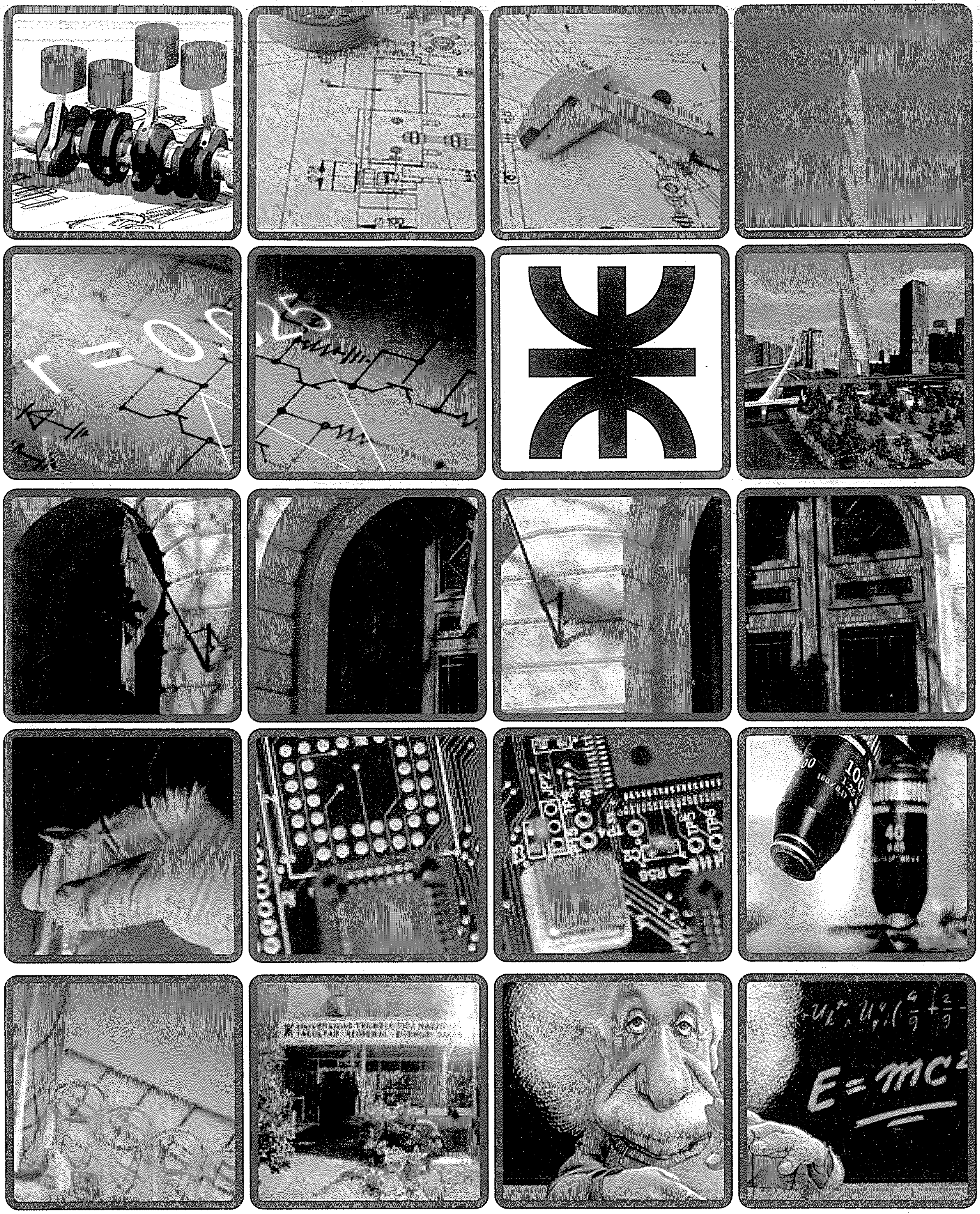


CORRIENTE ALTERNA - 2006 -

ING. OSCAR TROVATO

FISICA II

U.D.B. FÍSICA BF2AT1

CENTRO de ESTUDIANTES de INGENIERIA TECNOLOGICA

UTN.BA
UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA NACIONAL
FACULTAD REGIONAL BUENOS AIRES

UNIVERSIDAD TECNOLOGICA NACIONAL

FACULTAD REGIONAL BUENOS AIRES

ASIGNATURA : Física II

TÍTULO: Corriente alterna

(Edición 2006)

DEPARTAMENTO: Ciencias Básicas – U. D. B. Física

AUTOR: Ing. Oscar Trovato

- CORRIENTE ALTERNA -

El presente cuadernillo sobre corriente alterna es una introducción básica sobre el tema, el mismo será abordado con mayor profundidad y amplitud en cursos superiores y según especialidad, el presente sólo tratará sobre circuitos en serie, uso del diagrama fasorial, el concepto de potencia en corriente alterna y el de resonancia y está dirigido a los alumnos que cursan Física II de todas las especialidades.

Ing. Oscar Trovato

INTRODUCCIÓN

Recordemos que cuando se define el concepto de corriente eléctrica, se establecen distintos regímenes de corriente, o sea, cómo varía la intensidad de corriente en función del tiempo. En una primera etapa se estudia el régimen estacionario, circuitos de corriente continua, se aplica una tensión continua a circuitos con resistencia y se obtiene un régimen estacionario de corriente. Sin embargo, podemos obtener regímenes no estacionarios; en particular interesa el régimen de corriente alterna, con función armónica, por su difusión masiva, ya que implica una facilidad y abaratamiento del transporte y distribución de la energía eléctrica.

1.1- GENERACIÓN

¿Cómo se genera una tensión alterna senoidal? Para ello basta con hacer girar, a una cierta velocidad angular constante ω, una ó N espiras, en un campo magnético uniforme y constante de inducción $\vec{B}$, tal como se indica en la fig.1. Si las espiras encierran un área A, el flujo magnético a través de una de las espiras es:

$$\phi = \vec{B} * \vec{A} = B.A.\cos\theta \qquad [1]$$

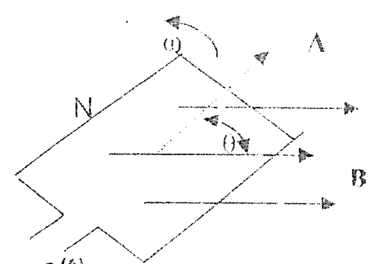


fig.1

Ahora bien: $\omega = \dfrac{2\pi}{T} = \dfrac{\theta}{t}$ luego $\theta = \omega\, t$ donde T es el período en segundos.

