

Ejercicio 1- Un calorímetro de zinc con equivalente en agua $\pi = 20$ g, contiene 100 g de agua a 20°C . Se agregan 50 g de una sustancia desconocida X a 90°C , y la temperatura final de equilibrio es de 24°C .

a) calcule el valor del calor específico de la sustancia agregada;

b) calcule el valor de la masa del recipiente de zinc;

c) si en lugar de zinc el calorímetro fuera de hierro ($c_{\text{Fe}} = 0,113 \text{ cal/g }^\circ\text{C}$) calcule cuál tendría que ser su masa para que no cambien los resultados del experimento;

d) realice la curva de calor ($T=f(Q)$) de **todos los componentes** del sistema ($c_{\text{AGUA, LIQ}} = 1 \text{ cal/g }^\circ\text{C}$; $c_{\text{Zn}} = 0,1 \text{ cal/g }^\circ\text{C}$).

a)

$$c_a \cdot (m_a + \pi) \cdot (t_f - t_{oa}) + c_X \cdot m_X \cdot (t_f - t_{oX}) = 0$$

$$c_X = \frac{-c_a(m_a + \pi) \cdot (t_f - t_{oa})}{m_X \cdot (t_f - t_{oX})} = \frac{-1 \cdot (100 + 20) \cdot (24 - 20)}{50 \cdot (24 - 90)} \frac{\text{cal} \cdot \text{g} \cdot ^\circ\text{C}}{\text{g} \cdot ^\circ\text{C} \cdot \text{g} \cdot ^\circ\text{C}} =$$

$$= c_X = 0,14545 \frac{\text{cal}}{\text{g} \cdot ^\circ\text{C}}$$

b)

$$\pi = \frac{c_{\text{Zn}} \cdot m_{\text{Zn}}}{c_a}$$

$$m_{\text{Zn}} = \frac{c_a \cdot \pi}{c_{\text{Zn}}} = \frac{1 \cdot 20}{0,1} = \frac{\text{cal} \cdot \text{g} \cdot \text{g} \cdot ^\circ\text{C}}{\text{g} \cdot ^\circ\text{C} \cdot \text{cal}} = 200 \text{ g}$$

c)

$$\pi = \frac{c_{\text{Fe}} \cdot m_{\text{Fe}}}{c_a}$$

$$m_{\text{Fe}} = \frac{c_a \cdot \pi}{c_{\text{Fe}}} = \frac{1 \cdot 20}{0,113} = \frac{\text{cal} \cdot \text{g} \cdot \text{g} \cdot ^\circ\text{C}}{\text{g} \cdot ^\circ\text{C} \cdot \text{cal}} = 177 \text{ g}$$

d)

Para el Zn la ecuación de calentamiento es:

$$dT = \frac{1}{c_{\text{Zn}} \cdot m_{\text{Zn}}} \cdot \delta Q$$

$$T_{\text{Zn}} - T_{o\text{Zn}} = \frac{1}{c_{\text{Zn}} \cdot m_{\text{Zn}}} \cdot Q_{\text{Zn}}$$

$$T_{Zn} = T_{oZn} + \frac{1}{c_{Zn} \cdot m_{Zn}} \cdot Q_{Zn} = 20\text{ }^{\circ}\text{C} + \frac{1}{0,1 \cdot 200} \frac{\text{g} \cdot ^{\circ}\text{C}}{\text{cal} \cdot \text{g}} \cdot Q_{Zn} = 20\text{ }^{\circ}\text{C} + 0,05 \cdot \frac{^{\circ}\text{C}}{\text{cal}} \cdot Q_{Zn}$$

Donde Q_{Zn} es el calor absorbido por el Zn para alcanzar la temperatura T_{Zn} ; el calor absorbido por el Zn para alcanzar la temperatura final de la mezcla es Q_{Znf} :

$$T_f = T_{oZn} + \frac{1}{c_{Zn} \cdot m_{Zn}} \cdot Q_{Znf}$$

$$Q_{Znf} = c_{Zn} \cdot m_{Zn} \cdot (T_f - T_{oZn}) = 0,1 \cdot 200 \cdot (24 - 20) \frac{\text{cal} \cdot \text{g} \cdot ^{\circ}\text{C}}{\text{g} \cdot ^{\circ}\text{C}} =$$

$$= Q_{Znf} = 80 \text{ cal}$$

Para el agua la ecuación de calentamiento es:

$$dT = \frac{1}{c_a \cdot m_a} \cdot \delta Q$$

$$T_a - T_{oa} = \frac{1}{c_a \cdot m_a} \cdot Q_a$$

$$T_a = T_{oa} + \frac{1}{c_a \cdot m_a} \cdot Q_a = 20\text{ }^{\circ}\text{C} + \frac{1}{1 \cdot 100} \frac{\text{g} \cdot ^{\circ}\text{C}}{\text{cal} \cdot \text{g}} \cdot Q_a = 20\text{ }^{\circ}\text{C} + 0,01 \cdot \frac{^{\circ}\text{C}}{\text{cal}} \cdot Q_a$$

Donde Q_a es el calor absorbido por el agua para alcanzar la temperatura T_a ; el calor absorbido por el agua para alcanzar la temperatura final de la mezcla es Q_{af} :

$$T_f = T_{oa} + \frac{1}{c_a \cdot m_a} \cdot Q_{af}$$

$$Q_{af} = c_a \cdot m_a \cdot (T_f - T_{oa}) = 1 \cdot 100 \cdot (24 - 20) \frac{\text{cal} \cdot \text{g} \cdot ^{\circ}\text{C}}{\text{g} \cdot ^{\circ}\text{C}} =$$

$$= Q_{af} = 400 \text{ cal}$$

Para la sustancia X la ecuación de enfriamientos:

$$dT = - \frac{1}{c_X \cdot m_X} \cdot \delta Q$$

$$T_X - T_{oX} = - \frac{1}{c_X \cdot m_X} \cdot Q_X$$

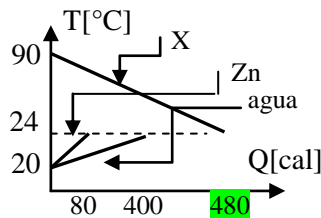
$$T_X = T_{oX} - \frac{1}{c_X \cdot m_X} \cdot Q_X = 90^\circ\text{C} - \frac{1}{0,14545 \cdot 50} \frac{\text{g} \cdot ^\circ\text{C}}{\text{cal} \cdot \text{g}} \cdot Q_{Zn} = 90^\circ\text{C} - 0,1375 \cdot \frac{^\circ\text{C}}{\text{cal}} \cdot Q_X$$

Donde Q_X es el calor absorbido por la sustancia X para alcanzar la temperatura T_X ; el calor absorbido por la sustancia X para alcanzar la temperatura final de la mezcla es Q_{Xf} :

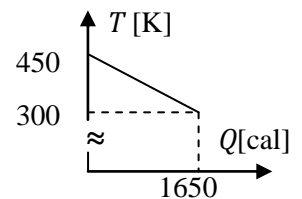
$$T_f = T_{oX} - \frac{1}{c_X \cdot m_X} \cdot Q_{Xf}$$

$$Q_{Xf} = c_X \cdot m_X \cdot (T_{oX} - T_f) = 0,14545 \cdot 50 \cdot (90 - 24) \frac{\text{cal} \cdot \text{g} \cdot ^\circ\text{C}}{\text{g} \cdot ^\circ\text{C}} =$$

$$= Q_X = 480 \text{ cal}$$



Ejercicio 2- el gráfico muestra la cantidad de calor que cede una sustancia al enfriarse. Se coloca esta sustancia a 500K en un recipiente que contiene agua a 25°C . El equilibrio térmico se alcanza a los 35°C . Calcule la masa de agua contenida en el recipiente.



La ecuación de enfriamiento de la sustancia X es:

$$dT = dt = - \frac{1}{c_X \cdot m_X} \cdot \delta Q$$

Del gráfico se observa que la pendiente de esta curva es:

$$- \frac{1}{c_X \cdot m_X} = \frac{300 - 450}{1650} \frac{\text{K}}{\text{cal}} = -0,091 \frac{\text{K}}{\text{cal}} = -0,091 \frac{^\circ\text{C}}{\text{cal}}$$

$$c_X \cdot m_X = 11 \frac{\text{cal}}{^\circ\text{C}}$$

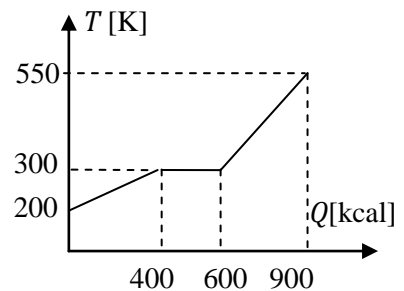
Para la mezcla, resulta:

$$c_a \cdot m_a \cdot (t_f - t_{oa}) + c_X \cdot m_X \cdot (t_f - t_{oX}) = 0$$

$$m_a = \frac{-c_X \cdot m_X \cdot (t_f - t_{oX})}{c_a \cdot (t_f - t_{oa})} = \frac{-11 \cdot (35 - 226,85)}{1 \cdot (35 - 25)} \frac{\text{cal} \cdot ^\circ\text{C} \cdot \text{g} \cdot ^\circ\text{C}}{^\circ\text{C} \cdot \text{cal} \cdot ^\circ\text{C}} =$$

$$m_a = 211,04 \text{ g}$$

Ejercicio 3- El gráfico muestra la curva de calor de una dada masa M de sustancia desconocida que cambia de estado **isobáricamente** de sólido a líquido. **a)** indique a qué temperatura funde esta sustancia; **b)** calcule la relación entre los calores específicos en estado sólido y en estado líquido; **c)** construya la curva de calor que correspondería si se hubiera utilizado una masa $2M$ de sustancia a 200K.



a)

Durante el cambio de fase isobárico la temperatura permanece constante por lo que:

$$T_f = 300 \text{ K}$$

b)

La ecuación de calentamiento como sólido es:

$$dT = \frac{1}{c_s \cdot M} \cdot \delta Q$$

Del gráfico se observa que la pendiente de esta curva es:

$$\frac{1}{c_s \cdot M} = \frac{300 - 200}{400} \frac{\text{K}}{\text{kcal}} = 0,25 \frac{\text{K}}{\text{kcal}}$$

$$c_s \cdot M = 4 \frac{\text{kcal}}{\text{K}}$$

La ecuación de calentamiento como líquido es:

$$dT = \frac{1}{c_l \cdot M} \cdot \delta Q$$

Del gráfico se observa que la pendiente de esta curva es:

$$\frac{1}{c_l \cdot M} = \frac{550 - 300}{900 - 600} \frac{\text{K}}{\text{kcal}} = 0,833 \frac{\text{K}}{\text{kcal}}$$

$$c_l \cdot M = 1,2 \frac{\text{kcal}}{\text{K}}$$

$$\frac{c_s \cdot M}{c_l \cdot M} = \frac{c_s}{c_l} = \frac{4}{1,2} \frac{\text{kcal} \cdot \text{K}}{\text{K} \cdot \text{kcal}} = 3,33$$

c)

Si ahora la masa es $2.M$, la ecuación de calentamiento como sólido es:

$$dT = \frac{1}{c_s \cdot 2 \cdot M} \cdot \delta Q$$

$$T_s - T_{os} = \frac{1}{c_s \cdot 2 \cdot M} \cdot Q_s$$

$$T_s = T_{os} + \frac{1}{2 \cdot c_s \cdot M} \cdot Q_s = 200 \text{ K} + \frac{1}{8} \frac{\text{K}}{\text{kcal}} \cdot Q_s$$

Donde Q_s es el calor absorbido por la sustancia para alcanzar la temperatura T_s ; el calor absorbido por la sustancia para alcanzar la temperatura de fusión es Q_{sf} :

$$T_f = T_{os} + \frac{1}{2 \cdot c_s \cdot M} \cdot Q_{sf}$$

$$Q_{sf} = 2 \cdot c_s \cdot M \cdot (T_f - T_{os}) = 8 \cdot (300 - 200) \frac{\text{kcal} \cdot \text{K}}{\text{K}} =$$

$$= Q_{sf} = 800 \text{ kcal}$$

Si ahora la masa es $2.M$, la ecuación de cambio de fase es:

$$Q_{fu} = l_f \cdot 2 \cdot M$$

Del gráfico se infiere que para una masa M resulta $Q_{fu} = l_f \cdot M = 200 \text{ kcal}$, por lo que para una masa $2.M$, se tiene

$$Q_{fu} = l_f \cdot 2 \cdot M = 400 \text{ kcal}$$

Por lo que para alcanzar el estado líquido a 300 K , se requieren:

$$Q_{sf} + Q_{fu} = (800 + 400) \text{ kcal} = 1200 \text{ kcal}$$

Si ahora la masa es $2.M$, la ecuación de calentamiento como sólido es:

$$dT = \frac{1}{c_l \cdot 2 \cdot M} \cdot \delta Q$$

$$T_l - T_{ol} = \frac{1}{c_s \cdot 2 \cdot M} \cdot Q_l$$

$$T_l = T_{ol} + \frac{1}{2 \cdot c_l \cdot M} \cdot Q_l = 300 \text{ K} + \frac{1}{2 \cdot 1,2 \frac{\text{K}}{\text{kcal}}} \cdot Q_l$$

Donde Q_l es el calor absorbido por la sustancia para alcanzar la temperatura T_l ; el calor absorbido por la sustancia para alcanzar la temperatura final de 550 K es Q_{lf} :

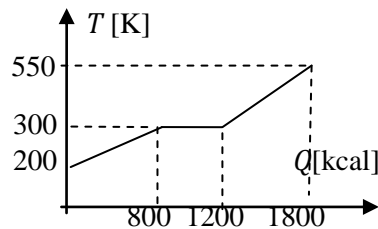
$$T_{fl} = T_{ol} + \frac{1}{2 \cdot c_s \cdot M} \cdot Q_{lf}$$

$$Q_{lf} = 2 \cdot c_l \cdot M \cdot (T_{fl} - T_{os}) = 2 \cdot 1,2 \cdot (550 - 300) \frac{\text{kcal} \cdot \text{K}}{\text{K}} =$$

$$= Q_{lf} = 600 \text{ kcal}$$

Por lo que para alcanzar el estado final de 550 K, para una masa $2 \cdot M$, inicialmente a una temperatura de 200 K, requieren:

$$Q_{sf} + Q_{fu} + Q_{lf} = (800 + 400 + 600) \text{ kcal} = 1800 \text{ kcal}$$



Ejercicio 4- Un calorímetro con equivalente en agua $\pi = 30 \text{ g}$ contiene 200 g de una sustancia cuyo calor específico se desea conocer. La temperatura de la sustancia se incrementa de $17,6^\circ \text{C}$ a $22,5^\circ \text{C}$ en tres minutos mediante un dispositivo que suministra una potencia constante de 20 W. Calcule el valor del calor específico de la sustancia.

En tres minutos el calor suministrado resulta:

$$Q = P \cdot \tau = 20 \cdot 3 \cdot 60 \frac{\text{J} \cdot \text{s}}{\text{s}} = 3600 \text{ J} = 859,80 \text{ cal}$$

$$Q = c_x \cdot (m_x + \pi) \cdot (T_f - T_o) \Rightarrow c_x = \frac{Q}{(m_x + \pi) \cdot (T_f - T_o)}$$

$$c_x = \frac{859,80}{(200 + 30) \cdot (22,5 - 17,6)} \frac{\text{cal}}{\text{g} \cdot ^\circ\text{C}} = 0,76 \frac{\text{cal}}{\text{g} \cdot ^\circ\text{C}}$$

Ejercicio 5- En un calorímetro ideal se mezclan 2 kg de agua a 80 °C y 2,5 kg de un sólido a - 10 °C. Cuando el agua llega a los 60 °C el sólido alcanza los 30 °C. Calcule: **a)** el valor del calor específico del sólido; **b)** la temperatura de equilibrio del sistema (suponiendo que el punto de fusión del sólido está por encima de esta temperatura).

a)

$$c_a \cdot m_a \cdot (t_{fa} - t_{oa}) + c_x \cdot m_x \cdot (t_{fx} - t_{ox}) = 0$$

$$c_x = \frac{-c_a \cdot m_a \cdot (t_{fa} - t_{oa})}{m_x \cdot (t_{fx} - t_{ox})} = \frac{-1.2000 \cdot (60 - 80)}{2.500 \cdot (30 - (-10))} \frac{\text{cal} \cdot \text{g} \cdot ^\circ\text{C}}{\text{g} \cdot ^\circ\text{C} \cdot \text{g} \cdot ^\circ\text{C}}$$

$$c_x = 0,4 \frac{\text{cal}}{\text{g} \cdot ^\circ\text{C}}$$

b)

$$c_a \cdot m_a \cdot (t_f - t_{oa}) + c_x \cdot m_x \cdot (t_f - t_{ox}) = 0$$

$$t_f = \frac{c_a \cdot m_a \cdot t_{oa} + c_x \cdot m_x \cdot t_{ox}}{c_a \cdot m_a + c_x \cdot m_x} = \frac{1.2000 \cdot 80 + 0,4 \cdot 2.500 \cdot (-10)}{1.2000 + 0,4 \cdot 2.500} \frac{\text{cal} \cdot \text{g} \cdot ^\circ\text{C} \cdot \text{g} \cdot ^\circ\text{C}}{\text{g} \cdot ^\circ\text{C} \cdot \text{cal} \cdot \text{g}}$$

$$t_f = 50 \text{ } ^\circ\text{C}$$

Ejercicio 6- Un recipiente contiene 250 g agua líquida a 20 °C. Se le agregan 100 g de hielo de agua a - 10 °C. Considerando que el recipiente es ideal establezca el estado final del sistema cuando la mezcla alcanza el equilibrio térmico. ($L_f \text{ agua} = 80 \text{ cal/g}$; $c_{\text{HIELO}} = 0,5 \text{ cal/g}^\circ\text{C}$)

Suponiendo que todo termina como agua en estado líquido a una temperatura final t_f comprendida entre 0 °C y 20 °C, debe cumplirse:

$$c_h \cdot m_{oh} \cdot (t_{fuh} - t_{oh}) + L_f \cdot m_{oh} + c_a \cdot m_{oh} \cdot (t_f - t_{fuh}) + c_a \cdot m_{oa} \cdot (t_f - t_{oa}) = 0$$

$$t_f = \frac{c_h \cdot m_{oh} \cdot (t_{oh} - t_{fuh}) - L_f \cdot m_{oh} + c_a \cdot m_{oh} \cdot t_{fuh} + c_a \cdot m_{oa} \cdot t_{oa}}{c_a \cdot m_{oh} + c_a \cdot m_{oa}}$$

$$t_f = \frac{0,5 \cdot 100 \cdot (-10 - 0) - 80 \cdot 100 + 1.250 \cdot 20}{1 \cdot 100 + 1.250} \frac{\text{cal} \cdot \text{g} \cdot ^\circ\text{C} \cdot \text{g} \cdot ^\circ\text{C}}{\text{g} \cdot ^\circ\text{C} \cdot \text{cal} \cdot \text{g}}$$

$$t_f = -10 \text{ } ^\circ\text{C}$$

Este valor de temperatura es incompatible con la hipótesis asumida por lo que se descarta la misma.

