila V_1 y la resistencia R_3, dejando inalterada la lectura inicial del amperímetro (0,2 A). En tales condiciones, la corriente por R_1 es de 0,35 A. Calcule la carga que tiene el capacitor en esta configuración.

R_1 = 16 Ω R_2 = 15 Ω R_3 = 65 Ω R_4 = 40 Ω C = 20 μF

a)

En régimen estacionario no hay corriente sobre la rama que tiene el capacitor en serie, por lo que considerando ideal (sin resistencia interna) al amperímetro, resulta que los resistores R_1 y R_2 se encuentra en serie y esta serie en paralelo con el resistor R_4; finalmente este arreglo se encuentra en serie con el resistor R_1:

$$\mathrm{R_{23}} = \mathrm{R_2} + \mathrm{R_3} = (15+65)\,\Omega = 80\ \Omega$$

$$\mathrm{R_{234}} = \frac{\mathrm{R_{23}.R_4}}{\mathrm{R_{23}} + \mathrm{R_4}}$$

$$\mathrm{R_{1234}} = \mathrm{R_1} + \mathrm{R_{234}}$$

La corriente sobre el resistor R_4 es la que indica el amperímetro:

$$\mathrm{I_{R4}} = 0{,}2\ \mathrm{A}$$

$$\mathrm{V_{R4}} = \mathrm{I_{R4}.R_4} = 0{,}2.40\ \mathrm{A}.\Omega = 8\ \mathrm{V}$$

Al ser ideal el amperímetro la caída de potencial en la serie R_{23} es igual a la caída en el resistor R_4:

$$I_{R23} = I_{R2} = I_{R3} = \frac{V_{R4}}{R_{23}} = \frac{8}{80}\ \frac{V}{\Omega} = 0{,}1\ A$$

La corriente I establecida en la pila V_1 es la misma que la establecida sobre el resistor R_1:

$$I_{R1} = I_{R23} + I_{R4} = (0{,}1 + 0{,}2)\ A = 0{,}3\ A$$

$$P_{dR1} = {I_{R1}}^2 . R_1 = 0{,}3^2 . 16\ A^2.\Omega = 1{,}44\ W$$

b)

La corriente I´ establecida ahora en la pila $V´_1$ es la misma que la nueva corriente establecida sobre el resistor R_1, mientras que la corriente establecida sobre el resistor R_4 no se modifica:

$$I´_{R23} = I´_{R1} - I_{R4} = (0{,}35 - 0{,}2)\ A = 0{,}15\ A$$

$$V´_{R2} = I´_{R23} . R_2 = 0{,}15 . 15\ A.\Omega = 2{,}25\ V$$

Indicando con A el nodo de conexión de los resistores R_1, R_2 y R_4, tomando como referencia de potenciales el negativo de la pila
y siendo el amperímetro ideal:

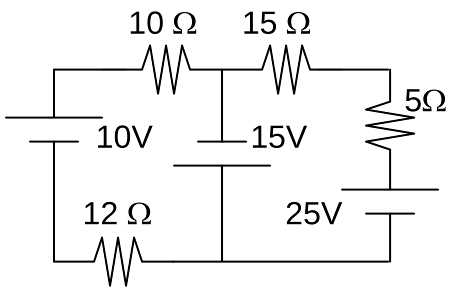
$$V_A = I_{R4} . R_4 = 0{,}2 . 40\ A.\Omega = 8\ V$$

Indicando con B al punto de conexión de los resistores R_2 y R_3 con el capacitor:

$$V_{cap} = V_B = V_A - V´_{R2} = (8 - 2{,}25)\ V = 5{,}75\ V$$

$$Q = C.V_{cap} = 20.10^{-6} . 5{,}75\ F.V = 115\ \mu C$$

***Ejercicio 16* -** La resistencia de 5 Ω se halla sumergida en un recipiente que contiene 7 g de aceite industrial (el punto de fusión es – 5 ºC; el punto de ebullición es 380 ºC; c_{ACEITE} = 0,4 cal/gºC) a 25 ºC. El recipiente puede considerarse de equivalente en agua despreciable e idealmente adiabático. Calcule el tiempo que se requiere para llevar el aceite a 60 ºC.



Tomando como referencia de potenciales el nodo A de conexión del resistor de 12 Ω con las pilas de 25 V y 15 V e I a la corriente estblecida en la rama que contiene al resistor de 5 Ω:

$$25 - I.5 - I.15 + 15 = 0$$

$$I = \frac{40}{20}\ \frac{V}{\Omega} = 2\ A$$

El calor necesario para elevar la temperatura del aceite es:

$$Q = c_{ACEITE} \cdot m_{ACEITE} \cdot (t_f - t_i) = 0{,}4 . 4{,}187 . 7 . (60 - 25) \ \frac{cal. J. g. °C}{g. °C. cal} = 410{,}33 \ J$$

Este calor se genera por la potencia disipada en el resistor de 5 Ω

$$Q = I^2 . 5 . \tau$$

$$\tau = \frac{Q}{I^2 . 5} = \frac{410{,}33}{2^2 . 5} \ \frac{J}{A^2 . \Omega} = 20{,}52 \ s$$