En la práctica se utiliza la inversa de T, o sea la frecuencia f, en Hertz $[Hz]$ (ciclos por segundo) ó s^{-1}.

$$f = \frac{1}{T}$$

El valor utilizado para la frecuencia f en la Argentina y en la mayor parte del mundo es de $50\ Hz$, mientras que en Estados Unidos y Canadá se utilizan $60\ Hz$.

Si ahora tenemos en cuenta la ley de Faraday de la f.e.m. inducida, la tensión que aparecerá en bornes de las N espiras es:

$$e = -N\frac{d\Phi}{dt}$$

Resolviendo: $e = \omega.N.B.A.\operatorname{sen}\omega t$

Hemos obtenido una tensión alternada senoidal, de amplitud:

$$E_M = \omega.N.B.A$$

la dimensión de $\omega.N.B.A$ es la de una tensión eléctrica.

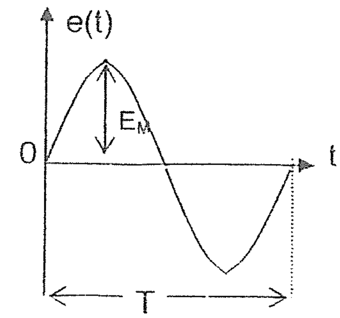


fig. 2

$$\boxed{e(t) = E_M sen\omega\, t}$$

La expresión [3], graficada en fig. 2, se denomina valor instantáneo de la tensión, la misma es generada por una máquina eléctrica denominada alternador y que simbolizaremos mediante un circulo con una senoide en su interior, fig.3.

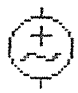


fig.3

1.2- CIRCUITOS CON CORRIENTE ALTERNA

1.2 a – CIRCUITO CON RESISTENCIA

Comencemos por aplicar la tensión alterna $e(t)$, suministrada por un alternador, a una resistencia R, fig. 4. Para realizar este análisis, suponemos que la resistencia interna del generador es nula o despreciable, aplicando la regla de las mallas de Kirchhoff al circuito, tenemos:

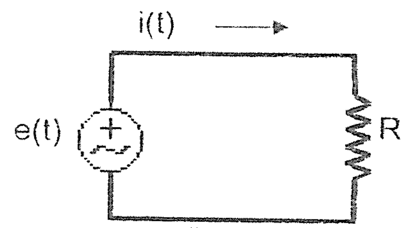


fig. 4

$e(t) - V_g = 0$ donde $V_g = i.R$, en consecuencia

$$i = \frac{e(t)}{R} = \frac{E_M}{R} sen\,\omega\, t \qquad [4]$$

Aclaración: Cuando estudiamos las leyes de Kirchhoff, las establecimos para regímenes estacionarios, pero ahora no estamos frente a un régimen estacionario, sin embargo, dichas leyes, también se cumplen para valores instantáneos de las variables involucradas. Podemos deducir de acuerdo al resultado obtenido en [4] que la intensidad de corriente i, que circula por la resistencia se encuentra en <u>fase</u> con la tensión aplicada, siendo la amplitud de la corriente:

$$I = \frac{E_M}{R}$$

y su valor instantáneo:

$$\boxed{i(t) = I.sen\omega t} \qquad [5]$$

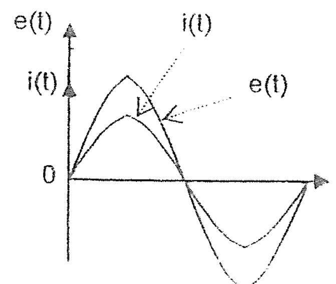


fig.5

En la fig.5 podemos ver ambas variables representadas.

Nos preguntamos ahora: ¿Cuánto vale la potencia disipada en la resistencia? La potencia disipada en R es: Ri^2 este valor de potencia es función del tiempo por lo que la denominaremos: **potencia instantánea** P(t), luego:

$$P(t) = R.I^2.sen^2\omega t \qquad [6]$$

La **potencia media**, en uno o más ciclos es:

$$Pm = RI^2 \frac{1}{T}\int_0^T sen^2\omega\, dt$$

y teniendo en cuenta que el valor medio del $sen^2\omega t$ es igual a $\frac{1}{2}$, en consecuencia

$$Pm = \frac{1}{2}\cdot I^2 R \qquad [7]$$

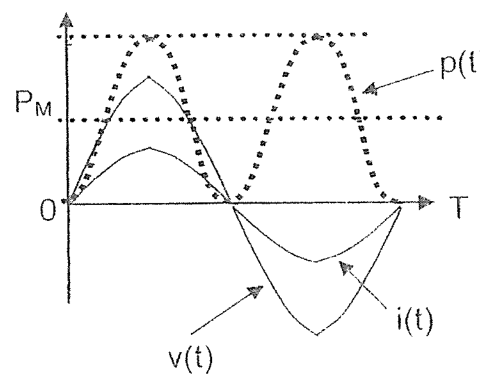


fig.6

En la fig.6 hemos representado en un mismo gráfico, la tensión $e(t)$, la intensidad de corriente $i(t)$, la potencia instantánea y la Pm. Observemos atentamente que el período de la potencia es la mitad que el que corresponde a la tensión y la corriente, o sea que su frecuencia es el doble. En la fig.6 también podemos observar que la potencia es siempre positiva, esto implica la siguiente interpretación: La energía proveniente de la fuente siempre fluye hacia la carga y se transforma en otro tipo de energía que no es eléctrica: en nuestro caso en el resistor, en calor; en una lámpara en luz y calor; en un motor en energía mecánica.