Se supone ahora que el estado final es una mezcla de agua líquida y hielo a $0 \text{ } ^\circ\text{C}$, asumiendo que parte de la masa de hielo funde. Debe cumplirse entonces:

$$c_h \cdot m_{oh} \cdot (t_{fuh} - t_{oh}) + L_f \cdot \Delta m_{h \rightarrow l} + c_a \cdot m_{oa} \cdot (t_{fuh} - t_{oa}) = 0$$

$$\Delta m_{h \rightarrow l} = \frac{-c_a \cdot m_{oa} \cdot (t_{fuh} - t_{oa}) - c_h \cdot m_{oh} \cdot (t_{fuh} - t_{oh})}{L_f}$$

$$\Delta m_{h \rightarrow l} = \frac{c_a \cdot m_{oa} \cdot t_{oa} + c_h \cdot m_{oh} \cdot t_{oh}}{L_f}$$

$$\Delta m_{h \rightarrow l} = \frac{1.250 \cdot 20 + 0,5 \cdot 100 \cdot (-10)}{80} = \frac{\text{cal} \cdot \text{g} \cdot ^\circ\text{C} \cdot \text{g}}{\text{g} \cdot ^\circ\text{C} \cdot \text{cal}} = 56,25 \text{ g}$$

$$\Delta m_{h \rightarrow l} = 56,25 < m_{oh} = 100$$

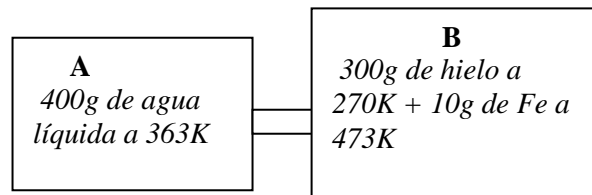
Esto implica que el resultado es consistente con la hipótesis, por lo que:

$$m_{fh} = m_{oh} - \Delta m_{h \rightarrow l} = (100 - 56,25) \text{ g} = 43,75 \text{ g}$$

$$m_{fa} = m_{oa} + \Delta m_{h \rightarrow l} = (250 + 56,25) \text{ g} = 306,25 \text{ g}$$

El estado final es una mezcla de 306,25 g de agua líquida con 43,75 g de hielo a una temperatura $0 \text{ } ^\circ\text{C}$.

Ejercicio 7- El recipiente A de la figura contiene 400 g de agua líquida a 363 K, el B contiene 300 g de agua sólida a 270 K. Los recipientes se conectan térmicamente a través de una varilla de cobre de 2 cm de largo y 5 cm^2 de sección en el momento en que se agregan 10 g de hierro a 473 K al recipiente B. Asumiendo que los recipientes, salvo en el contacto con la varilla, son rígidos y adiabáticos, y que la varilla está recubierta por un aislante térmico ideal



a) calcule el estado del recipiente B (como si estuviera aislado) luego de arrojar el hierro (asuma que el calor específico del hierro se mantiene constante, $c_{Fe} = 0,11 \text{ cal/ g } ^\circ\text{C}$);

b) calcule la temperatura de equilibrio del sistema (puede despreciar el calor absorbido por el cobre);

c) **estime un orden de magnitud para el tiempo mínimo** que lleva alcanzar el equilibrio, sabiendo que la conductividad térmica del cobre vale $\lambda_{Cu} = 0,92 \text{ cal} / ^\circ\text{C cm s}$

a)

Para la mezcla de hierro y hielo, supuesto adiabático el proceso y que el hielo no alcanza el punto de fusión, resulta:

$$c_h \cdot m_{oh} \cdot (t_f - t_{oh}) + c_{Fe} \cdot m_{oFe} \cdot (t_f - t_{oFe}) = 0$$

$$t_f = \frac{c_h \cdot m_{oh} \cdot t_{oh} + c_{Fe} \cdot m_{oFe} \cdot t_{oFe}}{c_h \cdot m_{oh} + c_{Fe} \cdot m_{oFe}}$$

$$t_f = \frac{0,5 \cdot 300 \cdot (270 - 273,15) + 0,11 \cdot 10 \cdot (473 - 273,15)}{0,5 \cdot 300 + 0,11 \cdot 10} \frac{\text{cal} \cdot \text{g} \cdot ^\circ\text{C}}{\text{g} \cdot ^\circ\text{C} \cdot \text{cal}} =$$

$$t_f = -1,67 \text{ } ^\circ\text{C} \text{ (consistente con la hipótesis)}$$

b)

Para obtener la temperatura final del sistema, finalizada la transferencia de calor entre los recipientes y suponiendo que todo el hielo se funde en el proceso:

$$c_h \cdot m_{oh} \cdot (t_{fuh} - t_{oh}) + L_f \cdot m_{oh} + c_a \cdot m_{oh} \cdot (t_f - t_{fuh}) + c_{Fe} \cdot m_{oFe} \cdot (t_f - t_{oFe}) + c_a \cdot m_a \cdot (t_f - t_{oa}) = 0$$

$$t_f = \frac{-c_h \cdot m_{oh} \cdot (t_{fuh} - t_{oh}) - L_f \cdot m_{oh} + c_a \cdot m_{oh} \cdot t_{fuh} + c_{Fe} \cdot m_{oFe} \cdot t_{oFe} + c_a \cdot m_a \cdot t_{oa}}{c_a \cdot m_{oh} + c_{Fe} \cdot m_{oFe} + c_a \cdot m_a} =$$

$$= \frac{0,5 \cdot 300 \cdot (270 - 273,15) - 80 \cdot 300 + 0,11 \cdot 10 \cdot (473 - 273,15) + 1 \cdot 400 \cdot (363 - 273,15)}{1 \cdot 300 + 0,11 \cdot 10 + 1 \cdot 400}$$

$$t_f = 16,67 \text{ } ^\circ\text{C} \text{ (consistente con la hipótesis)}$$

c)

El calor total transferido por conducción entre los recipientes es:

$$Q = c_a \cdot m_a \cdot (t_{oa} - t_f) = 1 \cdot 400 \cdot (363 - 273,15 - 16,67) \frac{\text{cal} \cdot \text{g} \cdot ^\circ\text{C}}{\text{g} \cdot ^\circ\text{C}}$$

$$Q = 29.272 \text{ cal}$$

El máximo valor de transferencia de calor por unidad de tiempo se produce en el instante inicial cuando la diferencia de temperaturas entre los recipientes es máxima. Asumiendo que en ese instante la temperatura del recinto B es la obtenida para la mezcla adiabática del hierro con el hielo (-1,67 °C.), resulta:

$$\left(\frac{\delta Q}{d\tau}\right)_{\max} = \frac{\Delta t_{\max}}{R_T} = \frac{(t_{oa} - t_f) \cdot S_{Cu} \cdot \lambda_{Cu}}{l_{Cu}}$$

$$\left(\frac{\delta Q}{d\tau}\right)_{\max} = \frac{(363 - 273,15 + 1,67) \cdot 5 \cdot 0,92}{2} \frac{^{\circ}\text{C} \cdot \text{cm}^2 \cdot \text{cal}}{^{\circ}\text{C} \cdot \text{cm} \cdot \text{s} \cdot \text{cm}}$$

$$\left(\frac{\delta Q}{d\tau}\right)_{\max} = 210,50 \frac{\text{cal}}{\text{s}}$$

La curva de calentamiento/enfriamiento de los recipientes es exponencial y el tiempo para alcanzar el equilibrio térmico tiende teóricamente a infinito, pero asumiendo que la velocidad de transferencia de calor máxima calculada, se mantuviere constante en el tiempo, puede evaluarse un orden de magnitud del proceso que nunca puede ser menor que:

$$\tau_{\min} \cong \frac{Q}{\left(\frac{\delta Q}{d\tau}\right)_{\max}} \cong \frac{29.272}{210,50} \frac{\text{cal} \cdot \text{s}}{\text{cal}}$$

$$\tau_{\min} \cong 139 \text{ s}$$

Ejercicio 8- a) **Calcule** el valor de la potencia calorífica transportada a través de las paredes de un recinto cuya superficie efectiva de transporte es de 4 m² recubiertos con una capa de 3 cm de espesor de poliestireno expandido ($\lambda = 0,01 \text{ W/m}^{\circ}\text{C}$), estando una de sus caras en contacto con un foco **sólido** a 5 °C y la otra en contacto con un **sólido** foco a **25** °C; b) la cantidad de calor que se transfiere a través de las paredes de este recinto en un día; c) el valor de la resistencia térmica de la **capa** de poliestireno expandido.

a)

$$\left(\frac{\delta Q}{d\tau}\right) = \frac{\Delta t}{R_T} = \frac{\Delta t \cdot S \cdot \lambda}{l}$$

$$\left(\frac{\delta Q}{d\tau}\right) = \frac{(25 - 5) \cdot 4 \cdot 0,01}{0,03} \frac{^{\circ}\text{C} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{W}}{^{\circ}\text{C} \cdot \text{m} \cdot \text{m}} = 26,67 \text{ W}$$

b)

En un día el calor transferido es:

$$Q = \left(\frac{\delta Q}{d\tau} \right) \cdot \tau = 26,67 \cdot 24 \cdot 3.600 \text{ W.s} = 2.304.288 \text{ J} = 550.343,44 \text{ cal}$$

c)

$$R_T = \frac{l}{S \cdot \lambda} = \frac{0,03}{4 \cdot 0,01} \frac{\text{m.m.}^\circ\text{C}}{\text{m}^2 \cdot \text{W}} = 0,75 \frac{^\circ\text{C}}{\text{W}}$$

Ejercicio 9- Suponga ahora que el recinto del ejercicio anterior no es un foco calorífico sino una cámara de aire a 5 °C (podemos pensar que los valores corresponden a una heladera de 450 litros de volumen). El medio externo (a 20 °C) transfiere calor al interior del recinto, y la temperatura de la cámara aumenta. Estime el tiempo que se requiere para llevar el interior de 5 °C a 7 °C. (No tener en cuenta los efectos convectivos) ($c_{\text{aire}}=1012 \text{ J/kg K} = 0,24 \text{ cal/g }^\circ\text{C}$; $\delta_{\text{aire}}(5^\circ\text{C}) = 1,28 \text{ kg/m}^3$).

Suponiendo que el aire en el interior del recinto varía su temperatura en forma homogénea, puede plantearse por balance calorimétrico:

$$\delta Q = c_{\text{aire}} \cdot m_{\text{aire}} \cdot dt$$

$$\left(\frac{\delta Q}{d\tau} \right) = \frac{(t_{\text{ext}} - t) \cdot S \cdot \lambda}{l} = c_{\text{aire}} \cdot m_{\text{aire}} \cdot \left(\frac{dt}{d\tau} \right)$$

$$\frac{dt}{(t - t_{\text{ext}})} = - \frac{S \cdot \lambda}{l \cdot c_{\text{aire}} \cdot m_{\text{aire}}} \cdot d\tau$$

Haciendo:

$$\frac{S \cdot \lambda}{l \cdot c_{\text{aire}} \cdot m_{\text{aire}}} = \frac{S \cdot \lambda}{l \cdot c_{\text{aire}} \cdot \delta_{\text{aire}} \cdot V_{\text{aire}}} = \alpha$$

$$\alpha = \frac{4 \cdot 0,01}{0,03 \cdot 1.012 \cdot 1,28 \cdot 0,45} \frac{\text{m}^2 \cdot \text{W} \cdot \text{kg} \cdot ^\circ\text{C} \cdot \text{m}^3}{\text{m} \cdot ^\circ\text{C} \cdot \text{m} \cdot \text{J} \cdot \text{kg} \cdot \text{m}^3} = 2,29 \cdot 10^{-3} \frac{1}{\text{s}}$$

Resulta:

$$\frac{t - t_{\text{ext}}}{t_o - t_{\text{ext}}} = e^{-\alpha \cdot \tau}$$

$$t(\tau) = t_{\text{ext}} + (t_o - t_{\text{ext}}) \cdot e^{-\alpha \cdot \tau}$$

$$\tau(t) = -\frac{1}{\alpha} \cdot \ln\left(\frac{t - t_{\text{ext}}}{t_o - t_{\text{ext}}}\right) = \ln\left[\left(\frac{t_o - t_{\text{ext}}}{t - t_{\text{ext}}}\right)^{\frac{1}{\alpha}}\right]$$

$$\tau(t_1) = \ln\left[\left(\frac{t_o - t_{\text{ext}}}{t_1 - t_{\text{ext}}}\right)^{\frac{1}{\alpha}}\right]$$

$$\tau(t_2) = \ln\left[\left(\frac{t_o - t_{\text{ext}}}{t_2 - t_{\text{ext}}}\right)^{\frac{1}{\alpha}}\right]$$

$$\tau(t_2) - \tau(t_1) = \ln\left[\left(\frac{t_1 - t_{\text{ext}}}{t_2 - t_{\text{ext}}}\right)^{\frac{1}{\alpha}}\right] = \ln\left[\left(\frac{5 - 20}{7 - 20}\right)^{417,18}\right] \text{ s}$$

$$\tau(t_2) - \tau(t_1) = 62,56 \text{ s}$$

Puede efectuarse una estimación aproximada tomando el valor promedio del calor por unidad de tiempo transmitido, entre los instantes en que la temperatura alcanza los valores solicitado, es decir $t_1 = 5^\circ\text{C}$ y $t_2 = 7$.

$$\left(\frac{\delta Q}{d\tau}\right)_1 = \frac{(t_{\text{ext}} - t_1) \cdot S \cdot \lambda}{l} = c_{\text{aire}} \cdot m_{\text{aire}} \cdot \left(\frac{dt}{d\tau}\right)_1$$

$$\left(\frac{\delta Q}{d\tau}\right)_2 = \frac{(t_{\text{ext}} - t_2) \cdot S \cdot \lambda}{l} = c_{\text{aire}} \cdot m_{\text{aire}} \cdot \left(\frac{dt}{d\tau}\right)_2$$

$$\frac{\left(\frac{\delta Q}{d\tau}\right)_1 + \left(\frac{\delta Q}{d\tau}\right)_2}{2} = \frac{(t_{\text{ext}} - \frac{t_1 + t_2}{2}) \cdot S \cdot \lambda}{l} = c_{\text{aire}} \cdot m_{\text{aire}} \cdot \frac{\left(\frac{dt}{d\tau}\right)_1 + \left(\frac{dt}{d\tau}\right)_2}{2}$$

$$\left(\frac{dt}{d\tau}\right)_{\text{prom}} = \frac{(t_{\text{ext}} - \frac{t_1 + t_2}{2}) \cdot S \cdot \lambda}{l \cdot c_{\text{aire}} \cdot \delta_{\text{aire}} \cdot V_{\text{aire}}} = \frac{\Delta t}{\Delta \tau_{\text{est}}}$$

$$\Delta \tau_{\text{est}} = \frac{\Delta t \cdot l \cdot c_{\text{aire}} \cdot \delta_{\text{aire}} \cdot V_{\text{aire}}}{(t_{\text{ext}} - \frac{t_1 + t_2}{2}) \cdot S \cdot \lambda}$$

$$\Delta \tau_{\text{est}} = \frac{2 \cdot 0,03 \cdot 1.012 \cdot 1,28 \cdot 0,45}{(20 - 6) \cdot 4 \cdot 0,01} \frac{^\circ\text{C} \cdot \text{m} \cdot \text{J} \cdot \text{kg} \cdot \text{m}^3 \cdot \text{m} \cdot ^\circ\text{C}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C} \cdot \text{m}^3 \cdot \text{m}^2 \cdot \text{W}} = 62,45 \text{ s}$$

Ejercicio 10- Dos varillas de igual longitud e idéntica sección, dispuestas en serie, se conectan a dos fuentes térmicas. Una, de cobre, a la fuente de mayor temperatura ($T_C = 500$ K), la otra, de plata, a la fuente de temperatura menor ($T_F = 300$ K). Sabiendo que se verifica que $\lambda_{Cu} < \lambda_{Ag}$, justifique si la temperatura T_U de la unión $Cu-Ag$ es mayor, menor o igual a 400 K.

$$\left(\frac{\delta Q}{d\tau}\right) = \frac{\Delta t_{Cu}}{R_{TCu}} = \frac{(T_C - T_U) \cdot S \cdot \lambda_{Cu}}{l} = \frac{\Delta t_{Ag}}{R_{TAg}} = \frac{(T_U - T_F) \cdot S \cdot \lambda_{Ag}}{l}$$

$$(T_C - T_U) \cdot \lambda_{Cu} = (T_U - T_F) \cdot \lambda_{Ag}$$

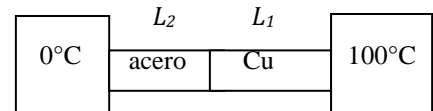
$$\frac{\lambda_{Cu}}{\lambda_{Ag}} = \frac{(T_U - T_F)}{(T_C - T_U)} < 1$$

$$(T_U - T_F) < (T_C - T_U)$$

$$T_U < \frac{T_C + T_F}{2} = \frac{500 + 300}{2} \text{ K} = 400 \text{ K}$$

$$T_U < 400 \text{ K}$$

Ejercicio 11- La varilla de la figura tiene sección uniforme $S = 0,5 \text{ cm}^2$. La fracción de longitud $L_1 = 1 \text{ m}$ es de cobre y la otra, de longitud L_2 , es de acero. Para evitar pérdidas de calor la varilla está aislada térmicamente salvo en los puntos de contacto con las fuentes. En régimen estacionario la temperatura de la unión es de 60°C . Calcule: **a)** la cantidad de calor que la barra transporta por segundo; **b)** la longitud L_2 de la barra de acero. ($\lambda_{Cu} = 0,92 \text{ cal/s cm }^\circ\text{C}$; $\lambda_{ace} = 0,12 \text{ cal/s cm }^\circ\text{C}$).