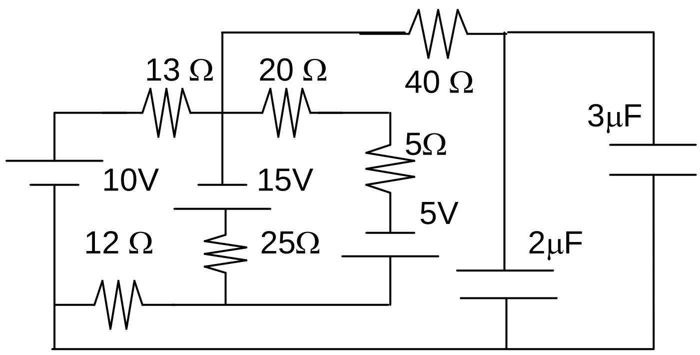
Ejercicio 17 - Sea el circuito de la figura, en el que los capacitores están inicialmente descargados.

a) calcule el valor de la intensidad de corriente que circula por cada resistencia, indicando el sentido de circulación en régimen estacionario de corrientes;

b) calcule la potencia disipada por la resistencia de 5 Ω en régimen estacionario;

c) calcule la energía almacenada en los capacitores (en régimen estacionario);

d) estime el tiempo que le lleva al circuito alcanzar el régimen estacionario.



a)

En régimen estacionario no hay corriente en las ramas que contienen los capacitores, por lo que tampoco hay corriente establecida sobre el resistor de 40 Ω. Se indicará con A al nodo donde se hallan conectados los resistores de 13 Ω y 20 Ω y se tomará como referencia de potenciales el negativo de la pila de 10 V, mediante I_1, se indicará la corriente en la rama donde se encuentra la pila de 10 V con sentido hacia el nodo A; mediante I_2 se indicará la corriente en la rama donde se encuentra la pila de 5 V con sentido hacia el nodo A; mediante I_3 se indicará la corriente en la rama donde se encuentra la pila de 15 V con sentido saliente del nodo A.

El problema puede resolverse con una ecuación de nodos linealmente independiente (nodo A), ya que presenta dos nodos y dos ecuaciones de mallas mínimas:

$$I_1 + I_2 = I_3$$

$$10 - I_1 . 13 + 15 - I_3 . 25 - I_1 . 12 = 0$$

$$I_3 . 25 - 15 + I_2 . 20 + I_2 . 5 + 5 = 0$$

$$10 - I_1 . 13 + 15 - (I_1 + I_2) . 25 - I_1 . 12 = 0$$

$$I_2 = 1 - 2.I_1$$

$$(I_1 + I_2).25 - 15 + I_2.20 + I_2.5 + 5 = 0$$

$$I_2 = 0{,}2 - 0{,}5.I_1$$

$$1 - 2.I_1 = 0{,}2 - 0{,}5.I_1$$

$$I_1 = I_{(12)} = I_{(13)} = 0{,}533 \text{ A}$$

$$I_2 = I_{(20)} = I_{(5)} = (1 - 2.0{,}533)\text{ A} = -0{,}067 \text{ A} \quad (\textit{sentido contrario al supuesto})$$

$$I_3 = I_{(25)} = (0{,}533 - 0{,}067) \text{ A} = 0{,}467 \text{ A}$$

b)

$$P_{d5} = {I_2}^2.5 = 0{,}067^2.5 \text{ A}^2.\Omega = 0{,}022 \text{ W}$$

c)

Los capacitores se encuentran en paralelo por lo que:

$$C_{eq} = C_1 + C_2 = (2 + 3) \ \mu\text{F} = 5 \ \mu\text{F}$$

Al no existir corriente establecida en los capacitores, tampoco existirá e corriente establecida en el resistor de 40 Ω y por lo tanto no hay caída de potencial en el mismo. Se infiere entonces que una de las placas del capacitor equivalente se encuentra al potencial V_A, mientras que la otra placa está conectada a la referencia cero de potenciales:

$$V_A + 15 - I_3.25 - I_1.12 = 0$$

$$V_A = -15 + I_3.25 + I_1.12 = -15 \text{ V} + (0{,}467.25 + 0{,}533.12) \text{ A}.\Omega = 3{,}07 \text{ V}$$

$$V_{cap} = V_A = 3{,}07 \text{ V}$$

$$U_{cap} = \frac{C_{eq}.{V_{cap}}^2}{2} = \frac{5.10^{-6}.3{,}07^2}{2} \text{ F}.\text{V}^2 = 23{,}51 \text{ J}$$

d)

Los capacitores se cargan en forma asintótica exponencial, con una constante de tiempo determinada por el producto del valor de la capacidad equivalente por la resistencia equivalente asociada al par de puntos de conexión de las placas de los capacitores. Para determinar esta resistencia equivalente deben pasivarse las pilas.