A partir de la expresión [7] podemos definir una corriente continua, que denominaremos **Corriente Eficaz,** I_{ef}, que disipe la misma potencia sobre la misma resistencia R, que la corriente alterna, en consecuencia, igualando dichas potencias obtenemos:

$$I_{ef}^2.R = \frac{I^2}{2}R \qquad \text{luego:} \qquad I_{ef} = \frac{I}{\sqrt{2}} \qquad [8]$$

Debemos ser muy cuidadosos al aplicar la [8] para calcular el valor eficaz de una corriente, ya que dicha expresión, ha sido obtenida para una función armónica, (seno o coseno) esto implica que para cualquier otra función periódica, pero no armónica, como por ejemplo: cuadrada, triangular, rampa, etc.; debemos resolver la integral media cuadrática y extraer la raíz cuadrada de dicha función o sea, obtener la <u>*raíz cuadrática media*</u> de la corriente:

$$I_{ef} = \sqrt{\left(\frac{1}{T}\int_0^T i^2(t).dt\right)} \qquad [9]$$

Así como hemos establecido el valor eficaz para la corriente, también lo podemos establecer para la tensión, en dicho caso la Pm es:

$$Pm = \frac{E_{ef}^2}{R} \text{ donde } E_{ef} = \frac{E_M}{\sqrt{2}}$$

también podemos expresar la potencia media en función de la corriente y la tensión eficaz :

$$Pm = E_{ef} . I_{ef}$$

Obtenida reemplazando en [8]: $E_{ef} = I_{ef} . R$

Aclaremos que en la práctica siempre utilizamos el valor eficaz, tanto de corriente como de tensión, o sea cuando hablamos de los **220 Volts** de tensión alterna que llega a nuestro domicilio, nos referimos siempre a su valor eficaz. su valor de cresta es: E_M **= 220 .** $\sqrt{2}$ **= 310 Volt**

Todos los instrumentos para medir tensión o intensidad de corriente alterna la expresan en valor eficaz.

1.2b - FASORES

Antes de continuar con circuitos, vamos a introducir un ente geométrico denominado fasor, cuya única misión será facilitarnos el manejo de cantidades que varían armónicamente en el tiempo. Este ente geométrico es un vector giratorio, con velocidad angular ω y longitud proporcional a la amplitud de la magnitud que representa. Entonces, para una cantidad que varíe senoidalmente, su valor instantáneo será, la proyección de dicho vector sobre el eje y, o sobre el x si la función varía cosenoidalmente, ésta íntima relación entre los vectores giratorios y las funciones armónicas, nos habilita para realizar dicha representación. La fig. 7, muestra la implementación de un diagrama de fasores.

Llamado de atención: Debe quedar muy en claro que si representamos distintas magnitudes armónicas mediante dichos vectores, todos deben girar a la misma velocidad angular ω, o sea, las cantidades deben ser **isofrecuentes** para que dicha representación sea posible. También se comprende que al ser las magnitudes isofrecuentes, no importa en que instante observamos la relación que existe entre las mismas, pues su posición relativa no se modificará. Lo único que nos interesa es su fase relativa, razón por la cual los denominamos fasores. Por ejemplo, en el circuito anterior, podemos representar en el mismo plano los fasores de tensión y corriente pero no el de potencia, ya que en esta última, su velocidad angular es doble que la de la tensión y corriente.

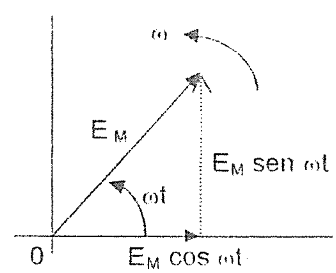


fig. 7

La representación mediante fasores de tensión y corriente del circuito anterior se muestra en fig. 8.

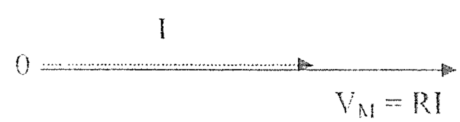
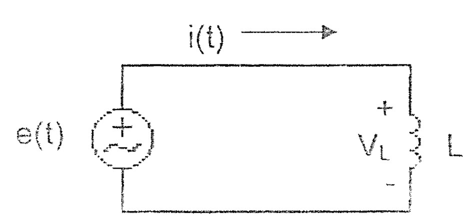


fig. 8

1.2c CIRCUITO CON INDUCTOR

Vamos ahora a analizar como lo hicimos con el circuito con resistencia, un circuito formado por un generador de tensión alterna $e(t)$ y un inductor, tal como se muestra en fig.9 el



inductor será considerado ideal, esto significa que su resistencia es nula o totalmente despreciable. Procediendo con el mismo criterio que con la resistencia, tenemos:

$$e(t) - V_L = 0 \text{ donde } V_L = L\frac{di}{dt} \quad [10]$$

$$e(t) = E_M sen\omega\, t \quad \text{luego} \quad E_M sen\omega t = L\frac{di}{dt}$$

despejando di tenemos:

$$di = \frac{E_M sen\omega t.dt}{L} \quad \text{e integrando se obtiene finalmente:}$$

$$\boxed{i = -\frac{E_M}{\omega L}\cos\omega t} \quad [11]$$

Si analizamos la expresión [11] deducimos que ahora la intensidad de corriente se encuentra atrasada en *90°* respecto a la tensión v_L en bornes del inductor.

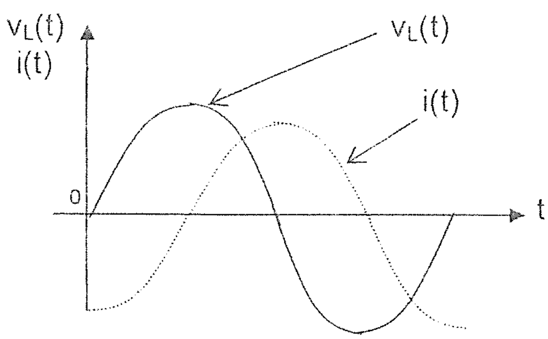


fig. 10

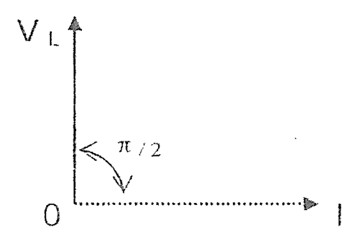


fig.11

La fig.10 muestra los valores instantáneos de tensión y corriente, y la fig.11 la relación de los fasores de tensión y corriente.
La expresión [11] puede expresarse de la siguiente forma:

$$i = -I_M.\cos\omega\, t$$

$$\text{donde:} \quad I_M = \frac{E_M}{\omega.L} \quad [12]$$

En los fasores de la fig. 11 y en la expresión [12] hemos representado los valores máximos de tensión y corriente, sin embargo, dividiendo por $\sqrt{2}$, podemos trabajar con los valores eficaces.
En la [12] y trabajando con valores eficaces tenemos que: $\omega.L.I_{ef} = E_{ef}$, si la corriente multiplicada por ωL es igual a una tensión, esto implica que ωL tiene la misma dimensión que la de una resistencia, o sea, el **Ohm**, sin embargo, para diferenciarla claramente de una resistencia al término ωL lo denominaremos **REACTANCIA** y como está referida a un inductor, lo denominaremos **REACTANCIA INDUCTIVA**. Ahora bien ¿Por qué es necesario esta frontera, esta división entre dos elementos, qué sin embargo poseen la misma dimensión? La respuesta es simple: Vimos que cuando tenemos conectado al generador una resistencia, la tensión y la corriente se encuentran en fase en dicho elemento, en consecuencia, la potencia instantánea, que es el producto de **e(t)** e **i(t)**, ver fig.6, es siempre positiva, situación que interpretamos como

que la energía siempre fluye hacia la carga y se transforma en otra forma de energía. Sin embargo si calculamos la potencia instantánea en un inductor, de la misma forma que lo hicimos con la resistencia, ver fig 12, observamos que durante el ciclo de la tensión y la corriente, la potencia alterna, con pulsación doble, en valores iguales positivos y negativos, en los ciclos positivos la energía eléctrica fluye hacia la carga , inductor, y se transforma en energía de campo magnético, mientras que en los ciclos negativos la energía almacenada en el campo magnético se transforma en energía eléctrica, o sea en el inductor ideal ,la energía nunca se disipa, solo se transforma en campo magnético, y es restituida al generador en el próximo medio período del ciclo de potencia.

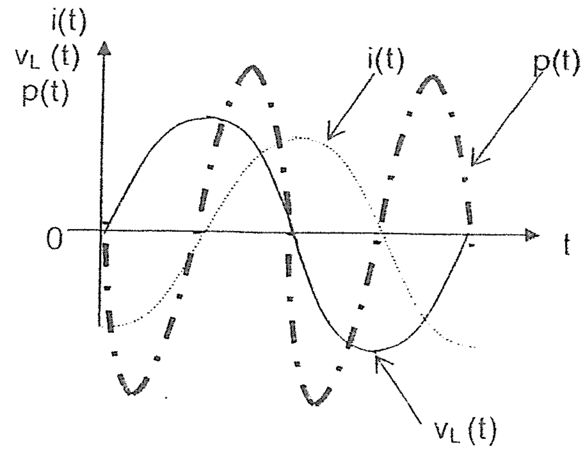


fig. 12

1.2 d CIRCUITO CON CAPACITOR

Vamos a analizar ahora un circuito formado por un generador de tensión alterna $e(t)$ y un capacitor C tal como se muestra en la figura 13.

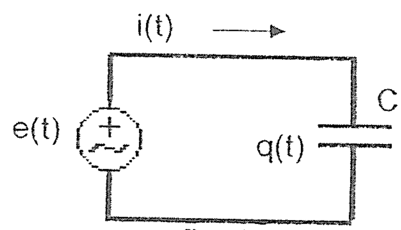


fig. 13

Igual que en todos los análisis anteriores, nuestro generador de tensión alterna y el capacitor son ideales. Procediendo con el mismo criterio que en análisis anteriores tenemos:

$$e(t)-V_C=0 \quad \text{donde} \quad V_C=\frac{q(t)}{C}$$

y teniendo en cuenta que $e(t)=E_M sen\omega t$, queda:

$$E_M sen\omega t=\frac{q(t)}{C} \qquad [13]$$

sabemos que: $i=\dfrac{dq}{dt}$

Despejando $q(t)$ de [13] tenemos:

$$i=\frac{C.d(E_M sen\omega.t)}{dt}=\omega.C.E_M\cos\omega t$$

$$\boxed{i=\omega\, C\, E_M\cos\omega t} \qquad [14]$$

Si analizamos [13] deducimos que ahora la intensidad de corriente se encuentra adelantada en *90º* respecto a la tensión V_C en los bornes del capacitor.

La fig. 14 muestra los valores instantáneos de tensión y corriente, y la fig.15 la relación de los fasores.

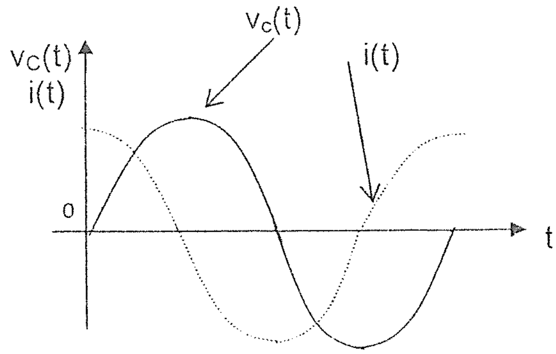


fig. 14

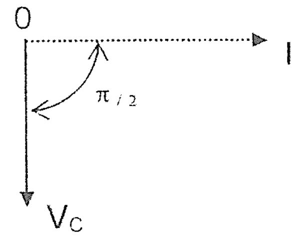


fig. 15

$i = I \cos \omega t$ donde: $I = \omega C E_M$ [15]