a)

$$\left(\frac{\delta Q}{d\tau}\right) = \frac{\Delta t_{Cu}}{R_{TCu}} = \frac{(T_C - T_U) \cdot S \cdot \lambda_{Cu}}{l_1} = \frac{(100 - 60) \cdot 0,5 \cdot 0,92}{100} \frac{^\circ\text{C} \cdot \text{cm}^2 \cdot \text{cal}}{\text{s} \cdot \text{cm} \cdot ^\circ\text{C} \cdot \text{cm}} =$$

$$\left(\frac{\delta Q}{d\tau}\right) = 0,184 \frac{\text{cal}}{\text{s}}$$

b)

$$\left(\frac{\delta Q}{d\tau}\right) = \frac{\Delta t_{ace}}{R_{Tace}} = \frac{(T_U - T_F) \cdot S \cdot \lambda_{ace}}{l_2}$$

$$l_2 = \frac{(T_U - T_F) \cdot S \cdot \lambda_{ace}}{\left(\frac{\delta Q}{d\tau}\right)} = \frac{(T_U - T_F) \cdot \lambda_{ace} \cdot l_1}{(T_C - T_U) \cdot \lambda_{Cu}} = \frac{(60 - 0) \cdot 0,12 \cdot 100}{(100 - 60) \cdot 0,92} \frac{^{\circ}\text{C} \cdot \text{cal} \cdot \text{cm} \cdot \text{s} \cdot \text{cm} \cdot ^{\circ}\text{C}}{\text{s} \cdot \text{cm} \cdot ^{\circ}\text{C} \cdot ^{\circ}\text{C} \cdot \text{cal}}$$

$$l_2 = 19,56 \text{ cm}$$

Ejercicio 12- Suponga que las fuentes del ejercicio anterior, además de conectarse a través del conjunto $L_1 + L_2$, se conectaran también a través de una tercera varilla, de igual sección que las otras dos y de longitud $L_1 + L_2$. **a)** justifique si cambia el valor de la potencia calorífica transmitida; **b)** justifique si cambia el valor de la temperatura de la unión Cu-acero, **c)** escriba la expresión de la resistencia térmica equivalente con las tres varillas.

a)

Si porque al flujo de transmisión inicial se le agrega un flujo independiente del anterior, determinado por la temperatura de los focos extremos, esto implica que la resistencia térmica total del proceso varía (disminuye)

b)

No porque el proceso de transmisión de calor en las varillas iniciales conformada por la serie del cobre y el acero sólo depende de la geometría de las misma y de las temperaturas de los focos extremos, como estas condiciones no varían al colocar la tercer varilla, no se altera el perfil de temperaturas de las varillas inicialmente colocadas en serie.

c)

La resistencia térmica de la varilla equivalente conformada por los dos materiales en serie, llamando (1) al cobre y (2) al acero, resulta:

$$\left(\frac{\delta Q}{d\tau}\right)_{12} = \frac{\Delta t_{Cu}}{R_{TCu}} \Rightarrow R_{TCu} = R_{T1} = \frac{\Delta t_{Cu}}{\left(\frac{\delta Q}{d\tau}\right)_{12}}$$

$$\left(\frac{\delta Q}{d\tau}\right)_{12} = \frac{\Delta t_{ace}}{R_{Tace}} \Rightarrow R_{Tace} = R_{T2} = \frac{\Delta t_{ace}}{\left(\frac{\delta Q}{d\tau}\right)_{12}}$$

$$\Delta t_{Cu} + \Delta t_{ace} = \Delta t_{extr} \Rightarrow \Delta t_{extr} = \left(\frac{\delta Q}{d\tau}\right)_{12} \cdot (R_{T1} + R_{T2})$$

$$\frac{\Delta t_{extr}}{\left(\frac{\delta Q}{d\tau}\right)_{12}} = R_{T12} = R_{T1} + R_{T2}$$

La resistencia térmica de la tercer varilla, resulta:

$$\left(\frac{\delta Q}{d\tau}\right)_3 = \frac{\Delta t_{\text{extr}}}{R_{T3}} \Rightarrow R_{T3} = \frac{\Delta t_{\text{extr}}}{\left(\frac{\delta Q}{d\tau}\right)_3}$$

$$\left(\frac{\delta Q}{d\tau}\right)_3 = \frac{\Delta_{\text{extr}}}{R_{T3}}$$

La potencia calórica total transmitida es la suma de la que se establece por la serie de las varillas iniciales y la que se establece por la tercer varilla:

$$\begin{aligned} \left(\frac{\delta Q}{d\tau}\right)_{\text{tot}} &= \left(\frac{\delta Q}{d\tau}\right)_{12} + \left(\frac{\delta Q}{d\tau}\right)_3 = \frac{\Delta t_{\text{extr}}}{R_{T1} + R_{T2}} + \frac{\Delta t_{\text{extr}}}{R_{T3}} = \\ &= \Delta t_{\text{extr}} \cdot \left(\frac{1}{R_{T1} + R_{T2}} + \frac{1}{R_{T3}} \right) \\ R_{\text{Teq}} &= \frac{\Delta t_{\text{extr}}}{\left(\frac{\delta Q}{d\tau}\right)_{\text{tot}}} \end{aligned}$$

Se verifica que:

$$\frac{1}{R_{\text{Teq}}} = \frac{\left(\frac{\delta Q}{d\tau}\right)_{\text{tot}}}{\Delta t_{\text{extr}}} = \frac{1}{R_{T1} + R_{T2}} + \frac{1}{R_{T3}}$$

$$R_{\text{Teq}} = \frac{R_{T3} \cdot (R_{T1} + R_{T2})}{R_{T1} + R_{T2} + R_{T3}}$$

Ejercicio 13- La pared que separa una habitación del exterior tiene una puerta y una ventana. La superficie neta de la pared de ladrillo macizo ($\lambda_L = 0,81 \text{ W/m K}$) es de 26 m^2 y su espesor es de 15 cm, cubiertos con 3 cm de revoque ($\lambda_R = 1,5 \text{ W/m K}$); la puerta es de madera y tiene $1,60 \text{ m}^2$ de superficie ($\lambda_M = 0,17 \text{ W/m K}$) y 7 cm de espesor y la ventana de $2,40 \text{ m}^2$ de superficie tiene un vidrio de coeficiente $\lambda_V = 0,9 \text{ W/m K}$ y 0,5 cm de espesor.

- calcule el valor de cada una de las resistencias térmicas;
- calcule el valor de la resistencia equivalente.

(No tener en cuenta los efectos convectivos)

a)

Para la pared compuesta por la serie de ladrillo y revoque:

$$R_P = R_L + R_R = \frac{e_L}{\lambda_L \cdot A_P} + \frac{e_R}{\lambda_R \cdot A_P} = \frac{0,12}{0,81 \cdot 26} + \frac{0,03}{1,5 \cdot 26} \frac{\text{m} \cdot \text{m} \cdot \text{K}}{\text{W} \cdot \text{m}^2} = 0,00789 \frac{\text{K}}{\text{W}}$$

$$R_L = \frac{e_L}{\lambda_L \cdot A_P} = \frac{0,12}{0,81 \cdot 26} \frac{\text{m} \cdot \text{m} \cdot \text{K}}{\text{W} \cdot \text{m}^2} = 0,00712 \frac{\text{K}}{\text{W}}$$

$$R_R = \frac{e_R}{\lambda_R \cdot A_P} = \frac{0,03}{1,5 \cdot 26} \frac{\text{m} \cdot \text{m} \cdot \text{K}}{\text{W} \cdot \text{m}^2} = 0,00077 \frac{\text{K}}{\text{W}}$$

Para la puerta:

$$R_M = \frac{e_M}{\lambda_M \cdot A_M} = \frac{0,07}{0,17 \cdot 1,6} \frac{\text{m} \cdot \text{m} \cdot \text{K}}{\text{W} \cdot \text{m}^2} = 0,25735 \frac{\text{K}}{\text{W}}$$

Para la ventana:

$$R_V = \frac{e_V}{\lambda_V \cdot A_V} = \frac{0,005}{0,9 \cdot 2,4} \frac{\text{m} \cdot \text{m} \cdot \text{K}}{\text{W} \cdot \text{m}^2} = 0,00231 \frac{\text{K}}{\text{W}}$$

b)

La resistencia térmica equivalente resulta:

$$\frac{1}{R_{\text{Teq}}} = \frac{1}{R_P} + \frac{1}{R_M} + \frac{1}{R_V} = \frac{1}{0,00789} + \frac{1}{0,25735} + \frac{1}{0,00231} = 562,60 \frac{\text{W}}{\text{K}}$$

$$R_{\text{Teq}} = \frac{1}{562,60} = 0,00178 \frac{\text{K}}{\text{W}}$$

Ejercicio 14- Se desea reducir a un 40 % la potencia por unidad de área empleada para calefaccionar un ambiente con el objeto de aprovechar mejor la energía. El espesor de las paredes es de 30 cm y su conductividad térmica vale $\lambda_P = 0,6 \text{ W/m K}$. Se empleará un tipo de corcho cuya conductividad vale $\lambda_C = 0,04 \text{ W/m K}$. Calcule el espesor e_c de material aislante necesario para revestir las paredes existentes.

(No tener en cuenta los efectos convectivos)

La potencia calórica sin aislante es:

$$\left(\frac{\delta Q}{d\tau} \right)_o = \frac{\Delta t_{\text{extr}}}{R_{T_o}}$$

Al colocar la capa aislante en serie con la pared, se pretende que la potencia calórica sea 0,4 veces la que se tiene sin aislante, es decir:

$$\left(\frac{\delta Q}{d\tau}\right)_f = \frac{\Delta t_{\text{extr}}}{R_{Tf}} = 0,4 \cdot \left(\frac{\delta Q}{d\tau}\right)_o = 0,4 \cdot \frac{\Delta t_{\text{extr}}}{R_{To}}$$

$$\frac{1}{R_{Tf}} = 0,4 \cdot \frac{1}{R_{To}}$$

Por estar la capa aislante en serie:

$$R_{Tf} = \frac{R_{To}}{0,4} = R_{To} + R_{Tais} \Rightarrow R_{Tais} = \frac{3}{2} \cdot R_{To}$$

$$R_{Tais} = \frac{e_{ais}}{\lambda_{ais} \cdot A_p} = \frac{3}{2} \cdot \frac{e_p}{\lambda_p \cdot A_p}$$

$$e_{ais} = \frac{3 \cdot \lambda_{ais} \cdot e_p}{2 \cdot \lambda_p} = \frac{3 \cdot 0,04 \cdot 30}{2 \cdot 0,6} \frac{\text{W} \cdot \text{cm} \cdot \text{m} \cdot \text{K}}{\text{m} \cdot \text{K} \cdot \text{W}} = 3 \text{ cm}$$

Ejercicio 15- Un caño cilíndrico de acero, de 10 cm de radio externo y 1 cm de espesor transporta estacionariamente un fluido a 10 °C. La temperatura exterior al caño es de 30°C. ($\lambda_{\text{ace}} = 0,12 \text{ cal/s cm } ^\circ\text{C} = 50,16 \text{ J/s m K}$)

a) calcule la cantidad de calor que el fluido intercambia por segundo y unidad de longitud con el medio externo; b) indique en qué cambia el resultado si la temperatura externa fuera de 10 °C y la interna de 30 °C. (No tener en cuenta los efectos convectivos)

a)

A partir de la ley de Fourier para la transmisión del calor por convección, si se toma una superficie cilíndrica imaginaria en el interior de la pared cilíndrica, correspondiente a un radio genérico r, se tiene:

$$\left(\frac{\delta Q}{d\tau}\right)_{S(r)} = - \lambda \cdot \int_{S(r)} \nabla T \cdot d\mathbf{S}$$

$$\nabla T = \frac{dT}{dr} \cdot \mathbf{r}_a$$

$$d\mathbf{S} = dS \cdot \mathbf{r}_a$$

$$\left(\frac{\delta Q}{d\tau}\right)_{(Sr)} = - \lambda \cdot \int_{S(r)} \nabla T \cdot d\mathbf{S} = - \lambda \cdot \int_{S(r)} \frac{dT}{dr} \cdot dS \cdot \mathbf{r}_a \cdot \mathbf{r}_a - \lambda \cdot \int_{S(r)} \frac{dT}{dr} \cdot dS$$

$$\left(\frac{\delta Q}{d\tau}\right)_{(Sr)} = - \lambda \cdot \frac{dT}{dr} \cdot \int_{S(r)} dS = - \lambda \cdot \frac{dT}{dr} \cdot A_{S(r)} = - \lambda \cdot \frac{dT}{dr} \cdot 2 \cdot \pi \cdot r \cdot L$$

Si la pared se encuentra en régimen estacionario de transmisión de calor la cantidad de calor por unidad de tiempo debe ser el mismo para todo valor de r:

$$\left(\frac{\delta Q}{d\tau}\right)_p = - \lambda \cdot \frac{dT}{dr} \cdot 2 \cdot \pi \cdot r \cdot L = cte.$$

Separando las variables e integrando entre los radios extremos de la cañería:

$$\begin{aligned} \int_{T(R_{int})}^{T(R_{ext})} dT &= T_{EXT} - T_{INT} = - \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot L \cdot \lambda} \left(\frac{\delta Q}{d\tau}\right)_p \cdot \int_{R_{INT}}^{R_{EXT}} \frac{dr}{r} \\ &= - \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot L \cdot \lambda} \left(\frac{\delta Q}{d\tau}\right)_p \cdot \ln\left(\frac{R_{EXT}}{R_{INT}}\right) \\ \frac{1}{L} \cdot \left(\frac{\delta Q}{d\tau}\right)_p &= - \frac{2 \cdot \pi \cdot \lambda \cdot (T_{EXT} - T_{INT})}{\ln\left(\frac{R_{EXT}}{R_{INT}}\right)} \end{aligned}$$

$$\frac{1}{L} \cdot \left(\frac{\delta Q}{d\tau}\right)_p = - \frac{2 \cdot \pi \cdot 0,12 \cdot (30 - 10)}{\ln\left(\frac{11}{10}\right)} \frac{\text{cal. } ^\circ\text{C}}{\text{s. cm. } ^\circ\text{C}} = - 158,22 \frac{\text{cal}}{\text{s. cm.}}$$

El signo menos significa que el calor se transmite en sentido contrario al incremento del radio, es decir desde el exterior al interior.

b)

Si se invierten las temperaturas exterior e interior, resulta:

$$\frac{1}{L} \cdot \left(\frac{\delta Q}{d\tau}\right)_p = - \frac{2 \cdot \pi \cdot 0,12 \cdot (10 - 30)}{\ln\left(\frac{11}{10}\right)} \frac{\text{cal. } ^\circ\text{C}}{\text{s. cm. } ^\circ\text{C}} = 158,22 \frac{\text{cal}}{\text{s. cm.}}$$

El signo más significa que el calor se transmite en el sentido del incremento del radio, es decir desde el interior al exterior. (el valor absoluto de la potencia calórica no varía)

Ejercicio 16- Sobre una de las superficies límites de una plancha de acero de espesor $e = 2$ cm (conductividad térmica $\lambda_{ace} = 20\text{W/m K}$) se establece una densidad de flujo de calor uniforme $\delta q_0 = 10^5 \text{ W/m}^2$. En la otra superficie límite el calor es disipado por convección

hacia un fluido con temperatura $T_{\theta} = 50\text{ }^{\circ}\text{C}$ y con un coeficiente **convectivo** de transferencia de calor $h = 500\text{ W/m}^2\text{ K}$. Calcule las temperaturas superficiales T_1 y T_2 .

En régimen estacionario de transmisión del calor la potencia calórica establecida en un extremo de la plancha, debe ser igual a la que se transmite por conducción en la misma e igual a la que se disipa convectivamente en el otro extremo:

$$\left(\frac{\delta Q}{d\tau}\right)_o = \left(\frac{\delta Q}{d\tau}\right)_{\text{cond}} = \frac{T_1 - T_2}{R_{T\text{cond}}} = \frac{(T_1 - T_2) \cdot \lambda_{\text{ace}} \cdot A}{e}$$

$$\frac{1}{A} \cdot \left(\frac{\delta Q}{d\tau}\right)_o = \frac{1}{A} \cdot \left(\frac{\delta Q}{d\tau}\right)_{\text{cond}} = \frac{(T_1 - T_2) \cdot \lambda_{\text{ace}}}{e}$$

$$\left(\frac{\delta Q}{d\tau}\right)_o = \left(\frac{\delta Q}{d\tau}\right)_{\text{conv}} = h \cdot A \cdot (T_2 - T_{\theta})$$

$$\frac{1}{A} \cdot \left(\frac{\delta Q}{d\tau}\right)_o = \frac{1}{A} \cdot \left(\frac{\delta Q}{d\tau}\right)_{\text{conv}} = h \cdot (T_2 - T_{\theta})$$

$$T_2 = \frac{1}{h} \cdot \frac{1}{A} \cdot \left(\frac{\delta Q}{d\tau}\right)_o + T_{\theta} = \frac{1}{500} \cdot 10^5 \frac{\text{W} \cdot \text{m}^2 \cdot ^{\circ}\text{C}}{\text{m}^2 \cdot \text{W}} + 50\text{ }^{\circ}\text{C} = 250\text{ }^{\circ}\text{C}$$

$$T_1 = \frac{e}{\lambda_{\text{ace}}} \cdot \frac{1}{A} \cdot \left(\frac{\delta Q}{d\tau}\right)_o + T_2 = \frac{0,02}{20} \cdot 10^5 \frac{\text{m} \cdot \text{m} \cdot ^{\circ}\text{C} \cdot \text{W}}{\text{W} \cdot \text{m}^2} + 250\text{ }^{\circ}\text{C} = 350\text{ }^{\circ}\text{C}$$

Ejercicio 17- Calcule el espesor e_P de la plancha de fibra de vidrio (conductividad térmica $\lambda = 3,4 \times 10^{-2}\text{ W/m K}$) con que debe cubrirse una caldera para que su temperatura exterior no supere los $49\text{ }^{\circ}\text{C}$ en un ambiente cuya temperatura T_{θ} no debe exceder los $32\text{ }^{\circ}\text{C}$. La temperatura máxima de la caldera **es** de $288\text{ }^{\circ}\text{C}$ y el coeficiente convectivo de transferencia de calor vale $h = 14\text{ W/m}^2\text{ K}$.

En régimen estacionario de transmisión del calor la potencia calórica transmitida por conducción en el aislante, debe ser igual a la que se disipa convectivamente al exterior:

$$\left(\frac{\delta Q}{d\tau}\right)_{\text{cond}} = \frac{T_{\text{max}} - T_{\text{ext}}}{R_{T\text{cond}}} = \frac{(T_{\text{max}} - T_{\text{ext}}) \cdot \lambda \cdot A}{e_P}$$

$$\left(\frac{\delta Q}{d\tau}\right)_{\text{conv}} = h \cdot A \cdot (T_{\text{ext}} - T_{\theta})$$

$$\left(\frac{\delta Q}{d\tau}\right)_{\text{cond}} = \left(\frac{\delta Q}{d\tau}\right)_{\text{conv}} \Rightarrow \frac{(T_{\text{max}} - T_{\text{ext}}) \cdot \lambda \cdot A}{e_p} = h \cdot A \cdot (T_{\text{ext}} - T_{\theta})$$

$$\frac{(T_{\text{max}} - T_{\text{ext}}) \cdot \lambda}{e_p} = h \cdot (T_{\text{ext}} - T_{\theta})$$

$$e_p = \frac{(T_{\text{max}} - T_{\text{ext}}) \cdot \lambda}{(T_{\text{ext}} - T_{\theta}) \cdot h} = \frac{(288 - 49) \cdot 3,4 \cdot 10^{-2} \text{ }^{\circ}\text{C} \cdot \text{W} \cdot \text{m}^2 \cdot ^{\circ}\text{C}}{(49 - 32) \cdot 14 \text{ }^{\circ}\text{C} \cdot \text{m} \cdot ^{\circ}\text{C} \cdot \text{W}} = 3,41 \text{ cm}$$

Ejercicio 18- Un cubo de 0,5 m de lado se halla en un recinto **muy grande** a 10 °C. Una resistencia eléctrica mantiene la temperatura interna del cubo en 34 °C. Si el coeficiente de emisividad de las paredes del cubo es $\varepsilon = 0,8$, calcule la potencia calorífica que transfiere el cubo por radiación y por convección **(suponga el coeficiente de convección $h = 14 \text{ W/m}^2 \text{ K}$ y la constante de Stefan-Boltzmann $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W/m}^2 \text{ K}^4$).**

El área del cubo es $A = 6 \cdot L^2 = 6 \cdot 0,5^2 \text{ m}^2 = 1,5 \text{ m}^2$.