Al pasivar la pila ideal de 5 V quedan en serie los resistores de 20 Ω y 5 Ω conformando una serie resistiva de 25 Ω; al pasivar la pila ideal de 5 V esta serie, queda en paralelo con el resistor de 25 Ω, conformando un arreglo resistivo de 12,5 Ω en serie a su vez con la resistencia de 12, Ω conformando una resistencia equivalente entre el nodo A y la referencia de potenciales de 24,5 Ω. Al pasivar la pila ideal de 10 V la resistencia de 13 Ω queda también en paralelo con la equivalente de 24,5 Ω. Este paraleo queda en serie finalmente con la resistencia de 40 Ω, por lo que la resistencia equivalente buscada resulta:

$$R_{eq} = \frac{13.\,24,5}{13 + 24,5}\ \frac{\Omega.\,\Omega}{\Omega} + 40\ \Omega = 48,49\ \Omega$$

$$\tau = C_{eq}.\,R_{eq} = 5.\,10^{-6}.\,48,49\ \ F.\,\Omega \cong 0,242\ \text{ms}$$

Si se considera que cuando el capacitor supere el 90 % del valor teórico final de carga se alcanza el régimen estacionario, debe transcurrir un tiempo de al menos 5 veces la constante de tiempo calculada:

$$t_{min} = 5.\,\tau \cong 1,21\ \text{ms}$$

Ejercicio 18 **- a)** Las lámparas incandescentes de 12 V que generalmente usan los mecánicos se conectan a la batería del auto. Discuta qué le pasa a esa lámpara si usted la conecta a la línea domiciliaria (220 V eficaces).

b) Calcule la relación L/S entre la longitud y la sección del filamento de una lámpara de tungsteno cuya resistividad es $\rho_W = 5,25\times10^{-8}$ Ωm, que opera a 12 V y disipa 60 W.

c) En su casa usted tiene conectados al mismo tiempo diversos aparatos eléctricos, cada uno con una determinada resistencia eléctrica interna ¿Están conectados en serie o están conectados en paralelo? La plancha, por ejemplo, “consume más“ que el televisor, pero ¿consume más corriente o tiene aplicado mayor voltaje?

a)

La lámpara tiene una resistencia R dimensionada para poder disipar la potencia nominal de trabajo cuando se le aplica una diferencia de potencial de 12 V:

$$P_{dnom} = \frac{{V_{nom}}^2}{R}$$

Si en lugar de aplicarse la diferencia de potencial nominal se aplica una mayor a la lámpara con la misma resistencia, resulta:

$$P_d = \frac{V^2}{R}$$

$$\frac{P_d}{P_{dnom}} = \frac{V^2.\,R}{{V_{nom}}^2.\,R} = \left(\frac{V}{V_{nom}}\right)^2 = \left(\frac{220}{12}\right)^2 \cong 336$$

Esto significa que la lámpara tendría que disipar una potencia cientos de veces mayor que la potencia nominal para la que fue diseñada, lo que implica su segura destrucción.

b)

$$R = \frac{\eta_W . L}{S} = \frac{V^2}{P_d}$$

$$\frac{L}{S} = \frac{V^2}{\eta_W . P_d} = \frac{12^2}{5{,}25.10^{-8}.60} \frac{V^2}{\Omega.m.W} = 4{,}57.10^7 \frac{V^2.A}{V.m.V.A} = 4{,}57.10^7 \frac{1}{m}$$

c)

Todos los aparatos están conectados en paralelo y por lo tanto tienen la misma diferencia de potencial aplicada (220V eficaces). Las corrientes establecidas en los mismos varía de acuerdo con la impedancia que presentan implicando distintos consumos de energía para igual período de funcionamiento.

Ejercicio 19 - Del siguiente conjunto de afirmaciones sólo una es verdadera. Indique cuál es

	Dos resistencias iguales en serie disipan dos veces la potencia que disipan conectadas en paralelo.
	La resistencia de un cuerpo cilíndrico se duplica si se reduce su radio a la mitad.
	Los dieléctricos con $\varepsilon_{RELATIVO} < 1$ son los mejores aislantes.
X	Dos resistencias iguales en serie disipan cuatro veces la potencia que disipan conectadas en paralelo.
	La resistencia de un sistema se duplica si se duplica la intensidad de la corriente.
	La intensidad de corriente es una medida del número de electrones que circulan por un circuito.

Ejercicio 20 - Del siguiente conjunto de afirmaciones sólo una es verdadera. Indique cuál es

	La caída de potencial es la misma sobre dos resistencias en serie.
	Dos cuerpos tienen conductividades σ_1 y $\sigma_2 = 2\sigma_1$, igual sección e igual longitud. Entonces $R_2 = 2R_1$.
	Dos resistencias en paralelo poseen resistencia equivalente mayor que la de ellas por separado.
X	La Req de tres resistencias iguales, de valor R, en serie es 3R y conectadas en paralelo es R/3.
	Dos pilas ideales V_1 y V_2 en serie entregan más potencia que una única pila ideal de valor V_1+V_2.
	Un nodo en un circuito es un punto al que entran dos o más corrientes de rama.