De [15] deducimos que : $\left(\frac{1}{\omega C}\right) . I = E_M$ nuevamente nos encontramos con un término que multiplicado por la corriente nos da una tensión, y tomando como referencia el criterio seguido en el circuito con inductor , al término entre corchetes : $\left(\frac{1}{\omega C}\right)$ lo vamos a denominar **REACTANCIA CAPACITIVA** e igual que la Reactancia inductiva su unidad MKS es el OHM (Ω), igualmente $E_{ef} = I_{ef} \cdot \left(\frac{1}{\omega C}\right)$. En lo referente a la potencia instantánea el lector ya se habrá dado cuenta que si realizamos el producto de $e(t)$ e $i(t)$, ver fig.14, tal como lo hicimos con el inductor, nos encontramos con una situación similar, o sea, la potencia varía en valores positivos y negativos, pero invertidos con respecto a como lo hacía en el caso del inductor. En los ciclos positivos la energía fluye hacia el capacitor, transformándose en energía de campo eléctrico, mientras que en los ciclos negativos la energía almacenada se transforma en energía eléctrica, en definitiva, en el capacitor ideal, la energía nunca se disipa. Conclusión: Tanto en el inductor como ahora en el capacitor la energía eléctrica no se transforma en otra cosa que no sea en campos.
En los circuitos de corriente alterna a las reactancias se las indica con la letra X , y para identificar si es inductiva o capacitiva pondremos un subíndice

$$\boxed{\omega . L = X_L} \quad [16] \text{ y } \quad \boxed{\frac{1}{\omega C} = X_C} \quad [17]$$

Antes de continuar volvamos a las expresiones [11] y [12], en la oportunidad expresamos la corriente i de la siguiente forma $i = -I \cos \omega t$ pero también la podemos expresar de la siguiente manera:

$$i = I\, sen\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) \qquad [18]$$

igualmente para las expresiones [14] y [15] donde $i = I \cos \omega t$ puede expresarse:

$$i = I\,sen\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) \qquad [19]$$

Antes de avanzar en circuitos mas complejos veamos algunos ejemplos muy simples sobre lo hasta aquí desarrollado:

Ej.1- Un generador de corriente alterna (c.a.) entrega una tensión eficaz de 220 volt a una frecuencia $f = 50Hz$, el mismo se encuentra conectado a una resistencia de *80 Ω*. Determinar: a) La intensidad de corriente eficaz. b) La potencia media disipada en R. c) La tensión máxima E_M del generador. d) La corriente máxima I. e) El diagrama de fasores

a) $I_{ef} = \frac{E_{ef}}{R} = \frac{220}{80} = 2{,}75\ A$ b) $P = R\,I_{ef}^2 = 80\ .2{,}75^2 = 605$ watt

c) $E_M = E_{ef}.\sqrt{2} = 220\ .\ 1{,}41 = 310$ volt d) $I = I_{ef}\ .\ 1{,}41 = 3{,}87\ A$

e)

Ej. 2- Determinar la corriente eficaz para la forma de onda en diente de sierra que se muestra en la fig. 16 cuyo período es T la corriente varía según: $i = \left(\frac{I_0}{T}\right).t$ e

I_0 = 1,5 A

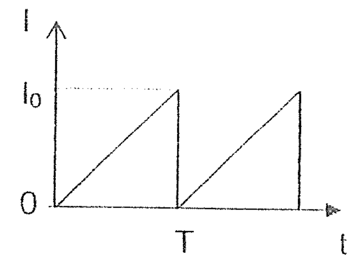


Fig. 16

Dijimos que el valor eficaz lo calculábamos tomando la raíz cuadrática media de la corriente [9]:

$$I_{eff} = \sqrt{\left(\frac{1}{T}\int_0^T \left(\frac{I_0}{T}\right)^2 t^2 dt\right)} = \frac{I_0}{\sqrt{3}} = 0{,}866A$$

Ej.3 - Un generador de corriente alterna (c.a.) entrega una tensión eficaz de 220 Volt a una frecuencia f = 50 Hz, el mismo se encuentra conectado a un inductor de 8 Hy. Determinar: a) La intensidad de corriente eficaz. b) La corriente eficaz si el generador tuviera una frecuencia de 90 Hz. c) El diagrama de fasores

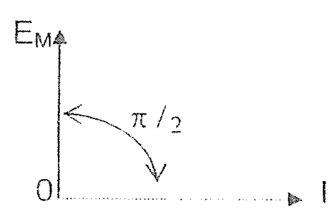
a) Comencemos por calcular la reactancia inductiva X_L del inductor:

$$X_L = \omega L = 2\pi f L = 6{,}28\ .\ 50\ .\ 8 = 2512\ \Omega$$

$$I_{ef} = \frac{E_{ef}}{X_L} = \frac{220}{2512} = 0{,}087A$$

b) Si f = 90 Hz $X_L = 6{,}28.\ 90.\ 8 = 4521\ \Omega$

e I_{ef} = 48 mA



Ej.3

1.2e CIRCUITO SERIE R L

Vamos a incorporar ahora a nuestro circuito dos elementos en serie, tal como se muestra en la fig.17. Para resolverlo acudiremos a nuestro diagrama de fasores; en principio sabemos que en un circuito con elementos en serie la corriente es única, pero según el tipo de elemento de que se trate, la tensión sobre el elemento, se encontrará en fase, adelantada 90º o atrasada 90º respecto a la corriente que circula por el mismo.

Sobre la base de esta idea construyamos dicho diagrama, tal como se muestra en fig. 18. Observar que hemos tomado como referencia la intensidad de corriente I, que es única, luego 90 º en adelanto se encuentra el fasor V_L y en fase con la corriente el fasor que representa la caída de tensión V_R, en la resistencia, si componemos ambos fasores, como vectores, obtenemos el fasor resultante, que es la tensión del generador E_M.

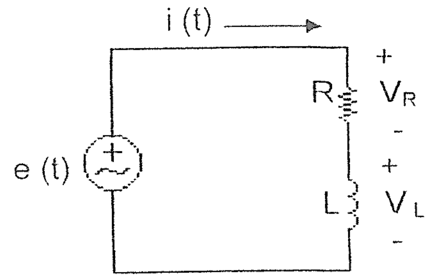


fig. 17

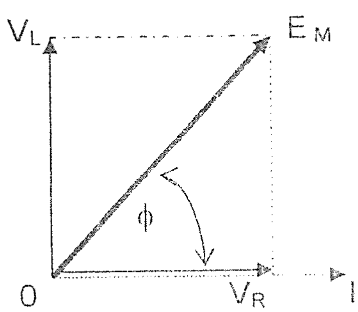


fig. 18

Tenemos entonces que la tensión del generador avanza en un ángulo de fase φ respecto a la corriente I.