La temperatura de la superficie del cubo es $T_C = (34 + 273,15) \text{ K} = 307,15 \text{ K}$

La temperatura del recinto es $T_R = (10 + 273,15) \text{ K} = 293,15 \text{ K}$

La potencia calorífica transferida por radiación es:

$$\left(\frac{\delta Q}{d\tau}\right)_{\text{rad}} = \varepsilon \cdot \sigma A \cdot (T_C^4 - T_R^4) = 0,8 \cdot 5,67 \cdot 10^{-8} \cdot 1,5 \cdot (307,15^4 - 283,15^4) \frac{\text{W} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{K}^4}{\text{m}^2 \cdot \text{K}^4}$$

$$\left(\frac{\delta Q}{d\tau}\right)_{\text{rad}} = 168,22 \text{ W}$$

La potencia calorífica transmitida por convección es:

$$\left(\frac{\delta Q}{d\tau}\right)_{\text{conv}} = h \cdot A \cdot (T_C - T_R) = 14 \cdot 1,5 \cdot (307,15 - 283,15) \frac{\text{W} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{K}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}}$$

$$\left(\frac{\delta Q}{d\tau}\right)_{\text{conv}} = 504 \text{ W}$$

Ejercicio 19- Las estrellas irradian de manera muy parecida a un cuerpo negro, lo que significa que la curva de emisión de energía de una estrella es similar a la de un cuerpo

negro que estuviera a una temperatura T_{eff} , a la que se denomina *temperatura efectiva*. Por ejemplo, la temperatura efectiva del Sol es $T_{eff} = 5.770 \text{ K}$.

a) calcule el valor de la potencia radiativa del Sol (a la que se denomina *luminosidad solar*, L_S) teniendo en cuenta que el radio del Sol es de 700.000 km;

b) calcule la cantidad de energía que incide sobre cada metro cuadrado de una esfera de radio $R_{TS} = 1,496 \times 10^{11} \text{ m}$ (la distancia media Tierra–Sol) lo que se conoce como *constante solar*; **c)** en Abra Pampa (Jujuy), a 3480 msnm, la irradiación es del orden de 900 W/m^2 en horas del mediodía, en tanto que en Buenos Aires este valor es del orden del 67%. La irradiación solar promedio en Abra Pampa es del orden de $5 \text{ kWh/m}^2 \text{ día}$. Si en función de la eficiencia del sistema, el tamaño de un sistema fotovoltaico (A_r) en W_p (Watt pico) se calcula como $A_r = 1200 C/I$ donde C es el consumo de electricidad (en kWh/día) e I es la irradiación (en kWh/m² día) estime el tamaño de un panel solar para alimentar 3 lámparas de 20 W que funcionen 15 horas por día en Abra Pampa y en Buenos Aires.

(constante de Stefan-Boltzmann $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W/m}^2 \text{ K}^4$).

a)

$$L_S = \left(\frac{\delta Q}{d\tau} \right)_{\text{rad}} = \sigma \cdot A_S \cdot T_{eff}^4 = \sigma \cdot 4 \cdot \pi \cdot R_S^2 \cdot T_{eff}^4 \frac{\text{W} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{K}^4}{\text{m}^2 \cdot \text{K}^4}$$

$$L_S = 5,67 \cdot 10^{-8} \cdot 4 \cdot \pi \cdot 7^2 \cdot 10^{16} \cdot 5,77^4 \cdot 10^{12} \text{ W} = 3,87 \cdot 10^{26} \text{ W}$$

b)

La potencia de radiación emitida por el Sol se distribuye isotrópicamente; por lo que antes de producirse los fenómenos de absorción en la atmósfera terrestre, la constante solar G puede evaluarse como:

$$G = \frac{L_S}{4 \cdot \pi \cdot R_{TS}^2} = \frac{3,87 \cdot 10^{26}}{4 \cdot \pi \cdot 1,496^2 \cdot 10^{22}} = 1.376,19 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

Aproximadamente un tercio de este valor es absorbido por la atmósfera terrestre, por lo que a la radiación solar incidente en la superficie terrestre resulta, en horario diurno aproximadamente:

$$G_{\text{Sup}} \cong \frac{2}{3} \cdot G \cong \frac{2}{3} \cdot 1.376,19 \cong 900 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

c)

En Abra Pampa la irradiación solar promedio I en un día entero es aproximadamente $5 \text{ kWh/m}^2 \text{ día}$. La capacidad o “tamaño” del sistema fotovoltaico (A_r) indica el máximo valor de potencia que puede entregar (se lo indica W_p) y se evalúa en función de la eficiencia del sistema para abastecer un consumo diario (C) a partir de la irradiación solar promedio en un día (I):

$$Ar = 1.200. \left(\frac{C}{I} \right)$$

En este caso: $C = 3.0,02.15 \text{ kWh} = 0,9 \text{ kWh}$

$$Ar = 1.200. \left(\frac{C}{I} \right) = 1.200. \left(\frac{0,9}{5} \right) \text{ Wp} = 216 \text{ Wp}$$

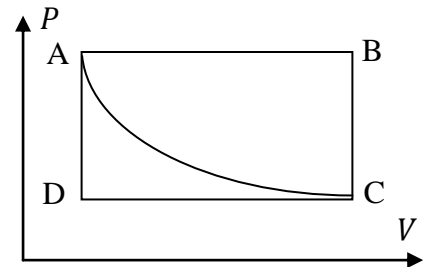
En Buenos Aires I es aproximadamente el 67 % del valor en Abra Pampa, por lo que para el mismo consumo se requiere un sistema de mayor “tamaño”:

$$Ar = 1.200. \left(\frac{C}{I} \right) = 1.200. \left(\frac{0,9}{0,67.5} \right) \text{ Wp} = 322,40 \text{ Wp}$$

Ejercicio 20- La figura muestra cinco transformaciones que realizan 4 kmol de un gas ideal. Los estados A y C están conectados por una transformación isotérmica. Si $P_D = 4 \times 10^5 \text{ Pa}$, $P_A = 10^6 \text{ Pa}$ y $V_A = 10000 \text{ l}$.

- calcule la temperatura de los estados A, B, D;
- calcule el volumen V_B ;
- justifique si el trabajo efectuado en el ciclo ABCDA es positivo o negativo;
- transforme el gráfico a los planos PT y VT .

(la constante universal de los gases es $R = 8,314 \text{ J/mol K}$)



a)

$$P \cdot V = n \cdot R \cdot T \Rightarrow T_A = \frac{P_A \cdot V_A}{n \cdot R} = \frac{10^6 \cdot 10}{4.000 \cdot 8,31} \frac{\text{N} \cdot \text{m}^3 \cdot \text{mol} \cdot \text{K}}{\text{m}^2 \cdot \text{mol} \cdot \text{J}}$$

$$T_A = T_C = 300,70 \text{ K}$$

$$V_A = V_D \Rightarrow \frac{P_A}{P_D} = \frac{T_A}{T_D} \Rightarrow T_D = \frac{P_D \cdot T_A}{P_A} = \frac{4 \cdot 10^5 \cdot 300,84}{10^6} \frac{P_a \cdot K}{P_a}$$

$$T_D = 120,30 \text{ K}$$

$$P_A = P_B = 10^6 \text{ Pa}$$

$$P_D = P_C = 4 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

$$V_B = V_C \Rightarrow \frac{P_B}{P_C} = \frac{T_B}{T_C} \Rightarrow T_B = \frac{P_B \cdot T_C}{P_C} = \frac{10^6 \cdot 300,84}{4 \cdot 10^5} \frac{P_a \cdot K}{P_a}$$

$$T_B = 751,74 \text{ K}$$

b)

$$V_A = V_D = 10 \text{ m}^3$$

$$P \cdot V = n \cdot R \cdot T \Rightarrow V_B = \frac{n \cdot R \cdot T_B}{P_B} = \frac{4.000 \cdot 8,31 \cdot 752,11}{10^6} \frac{\text{mol} \cdot \text{J} \cdot \text{K} \cdot \text{m}^2}{\text{mol} \cdot \text{K} \cdot \text{N}}$$

$$V_B = V_C = 25 \text{ m}^3$$

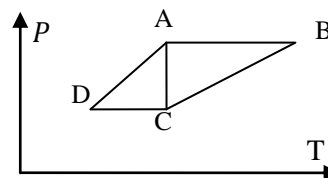
c)

El ciclo ABCDA es horario en el plano P-V, por lo que el trabajo positivo de expansión es mayor que el valor absoluto del trabajo negativo de compresión; por lo tanto el trabajo total del ciclo es positivo, es decir el gas entrega trabajo neto al medio.

d)

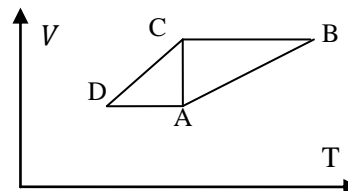
En el plano P-T las evoluciones DA y BC (isocoras) implican rectas cuyas extrapolaciones pasan por el origen, ya que:

$$P(T) = \frac{n \cdot R}{V} \cdot T = \text{cte} \cdot T$$



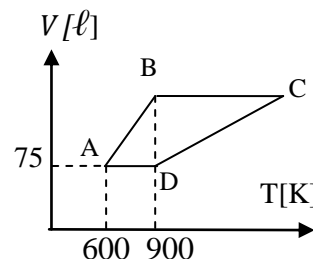
En el plano V-T las evoluciones CD y AB (isobaras) implican rectas cuyas extrapolaciones pasan por el origen, ya que:

$$V(T) = \frac{n \cdot R}{P} \cdot T = \text{cte} \cdot T$$



Ejercicio 21- La figura muestra el ciclo ABCDA que realiza un gas ideal diatómico, donde las evoluciones AB y DC son isobáricas. La presión en el estado A vale $P_A = 200 \text{ kPa}$.

- a) justifique si en cada ciclo el sistema recibe o entrega trabajo;
b) calcule el calor intercambiado por el sistema en la transformación BCD. ($c_P = 7R/2$; $c_V = 5R/2$; $R = 8,314 \text{ J/mol K}$).



a)

La evolución AB es isobárica por lo que:

$$P_A = P_B \Rightarrow \frac{V_A}{V_B} = \frac{T_A}{T_B} \Rightarrow V_B = \frac{V_A \cdot T_B}{T_A} = \frac{0,075 \cdot 900}{600} \frac{\text{m}^3 \cdot \text{K}}{\text{K}}$$

$$V_B = V_C = 0,1125 \text{ m}^3$$

$$P_A = P_B = 200.000 \text{ Pa}$$

La evolución CD es isobárica por lo que:

$$P_C = P_D \Rightarrow \frac{V_C}{V_D} = \frac{T_C}{T_D} \Rightarrow T_C = \frac{V_C \cdot T_D}{V_D} = \frac{0,1125 \cdot 900}{75} \frac{\text{m}^3 \cdot \text{K}}{\text{m}^3}$$

$$T_C = 1.350 \text{ K}$$

La evolución BC es isocórica por lo que:

$$\frac{P_C}{P_B} = \frac{T_C}{T_B} \Rightarrow P_C = \frac{T_C \cdot P_B}{T_B} = \frac{1.350 \cdot 200.000}{900} \frac{\text{Pa} \cdot \text{K}}{\text{K}}$$

$$P_C = P_D = 300.000 \text{ Pa}$$

El ciclo ABCDA es antihorario en el plano P-V, por lo que el trabajo positivo de expansión es menor que el valor absoluto del trabajo negativo de compresión; por lo tanto el trabajo total del ciclo es negativo, es decir el gas recibe trabajo neto del medio.

b)

AB (isobara)

$$Q_{AB} = n \cdot c_p \cdot (T_B - T_A) = n \cdot \frac{7}{2} \cdot R \cdot (T_B - T_A)$$

$$n \cdot R = \frac{P_A \cdot V_A}{T_A}$$

$$Q_{AB} = \frac{7}{2} \cdot \frac{P_A \cdot V_A}{T_A} \cdot (T_B - T_A) = \frac{7 \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot 0,075 \cdot (900 - 600)}{2 \cdot 600} \frac{\text{N} \cdot \text{m}^3 \cdot \text{K}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}} = 26,25 \text{ kJ}$$

BC (isocora)

$$Q_{BC} = n \cdot c_v \cdot (T_B - T_A) = n \cdot \frac{5}{2} \cdot R \cdot (T_C - T_B)$$

$$n \cdot R = \frac{P_A \cdot V_A}{T_A}$$

$$Q_{BC} = \frac{5}{2} \cdot \frac{P_A \cdot V_A}{T_A} \cdot (T_C - T_B) = \frac{5 \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot 0,075 \cdot (1350 - 900)}{2 \cdot 600} \frac{\text{N} \cdot \text{m}^3 \cdot \text{K}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}} = 28,125 \text{ kJ}$$

CD (isobara)

$$Q_{CD} = n \cdot c_p \cdot (T_D - T_C) = n \cdot \frac{7}{2} \cdot R \cdot (T_D - T_C)$$

$$n \cdot R = \frac{P_A \cdot V_A}{T_A}$$

$$Q_{CD} = \frac{7}{2} \cdot \frac{P_A \cdot V_A}{T_A} \cdot (T_D - T_C) = \frac{7 \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot 0,075 \cdot (900 - 1350)}{2 \cdot 600} \frac{\text{N} \cdot \text{m}^3 \cdot \text{K}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}} = -39,375 \text{ kJ}$$

DA (isocora)

$$Q_{DA} = n \cdot c_v \cdot (T_A - T_D) = n \cdot \frac{5}{2} \cdot R \cdot (T_A - T_D)$$

$$n \cdot R = \frac{P_A \cdot V_A}{T_A}$$

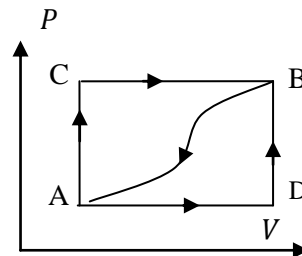
$$Q_{DA} = \frac{5}{2} \cdot \frac{P_A \cdot V_A}{T_A} \cdot (T_A - T_D) = \frac{5 \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot 0,075 \cdot (600 - 900)}{2 \cdot 600} \frac{\text{N} \cdot \text{m}^3 \cdot \text{K}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}} = -18,75 \text{ kJ}$$

$$Q_{\text{ciclo}} = Q_{AB} + Q_{BC} + Q_{CD} + Q_{DA} = -3,75 \text{ kJ}$$

$$Q_{BCD} = Q_{BC} + Q_{CD} = (28,125 - 39,375) = -11,25 \text{ kJ}$$

Ejercicio 22- La figura representa un conjunto de transformaciones realizadas por un dado sistema termodinámico. A lo largo de la transformación ACB el sistema recibe 80 J de calor y entrega 30 J de trabajo. Calcule:

- el calor que absorbe el sistema a lo largo del camino ADB si realiza un trabajo de 10 J;
- el calor intercambiado por el sistema en el camino BA si recibe 20 J de trabajo;
- el calor intercambiado en los procesos AD y DB si $U_{DA} = U_D - U_A = 40 \text{ J}$.



a)

$$Q_{ACB} = W_{ACB} + U_B - U_A$$

$$U_B - U_A = Q_{ACB} - W_{ACB} = (80 - 30) \text{ J} = 50 \text{ J}$$

$$Q_{ADB} = W_{ADB} + U_B - U_A = (10 + 50) \text{ J} = 60 \text{ J}$$

b)

$$Q_{BA} = W_{BA} + U_A - U_B = (-20 - 50) \text{ J} = -70 \text{ J}$$

c)

$$Q_{AD} = W_{AD} + U_D - U_A$$

$$W_{ADB} = W_{AD} + W_{DB} \Rightarrow W_{AD} = W_{ADB} - W_{DB} = (10 - 0) \text{ J} = 10 \text{ J}$$

$$Q_{AD} = (10 + 40) \text{ J} = 50 \text{ J}$$

$$Q_{DB} = W_{DB} + U_B - U_D = U_B - U_D$$

$$Q_{DB} = U_B - U_D = (U_B - U_A) + (U_A - U_D) = [50 + (-40)] \text{ J} = 10 \text{ J}$$

Ejercicio 23 - Un gas ideal a presión $P_A = 101 \text{ kPa}$ ocupa un volumen $V_A = 15 \text{ ℓ}$. Se lo calienta isocóricamente hasta duplicar su presión (estado B), luego se lo expande isotérmicamente hasta alcanzar la presión original (estado C), y finalmente se lo lleva isobáricamente al estado inicial.

a) represente el ciclo en los planos PV , VT y PT ;

b) calcule el trabajo realizado por el gas en el ciclo ACBA;

c) diagrama un ciclo diferente en el cual el gas intercambie la misma cantidad de trabajo;

d) suponga que el gas es monoatómico y en el estado A se halla a temperatura $T_A = 500 \text{ K}$. Calcule el calor intercambiado en la transformación CBA.

($c_P = 5R/2$; $c_V = 3R/2$; $R = 8,314 \text{ J/mol K}$).

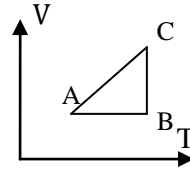
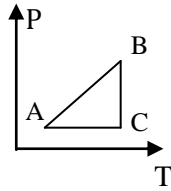
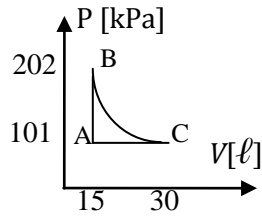
a)

En el plano P-T la evolución AB (isocora) implica una recta cuya extrapolación pasan por el origen, ya que:

$$P(T) = \frac{n \cdot R}{V} \cdot T = \text{cte. } T$$

En el plano V-T la evolución CA (isobara) implica una recta cuya extrapolación pasan por el origen, ya que:

$$V(T) = \frac{n \cdot R}{P} \cdot T = \text{cte} \cdot T$$



b)

El ciclo ACBA es inverso al indicado en el enunciado (antihorario) en el plano P-V.

$$P_A = P_C = 101.000 \text{ Pa}$$

$$P_B = 202.000 \text{ Pa}$$

$$V_A = V_B = 0,015 \text{ m}^3$$

$$T_B = T_C \Rightarrow P_B \cdot V_B = P_C \cdot V_C \Rightarrow V_C = \frac{P_B}{P_C} \cdot V_B = \frac{202.000}{101.000} \cdot 0,015 \frac{\text{Pa} \cdot \text{m}^3}{\text{Pa}}$$

$$V_C = 0,03 \text{ m}^3$$

Isobara AC:

$$W_{AC} = P_A \cdot (V_C - V_A) = 101.000 \cdot (0,03 - 0,015) \text{ Pa} \cdot \text{m}^3 = 1.515 \text{ J}$$

Isoterma CB:

$$W_{CB} = n \cdot R \cdot T_C \cdot \ln\left(\frac{V_B}{V_C}\right) = P_C \cdot V_C \cdot \ln\left(\frac{V_B}{V_C}\right) = 101.000 \cdot 0,03 \cdot \ln\left(\frac{0,015}{0,03}\right)$$

$$W_{CB} = - 2.100,24 \text{ J}$$

Isocora BA:

$$W_{BA} = 0$$

$$W_{ACBA} = W_{AC} + W_{CB} + W_{BA} = (1.515 - 2.100,24) \text{ J} = - 585,24 \text{ J}$$

c)

Cualquier ciclo antihorario en el plano P-V que determine un área igual a la del ciclo evaluado.

d)

$$Q_{CBA} = Q_{CB} + Q_{BA}$$

CB es evolución isoterma, es decir $U_C = U_B$, por lo que:

$$Q_{CB} = W_{CB} = - 2.100,24 \text{ J}$$

$$Q_{BA} = n \cdot c_v \cdot (T_A - T_B) = n \cdot \frac{3}{2} \cdot R \cdot (T_A - T_B)$$

$$n \cdot R = \frac{P_A \cdot V_A}{T_A}$$

$$Q_{BA} = \frac{3}{2} \cdot \frac{P_A \cdot V_A}{T_A} \cdot (T_A - T_B)$$

La evolución BA es isocórica por lo que:

$$\frac{P_A}{P_B} = \frac{T_A}{T_B} \Rightarrow T_B = \frac{T_A \cdot P_B}{P_A}$$

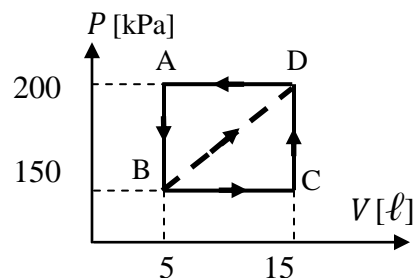
$$Q_{BA} = \frac{3}{2} \cdot \frac{P_A \cdot V_A}{T_A} \cdot \left(T_A - \frac{T_A \cdot P_B}{P_A} \right) = \frac{3 \cdot P_A \cdot V_A}{2} \cdot \left(1 - \frac{P_B}{P_A} \right)$$

$$Q_{BA} = \frac{3 \cdot V_A}{2} \cdot (P_A - P_B) = \frac{3 \cdot 0,015 \cdot (101.000 - 202.000)}{2} \frac{\text{m}^3 \cdot \text{N}}{\text{m}^2}$$

$$Q_{BA} = -2.272,50 \text{ J}$$

$$Q_{CBA} = Q_{CB} + Q_{BA} = (- 2.100,24 - 2.272,50) \text{ J} = - 4.372,74 \text{ J}$$

Ejercicio 24- El gráfico muestra dos evoluciones de un gas ideal (ABCD y ABDA). El estado C está a mayor temperatura que el estado A, y la diferencia de energía U_{AC} es de 1875 J. Calcule: **a)** el calor intercambiado por el sistema en la evolución ABC; **b)** el calor intercambiado en el ciclo ABDA.



a)

$$Q_{ABC} = W_{ABC} + U_C - U_A$$

$$Q_{ABC} = W_{AB} + W_{BC} + U_C - U_A$$

$$W_{AB} = 0$$

$$W_{BC} = P_B \cdot (V_C - V_B)$$

$$Q_{ABC} = P_B \cdot (V_C - V_B) + U_C - U_A$$

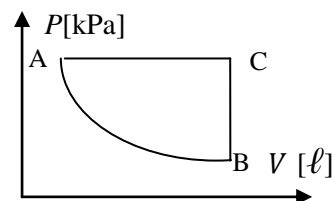
$$Q_{ABC} = 150.000 \cdot (0,015 - 0,005) \frac{\text{N} \cdot \text{m}^3}{\text{m}^2} + 1.875 \text{ J} = 3375 \text{ J}$$

b)

$$Q_{ABDA} = W_{ABDA} = -\frac{1}{2} \cdot (V_D - V_A) \cdot (P_A - P_B)$$

$$Q_{ABDA} = -\frac{1}{2} \cdot (0,015 - 0,005) \cdot (200.000 - 150.000) \frac{\text{m}^3 \cdot \text{N}}{\text{m}^2} = -250 \text{ J}$$

Ejercicio 25- La figura muestran dos evoluciones, ACB (isobara AC + isocora CB) y la isotérmica AB. Justifique en cuál de las dos evoluciones, ACB o AB, se intercambia mayor cantidad de calor.



El ciclo ACBA tiene sentido horario en el plano P-V, por lo que:

$$W_{ACBA} = Q_{ACBA} > 0$$

$$Q_{ACBA} = Q_{ACB} + Q_{BA} > 0$$

$$Q_{ACB} - Q_{AB} > 0$$

$$Q_{ACB} > Q_{AB}$$

Ejercicio 26- Una máquina de Carnot opera entre dos fuentes, la caliente a 100 °C y la fría a 0 °C. Si por ciclo absorbe 100 J del foco caliente, calcule: **a)** el rendimiento de la máquina; **b)** la cantidad de calor que cede por ciclo al foco frío; **c)** el trabajo que realiza; **d)** la variación de entropía de los focos por ciclo.

a)

El rendimiento motor de la máquina de Carnot es:

$$\eta_c = 1 - \frac{T_F}{T_C} = 1 - \frac{273,15 + 0}{273,15 + 100} \frac{\text{K}}{\text{K}} = 0,268$$

b)

$$\eta_C = \frac{L_{\text{ciclo}}}{Q_C} \Rightarrow L_{\text{ciclo}} = \eta_C \cdot Q_C = 0,268 \cdot 100 \text{ J} = 26,8 \text{ J}$$

$$L_{\text{ciclo}} = Q_C + Q_F \Rightarrow Q_F = -Q_C + L_{\text{ciclo}} = (-100 + 26,8) \text{ J} = -73,2 \text{ J}$$

$$|Q_F| = 73,2 \text{ J}$$

c)

$$L_{\text{ciclo}} = 26,8 \text{ J}$$

d)

$$\Delta S_C = -\frac{Q_C}{T_C} = -\frac{100}{373,15} = -0,268 \frac{\text{J}}{\text{K}}$$

$$\Delta S_F = \frac{|Q_F|}{T_F} = \frac{73,2}{273,15} \frac{\text{J}}{\text{K}} = 0,268 \frac{\text{J}}{\text{K}}$$

El proceso es reversible, por lo que la entropía del universo debe permanecer constante en cada ciclo. En este caso el universo lo conforman las fuentes, el sistema y el medio mecánicamente interactuante:

$$\Delta S_U = \Delta S_S + \Delta S_C + \Delta S_F + \Delta S_{\text{MI}}$$

El sistema evoluciona cíclicamente por lo que en cada ciclo la variación de entropía es nula por ser función de estado.

$$\Delta S_U = \Delta S_C + \Delta S_F + \Delta S_{\text{MI}}$$

$$\Delta S_C + \Delta S_F = 0$$

El intercambio de trabajo con el medio mecánicamente interactuante es un proceso adiabático reversible por lo que:

$$\Delta S_{\text{MI}} = 0$$

Se verifica que:

$$\Delta S_U = \Delta S_S + \Delta S_C + \Delta S_F + \Delta S_{\text{MI}} = 0$$

Ejercicio 27- Una máquina térmica opera entre dos fuentes térmicas a 300 K y 1.200 K respectivamente. Su rendimiento es el 60% del máximo posible con esas fuentes. Si la máquina entrega 1.800 J de trabajo por ciclo, calcule:

a) la cantidad de calor que entrega al foco frío por ciclo; **b)** la variación de entropía de los focos por ciclo. Compare estos resultados con los obtenidos en el punto **(d)** del ejercicio anterior y discuta por qué en un caso la suma es nula y en el otro no.

a)

$$\eta_{\max} = 1 - \frac{T_F}{T_C} = 1 - \frac{300}{1.200} \frac{\text{K}}{\text{K}} = 0,75$$

$$\eta = 0,65 \cdot \eta_{\max} = 0,60 \cdot 0,75 = 0,45$$

$$\eta = \frac{L_{\text{ciclo}}}{Q_C} \Rightarrow Q_C = \frac{L_{\text{ciclo}}}{\eta} = \frac{1.800}{0,45} \text{ J} = 4.000 \text{ J}$$

$$L_{\text{ciclo}} = Q_C + Q_F \Rightarrow Q_F = -Q_C + L_{\text{ciclo}} = (-4.000 + 1.800) \text{ J} = -2.200 \text{ J}$$

$$|Q_F| = 2.200 \text{ J}$$

b)

Se supone que las fuentes son ideales, es decir que son sistemas que intercambian sólo calor con la máquina, manteniendo constantes sus temperaturas, siendo el trabajo intercambiado con el resto del universo independiente del grado de irreversibilidad de las mismas. Bajo esta hipótesis la variación de entropía de las fuentes puede evaluarse como si las mismas fueren reversibles aunque los procesos no lo sean:

$$\Delta S_C = -\frac{Q_C}{T_C} = -\frac{4.000}{1.200} \frac{\text{J}}{\text{K}} = -3,33 \frac{\text{J}}{\text{K}}$$

$$\Delta S_F = \frac{|Q_F|}{T_F} = \frac{2.200}{300} \frac{\text{J}}{\text{K}} = 7,33 \frac{\text{J}}{\text{K}}$$

El proceso es irreversible, por lo que la entropía del universo debe aumentar en cada ciclo. En este caso el universo lo conforman las fuentes, el sistema y el medio mecánicamente interactuante:

$$\Delta S_U = \Delta S_S + \Delta S_C + \Delta S_F + \Delta S_{MI}$$

El sistema evoluciona cíclicamente por lo que en cada ciclo la variación de entropía es nula por ser función de estado.

$$\Delta S_U = \Delta S_C + \Delta S_F + \Delta S_{MI}$$

$$\Delta S_C + \Delta S_F > 0$$

El intercambio de trabajo con el medio mecánicamente interactuante es un proceso adiabático irreversible por lo que:

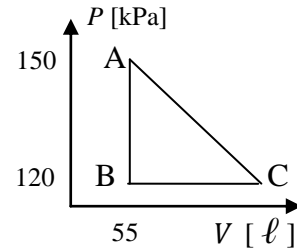
$$\Delta S_{MI} > 0$$

Se verifica que:

$$\Delta S_U = \Delta S_S + \Delta S_C + \Delta S_F + \Delta S_{MI} > 0$$

Ejercicio 28- Tres moles de gas ideal diatómico ($c_P = 3,5R$; $c_V = 2,5R$) realizan el ciclo ABCA de la figura. La diferencia de energía entre los estados C y A es $U_{AC} = 4562,5$ J. (U_{AC} indica $U_C - U_A$). ($R = 8,314$ J/mol K).

- a) calcule el calor intercambiado por el gas en todo el ciclo;
b) calcule la diferencia de entropía entre los estados A y B.
c) indique cuáles son las tres aseveraciones correctas



a)

$$T_A = \frac{P_A \cdot V_A}{n \cdot R} = \frac{150.000 \cdot 0,055}{3 \cdot 8,314} \frac{\text{N} \cdot \text{m}^3 \cdot \text{mol} \cdot \text{K}}{\text{m}^2 \cdot \text{J} \cdot \text{mol}} = 330,77 \text{ K}$$

$$U_C - U_A = n \cdot c_V \cdot (T_C - T_A) = n \cdot \frac{5}{2} \cdot R \cdot (T_C - T_A)$$

$$T_C = \frac{U_C - U_A}{2,5 \cdot n \cdot R} + T_A = \frac{4.562,5}{2,5 \cdot 3 \cdot 8,314} \frac{\text{J} \cdot \text{mol} \cdot \text{K}}{\text{mol} \cdot \text{J}} + 330,77 \text{ K}$$

$$T_C = 403,94 \text{ K}$$

$$V_C = \frac{n \cdot R \cdot T_C}{P_C} = \frac{3 \cdot 8,314 \cdot 403,94}{120.000} \frac{\text{mol} \cdot \text{J} \cdot \text{K} \cdot \text{m}^2}{\text{mol} \cdot \text{K} \cdot \text{N}} = 0,084 \text{ m}^3$$

$$Q_{ABCA} = L_{ABCA} = -\frac{1}{2} \cdot (V_C - V_B) \cdot (P_A - P_B)$$

$$L_{ABCA} = -\frac{(0,084 - 0,055) \cdot (150.000 - 120.000)}{2} \frac{\text{m}^3 \cdot \text{N}}{\text{m}^2} = -434,38 \text{ J}$$

b)

$$T_B = \frac{P_B \cdot V_B}{n \cdot R} = \frac{120.000 \cdot 0,055}{3 \cdot 8,314} \frac{\text{N} \cdot \text{m}^3 \cdot \text{mol} \cdot \text{K}}{\text{m}^2 \cdot \text{J} \cdot \text{mol}} = 264,61 \text{ K}$$

$$\Delta S_{AB} = n \cdot c_v \cdot \ln\left(\frac{T_B}{T_A}\right) = n \cdot 2,5 \cdot R \cdot \ln\left(\frac{T_B}{T_A}\right) = 3 \cdot 2,5 \cdot 8,314 \cdot \ln\left(\frac{264,61}{330,77}\right) \frac{\text{mol} \cdot \text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$$

$$\Delta S_{AB} = -13,92 \frac{\text{J}}{\text{K}}$$

c)

$$Q_{BC} > 0$$

$$\Delta S_{\text{ciclo}} = 0$$

$$\Delta U_{ABC} = \Delta U_{AC}$$

$$Q_{AC} = (W_{AC} + U_C - U_A) \neq W_{AC}$$

$$\Delta S_{AC} = \Delta S_{AB} + \Delta S_{BC} = n \cdot c_v \cdot \ln\left(\frac{T_B}{T_A}\right) + n \cdot c_p \cdot \ln\left(\frac{T_C}{T_B}\right)$$

$$\Delta S_{AC} = n \cdot 2,5 \cdot R \cdot \ln\left(\frac{T_B}{T_A}\right) + n \cdot 3,5 \cdot R \cdot \ln\left(\frac{T_C}{T_B}\right)$$

$$\Delta S_{AC} = 3 \cdot 2,5 \cdot 8,314 \cdot \ln\left(\frac{264,61}{330,77}\right) \frac{\text{mol} \cdot \text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}} + n \cdot 3,5 \cdot R \cdot \ln\left(\frac{403,94}{264,61}\right) \frac{\text{mol} \cdot \text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$$

$$\Delta S_{AC} = 23,01 \frac{\text{J}}{\text{K}} > 0$$

$$T_A \neq T_B \Rightarrow \Delta U_{AB} \neq 0$$

$$|\Delta U_{BC}| = |\Delta U_{CB}|$$

$$Q_{\text{ciclo}} = Q_{AB} + Q_{BC} + Q_{CA}$$

$$Q_{AB} = W_{AB} + \Delta U_{AB} = \Delta U_{AB}$$

$$Q_{\text{ciclo}} = \Delta U_{AB} + Q_{BC} + Q_{CA}$$

$$Q_{AC} = W_{AC} + \Delta U_{AC}$$

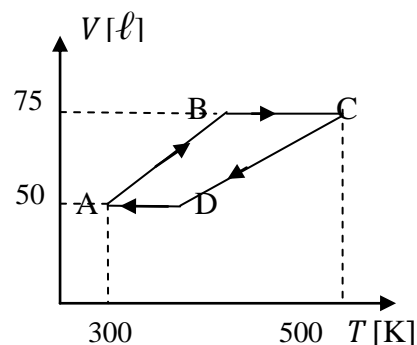
$$Q_{ABC} = W_{ABC} + \Delta U_{AC}$$

$$W_{ABC} < W_{AC}$$

$$Q_{AC} - Q_{ABC} = W_{AC} - W_{ABC} > 0$$

$$Q_{AC} > Q_{ABC}$$

Ejercicio 29: el gráfico muestra la evolución reversible ABCDA (todos los tramos son politrópicos) de 3 moles de un gas ideal monoatómico ($c_p = 5R/2$; $c_v = 3R/2$). Calcule: **a)** el trabajo realizado por el sistema en cada transformación y en todo el ciclo; **b)** la variación de energía interna en cada transformación y en todo el ciclo. Compare esos valores con los del calor intercambiado; **c)** la eficiencia de la máquina; **d)** indique las afirmaciones verdaderas. ($R = 8,314 \text{ J/mol K}$).