De la fig. 18 tenemos entonces:

$$E_M = \sqrt{V_R^2 + V_L^2} \qquad [20]$$

Pero en [20] $V_R = I\,R$ y $V_L = I\,(\omega L) = I\,X_L$, reemplazando en [20] y sacando a la intensidad de corriente I como factor común tenemos:

$$E_M = I\sqrt{R^2 + (\omega L)^2} \qquad [21]$$

denominaremos Impedancia del Circuito Z al término: $Z = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2}$ [22]

en consecuencia vemos que: $\dfrac{E_M}{I} = Z$ y en términos de valores eficaces:

$$\frac{E_{ef}}{I_{ef}} = Z \qquad [23]$$ por supuesto la unidad de Z es el Ohm

Avancemos ejemplificando lo hasta aquí realizado:

Supongamos que nuestro generador de corriente alterna posee en sus bornes la siguiente tensión: e(t) = 310 sen 314 t , tenemos entonces que: $\omega = 314\ s^{-1}$ E_M = 310 Volt y E_{ef} = 220 Volt Vamos a suponer que R = 120 Ω y L = 0,5 Hy, comencemos entonces por calcular la reactancia X_L y luego la impedancia Z según [22]: $X_L = \omega L = 314 \cdot 0{,}5 = 157\ \Omega$

$$Z = \sqrt{(120)^2 + (157)^2} = 196{,}7\ \Omega$$

Aplicando [23] calculamos la corriente eficaz:

$$I_{ef} = \frac{220}{196{,}7} = 1{,}12A.$$

Si observamos [20] y [21], vemos que al dividir por la corriente I, nuestro diagrama de fasores se transforma en un diagrama que denominamos de impedancias fig. 19

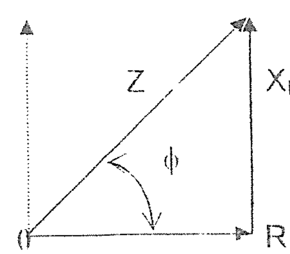


fig. 19

Observamos que es un triángulo rectángulo que relaciona la reactancia, la resistencia, la impedancia y el ángulo de fase ϕ.

Ya demostramos que solo disipan energía los elementos resistivos, en consecuencia la potencia media P_M entregada a un circuito con inductancia y resistencia es solo la potencia entregada a la resistencia R:

$$P_M = I_{ef}^2 . R \qquad [24]$$

y del gráfico de la fig.19 vemos que: $\cos\phi = \frac{R}{Z}$ y si reemplazamos R en [24] tenemos: $P_M = I_{ef}^2 Z \cos\phi$ y teniendo en cuenta [23] obtenemos finalmente:

$$P_M = E_{ef} . I_{ef} . \cos\phi \qquad [25]$$

En definitiva, vemos que podemos calcular la potencia media P_M mediante [24] o también mediante [25] previo calcular el **cos ϕ** , al término **cos ϕ** se lo denomina **factor de potencia** y a la expresión [25] se la conoce también como **Potencia activa.**

Continuando con nuestro ejemplo, calculamos P_M, mediante [24]

$$P_M = 1{,}12^2 . 120 = 150{,}5 \text{ Watt}$$

Calculemos ahora la P_M mediante el cálculo del $\cos\phi$:

$$\cos\phi = \frac{R}{Z} = \frac{120}{196{,}7} = 0{,}61$$

Y la P_M , Potencia media o activa es:

$$P_M = E_{ef}\, I_{ef} \cos\phi = 220 . 1{,}12 . 0{,}61 = 150{,}3 \text{ Watt}$$

El ángulo de fase de avance de la tensión aplicada E_{ef} y la corriente que circula I_{ef} es: $\phi = \text{arc} \cos 0{,}61 = 52{,}4°$

En consecuencia según fig. 19 podemos expresar: **e(t) = 310 sen 314 t**

y la corriente : **i(t) = 1,58 sen (314 t – 52,4)**

Alternativamente: **e(t) = 310 sen (314t + 52,4)**

y la corriente: **i(t) = 1,58 sen 314 t**

Podemos concluir entonces:

Ángulo de fase: $\phi = 0$ $\cos\phi = 1$ carga resistiva, la energía se disipa.

Pero si $0 < \phi < 90°$ tendremos, como en el caso que acabamos de analizar parte reactiva y parte disipativa:

$$\phi < \frac{\pi}{2} \quad (\phi = 52{,}4°)$$

Y para $\phi = 90°$, $\cos 90° = 0$ y en consecuencia toda la energía es reactiva.

Continuando con nuestro ejemplo, supongamos que agregamos a nuestro circuito de la fig.17 un condensador $C = 12.10^{-6} F = 12 \mu F$ en serie con R y L, fig. 20.

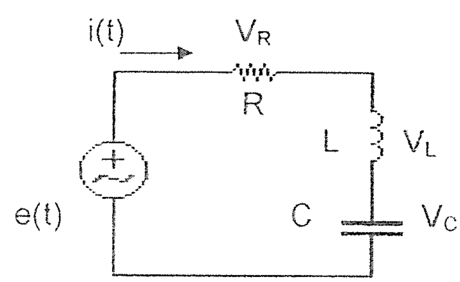


Fig. 20

La fig. 21 muestra el diagrama fasorial del nuevo circuito, observemos atentamente el mismo:

La caída de tensión en la resistencia V_R se encuentra en fase con la corriente I, que es única. Avanzada respecto a dicha corriente, en 90°, se encuentra la tensión V_L en el inductor y atrasada en 90° se encuentra la tensión V_C en el capacitor. Pero la tensión V_C en el capacitor se encuentra en antifase con la tensión V_L en el inductor, o sea dos vectores de igual dirección y fase opuesta, en consecuencia restando la tensión en el capacitor a la tensión en el inductor obtenemos (V_L – V_C), tensión que compuesta con V_R permite obtener la tensión del generador E_M, que en nuestro caso atrasa respecto de la corriente, esto queda indicado por ϕ, o sea en el circuito existe un predominio de la reactancia capacitiva. De la fig. 21 tenemos entonces

$$E_M = \sqrt{V_R^2 + (V_L - V_C)^2} \quad [26]$$

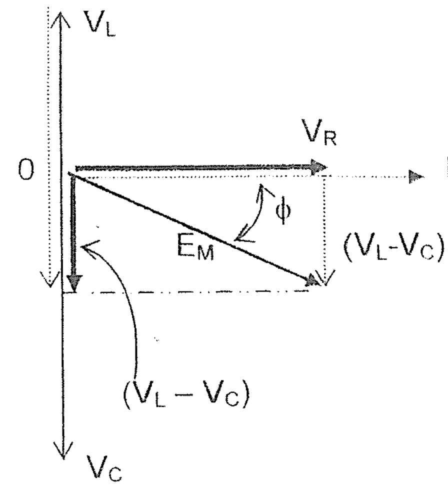


fig. 21

teniendo en cuenta que: $V_R = I.R$,

$$V_L = I.\,\omega\, L \quad y \quad V_c = I.\frac{1}{\omega.C}$$

Si reemplazamos en [26] y teniendo en cuenta que la corriente I es factor común obtenemos finalmente:

$$E_M = I.\sqrt{R^2 + \left(\omega.L - \frac{1}{\omega.C}\right)^2} \quad [27]$$

Donde: $$Z = \sqrt{R^2 + (\omega.L - \frac{1}{\omega.C})^2} \quad [28]$$

Y nuestro nuevo diagrama de impedancias lo representamos en fig.22

Con los valores establecidos calculemos el nuevo valor de Z:

$$Z = \sqrt{120^2 + (314.0,5 - \frac{1}{314.12.10^{6}})^2} = 161\ \Omega$$

La intensidad de corriente es: $I_{ef} = \frac{E_{ef}}{Z} = \frac{220}{161,4} = 1,36A$

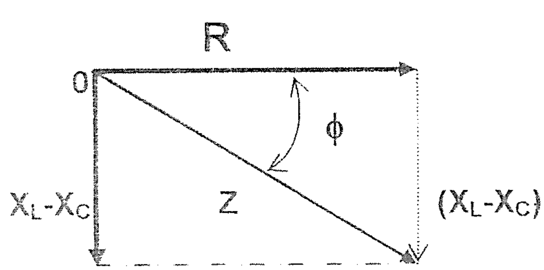


Fig. 22

El $\cos\phi = \frac{R}{Z} = 0,74$ - Potencia media:

$$P_M = E_{ef}.I_{ef}\cos\phi = 220V.1,36A.0,74 = 221W$$

La tensión del generador atrasa respecto a la corriente en un ángulo:

$$\phi = arctg\frac{(\omega.L - \frac{1}{\omega.C})}{R} = arctg\frac{157-265}{120} = arctg\frac{-108}{120} = -42°$$

Como se puede observar, también podemos calcular el ángulo de fase ϕ teniendo en cuenta que: $tg\phi = \frac{(X_L - X_C)}{R}$ [29] de esta manera el signo de ϕ nos indica el avance o atraso de la tensión respecto de la corriente.

1.3 a – RESONANCIA SERIE

Nos preguntamos ahora: ¿Qué ocurre en el circuito **RLC** que acabamos de analizar si la reactancia inductiva X_L es igual a la reactancia capacitiva X_C?
Si observamos las expresiones [27] y [28] vemos que si: $X_L = X_C$ ocurre en [27] que $E_M = I_0 .R$, en [28] $Z = R$ y en consecuencia la intensidad de corriente es máxima. También observamos en [29] que $\phi = 0$ y en consecuencia $\cos\phi = 1$.
El circuito se comporta resistivo y la potencia disipada es máxima. Cuando un circuito RLC se encuentra bajo esta condición se dice que se encuentra en **Resonancia** y como los elementos se encuentran en serie se la denomina **Resonancia serie**.
Vamos a denominar f_0 a la frecuencia en que ocurre la resonancia:

Entonces tenemos $X_L = X_C$ implica $\omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C}$ y teniendo en cuenta que: $\omega_0 = 2\pi f_0$ la frecuencia resulta: $f_0 = \frac{1}{2.\pi\sqrt{L.C}}$ [30]

Es evidente, que al ser en resonancia $X_L = X_C$, en el plano de fasores, la tensión V_L en el inductor es igual y opuesta a la tensión V_C en el capacitor. O sea la suma de los valores instantáneos de la tensión en el inductor y la tensión en el capacitor valen cero. Bajo la condición de resonancia, y solo bajo esta condición, el circuito se comporta como si el inductor y el capacitor no estuvieran presentes.
Sin embargo, es interesante e importante por las consecuencias tecnológicas que tiene, observar lo que ocurre con las tensiones V_L y V_C, que como hemos dicho son iguales y opuestas.

Vimos que $I = \frac{E_M}{Z}$ y en resonancia $I_0 = \frac{E_M}{R}$ siendo la corriente máxima.
La tensión en el inductor, que es igual y opuesta a la del capacitor, vale entonces: $V_L = I_0\omega L = \frac{E_M}{R}.\omega.L$ si tenemos en cuenta que la corriente en resonancia pasa por un máximo, también la tensión en el inductor y en el capacitor pasan por un máximo.
A la relación entre V_L y E_M se la denomina **Factor de mérito** o Q del circuito.