Las coordenadas termodinámicas del estado (A) son:

$$V_A = 50 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$$

$$T_A = 300 \text{ K}$$

$$P_A = \frac{n \cdot R \cdot T_A}{V_A} = \frac{3 \cdot 8,31 \cdot 300}{50 \cdot 10^{-3}} \frac{\text{mol} \cdot \text{J} \cdot \text{K}}{\text{mol} \cdot \text{K} \cdot \text{m}^3} = 1,5 \cdot 10^5 \frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{m}^3} = 1,5 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

Las coordenadas termodinámicas del estado (B) son:

$$V_B = 75 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$$

Por ser politrópica la evolución AB responde a la ecuación:

$$T \cdot V^{n-1} = \text{constante} = k$$

Del diagrama se infiere que siendo el tramo recto el exponente n de la politrópica debe ser igual a cero, de esta forma resulta:

$$T = k \cdot V$$

$$P \cdot V^n = P \cdot V^0 = P = \text{constante}$$

Lo que implica que el tramo AB es isobárico, con lo cual:

$$P_B = P_A = 1,5 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

$$T_B = \frac{P_B \cdot V_B}{n \cdot R} = \frac{1,5 \cdot 10^5 \cdot 75 \cdot 10^{-3}}{3 \cdot 8,31} \frac{\text{Pa} \cdot \text{m}^3 \cdot \text{mol} \cdot \text{K}}{\text{mol} \cdot \text{J}} = 450 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^3 \cdot \text{K}}{\text{m}^2 \cdot \text{N} \cdot \text{m}} = 450 \text{ K}$$

Las coordenadas termodinámicas del estado (C) son:

$$V_C = 75 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$$

$$T_C = 500 \text{ K}$$

$$P_C = \frac{n \cdot R \cdot T_C}{V_C} = \frac{3,8,31,500}{75 \cdot 10^{-3}} \frac{\text{mol} \cdot \text{J} \cdot \text{K}}{\text{mol} \cdot \text{K} \cdot \text{m}^3} = 1,66 \cdot 10^5 \frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{m}^3} = 1,66 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

Las coordenadas termodinámicas del estado (D) son:

$$V_D = 50 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$$

Por ser politrópica la evolución CD responde a la ecuación:

$$T \cdot V^{n-1} = \text{constante} = k$$

Del diagrama se infiere que siendo el tramo recto el exponente n de la politrópica debe ser igual a cero, de esta forma resulta:

$$T = k \cdot V$$

$$P \cdot V^n = P \cdot V^0 = P = \text{constante}$$

Lo que implica que el tramo CD es isobárico, con lo cual:

$$P_D = P_C = 1,66 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

$$T_D = \frac{P_D \cdot V_D}{n \cdot R} = \frac{1,66 \cdot 10^5 \cdot 50 \cdot 10^{-3}}{3,8,31} \frac{\text{Pa} \cdot \text{m}^3 \cdot \text{mol} \cdot \text{K}}{\text{mol} \cdot \text{J}} = 333,33 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^3 \cdot \text{K}}{\text{m}^2 \cdot \text{N} \cdot \text{m}} = 333,33 \text{ K}$$

Para el tramo AB (isobárico), resulta:

$$W_{AB} = P_A \cdot (V_B - V_A) = 1,5 \cdot 10^5 \cdot (75 \cdot 10^{-3} - 50 \cdot 10^{-3}) \text{ Pa} \cdot \text{m}^3 = 3.741,3 \text{ J}$$

$$Q_{AB} = n \cdot c_p \cdot (T_B - T_A) = 3 \cdot \frac{5}{2} \cdot 8,31 (450 - 300) \frac{\text{mol} \cdot \text{J} \cdot \text{K}}{\text{mol} \cdot \text{K}} = 9.353,25 \text{ J}$$

$$\Delta U_{AB} = n \cdot c_v \cdot (T_B - T_A) = 3 \cdot \frac{3}{2} \cdot 8,31 (450 - 300) \frac{\text{mol} \cdot \text{J} \cdot \text{K}}{\text{mol} \cdot \text{K}} = 5.611,95 \text{ J}$$

$$\Delta S_{AB} = n \cdot c_p \cdot \ln\left(\frac{T_B}{T_A}\right) = 3 \cdot \frac{5}{2} \cdot \ln\left(\frac{450}{300}\right) \frac{\text{mol} \cdot \text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}} = 25,28 \frac{\text{J}}{\text{K}}$$

Para el tramo BC (isocórico), resulta:

$$W_{BC} = 0$$

$$Q_{BC} = \Delta U_{BC} = n \cdot c_v \cdot (T_C - T_B) = 3 \cdot \frac{3}{2} \cdot 8,31 \cdot (500 - 450) \frac{\text{mol} \cdot \text{J} \cdot \text{K}}{\text{mol} \cdot \text{K}} = 1.870,65 \text{ J}$$

$$\Delta S_{BC} = n \cdot c_v \cdot \ln\left(\frac{T_C}{T_B}\right) = 3 \cdot \frac{3}{2} \cdot \ln\left(\frac{500}{450}\right) \frac{\text{mol} \cdot \text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}} = 6,57 \frac{\text{J}}{\text{K}}$$

Para el tramo CD (isobárico), resulta:

$$W_{CD} = P_C \cdot (V_D - V_C) = 1,66 \cdot 10^5 \cdot (50 \cdot 10^{-3} - 75 \cdot 10^{-3}) \text{ Pa} \cdot \text{m}^3 = -4.157 \text{ J}$$

$$Q_{CD} = n \cdot c_p \cdot (T_D - T_C) = 3 \cdot \frac{5}{2} \cdot 8,31 \cdot (333,33 - 500) \frac{\text{mol} \cdot \text{J} \cdot \text{K}}{\text{mol} \cdot \text{K}} = -10.392,50 \text{ J}$$

$$\Delta U_{CD} = n \cdot c_v \cdot (T_D - T_C) = 3 \cdot \frac{3}{2} \cdot 8,31 \cdot (333,33 - 500) \frac{\text{mol} \cdot \text{J} \cdot \text{K}}{\text{mol} \cdot \text{K}} = -6.235,5 \text{ J}$$

$$\Delta S_{CD} = n \cdot c_p \cdot \ln\left(\frac{T_D}{T_C}\right) = 3 \cdot \frac{5}{2} \cdot \ln\left(\frac{333,33}{500}\right) \frac{\text{mol} \cdot \text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}} = -25,28 \frac{\text{J}}{\text{K}}$$

Para el tramo DA (isocórico), resulta:

$$W_{DA} = 0$$

$$Q_{DA} = \Delta U_{DA} = n \cdot c_v \cdot (T_A - T_D) = 3 \cdot \frac{3}{2} \cdot 8,31 \cdot (300 - 333,33) \frac{\text{mol} \cdot \text{J} \cdot \text{K}}{\text{mol} \cdot \text{K}} = -1.247,1 \text{ J}$$

$$\Delta S_{DA} = n \cdot c_v \cdot \ln\left(\frac{T_A}{T_D}\right) = 3 \cdot \frac{3}{2} \cdot \ln\left(\frac{300}{333,33}\right) \frac{\text{mol} \cdot \text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}} = -6,57 \frac{\text{J}}{\text{K}}$$

Para el ciclo ABCDA:

$$W_c = W_{AB} + W_{BC} + W_{CD} + W_{DA} = -415,70 \text{ J}$$

$$Q_c = Q_{AB} + Q_{BC} + Q_{CD} + Q_{DA} = -415,70 \text{ J}$$

$$Q_c = W_c < 0 \rightarrow \text{la máquina no es un motor}$$

$$\Delta U_c = \Delta U_{AB} + \Delta U_{BC} + \Delta U_{CD} + \Delta U_{DA} = 0$$

$$\Delta S_c = \Delta S_{AB} + \Delta S_{BC} + \Delta S_{CD} + \Delta S_{DA} = 0$$

La máquina en cada ciclo recibe trabajo neto del medio y cede un calor equivalente al mismo. La **eficiencia frigorífica** de la máquina en el proceso de extracción de calor de los focos que le ceden calor es:

$$e = \frac{\Sigma Q_{\text{recibidos}}}{W_{M \rightarrow S}} = \frac{\Sigma Q(+)}{|W_c|} = \frac{\Sigma Q(+)}{|Q_c|} = \frac{\Sigma Q(+)}{|\Sigma Q|} = \frac{Q_{AB} + Q_{BC}}{|\Sigma Q|}$$

$$e = \frac{Q_{AB} + Q_{BC}}{|\Sigma Q|} = \frac{9.353,25 + 1.870,65}{415,70} \frac{\text{J}}{\text{J}} = 27$$

Se verifica que:

$$W_{AC} = W_{AB} + W_{BC} = (3.741,3 + 0) \text{ J} = 3.741,3 \text{ J}$$

$$W_{DB} = W_{DA} + W_{AB} = (0 + 3.741,3) \text{ J} = 3.741,3 \text{ J}$$

$$W_{AC} = W_{DB}$$

$W_c < 0 \Rightarrow$ la máquina recibe trabajo neto del medio en cada ciclo

$Q_c < 0 \Rightarrow$ la máquina entrega calor neto al medio en cada ciclo

$$\Delta S_{DB} = \Delta S_{DA} + \Delta S_{AB} = (-6,57 + 25,28) \text{ J} = 18,71 \frac{\text{J}}{\text{K}} > 0$$

$$\Delta S_{AB} = 25,28 \frac{\text{J}}{\text{K}} > 0$$

$$\Delta U_{BA} = -\Delta U_{AB} = -5.611,95 \text{ J}$$

$$\Delta U_{CD} = -6235,5 \text{ J}$$

$$|\Delta U_{BA}| < |\Delta U_{CD}|$$

$$Q_{CD} = -10.392,50 \text{ J} < 0$$

Si el gas fuere diatómico:

$$c_{vd} = \frac{5}{2} \cdot R$$

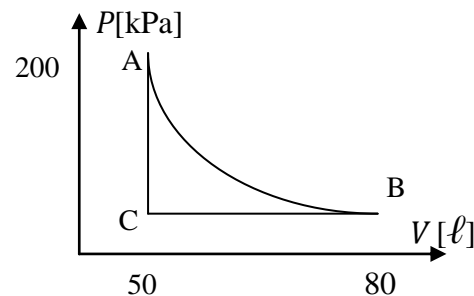
Para el gas monoatómico:

$$c_{vm} = \frac{3}{2} \cdot R$$

Los valores de temperatura en el ciclo no dependen de c_v , por lo que:

$$\frac{\Delta U_{CDd}}{\Delta U_{CDm}} = \frac{n \cdot c_{vd} \cdot (T_D - T_C)}{n \cdot c_{vm} \cdot (T_D - T_C)} = \frac{c_{vd}}{c_{vm}} = \frac{5}{3}$$

Ejercicio 30- Una máquina cíclica trabaja con dos moles de gas ideal diatómico ($c_p=7R/2$; $c_v=5R/2$) que realizan el ciclo ACBA de la figura, en el que la transformación BA es adiabática. Indique cuáles son las aseveraciones verdaderas



	La máquina recibe trabajo y es frigorífica	
	La temperatura en la transformación BA es constante	
	$\eta_{\text{MÁQUINA}} = \eta_{\text{CARNOT}}$ porque es reversible	
	Si BA fuera una isoterma U_{CICLO} sería mayor	$S_{CB} > 0$ y $W_{CB} > 0$
	Si el ciclo fuera inverso disminuiría la energía interna	$U_{BA} = 0$ y $Q_{BA} < 0$
	Si BA fuera una isoterma $Q_{\text{CEDIDO, CICLO}}$ sería mayor	$Q_{AC} > W_{AC}$

El ciclo ACBA es antihorario en el plano P-V, por lo que el trabajo positivo de expansión es menor que el valor absoluto del trabajo negativo de compresión; por lo tanto el trabajo total del ciclo es negativo, es decir que la máquina recibe trabajo neto del medio y puede ser frigorífica.

Un proceso adiabático reversible de un gas ideal no puede ser isotérmico, por lo que en la evolución BA la temperatura no puede ser constante.

La máquina es politérmica, por lo que la condición de reversibilidad no implica que el rendimiento o la eficiencia sean iguales a los correspondientes a una máquina de Carnot.

La energía interna es una función de estado, por lo que en todo ciclo su variación es nula.

La isoterma que pasa por B tiene en el diagrama P-V menor pendiente (en valor absoluto) que la adiabática que pasa por el mismo punto, por lo que el ciclo (ACBA') con tramo BA' ($P_A > P_A'$) isotérmico tendrá menor área que el ciclo (ACBA) con tramo BA adiabático, por lo que el trabajo neto recibido por el gas en el ciclo, que es igual al calor cedido al medio por el gas será menor. En cambio si se considera la isoterma que pasa por A, el ciclo (ACB'A) con tramo B'A ($V_B < V_B'$) isotérmico tendrá mayor área que el ciclo (ACBA) con tramo BA adiabático, por lo que el trabajo neto recibido por el gas en el ciclo, que es igual al calor cedido al medio por el gas será mayor.

La temperatura del estado B es mayor que la temperatura del estado C:

$$T_B > T_C$$

$$V_B > V_C$$

$$\Delta S_{CB} = S_B - S_C = n \cdot c_v \cdot \ln\left(\frac{T_B}{T_C}\right) > 0$$

$$W_{CB} = P_C \cdot (V_B - V_C) > 0$$

La evolución BA es una adiabática reversible de un gas ideal por lo que no puede ser isotérmica.

$$T_B < T_A$$

$$\Delta U_{BA} = U_A - U_B = n \cdot c_v \cdot (T_A - T_B) > 0$$

$$Q_{BA} = 0$$

La evolución AC es isocórica:

$$W_{AC} = 0$$

$$T_C < T_A$$

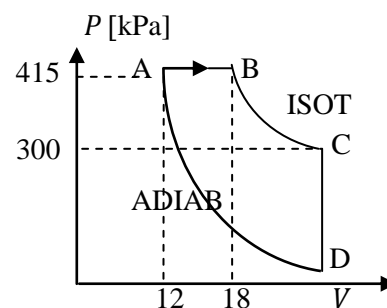
$$Q_{AC} = n \cdot c_v \cdot (T_C - T_A) < 0$$

$$Q_{AC} < W_{AC}$$

Ejercicio 31- El gráfico PV muestra la evolución ABCDA que realizan 1,2 moles de gas ideal diatómico ($c_p = 7R/2$; $c_v = 5R/2$).

- calcule la variación de entropía entre los estados A y B;
- calcule el rendimiento de una máquina térmica cíclica que operara en el ciclo ABCDA.
- realice un esquema del ciclo en el plano PT .

($R = 8,314 \text{ J/mol K}$).



Las coordenadas termodinámicas del estado (A) son:

$$V_A = 12 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$$

$$V_B = 18 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$$

$$P_A = P_B = 415.000 \text{ Pa}$$

$$T_A = \frac{P_A \cdot V_A}{n \cdot R} = \frac{415.000 \cdot 12 \cdot 10^{-3}}{1,2 \cdot 8,314} \frac{\text{N} \cdot \text{m}^3 \cdot \text{mol} \cdot \text{K}}{\text{m}^2 \cdot \text{mol} \cdot \text{J}} = 499,16 \text{ K}$$

$$T_B = \frac{P_B \cdot V_B}{n \cdot R} = \frac{415.000 \cdot 18 \cdot 10^{-3}}{1,2 \cdot 8,314} \frac{\text{N} \cdot \text{m}^3 \cdot \text{mol} \cdot \text{K}}{\text{m}^2 \cdot \text{mol} \cdot \text{J}} = 748,74 \text{ K}$$

$$T_C = T_B = 748,74 \text{ K}$$

$$P_C = 300.000 \text{ Pa}$$

$$V_C = V_D = \frac{n \cdot R \cdot T_C}{P_C} = \frac{1,2 \cdot 8,314 \cdot 748,74}{300.000} \frac{\text{mol} \cdot \text{J} \cdot \text{K} \cdot \text{m}^2}{\text{N} \cdot \text{mol} \cdot \text{K}} = 24,9 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$$

$$P_A \cdot V_A^\kappa = P_D \cdot V_D^\kappa$$

$$\kappa = \frac{c_p}{c_v} = \frac{3,5 \cdot R}{2,5 \cdot R} = 1,4$$

$$P_D = P_A \cdot \left(\frac{V_A}{V_D}\right)^\kappa = 415.000 \cdot \left(\frac{12}{24,9}\right)^{1,4} \text{ Pa} = 149.356,03 \text{ Pa}$$

$$T_D = \frac{P_D \cdot V_D}{n \cdot R} = \frac{149.356,03 \cdot 24,9 \cdot 10^{-3}}{1,2 \cdot 8,314} \frac{\text{N} \cdot \text{m}^3 \cdot \text{mol} \cdot \text{K}}{\text{m}^2 \cdot \text{mol} \cdot \text{J}} = 372,76 \text{ K}$$

a)

$$\Delta S_{AB} = S_B - S_A = n \cdot c_p \cdot \ln\left(\frac{T_B}{T_A}\right)$$

$$\Delta S_{AB} = 1,2 \cdot 3,5 \cdot 8,314 \cdot \ln\left(\frac{748,74}{499,16}\right) \frac{\text{mol} \cdot \text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}} = 14,16 \frac{\text{J}}{\text{K}}$$

b)

$$Q_{AB} = n \cdot c_p \cdot (T_B - T_A) = 1,2 \cdot 3,5 \cdot 8,314 \cdot (748,74 - 499,16) \frac{\text{mol} \cdot \text{J} \cdot \text{K}}{\text{mol} \cdot \text{K}} = 8.715 \text{ J}$$

$$Q_{BC} = n \cdot R \cdot T_B \cdot \ln\left(\frac{V_C}{V_B}\right) = 1,2 \cdot 8,314 \cdot 748,74 \cdot \ln\left(\frac{24,9}{18}\right) \frac{\text{mol} \cdot \text{J} \cdot \text{K}}{\text{mol} \cdot \text{K}} = 2.423,99 \text{ J}$$

$$Q_{CD} = n \cdot c_v \cdot (T_D - T_C) = 1,2 \cdot 2,5 \cdot 8,314 \cdot (372,76 - 748,74) \frac{\text{mol} \cdot \text{J} \cdot \text{K}}{\text{mol} \cdot \text{K}} = -9377,59 \text{ J}$$

$$Q_{DA} = 0$$

$$\eta = \frac{W_{\text{ciclo}}}{\Sigma Q(+)} = \frac{W_{\text{ciclo}}}{\Sigma Q(+)} = \frac{\Sigma Q}{\Sigma Q(+)} = \frac{Q_{AB} + Q_{BC} + Q_{CD} + Q_{DA}}{Q_{AB} + Q_{BC}} = \frac{1.761,40 \text{ J}}{11.138,99 \text{ J}} = 0,158$$

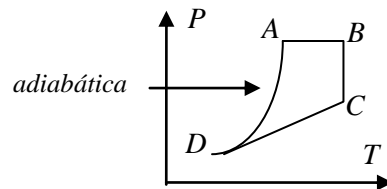
c)

En el plano P-T la evolución CD (isocora) implica una recta cuya extrapolación pasan por el origen, ya que:

$$P(T) = \frac{n \cdot R}{V} \cdot T = \text{cte.} \cdot T$$

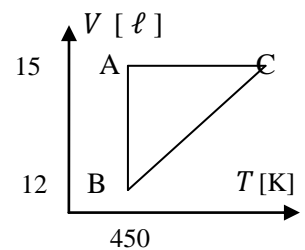
En el plano P-T la evolución DA (adiabática) que pasa por el punto D tiene como forma funcional:

$$P(T) = \left(P_D \cdot T_D^{\frac{\kappa}{1-\kappa}} \right) \cdot T^{\frac{\kappa}{\kappa-1}}$$



Ejercicio 32- Un mol de gas ideal diatómico ($c_p = 7R/2$; $c_v = 5R/2$) realiza el ciclo ABCA de la figura (tramo BC isobárico).

- discuta si en el ciclo el gas entrega o recibe trabajo;
- calcule el calor intercambiado por el gas en la transformación AB;
- calcule el calor intercambiado por el gas en todo el ciclo;
- indique cuáles son las dos aseveraciones correctas ($R = 8,314 \text{ J/mol K}$).



$W_{AB} > 0$	El proceso ABCA es irreversible	$ Q_{ABCA} = Q_{ACBA} $
$S_{AB} = 0$	$W_{AB} = Q_{AB}$	$\Delta S_{\text{CICLO}} > 0$

a)

$$V_A = V_C = 15 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$$

$$V_B = 12 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$$

$$T_A = T_B = 450 \text{ K}$$

$$P_A = \frac{n \cdot R \cdot T_A}{V_A} = \frac{1 \cdot 8,314 \cdot 450}{15 \cdot 10^{-3}} \frac{\text{mol} \cdot \text{J} \cdot \text{K}}{\text{mol} \cdot \text{K} \cdot \text{m}^3} = 249.420 \text{ Pa}$$

$$P_B = P_C = \frac{n \cdot R \cdot T_B}{V_B} = \frac{1.8,314 \cdot 450}{12 \cdot 10^{-3}} \frac{\text{mol} \cdot \text{J} \cdot \text{K}}{\text{mol} \cdot \text{K} \cdot \text{m}^3} = 311.775 \text{ Pa}$$

$$T_C = \frac{P_C \cdot V_C}{n \cdot R} = \frac{311.775 \cdot 12 \cdot 10^{-3}}{1.8,314} \frac{\text{N} \cdot \text{m}^3 \cdot \text{mol} \cdot \text{K}}{\text{m}^2 \cdot \text{mol} \cdot \text{J}} = 562,50 \text{ K}$$

De las coordenadas termodinámicas obtenidas se infiere que el ciclo ABCA, tiene sentido horario en el plano P-V, por lo que el trabajo de expansión positivo es mayor que el valor absoluto del trabajo de compresión negativo; por lo que el trabajo neto del sistema es positivo, es decir que el gas entrega trabajo neto al medio en cada ciclo.

b)

La evolución AB es isotérmica por lo que:

$$Q_{AB} = n \cdot R \cdot T_A \cdot \ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right) = 1.8,314 \cdot 450 \cdot \ln\left(\frac{12}{15}\right) \frac{\text{mol} \cdot \text{J} \cdot \text{K}}{\text{mol} \cdot \text{K}} = -834,85 \text{ J}$$

c)

La evolución BC es isobárica por lo que:

$$Q_{BC} = n \cdot c_p \cdot (T_C - T_B) = 1.35 \cdot 8,314 \cdot (562,50 - 450) \frac{\text{mol} \cdot \text{J} \cdot \text{K}}{\text{mol} \cdot \text{K}} = 3.273,64 \text{ J}$$

La evolución CA es isocórica por lo que:

$$Q_{CA} = n \cdot c_v \cdot (T_A - T_C) = 1.25 \cdot 8,314 \cdot (450 - 562,50) \frac{\text{mol} \cdot \text{J} \cdot \text{K}}{\text{mol} \cdot \text{K}} = -2.338,31 \text{ J}$$

$$Q_{\text{ciclo}} = Q_{AB} + Q_{BC} + Q_{CA}$$

$$Q_{\text{ciclo}} = (-834,75 + 393,75 - 281,25) \text{ J} = 100,48 \text{ J}$$

d)

$$Q_{AB} = W_{AB} < 0$$

$$\Delta S_{AB} = S_B - S_A = \frac{Q_{AB}}{T_A} \neq 0$$

El ciclo se ha explicitado en un gráfico con relación funcional definida de las variables termodinámicas en cada estado, lo que implica que el ciclo es cuasiestacionario, si se asume además que el gas evoluciona en forma homogénea puede inferirse que la evolución del gas es reversible.

$$Q_{AB} = W_{AB} \text{ (evolución isotérmica)}$$

La entropía es una función de estado, por lo que en todo ciclo su variación es nula.

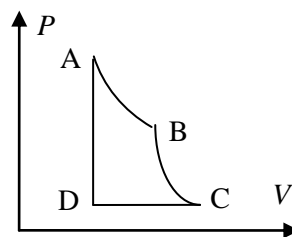
$$Q_{\text{ciclo}} = Q_{ABCA} = - Q_{ACBA} \Rightarrow |Q_{ABCA}| = |Q_{ACBA}|$$

Ejercicio 33- Un gas ideal monoatómico ($c_p = 5R/2$; $c_v = 3R/2$) se dilata a temperatura constante desde el estado A ($T_A = 600 \text{ K}$, $V_A = 2 \text{ ℓ}$, $P_A = 500 \text{ kPa}$) hasta duplicar el volumen en el estado B. Desde el estado B se lo dilata adiabáticamente hasta el estado C, en el que el volumen es de 6 ℓ . Luego se comprime el gas a presión constante hasta volver al volumen inicial (estado D), y por último se lo calienta a volumen constante hasta alcanzar el estado inicial. Suponiendo que el proceso se llevó a cabo de manera reversible

- construya el gráfico P - V de la transformación;
- calcule la variación de entropía del gas en la etapa compresiva;
- calcule el calor intercambiado por el gas en la etapa de dilatación;
- suponiendo que el ciclo fuera el de una máquina térmica calorífica, calcule su rendimiento;
- respecto del ciclo ABCDA, marque las aseveraciones correctas
($R = 8,314 \text{ J/mol K}$).

$U_{CD} > U_{DA}$ porque $c_p > c_v$		$Q_{AB} = 0$		$S_{CD} < 0$ y $S_{BC} = 0$	
$W_{\text{CICLO}} > 0 \Rightarrow Q_{\text{CICLO}} < 0$		$W_{AB} = Q_{AB}$		$U_{AB} > U_{BC} $	
$\eta_{\text{CARNOT}} = 1 - (T_C/T_A)$		$\Delta S_{\text{CICLO}} = 0 \Rightarrow Q_{\text{CICLO}} = 0$		$W_{\text{ADCBA}} < 0$	

a)



b)

$$P_A = 500.000 \text{ p}_a$$

$$V_A = 2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$$

$$T_A = 600 \text{ K}$$

$$n = \frac{P_A \cdot V_A}{R \cdot T_A} = \frac{500.000 \cdot 2 \cdot 10^{-3}}{8,314 \cdot 600} \frac{\text{N} \cdot \text{m}^3 \cdot \text{mol} \cdot \text{K}}{\text{m}^2 \cdot \text{J} \cdot \text{K}} = 0,2$$

$$V_B = 2 \cdot V_A = 2 \cdot 2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 = 4 \cdot 10^{-3}$$

$$T_B = T_A = 600 \text{ K}$$

$$P_B = \frac{n \cdot R \cdot T_B}{V_B} = \frac{0,2 \cdot 8,314 \cdot 600}{4 \cdot 10^{-3}} \frac{\text{mol} \cdot \text{J} \cdot \text{K}}{\text{mol} \cdot \text{K} \cdot \text{m}^3} = 250.000 \text{ Pa}$$

$$V_C = 6 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$$

$$P_B \cdot V_B^{\kappa} = P_C \cdot V_C^{\kappa}$$

$$\kappa = \frac{c_p}{c_v} = \frac{2,5 \cdot R}{1,5 \cdot R} = 1,67$$

$$P_C = P_B \cdot \left(\frac{V_B}{V_C} \right)^{\kappa} = 250.000 \cdot \left(\frac{4}{6} \right)^{1,67} \text{ Pa} = 127.190,47 \text{ Pa}$$

$$T_C = \frac{P_C \cdot V_C}{n \cdot R} = \frac{127.190,47 \cdot 6 \cdot 10^{-3}}{0,2 \cdot 8,314} \frac{\text{N} \cdot \text{m}^3 \cdot \text{mol} \cdot \text{K}}{\text{m}^2 \cdot \text{mol} \cdot \text{J}} = 457,89 \text{ K}$$

$$P_D = P_C = 127.190,47 \text{ Pa}$$

$$V_D = V_A = 2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$$

$$T_D = \frac{P_D \cdot V_D}{n \cdot R} = \frac{127.190,47 \cdot 2 \cdot 10^{-3}}{0,2 \cdot 8,314} \frac{\text{N} \cdot \text{m}^3 \cdot \text{mol} \cdot \text{K}}{\text{m}^2 \cdot \text{mol} \cdot \text{J}} = 152,63 \text{ K}$$

$$\Delta S_{CD} = S_D - S_C = n \cdot c_p \cdot \ln \left(\frac{T_D}{T_C} \right) = 0,2 \cdot 2,5 \cdot 8,314 \cdot \ln \left(\frac{152,63}{457,89} \right) \frac{\text{mol} \cdot \text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$$

$$\Delta S_{CD} = -4,58 \frac{\text{J}}{\text{K}}$$

c)

La evolución AB es isotérmica por lo que:

$$Q_{AB} = n \cdot R \cdot T_A \cdot \ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right) = 0,2 \cdot 8,314 \cdot 600 \cdot \ln\left(\frac{4}{2}\right) \frac{\text{mol} \cdot \text{J} \cdot \text{K}}{\text{mol} \cdot \text{K}} = 693,15 \text{ J}$$

La evolución BC es adiabática por lo que:

$$Q_{BC} = 0$$

$$Q_{\text{dil}} = Q_{AB} + Q_{BC} = (693,15 + 0) \text{ J} = 693,15 \text{ J}$$

d)

La evolución CD es isobárica por lo que:

$$Q_{CD} = n \cdot c_p \cdot (T_D - T_C) = 0,2 \cdot 2,5 \cdot 8,314 \cdot (152,63 - 457,89) \frac{\text{mol} \cdot \text{J} \cdot \text{K}}{\text{mol} \cdot \text{K}} = -1.271,90 \text{ J}$$

La evolución DA es isocórica por lo que:

$$Q_{DA} = n \cdot c_v \cdot (T_A - T_D) = 0,2 \cdot 1,5 \cdot 8,314 \cdot (600 - 152,63) \frac{\text{mol} \cdot \text{J} \cdot \text{K}}{\text{mol} \cdot \text{K}} = 1.118,43 \text{ J}$$

$$Q_{\text{ciclo}} = Q_{AB} + Q_{BC} + Q_{CD} + Q_{DA}$$

$$Q_{\text{ciclo}} = (693,15 + 0 - 1.271,90 + 1.118,43) \text{ J} = 539,67 \text{ J}$$

$$\eta = \frac{W_{\text{ciclo}}}{\Sigma Q(+)} = \frac{W_{\text{ciclo}}}{\Sigma Q(+)} = \frac{\Sigma Q}{\Sigma Q(+)} = \frac{Q_{AB} + Q_{BC} + Q_{CD} + Q_{DA}}{Q_{AB} + Q_{CD}} = \frac{539,67}{693,15 + 1.118,43} \frac{\text{J}}{\text{J}}$$

$$\eta = 0,30$$

e)

$$\Delta U_{CD} = n \cdot c_v \cdot (T_D - T_C)$$

$$\Delta U_{DA} = n \cdot c_p \cdot (T_A - D)$$

No se puede inferir cual variación es mayor, sólo comparando los calores específicos, ya que esta depende también de los respectivos saltos térmicos.

$$Q_{\text{ciclo}} = W_{\text{ciclo}}$$

No se trata de un ciclo de Carnot. Debe verificarse que el rendimiento del ciclo sea menor que el de una máquina de Carnot que operase entre la máxima y la mínima temperaturas que alcanza el ciclo politérmico. En este caso:

$$\eta = 0,3 < 1 - \frac{T_D}{T_A} = 1 - \frac{152,63 \text{ K}}{600 \text{ K}} = 0,75$$

La evolución AB es una expansión isotérmica:

$$Q_{AB} > 0$$

$$Q_{AB} = W_{AB} > 0$$

$$Q_{\text{ciclo}} > 0$$

$$\Delta S_{\text{ciclo}} = 0$$

$$\Delta S_{CD} < 0$$

$$\Delta S_{BC} = 0 \text{ (adiabática reversible)}$$

$$\Delta U_{AB} = 0 \text{ (isoterma)}$$

$$\Delta U_{BC} \neq 0 \text{ (adiabática} \Rightarrow \Delta T \neq 0)$$

$$Q_{\text{ciclo}} = Q_{ABCD} = W_{ABCD} > 0 \Rightarrow Q_{ADCBA} = W_{ADCBA} = -Q_{\text{ciclo}} < 0$$

Ejercicio 34- Dos máquinas térmicas cíclicas trabajan entre las mismas fuentes, la caliente a 800 K y la fría a 400 K. Una es ideal y realiza un ciclo Carnot (isoterma AB, adiabática BC, isoterma CD, adiabática DA). La otra es real, y tiene el 80 % de rendimiento de la anterior (la ideal). Si el trabajo que entrega por ciclo la máquina real es de 5000 J:

a) calcule el calor *que cede* por ciclo la máquina real;

b) respecto a estas dos máquinas, indique cuál de las siguientes afirmaciones es correcta

	$\Delta S_{\text{CICLO}} > 0$
	$Q_{\text{CD}} < W_{\text{CD}}$

	$S_{\text{BC}} > S_{\text{DA}}$
	$U_{\text{AB}} > 0$

	$Q_{\text{AB}} = W_{\text{AB}}$
	$Q_{\text{DC}} = 0$

a)

El rendimiento de la máquina biterma ideal reversible es:

$$\eta_{\text{id}} = 1 - \frac{T_F}{T_C} = 1 - \frac{400 \text{ K}}{800 \text{ K}} = 0,5$$

$$\eta_{\text{re}} = 0,8 \cdot \eta_{\text{C}} = 0,8 \cdot 0,5 = 0,4$$

$$\eta_{\text{re}} = \frac{W_{\text{ciclo}}}{Q_C} \Rightarrow Q_C = \frac{W_{\text{ciclo}}}{\eta_{\text{re}}} = \frac{5.000}{0,4} \text{ J} = 12.500 \text{ J}$$

$$|Q_F| = Q_C - W_{\text{ciclo}} = (12.500 - 5.000) \text{ J} = 7.500 \text{ J}$$

b)

Tanto para la máquina ideal como para la real

$$\Delta S_{\text{ciclo}} = 0$$

Si CD es la compresión isotérmica, sólo puede asegurarse para ambas máquinas que:

$$W_{\text{CD}} < 0 \text{ (trabajo recibido del medio)}$$

Para la máquina ideal reversible los procesos adiabáticos son isoentrópicos, es decir que:

$$\Delta S_{\text{BC}} = \Delta S_{\text{DA}} = 0 \text{ (adiabática reversible)}$$

Para la máquina ideal irreversible los procesos adiabáticos implican aumento de entropía, pero no puede inferirse cual es mayor.

$$\Delta S_{BC} = \Delta S_{DA} = 0 \quad (\text{adiabática reversible})$$

En ambos casos no puede inferirse que en la expansión isotérmica aumente la energía interna.

Sólo si el sistema en evolución es tal que su energía interna es sólo función de la temperatura (gas ideal), podría afirmarse que en los procesos isotérmicos de ambas máquinas:

$$Q_{AB} = W_{AB} \quad (\text{gas ideal})$$

En un proceso reversible ideal la evolución no puede ser simultáneamente isotérmica y adiabática por lo que en la máquina ideal reversible el calor intercambiado no puede ser nulo en los procesos isotérmicos. En la máquina real, aunque no exista la restricción anterior si el calor intercambiado en la compresión isotérmica fuese cero, se tendría para el motor bitermo que:

$$W_{\text{ciclo}} = Q_{\text{ciclo}} = Q_{AB} + Q_{BC} + Q_{CD} + Q_{DA} = Q_{AB} + 0 + 0 + 0 = Q_{AB} > 0$$

Es decir se tendría un motor monotermino que toma calor de una fuente y lo transforma íntegramente en trabajo en cada ciclo. Lo que viola el enunciado de Kelvin del segundo principio.

Ejercicio 35- Una cámara tiene paredes de 14 cm de espesor, 12 cm de ladrillo cubiertos (en el lado interior de la cámara) con 2 cm de madera. La superficie total de paredes es de 60 m^2 . La temperatura de la superficie externa es de 300 K en tanto que la de la interna es de 250 K. Los coeficientes de conducción térmica valen $\lambda_{\text{madera}} = 0,13 \text{ W/m K}$ y $\lambda_{\text{ladrillo}} = 0,8 \text{ W/m K}$. **(No tener en cuenta los efectos convectivos)**

a) Calcule la temperatura en la unión madera-ladrillo una vez alcanzado el régimen estacionario.

b) Si para mantener constante **la temperatura de una fuente que tuviere la misma temperatura que la cámara del punto a)**, se empleara una máquina frigorífica ideal, que utilizara el medio externo a 300 K como foco caliente, calcule el trabajo que debería entregársele a dicha máquina para que entregue 200 kJ de calor al medio externo.

a)

$$\left(\frac{\delta Q}{d\tau}\right)_p = \left(\frac{\delta Q}{d\tau}\right)_{\text{mad}} = \left(\frac{\delta Q}{d\tau}\right)_{\text{lad}}$$

$$\left(\frac{\delta Q}{d\tau}\right)_{\text{lad}} = \left(\frac{\delta Q}{d\tau}\right)_p = \frac{\Delta T_{\text{lad}}}{R_{T_{\text{lad}}}} = \frac{\Delta T_{\text{lad}} \cdot A_p \cdot \lambda_{\text{lad}}}{e_{\text{lad}}}$$

$$\left(\frac{\delta Q}{d\tau}\right)_{\text{mad}} = \left(\frac{\delta Q}{d\tau}\right)_P = \frac{\Delta T_{\text{mad}}}{R_{T_{\text{mad}}}} = \frac{\Delta T_{\text{mad}} \cdot A_P \cdot \lambda_{\text{mad}}}{e_{\text{mad}}}$$

$$\Delta T_{\text{extr}} = \Delta T_{\text{lad}} + \Delta T_{\text{mad}}$$

$$\Delta T_{\text{extr}} = \left(\frac{\delta Q}{d\tau}\right)_P \cdot \left(\frac{e_{\text{lad}}}{A_P \cdot \lambda_{\text{lad}}} + \frac{e_{\text{mad}}}{A_P \cdot \lambda_{\text{mad}}}\right)$$

$$\left(\frac{\delta Q}{d\tau}\right)_P = \frac{\Delta T_{\text{extr}}}{\left(\frac{e_{\text{lad}}}{A_P \cdot \lambda_{\text{lad}}} + \frac{e_{\text{mad}}}{A_P \cdot \lambda_{\text{mad}}}\right)} = \frac{300 - 250}{\left(\frac{0,12}{60 \cdot 0,8} + \frac{0,02}{60 \cdot 0,13}\right)} \frac{\text{K} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{W}}{\text{m} \cdot \text{K} \cdot \text{m}}$$

$$\left(\frac{\delta Q}{d\tau}\right)_P = 9.873,42 \text{ W}$$

$$T_U - T_{\text{int}} = \Delta T_{\text{mad}} = \left(\frac{\delta Q}{d\tau}\right)_P \cdot \frac{e_{\text{mad}}}{A_P \cdot \lambda_{\text{mad}}} = \frac{9.873,42 \cdot 0,02}{60 \cdot 0,13} \frac{\text{W} \cdot \text{m} \cdot \text{K}}{\text{m}^2 \cdot \text{W}} = 25,32 \text{ K}$$

$$T_U = T_{\text{int}} + \Delta T_{\text{mad}} = (250 + 25,32) \text{ K} = 275,32 \text{ K}$$

b)

La eficiencia de una máquina frigorífica biterma ideal reversible es:

$$e = \frac{Q_F}{|W_{\text{ciclo}}|} = \frac{T_F}{T_C - T_F} = \frac{250}{300 - 250} \frac{\text{J}}{\text{J}} = 5$$

$$Q_F = 5 \cdot |W_{\text{ciclo}}|$$

$$|Q_C| = Q_F + |W_{\text{ciclo}}| = 5 \cdot |W_{\text{ciclo}}| + |W_{\text{ciclo}}| = 6 \cdot |W_{\text{ciclo}}|$$

$$|W_{\text{ciclo}}| = \frac{|Q_C|}{6} = \frac{2 \cdot 10^5}{6} \text{ J} = 33,33 \cdot 10^3 \text{ J}$$