$Q = \frac{V_L}{E_M} = \frac{\omega.L}{R}$ existen situaciones donde se desea que el valor de Q sea muy elevado, bajo esta circunstancia se trata de que la única resistencia importante del circuito, que constructivamente es imposible eliminar, sea la del

inductor L, con lo cual el Q del circuito es prácticamente el Q de la bobina debido a su propia resistencia.
Las sobre tensiones que aparecen en resonancia pueden ser verificadas experimentalmente mediante un voltímetro de corriente alterna o con un osciloscopio.
Calculemos finalmente para los valores de nuestro ejemplo, las magnitudes involucradas en el fenómeno de la resonancia:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{L.C}} = \frac{1}{2.3,14\sqrt{0;5.12.10^{-6}}} = 65\,Hz$$

$$f_0 = 65\,Hz$$

$I_0 = \frac{E_M}{R} = \frac{310}{120} = 2{,}58\,A$ y en valor eficaz I_{ef} = 2,58 . 0,707 = 1,82 A
$V_L = I_0 . \omega L$ = 2,58 . 314 0,5 = 405 Volt
y en valor eficaz E_{ef} = 405 . 0,707 = 286 Volt
$Q = \frac{V_L}{E_M} = \frac{405}{310} = 1{,}3$ o sea mediríamos una tensión 1,3 veces la tensión del generador.
Podemos concluir que para una determinada frecuencia de resonancia, la sobre tensión o su referente el Q, depende exclusivamente de las pérdidas del circuito, vale decir de R.
Las figuras 23, 24 y 25 representan en la ordenada la tensión sobre el **capacitor**, circuito de la figura 20, en función de la frecuencia, representada en el eje horizontal. El gráfico se realiza para el ejemplo que hemos venido desarrollando, en consecuencia, el índice vertical indica sobre la escala de frecuencias, eje horizontal, la resonancia que es la misma para los tres casos, o sea: 65 Hz, sin embargo, en dicha frecuencia, se puede observar que la agudeza de los picos va en aumento, esto es debido a lo que ya hemos mencionado, no hemos modificado los valores de L y C pero sí el valor de la R, en la fig. 23 es el valor del problema: 120 Ω, en la fig. 24: 80 Ω y en la fig. 25: 45 Ω

1.4a - TRANSFORMADORES

Una de las grandes ventajas de la utilización de la corriente alterna sobre la continua, es la facilidad de su distribución como energía eléctrica, ya que mediante un dispositivo denominado Transformador es posible elevar o disminuir los niveles de tensión. Veamos, si tenemos que transmitir una determinada potencia a cientos de kilómetros, a fin de disminuir las pérdidas por efecto joule (i^2 R), lo deseable, es utilizar la mayor tensión posible y muy baja corriente, por supuesto que en el lugar donde vamos a utilizar la

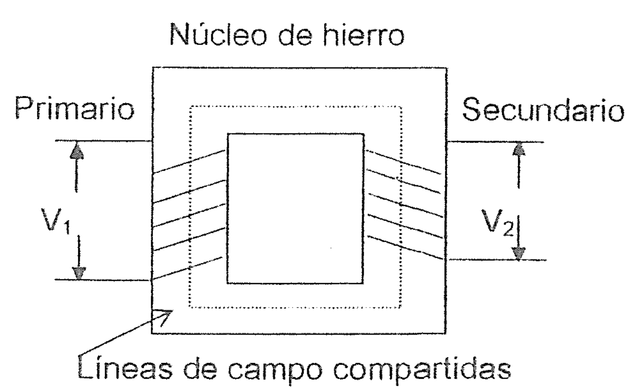


Fig. 26

energía eléctrica tendremos que reducir la tensión al valor en que la utiliza el equipo.
La estructura básica de un transformador, fig.26, está formada por dos bobinas enrolladas sobre un mismo núcleo cerrado de material de hierro, dichas bobinas se encuentran aisladas eléctricamente entre ellas. El material utilizado y su geometría permiten que las líneas de campo magnético generadas por uno de los arrollamientos, sean también compartidas por el otro. Vamos a denominar: **Arrollamiento primario, bobina primaria** o simplemente **primario,** aquella a la cual le aplicamos la tensión alterna del generador , esta tensión genera una corriente en esta bobina primaria, la que a su vez genera un flujo magnético en el núcleo de hierro, este flujo magnético variable en el núcleo de hierro, va a generar una tensión autoinducida en el primario pero también en el otro arrollamiento, al que vamos a denominar **Secundario**, esta tensión en el secundario dará lugar a una intensidad de corriente alterna cuyo valor dependerá del circuito que alimenta.

Para estudiar el funcionamiento básico de un transformador, cuyo símbolo y conexión con el generador y una resistencia de carga se indican en la fig. 27 debemos realizar algunas hipótesis simplificativas:

a) Vamos a despreciar la resistencia de los arrollamientos.

b) Al considerar que todas las líneas de campo están confinadas en el núcleo y son compartidas, el flujo ϕ_B es el mismo en ambos arrollamientos.

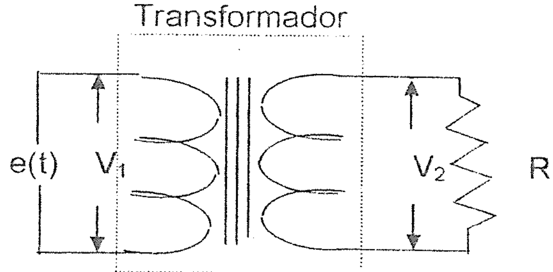


fig.27

Si el arrollamiento primario posee N_1 vueltas y el secundario N_2. Al variar el flujo magnético tendremos las f.e.m. inducidas por ley de Faraday:

$$e_1 = -N_1 . \frac{d\phi_B}{dt} \quad [31] \qquad y \qquad e_2 = -N_2 . \frac{d\phi_B}{dt} \quad [32]$$

si tenemos en cuenta que el flujo magnético es el mismo , se concluye de [31] y [32] que :

$$\frac{e_1}{e_2} = \frac{N_1}{N_2} \quad [33]$$

Si hemos dicho que consideramos nula las resistencias de lo arrollamientos las f.e.m. inducidas son iguales a las tensiones en los terminales de los respectivos arrollamientos.

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{N_1}{N_2} \quad [34]$$

Si al circuito secundario le conectamos una resistencia R tal como muestra la fig.27 la corriente en el secundario será $I_2 = \frac{V_2}{R}$ y la potencia suministrada a la resistencia en el secundario $V_2 . I_2$, al no haber pérdidas será igual a la potencia suministrada al primario, o sea: $V_1 . I_1 = V_2 . I_2$

Por supuesto que esto implica que el transformador posee un rendimiento de un 100% en su eficiencia de transferir energía, y si bien en la práctica esta eficiencia es elevada, por supuesto que nunca será el 100%.