Ejercicio 36- Las relaciones entre las escalas Celsius, Fahrenheit y absoluta son las siguientes:

$$t(^{\circ}\text{C}) = \frac{[t(^{\circ}\text{F}) - 32]}{1,8} \qquad T(\text{K}) = t(^{\circ}\text{C}) + 273,15$$

donde $t(^{\circ}\text{C})$, $t(^{\circ}\text{F})$ y $T(\text{K})$ representan las indicaciones termométricas en esas escalas, respectivamente.

a) calcule el valor de temperatura en la escala **Fahrenheit** para el cual coinciden las indicaciones de dos termómetros calibrados uno en escala **Celsius** y el otro en escala **Fahrenheit**; b) calcule en grados Celsius la temperatura a la cual el valor en la escala Kelvin es el doble del valor en la escala **Fahrenheit**.

a)

Siendo x el valor buscado:

$$x = \frac{(x - 32)}{1,8} \Rightarrow 0,8 \cdot x = -32 \Rightarrow x = -40 \Rightarrow -40^{\circ}\text{C} \equiv -40^{\circ}\text{F}$$

b)

Siendo x el valor buscado:

$$x = \frac{\left(\frac{x}{2} - 32\right)}{1,8} + 273,15 \Rightarrow 1,3 \cdot x = 1,8 \cdot 273 - 32 \Rightarrow x = 353,59 \Rightarrow$$

$$353,59 \text{ K} \equiv 80,44^{\circ}\text{C} \equiv 176,80^{\circ}\text{F}$$

Ejercicio 37- Se desea construir una escala termométrica centígrada que utilice como extremos los puntos de fusión (**valor cero**) y de vaporización del metano (-182°C y $-161,5^{\circ}\text{C}$ respectivamente). Halle la relación entre las temperaturas medidas en esta escala termométrica (digamos en $^{\circ}\text{M}$) y la escala **Celsius**.

$$\frac{t(^{\circ}\text{M})}{100} = \frac{[t(^{\circ}\text{C}) + 182]}{-161,5 - (-182)}$$

$$t(^{\circ}\text{M}) = \frac{[t(^{\circ}\text{C}) + 182]}{0,205}$$

Ejercicio 38- Un recipiente de vidrio está lleno con 50 cm^3 de mercurio a 18°C . Calcule la cantidad de mercurio que se derrama si la temperatura se eleva a 40°C . El coeficiente de dilatación lineal isobárico del vidrio es $\alpha_v = 9 \cdot 10^{-6}^{\circ}\text{C}^{-1}$, mientras que el volumétrico del mercurio $\gamma_{\text{Hg}} = 1,8 \cdot 10^{-4}^{\circ}\text{C}^{-1}$.

Para la dilatación del mercurio:

$$V_{\text{fHg}} = V_o \cdot [1 + \gamma_{\text{Hg}} \cdot (T_f - T_o)]$$

Para el vidrio:

$$V_{fv} = V_o \cdot [1 + \gamma_v \cdot (T_f - T_o)] = V_o \cdot [1 + 3 \cdot \alpha_v \cdot (T_f - T_o)]$$

El volumen derramado de mercurio, se obtiene haciendo:

$$\Delta_{vd} = V_{fHg} - V_{fv} = V_o \cdot [1 + \gamma_v \cdot (T_f - T_o)] - V_o \cdot (T_f - T_o) \cdot (\gamma_{Hg} - 3 \cdot \alpha_v)$$

$$\Delta_{vd} = 50 \cdot (40 - 18) \cdot (1,8 \cdot 10^{-4} - 3 \cdot 9 \cdot 10^{-6}) \frac{\text{cm}^3 \cdot ^\circ\text{C}}{^\circ\text{C}} = 0,1683 \text{ cm}^3$$

Ejercicio 39- Una barra de acero de 1 m de longitud y 4 cm² de sección transversal se halla a 20 °C. Si la temperatura se eleva a 60 °C, calcule:

a) el incremento de longitud de la barra (coeficiente de dilatación lineal $\alpha = 1,1 \cdot 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$)

b) la fuerza requerida para evitar su alargamiento (módulo de Young: $Y = 200 \text{ GPa}$).

a)

$$L_f = L_o \cdot [1 + \alpha \cdot (T_f - T_o)] \Rightarrow \Delta L = L_f - L_o = L_o \cdot \alpha \cdot (T_f - T_o) =$$

$$\Delta L = 1 \cdot 1,1 \cdot 10^{-5} \cdot (60 - 20) \frac{\text{m} \cdot ^\circ\text{C}}{^\circ\text{C}} = 4,4 \cdot 10^{-4} \text{ m} = 0,44 \text{ mm}$$

b)

Por dilatación:

$$L_f = L_o \cdot [1 + \alpha \cdot (T_f - T_o)] \Rightarrow \Delta L_d = L_f - L_o = L_o \cdot \alpha \cdot (T_f - T_o)$$

Por compresión:

$$L_f = L_o \cdot [1 - k_p \cdot (P_f - P_o)] \Rightarrow \Delta L_c = L_f - L_o = - L_o \cdot k_p \cdot (P_f - P_o)$$

$$\Delta L = \Delta L_d + \Delta L_c = 0 \Rightarrow L_o \cdot \alpha \cdot (T_f - T_o) - L_o \cdot k_p \cdot (P_f - P_o) = 0$$

$$\alpha \cdot (T_f - T_o) = k_p \cdot (P_f - P_o)$$

$$P_o = P_{\text{atm}}$$

$$P_f = P_{\text{atm}} + \frac{F}{S}$$

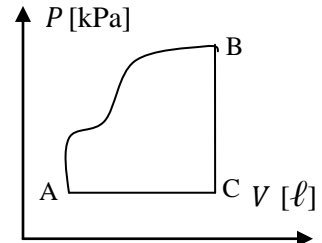
$$\alpha \cdot (T_f - T_o) = k_p \cdot \frac{F}{S}$$

$$F = S \cdot \alpha \cdot (T_f - T_o) \cdot \frac{1}{k_p} = S \cdot \alpha \cdot (T_f - T_o) \cdot Y$$

$$F = S \cdot \alpha \cdot (T_f - T_o) \cdot Y = 4 \cdot 10^{-4} \cdot 1,1 \cdot 10^{-5} \cdot (60 - 20) \cdot 200 \cdot 10^9 \frac{\text{m}^2 \cdot ^\circ\text{C} \cdot \text{N}}{^\circ\text{C} \cdot \text{m}^2} =$$

$$= F = 35.200 \text{ N}$$

Ejercicio 40- La figura muestra la evolución ABCA de un gas ideal diatómico ($c_p = 7R/2$; $c_v = 5R/2$). En la transformación AB el gas incrementa su energía interna en 8750 J, y en el proceso CA la misma cambia en -5.000 J . Calcule:



- a) la cantidad de calor intercambiado en la transformación BC (indicando claramente si es calor absorbido o cedido por el gas);
b) la diferencia de volúmenes $V_B - V_A$ sabiendo que la presión en el estado A vale $P_A = 100 \text{ kPa}$.

a)

$$U_B - U_A = 8.750 \text{ J}$$

$$U_A - U_C = -5.000 \text{ J}$$

$$(U_B - U_A) + (U_A - U_C) = U_B - U_C = 3.750 \text{ J}$$

$$W_{BC} = 0$$

$$Q_{BC} = W_{BC} + U_C - U_B = -(U_B - U_C) = -3.750 \text{ J (calor cedido)}$$

b)

$$U_C - U_A = n \cdot c_v \cdot (T_C - T_A) = n \cdot c_v \cdot \left(\frac{P_C \cdot V_C}{n \cdot R} - \frac{P_A \cdot V_A}{n \cdot R} \right)$$

$$P_A = P_C$$

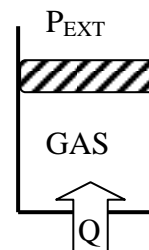
$$U_C - U_A = \frac{n \cdot 2,5 \cdot R \cdot P_A}{n \cdot R} \cdot (V_C - V_A) = 2,5 \cdot P_A \cdot (V_C - V_A)$$

$$V_C = V_B$$

$$V_B - V_A = V_C - V_A = \frac{U_C - U_A}{2,5 \cdot P_A} = \frac{5.000}{2,5 \cdot 100.000} \frac{\text{J}}{\text{Pa}} = 0,02 \frac{\text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{m}^2}{\text{N}}$$

$$V_B - V_A = V_C - V_A = 0,02 \text{ m}^3$$

Ejercicio 41- El pistón de la figura tiene masa $M = 0,8 \text{ kg}$ y su superficie es $S = 0,04 \text{ m}^2$. Cierra un recipiente que contiene 3 moles de un gas ideal monoatómico ($c_p = 5R/2$; $c_v = 3R/2$) en equilibrio con el medio externo, que se halla a presión $P_{\text{EXT}} = 101.000 \text{ Pa}$. Se entrega calor al gas (se supone que el recipiente es adiabático y el proceso ideal) y el pistón se eleva 5 cm. Calcule: **a)** la diferencia de temperaturas entre los estados inicial y final; **b)** la cantidad de calor entregada al sistema.



a)

Se supone que el gas ideal es un sistema homogéneo que evoluciona en forma idealmente cuasiestacionaria y por lo tanto reversible a presión exterior constante. La presión sobre el gas es:

$$P_{\text{EXT}}' = P_{\text{EXT}} + \frac{M \cdot g}{S} = 101.000 \text{ Pa} + \frac{0,8 \cdot 9,8}{0,04} \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2 \cdot \text{m}^2} = 101.196 \text{ Pa}$$

$$W_{\text{IF}} = P_{\text{EXT}}' \cdot (V_F - V_I) = P_{\text{EXT}}' \cdot (S \cdot l_F - S \cdot l_I) = P_{\text{EXT}}' \cdot S \cdot (l_F - l_I)$$

$$W_{\text{IF}} = 101.196 \cdot 0,04 \cdot 0,05 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{m}}{\text{m}^2} = 202,39 \text{ J}$$

$$T_F - T_I = \frac{P_{\text{EXT}}' \cdot V_F}{n \cdot R} - \frac{P_{\text{EXT}}' \cdot V_I}{n \cdot R} = \frac{P_{\text{EXT}}' \cdot S \cdot (l_F - l_I)}{n \cdot R}$$

$$T_F - T_I = \frac{P_{\text{EXT}}' \cdot S \cdot (l_F - l_I)}{n \cdot R} = \frac{101.196 \cdot 0,04 \cdot 0,05}{3 \cdot 8,314} \text{ K}$$

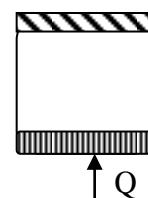
$$T_F - T_I = 8,11 \text{ K}$$

b)

$$\Delta U_{\text{IF}} = n \cdot c_v \cdot (T_F - T_I) = 3 \cdot 1,5 \cdot 8,314 \cdot 8,11 \frac{\text{mol} \cdot \text{J} \cdot \text{K}}{\text{mol} \cdot \text{K}} = 303,42 \text{ J}$$

$$Q_{\text{IF}} = W_{\text{IF}} + \Delta U_{\text{IF}} = (202,39 + 303,42) \text{ J} = 505,81 \text{ J}$$

Ejercicio 42- El recipiente de la figura es adiabático salvo en su tapa inferior, de 2 cm de espesor, por la que recibe calor del medio externo. La superficie de esta tapa es igual a la del émbolo superior y vale $0,5 \text{ m}^2$. Durante 30 s se entrega calor a los 3 moles de gas monoatómico que contiene el recipiente **a una temperatura inicial de 700 K** y el émbolo asciende 1 cm a presión constante ($c_p = 5R/2$; $c_v = 3R/2$). La masa del émbolo es de 2 kg y la



presión atmosférica vale $P_{\text{ATM}} = 101300 \text{ Pa}$. Calcule el coeficiente de conductividad térmica de la placa inferior, sin considerar efectos convectivos ni de radiación. Suponer que la temperatura final del gas coincide con la del medio exterior, y que durante los 30 s de duración del proceso la inercia térmica del gas permite considerar constante la temperatura del mismo e igual a la inicial. ($R = 8,314 \text{ J/mol K}$).

Se supone que el gas ideal es un sistema homogéneo que evoluciona en forma idealmente cuasiestacionaria y por lo tanto reversible a presión exterior constante. La presión sobre el gas es:

$$P_{\text{EXT}} = P_{\text{ATM}} + \frac{M \cdot g}{S} = 101.300 \text{ Pa} + \frac{2.9,8 \text{ kg} \cdot \text{m}}{0,5 \text{ s}^2 \cdot \text{m}^2} = 101.339,20 \text{ Pa}$$

$$W_{\text{IF}} = P_{\text{EXT}} \cdot (V_{\text{F}} - V_{\text{I}}) = P_{\text{EXT}} \cdot (S \cdot l_{\text{F}} - S \cdot l_{\text{I}}) = P_{\text{EXT}} \cdot S \cdot (l_{\text{F}} - l_{\text{I}})$$

$$W_{\text{IF}} = 101.339,20 \cdot 0,5 \cdot 0,01 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{m}}{\text{m}^2} = 506,70 \text{ J}$$

$$T_{\text{F}} - T_{\text{I}} = \frac{P_{\text{EXT}} \cdot V_{\text{F}}}{n \cdot R} - \frac{P_{\text{EXT}} \cdot V_{\text{I}}}{n \cdot R} = \frac{P_{\text{EXT}} \cdot S \cdot (l_{\text{F}} - l_{\text{I}})}{n \cdot R}$$

$$T_{\text{F}} - T_{\text{I}} = \frac{P_{\text{EXT}} \cdot S \cdot (l_{\text{F}} - l_{\text{I}})}{n \cdot R} \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{m} \cdot \text{mol} \cdot \text{K}}{\text{m}^2 \cdot \text{mol} \cdot \text{J}} = \frac{101.339,20 \cdot 0,5 \cdot 0,01}{3 \cdot 8,314} \text{ K}$$

$$T_{\text{F}} - T_{\text{I}} = 20,31 \text{ K}$$

$$\Delta U_{\text{IF}} = n \cdot c_v \cdot (T_{\text{F}} - T_{\text{I}}) = 3 \cdot 1,5 \cdot 8,314 \cdot 20,31 \frac{\text{mol} \cdot \text{J} \cdot \text{K}}{\text{mol} \cdot \text{K}} = 759,86 \text{ J}$$

$$Q_{\text{IF}} = W_{\text{IF}} + \Delta U_{\text{IF}} = (506,70 + 759,86) \text{ J} = 1.266,55 \text{ J}$$

Esta cantidad de calor es suministrada en un intervalo de tiempo de 3 s. Suponiendo que el proceso es a flujo constante de calor provocado por la diferencia de temperaturas antes calculada y supuesta constante, resulta:

$$\left(\frac{\delta Q}{d\tau} \right)_p = \frac{Q_{\text{IF}}}{\tau} = \frac{\Delta T_{\text{extr}}}{R_T} = \frac{\Delta T_{\text{extr}} \cdot S \cdot \lambda}{e_T}$$

$$\lambda = \frac{e_T \cdot Q_{\text{IF}}}{\tau \cdot \Delta T_{\text{extr}} \cdot S} = \frac{0,02 \cdot 1.266,55}{30 \cdot 20,31 \cdot 0,5} \frac{\text{m} \cdot \text{J}}{\text{s} \cdot \text{K} \cdot \text{m}^2} = 0,083 \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot \text{K}}$$

Ejercicio 43- Un bloque de 500 g de cobre se encuentra a 200 °C y se lo sumerge en 2 litros de agua a 10 °C que se encuentra en un recipiente adiabático. La mezcla se estabiliza a presión constante. ($c_{Cu} = 0,092 \text{ cal/g } ^\circ\text{C}$; $c_a = 1 \text{ cal/g } ^\circ\text{C}$; $\delta_a = 1 \text{ g/cm}^3$).

a) calcule el cambio de entropía del cobre al llegar al equilibrio;

b) calcule el cambio de entropía del universo;

a)

La temperatura final de la mezcla se obtiene a partir de:

$$c_a \cdot m_a \cdot (t_f - t_{oa}) + c_{Cu} \cdot m_{Cu} \cdot (t_f - t_{oCu}) = 0$$

$$m_a = \delta_a \cdot V_a$$

$$t_f = \frac{c_a \cdot \delta_a \cdot V_a \cdot t_{oa} + c_{Cu} \cdot m_{Cu} \cdot t_{oCu}}{c_a \cdot \delta_a \cdot V_a + c_{Cu} \cdot m_{Cu}}$$

$$t_f = \frac{1 \cdot 1 \cdot 2.000 \cdot 10 + 0,092 \cdot 500 \cdot 200}{1 \cdot 1 \cdot 2.000 + 0,092 \cdot 500} \frac{\text{cal} \cdot \text{g} \cdot ^\circ\text{C} \cdot \text{g} \cdot ^\circ\text{C}}{\text{g} \cdot ^\circ\text{C} \cdot \text{cal} \cdot \text{g}}$$

$$t_f = 14,27 \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$\Delta S_{Cu} = m \cdot c_{Cu} \cdot \ln\left(\frac{T_F}{T_o}\right) = 500 \cdot 0,092 \cdot \ln\left(\frac{273,15 + 14,27}{273,15 + 200}\right) \frac{\text{g} \cdot \text{cal}}{\text{g} \cdot \text{K}}$$

$$\Delta S_{Cu} = -22,93 \frac{\text{cal}}{\text{K}}$$

b)

El proceso es irreversible por lo que la variación de entropía del universo debe aumentar:

$$\Delta S_U = \Delta S_{Cu} + \Delta S_a + \Delta S_{medio}$$

$$\Delta S_a = \delta_a \cdot V_a \cdot c_a \cdot \ln\left(\frac{T_F}{T_{oa}}\right) = 1 \cdot 2.000 \cdot 1 \cdot \ln\left(\frac{273,15 + 14,27}{273,15 + 10}\right) \frac{\text{g} \cdot \text{cm}^3 \cdot \text{cal}}{\text{cm}^3 \cdot \text{g} \cdot \text{K}}$$

$$\Delta S_a = 29,94 \frac{\text{cal}}{\text{K}}$$

El medio puede suponerse que sufre un proceso adiabático irreversible, por lo que debe aumentar su entropía:

$$\Delta S_{\text{medio}} > 0$$

$$\Delta S_{\text{U}} = -22,93 \frac{\text{cal}}{\text{K}} + 29,24 \frac{\text{cal}}{\text{K}} + \Delta S_{\text{medio}}$$

$$\Delta S_{\text{U}} = 7,01 \frac{\text{cal}}{\text{K}} + \Delta S_{\text{medio}}$$

$$\Delta S_{\text{U}} > 7,01 \frac{\text{cal}}{\text{K}}$$